

УДК 519.234:621.391
DOI: 10.17223/19988605/48/5

И.М. Рудько

ОБНАРУЖЕНИЕ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОРЯДКОВЫХ СТАТИСТИК

Рассматривается задача обнаружения подвижного объекта неподвижным наблюдателем. Проводится сравнение двух алгоритмов обнаружения при использовании ими энергетического критерия обнаружения – «классическая» задача проверки двух простых гипотез и применение фильтра на основе порядковой статистики (УПС-фильтра). На моделях показано, что применение УПС-фильтра обеспечивает существенный выигрыш в вероятности обнаружения.

Ключевые слова: порядковая статистика; проверка статистических гипотез; системы обнаружения; статистическое моделирование.

В простейшей форме операция обнаружения – это задача проверки двух простых гипотез: нулевой гипотезы H_0 , когда данные относятся только к шуму, и альтернативной гипотезы H_1 , когда данные относятся к совместному воздействию сигнала и шума. При решении задачи обнаружения приемник вычисляет отношение правдоподобия [1], которое представляет собой отношение условных плотностей вероятностей для гипотез H_1 и H_0 .

При этом, например, в пассивных гидролокационных системах [2] приемная система наблюдателя работает периодически, каждый раз накапливая и обрабатывая сигнал в течение фиксированного времени T_0 (время разового наблюдения), за которое положение обнаруживаемого объекта и его скорость практически не изменяются. По истечении этого времени принимается решение об отсутствии или наличии сигнала.

За время T_0 система обнаружения наблюдает сигнал, состоящий либо из одного шума в случае отсутствия обнаруживаемого объекта, либо из аддитивной смеси помехи и полезного сигнала, порожденного объектом. Математической моделью входного сигнала системы обнаружения служит случайный процесс с определенными статистическими свойствами. Распределение этого процесса часто предполагается нормальным с нулевым математическим ожиданием как в случае одной помехи (гипотеза H_0), так и в случае смеси помехи с сигналом (гипотеза H_1). В этом случае приходится решать задачу обнаружения сигнала на фоне помехи, обладающей близкими к сигналу статистическими свойствами. Распределения вероятностей для шума и смеси полезного сигнала с шумом различаются только дисперсией (мощностью) наблюдаемого сигнала.

Модель обнаружения в этих задачах обычно представляется как энергетический порог, установленный над средним значением помехи, т.е. задается вероятность ложной тревоги $P_{лт}$ (энергетический критерий обнаружения) [1].

Задача входного фильтра, стоящего перед блоком принятия решения, – максимально «разделить» статистики H_0 и H_1 , используя различия в статистических и частотных параметрах шума и сигнала (согласованная фильтрация). В случае, когда таких различий (кроме различных дисперсий) нет или, например, частотный спектр сигнала неизвестен или изменяется случайным образом, целесообразно использовать фильтр на основе усеченной порядковой статистики (УПС-фильтр) [3–5].

1. Энергетический критерий обнаружения

Пусть на интервале $[0, T_0]$ наблюдается сигнал

$$X = \sum_{i=1}^n S^2(i\Delta t), \quad (1)$$

где $T_0 = n\Delta t$; $\Delta t = 1/2\Delta F$; Δt – интервал дискретизации по времени; ΔF – полоса пропускания входного фильтра системы обнаружения.

В случае дискретизации времени решение о наличии или отсутствии сигнала принимается по набору полученных в результате предварительной обработки значений n независимых гауссовских случайных величин S_1, S_2, \dots, S_n , имеющих нулевое математическое ожидание и одинаковую дисперсию σ^2 . Здесь $\sigma^2 = \sigma_{\text{ш}}^2$ в случае отсутствия сигнала ($\sigma_{\text{ш}}^2$ – дисперсия помехи) и $\sigma^2 = \sigma_{\text{ш}}^2 + \sigma_c^2$ в случае присутствия сигнала (σ_c^2 – дисперсия полезной составляющей).

При этих условиях оптимальным правилом решения является сравнение статистики (1) с порогом h . При заданном пороге h вероятность ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ и вероятность обнаружения $P_{\text{обн}}$ определяются соответственно равенствами

$$P_{\text{лт}} = \int_h^{\infty} f_0(x) dx, \quad P_{\text{обн}} = \int_h^{\infty} f_1(x) dx, \quad (2)$$

где $f_0(x)$ – плотность вероятности статистики X в случае отсутствия полезного сигнала, $f_1(x)$ – плотность вероятности статистики X в случае наличия полезного сигнала от объекта.

Статистику X можно представить в виде $X = \sigma^2 Z$, где Z – случайная величина, имеющая χ^2 -распределение с n степенями свободы, а $\sigma^2 = \sigma_{\text{ш}}^2$ в случае гипотезы H_0 и $\sigma^2 = \sigma_c^2 + \sigma_{\text{ш}}^2$ в случае альтернативы H_1 .

Плотность распределения статистики X для гауссовского процесса $S(t)$ описывается формулой

$$f_n(x) = \frac{1}{\sigma^2} k_n \left(\frac{x}{\sigma^2} \right), \quad x \geq 0, \quad (3)$$

где $k_n(\cdot)$ – плотность центрального χ^2 -распределения с n степенями свободы; σ^2 – дисперсия.

Функция распределения X

$$F_n(x) = \frac{1}{(2\sigma^2)^{n/2} \Gamma(n/2)} \int_0^x x^{n/2-1} e^{-x/2\sigma^2} dx = K_n(x/\sigma^2), \quad (4)$$

где $K_n(\cdot)$ – функция центрального χ^2 -распределения с n степенями свободы.

В рассматриваемой задаче проверки двух простых гипотез сигналы отличаются только дисперсиями:

$$\sigma_0^2 = 2n\sigma_{\text{ш}}^4 \text{ для } H_0, \quad \sigma_1^2 = 2n\sigma_{\text{ш}}^4(1 + \rho^2) \text{ для } H_1, \quad (5)$$

где $\rho = \sigma_c^2 / \sigma_{\text{ш}}^2$ – отношение сигнал/помеха в полосе ΔF .

Пусть h – порог обнаружения. Тогда вероятность ложной тревоги $P_{\text{лт}} = 1 - F_n(h / \sigma_0^2) = 1 - K_n(h)$,

а вероятность обнаружения $P_{\text{обн}} = 1 - F_n(h / \sigma_1^2) = 1 - K_n\left(\frac{h}{1 + \rho}\right)$.

Если аппроксимировать χ^2 -распределение нормальным распределением $N(\mu, \sigma^2)$, то для гипотезы H_0 : $N(\mu_0, \sigma_0^2)$, где $\mu_0 = n\sigma_{\text{ш}}^2$, $\sigma_0^2 = 2n\sigma_{\text{ш}}^4$, а для гипотезы H_1 : $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, где $\mu_1 = n\sigma_{\text{ш}}^2(1 + \rho)$, $\sigma_1^2 = 2n\sigma_{\text{ш}}^4(1 + \rho^2)$.

Для нормальных распределений удобным способом сравнения статистик H_0 и H_1 является использование коэффициента делимости [4]

$$\gamma = (\mu_1 - \mu_0) / (\sigma_0 + \sigma_1). \quad (6)$$

Очевидно, что чем больше γ , тем при заданном пороге больше $P_{\text{обн}}$.

2. Фильтр на основе усеченной порядковой статистики

В работах [4, 5] рассматриваются УПС-фильтры, реализуемые во временной [4] или частотной [5] областях.

Алгоритм работы УПС-фильтра следующий (T_0 – время наблюдения):

– T_0 разбивается на m одинаковых интервалов, в каждом из которых согласно (1) вычисляется последовательность выборок $\mathbf{X}_j \sim \{X_1, \dots, X_i, \dots, X_m\}$.

– Накапливается c оцениваемых выборок \mathbf{X}_j .

– По накопленным выборкам строится матрица \mathbf{X}_{ij} размерностью m строк на c столбцов (c – «глубина» матрицы памяти) – $\{X_1, \dots, X_i, \dots, X_m\}_j$, где $1 \leq j \leq c$.

– В каждом столбце матрицы \mathbf{X}_{ij} строится порядковая статистика $\mathbf{X}_{(i)j}$ ($1 \leq i \leq m$, $\mathbf{X}_{(i)j}$ – упорядоченные величины статистики X_i , такие, что $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(i)} \leq \dots \leq X_{(m)}$).

– В каждой строке полученной матрицы $\mathbf{X}_{(i)j}$ определяются оценки математических ожиданий (вектор \hat{m}) $\hat{m}_i = \frac{1}{c} \sum_{j=1}^c X_{(i)j}$, где $1 \leq i \leq m$.

– Порог отсека k (первый порог) определяется из условия

$$k = \arg \min_i |h_0 - \hat{m}_i|, \quad (7)$$

где $1 \leq i \leq m$, а h_0 определяется, как будет показано ниже, по формуле (10).

– Вычисляется оценка $W_j = \sum_{i=k}^m X_{(i)j}$

Таким образом, на выходе УПС-фильтра получаем последовательность отфильтрованных оценок W_j , задача обнаружения по которым решается по «классическому» алгоритму обнаружения (задача проверки двух гипотез).

УПС-фильтр работает по принципу скользящего окна, т.е. каждый новый вектор \mathbf{X}_j с индексом $c + 1$ вытесняет из матрицы $\mathbf{X}_{(i)j}$ вектор \mathbf{X}_j с индексом 1.

В отличие от алгоритма проверки двух гипотез, для реализации предлагаемого алгоритма обнаружения необходимо предварительное накопление выборок $\{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_i, \dots, \mathbf{X}_m\}_j$, где $1 \leq j \leq c$, что приводит к задержке в принятии решения на время $T = jT_0$, где $1 \leq j \leq c$. Такая задержка во многих задачах не является существенной.

Следует подчеркнуть, что если в алгоритме проверки двух простых гипотез для принятия решения используется только вектор \mathbf{X} , то в рассматриваемом алгоритме – матрица $\mathbf{X}_{(i)j}$, в которой текущий вектор \mathbf{X}_j является одним из столбцов.

3. Моменты усеченной порядковой статистики

Работа УПС-фильтра основана на свойствах порядковых статистик [6].

Рассмотрим выборку, состоящую из m случайных величин $X_i: \{X_1, \dots, X_i, \dots, X_m\}$. Пусть случайная величина X_i описывается плотностью распределения (3) и функцией распределения (4). Вычислим моменты случайной величины $W = \sum_{i=k}^m X_{(i)}$, где $X_{(i)}$, $1 \leq i \leq m$, – упорядоченные величины (порядковые статистики) статистики X_i , такие что $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(i)} \leq \dots \leq X_{(m)}$. Если случайные величины X_i статистически независимы и одинаково распределены, то случайные величины $X_{(i)}$ зависимы из-за неравенств между ними. В дальнейшем будем называть статистику W усеченной порядковой статистикой (УПС), а параметр k – порогом отсека.

В работе [6] приведены в общем виде выражения для вычисления моментов порядковых статистик, используя которые в работе [4] для $X_{(i)}$ выведены формулы вычисления математического ожидания μ_j , дисперсии σ_j^2 и ковариации σ_{jk} порядковых статистик для χ^2 -распределения.

Математическое ожидание случайной величины W определяется по формуле

$$\mu_w(k) = \sum_{j=k}^m \mu_j, \quad 1 \leq k \leq m, \quad (8)$$

а дисперсия с учетом зависимости случайных величин $X_{(i)}$ [7]:

$$\sigma_w^2(k) = \sum_{l=k}^m \sigma_l^2 + 2 \sum_{k \leq j < l \leq m} \sigma_{jl}, \quad 1 \leq k \leq m, \quad (9)$$

и в силу центральной предельной теоремы при достаточно больших значениях m ее функция плотности распределения также нормализуется: $W \sim N(\mu_w, \sigma_w^2)$.

Таким образом, если на вход УПС-фильтра поступает процесс $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$, то на выходе – процесс $W \sim N(\mu_w, \sigma_w^2)$.

При решении задачи проверки двух гипотез для входного процесса X коэффициент разделимости γ_x определяется по (6). В работе [4] показано, что для выходного процесса W коэффициент разделимости γ_w будет зависеть от порога k и принимает максимальное значение при k , близком к медиане математического ожидания плотности вероятности шума (3). При этом $\gamma_w > \gamma_z$.

Аналитические исследования статистических свойств случайной величины W очень сложны, поэтому большинство последующих результатов получено на ПК с использованием символьного программирования в среде MATLAB (для малых значений m и n) и статистического моделирования [4, 5].

Как уже указывалось выше, известными параметрами являются только статистические свойства помехи, а именно математическое ожидание μ_0 и дисперсия σ_0^2 (см. уравнения (5)). Поэтому порог h_0 определяется согласно формуле (2) из следующего уравнения:

$$\alpha = \int_0^{h_0} f_{ш}(x) dx = \frac{1}{2^{n/2} \sigma_0^n \Gamma(n/2)} \int_0^{h_0} x^{n/2-1} e^{-x^2/2\sigma_0^2} dx, \quad (10)$$

где α – заданный квантиль, который должен быть близок к медиане шума, чтобы обеспечить максимальное значение коэффициента разделимости γ .

4. Применение УПС в задачах обнаружения подвижного объекта

Сравним рассмотренные выше алгоритмы («классический» и на основе УПС) на примере обработки гидроакустической информации в пассивном режиме [8]. Рассмотрим задачу обнаружения подвижного объекта (ПО) неподвижным наблюдателем (НН).

При обработке гидроакустической информации в пассивном режиме обнаружение осуществляется по результатам обработки излученного объектом и принятого наблюдателем сигнала при наличии помех. Решение о наличии или отсутствии сигнала от объекта принимается наблюдателем периодически, после предварительной обработки поступившей на интервале наблюдения (накопления) длительностью T_0 реализации гауссовских случайных величин $S_1, \dots, S_i, \dots, S_n$ с нулевым математическим ожиданием. Обозначим символом $\sigma_{ш}^2$ дисперсию помех на входе наблюдателя, символом $\sigma_c^2 = \sigma_c^2(v, D)$ – дисперсию сигнала, излученного движущимся объектом и поступившего на вход наблюдателя, зависящую от текущей скорости движения объекта v и текущего расстояния D между ним и наблюдателем. При отсутствии сигнала от объекта случайные величины S_i имеют дисперсию $\sigma_{ш}^2$, при наличии сигнала от объекта – дисперсию $\sigma_c^2 + \sigma_{ш}^2$.

Таким образом, задача обработки гидроакустической информации в пассивном режиме полностью описывается моделью, использующей энергетический критерий обнаружения, а система обнаружения описывается рассмотренной выше моделью задачи проверки двух простых гипотез [1].

Как показано в [9], вероятность обнаружения ПО определяется по формуле

$$P_{\text{обн}}(v, D) = 1 - F_N \left(\frac{h_\alpha}{\rho(v, D) + 1} \right), \quad (12)$$

где h_α квантиль уровня $(1 - \alpha)$ для χ^2 -распределения с N степенями свободы, $N = 2T_0\Delta F$, $\alpha = P_{\text{лт}}$ – вероятность ложной тревоги.

Сравним вероятности обнаружения для задачи проверки двух простых гипотез и для задачи обнаружения с использованием УПС-фильтра.

Для заданной вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ вероятности обнаружения в зависимости от дистанции D для «классической» задачи определяются по формуле (12) – обозначим их как $P_{\text{обн}}^Z(v, D)$.

В случае использования в задаче обнаружения УПС-фильтра первоначально нужно сформировать матрицу $\mathbf{X}_{(ij)}$. Для этого входной сигнал длительностью T_0 разбивается на m фрагментов, причем разбиение может происходить как во временной [4], так и в частотной [5] области. В результате каждый из m фрагментов имеет плотность вероятности, описываемую χ^2 -распределением с $n = N/m$ степенями свободы. Формулы (8) и (9) позволяют рассчитать математическое ожидание μ_0 и дисперсию σ_0^2 помехи для УПС W по известным параметрам помехи Z и заданному порогу отсечения k . «Потенциальные» вероятности обнаружения $P_{\text{обн}}^W(v, D)$ на каждом интервале усреднения зависят от отношения сигнал/помеха ρ , которое используется в формуле (12). Зная ρ , по формулам (5), (8) и (9) можно рассчитать μ_1 и σ_1^2 . Здесь используется термин «потенциальные» вероятности обнаружения, так как по определению УПС W , как уже указывалось выше, необходимо вычислить оценку \hat{m}_k , для чего надо обеспечить условие $k = \text{const}$ для достаточно большого числа реализаций с $\rho = \text{const}$. В рассматриваемой задаче, как следует из формулы (12), ρ является переменным и неизвестным параметром. Поэтому под «потенциальной» вероятностью обнаружения здесь понимается вероятностью обнаружения, которая могла бы быть достигнута, если бы условие $\rho = \text{const}$ выполнялось для достаточно большого числа реализаций.

При использовании гауссовского приближения для гипотезы H_0 при заданной вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ квантиль h_0 уровня $(1 - P_{\text{лт}})$ определяется из решения уравнения

$$P_{\text{лт}} = 1 - \Phi((h_0 - m_0)/\sigma_0), \quad (13)$$

а для гипотезы H_1 вероятность обнаружения $P_{\text{обн}}$ – из уравнения

$$P_{\text{обн}} = 1 - \Phi((h_0 - m_1)/\sigma_1), \quad (14)$$

где $\Phi(\bullet)$ – функция нормального распределения.

На каждом интервале наблюдения T_0 новый вектор \mathbf{X}_j заносится в матрицу $\mathbf{X}_{(ij)}$ «глубиной» c , по формуле (7) вычисляются порог отсечения k (первый порог) и оценка W_j , которая сравнивается с порогом h_0 (второй порог). Для заданной вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ по формулам (13) и (14) рассчитываются вероятности обнаружения в зависимости от дистанции $D - P_{\text{обн}}^W(v, d)$.

Если для «классической» задачи проверки двух гипотез все параметры модели могут быть рассчитаны аналитически, то для задачи проверки двух гипотез с использованием УПС из-за сложности модели (при больших n и m) все параметры модели могут быть рассчитаны только путем математического моделирования.

5. Результаты моделирования

Целями моделирования были:

- сравнительный анализ (там, где это возможно) статистических параметров статистик Z и W , рассчитанных по результатам теоретических расчетов и по результатам моделирования на ЭВМ;
- для алгоритма обнаружения, основанного на УПС, по результатам моделирования на ЭВМ проводилось сравнение оценок вероятности обнаружения с оценками вероятности обнаружения для «классического» алгоритма.

Математическая модель содержит генераторы случайных чисел, имеющих χ^2 -распределения с n степенями свободы и дисперсиями $\sigma_{ш}^2$ и $\sigma_c^2 + \sigma_{ш}^2$ для гипотез H_0 и H_1 соответственно. Согласно приведенным выше формулам генерируются случайные величины Z и W . Для гипотез H_0 и H_1 набираются статистики для случайных величин Z и W , по которым строятся оценки $\hat{\mu}_{Z0}$, $\hat{\sigma}_{Z0}^2$ и $\hat{\mu}_{W0}$, $\hat{\sigma}_{W0}^2$ для гипотезы H_0 и $\hat{\mu}_{Z1}$, $\hat{\sigma}_{Z1}^2$ и $\hat{\mu}_{W1}$, $\hat{\sigma}_{W1}^2$ для гипотезы H_1 . По этим оценкам для заданной вероятности ложной тревоги $P_{лт}$ по формулам (13) и (14) определяется вероятность обнаружения $P_{обн}$.

На рис. 1 приведены результаты математического моделирования случайных процессов Z и W , а именно: теоретические значения плотностей $f_Z(\sigma_n)$, $f_Z(\sigma_{n+s})$ и $f_W(\sigma_n)$, $f_W(\sigma_{n+s})$ и их нормированные гистограммы, построенные по математической модели.

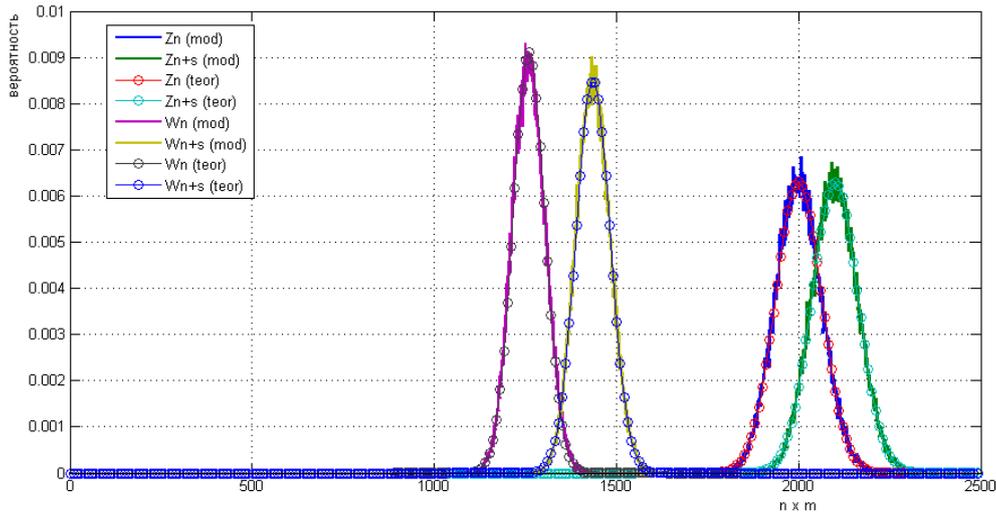


Рис. 1. Плотности вероятности процессов Z и W и их гистограммы для гипотез H_0 и H_1
 Fig. 1. Probability densities of Z and W processes and their histograms for hypotheses H_0 and H_1

Параметры модели имеют следующие значения: $n = 20$, $m = 100$, $\rho = 0,05$, первый порог равен медиане порядковой статистики $X_{(i)}$, $k = 19,34$. (Размеры массивов для построения гистограмм – 100 000). На рис. 1 хорошо видно, что использование УПС-фильтра привело к существенному увеличению разделимости случайных процессов на входе (Z) и выходе (W) УПС-фильтра. Коэффициенты разделимости γ , полученные при моделировании: $\gamma_Z = 0,048$ и $\gamma_W = 0,386$, что близко к теоретическим значениям. Наблюдается достаточно близкое совпадение между теоретическими и модельными результатами. Следовательно, результаты, полученные при моделировании, могут быть использованы в качестве оценок в тех случаях, когда теоретические параметры рассчитать сложно.

На рис. 1 приняты следующие обозначения:

- $Zn(teor)$ и $Zn(mod)$ – теоретическая плотность вероятности и ее гистограмма для шума на входе УПС-фильтра – $Z_{ш}$;
- $Zn + s(teor)$ и $Zn + s(mod)$ – теоретическая плотность вероятности и ее гистограмма для смеси сигнала и шума на входе УПС-фильтра – $Z_{ш+c}$;
- $Wn(teor)$ и $Wn(mod)$ – теоретическая плотность вероятности и ее гистограмма для шума на выходе УПС-фильтра – $W_{ш}$;
- $Wn + s(teor)$ и $Wn + s(mod)$ – теоретическая плотность вероятности и ее гистограмма для смеси сигнала и шума на выходе УПС-фильтра – $W_{ш+c}$.

На рис. 2 (пример взят из [4]) приведены результаты математического моделирования среднего квадратического отклонения УПС W в зависимости от «глубины» (числа столбцов) памяти c , содержащей матрицу порядковых статистик $X_{(ij)}$ для следующих значений параметров: $n = 8$, $m = 100$. При $c = 1$ $\sigma_W > \sigma_Z$, затем σ_W спадает и уже при $c > 4$ $\sigma_W < \sigma_Z$ и быстро стремится к своему «потенциальному» значению, т.е. к значению, когда «глубина» памяти велика.

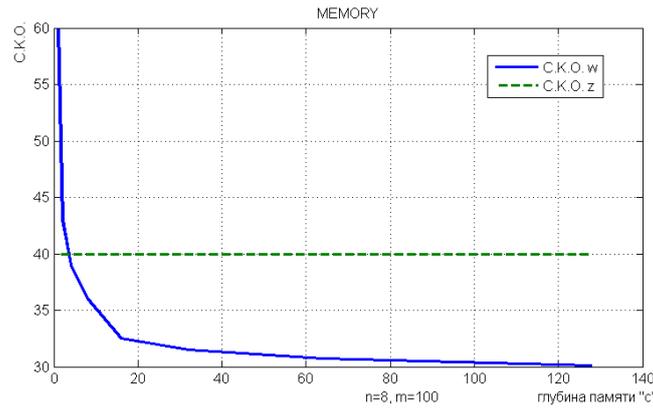


Рис. 2. Зависимость σ_w от числа столбцов памяти c
 Fig. 2. The dependence of σ_w on the number of columns of memory c

Далее приведены результаты моделирования системы обнаружения, реализующей «классический» (однопороговый) алгоритм, и системы обнаружения, реализующей алгоритм на основе УПС (двухпороговый).

Моделирование проводилось при следующих предположениях:

- ПО пересекает район, контролируемый НН, двигаясь прямолинейно с постоянной скоростью;
- число независимых интервалов наблюдения за время прохождения трассы $K = 80$;
- закон изменения интенсивности излучаемого ПО сигнала в зависимости от скорости – квадратичный;
- закон затухания сигнала в среде – сферический;
- суммарное число степеней свободы $N = nm = 2000$.

На рис. 3 приведены зависимости вероятности обнаружения $P_{\text{обн}}$ от дистанции D (т.е. от отношения сигнал/помеха ρ (см. уравнение (12)) для однопорогового и двухпорогового алгоритмов для «глубины» памяти $c = 4$ и $c = 8$. Параметры модели имеют следующие значения: $n = 20$, $m = 100$, $P_{\text{лт}} = 0,005$, первый порог равен медиане статистики X_i для помехи (в формуле (10) $\alpha = 0,5$). Размеры массивов для набора статистик – 100 000.

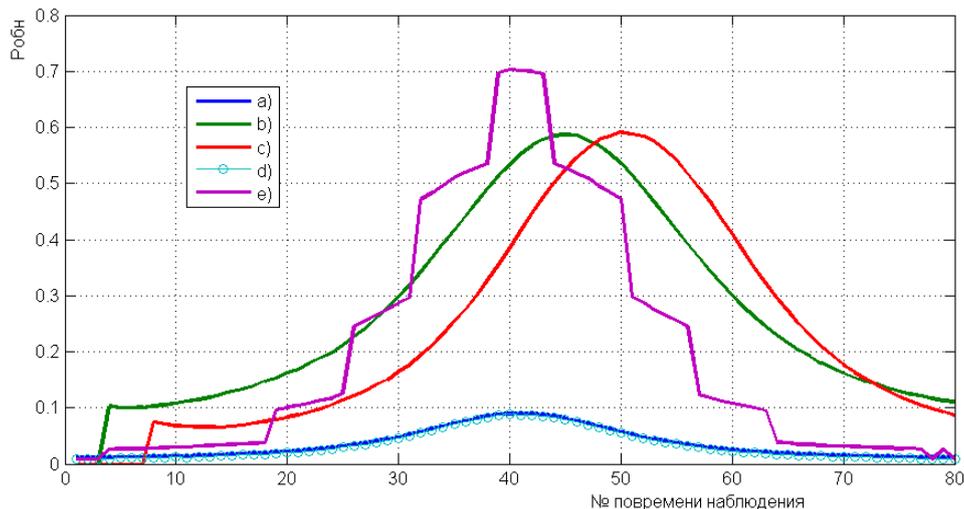


Рис. 3. Зависимости вероятностей обнаружения $P_{\text{обн}}$ от дистанции D
 Fig. 3. Dependence of the probability of detecting P_{det} from the distance D

На рис. 3 приняты следующие обозначения:

- a) – оценки $P_{\text{обн}}$ для однопорогового алгоритма, полученные на модели;
- b) – оценки $P_{\text{обн}}$ для двухпорогового алгоритма, полученные на модели ($c = 4$);

с) – оценки $P_{\text{обн}}$ для двухпорогового алгоритма, полученные на модели ($c = 8$);

d) – теоретическая $P_{\text{обн}}$ для однопорогового алгоритма;

e) – оценки «потенциальной» $P_{\text{обн}}$ для двухпорогового алгоритма, полученные на модели.

Сдвиг начала графиков «b» и «с» определяется временем заполнения матрицы $\mathbf{X}_{(ij)} - c = 4$ или 8.

Сдвиг максимума графиков «b» и «с» относительно максимума графика «d» определяется «глубиной» памяти – $c = 4$ или 8.

Значение максимума графика «с» ($c = 8$) больше максимума графика «b» ($c = 4$), но меньше максимума графика «e», что соответствует данным, приведенным на рис. 2.

График «e» «потенциальной» $P_{\text{обн}}$ имеет ступенчатый вид, так как согласно формуле (7) при изменении \hat{m}_k изменение индекса суммирования k происходит «скачком» на $k + 1$ или $k - 1$ и,

следовательно, «скачком» происходит изменение оценки $W_j = \sum_{i=k}^m X_{(ij)}$.

Заключение

Исследован алгоритм обнаружения сигналов на фоне шума, основанный на свойствах усеченных порядковых статистик, который позволяет обеспечить большую вероятность обнаружения $P_{\text{обн}}$ при заданной вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ по сравнению с «классическим» алгоритмом проверки двух гипотез. Выигрыш достигается за счет введения дополнительного порога, отсекающего малые значения обрабатываемого сигнала, и использования для построения оценки этого порога информации, не используемой в «классическом» алгоритме и содержащейся в предыдущих реализациях сигнала.

Приводятся результаты математического моделирования. Показано, что применение алгоритма на основе УПС (двухпорогового) в задаче обнаружения ПО неподвижным наблюдателем позволяет обеспечить существенно большую вероятность обнаружения $P_{\text{обн}}$ при заданной вероятности ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ по сравнению с «классическим» алгоритмом проверки двух гипотез или при фиксированных вероятностях обнаружения $P_{\text{обн}}$ и ложной тревоги $P_{\text{лт}}$ обеспечить перекрытие заданного района меньшим количеством неподвижных наблюдателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М. : Сов. радио, 1968. Т. 2. 504 с.
2. Urick R.J. Principles of underwater sound. McGraw-Hill Book Company, 1975. 445 p.
3. Рудько И.М. Статистические свойства суммы членов усеченного вариационного ряда // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2013. № 1 (22). С. 124–130.
4. Рудько И.М. Применение порядковых статистик в задачах обнаружения // Управление большими системами. М. : ИПУ РАН, 2012. Вып. 37. С. 63–83.
5. Рудько И.М. Применение порядковых статистик в задачах обнаружения в частотной области // Управление большими системами. М. : ИПУ РАН, 2016. Вып. 62. С. 6–29.
6. David H.A., Nagaraja H.N. Order Statistics. Wiley Series in Probability and Statistics, 2003. 458 p.
7. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М. : Сов. радио, 1969. Т. 1. 752 с.
8. Burdic W.S. Acoustic system analysis. Englewood Cliffs, NJ : Prentice Hall Inc., 1984. V. 392.
9. Абрамянц Т.Г., Галяев А.А., Маслов Е.П., Рудько И.М., Яхно В.П. Уклонение подвижного объекта в конфликтной среде от обнаружения системой разнородных наблюдателей // Проблемы управления. 2015. № 2. С. 31–37.

Поступила в редакцию 12 марта 2019 г.

Rudko I.M. (2019) DETECTION OF MOVING OBJECT USING ORDER STATISTICS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 48. pp. 42–50

DOI: 10.17223/19988605/48/5

There are known problems of detecting a signal in the background noise, in which the statistical properties of the signal and noise are the same and their only difference are the energies (variances). In its simplest form, a detection operation is the task of testing two statistical hypotheses: null hypothesis H_0 - data refer only to noise and alternative hypothesis H_1 - data refer to the combined effect of signal and noise. The detection model in these tasks is usually represented as an energy threshold set above the average interference value. The literature also describes the algorithm for detecting signals in the background of noise, based on the statistical properties of truncated order statistics (TOS-filter).

The purpose: a comparison of the results of the detection of a moving object by a fixed observer using the “classical” problem of testing two hypotheses and for the problem of detection using a TOS -filter.

Methods: if for the “classical” problem of testing two hypotheses all the parameters of the model can be calculated analytically, then for the task of testing two hypotheses using the TOS, due to the complexity of the analytical model, all the parameters of the model can be calculated only by statistical simulation of the TOS filter, which is implemented very simply.

The author is not aware of works in which order statistics would be applied to detection tasks. According to the results of statistical simulation of the probability of detecting a moving object crossing an area controlled by a fixed observer, it is shown that using an TOS filter provides a gain compared to the “classical” task of testing two hypotheses. The gain is achieved due to the fact that if the “classical” algorithm for decision-making uses only vector X (a single observation act), then the proposed algorithm has a matrix $X_{(i)j}$, in which the current vector X_j is one of the columns. The TOS filter works on the principle of a sliding window, each new vector X_j with the index $c + 1$ (c is the number of columns of the matrix) displaces the vector X_j with the index 1 from the matrix $X_{(i)j}$. The fact that for a moving object the distance to the observer changes (signal/noise ratio changes) imposes restrictions on the time of the single act of observation T_0 and on the value of c .

The use of an TOS-based (two-threshold) algorithm in the problem of detecting a moving object by a stationary observer allows you to provide a significantly higher probability of detection P_{det} at a given probability of false alarm P_{fal} compared to the “classical” algorithm for testing two hypotheses or with fixed probabilities of detecting P_{det} and a false alarm T_0 to ensure overlap of a given area with a smaller number of fixed observers.

Keywords: order statistics; statistical hypotheses testing; detection systems; statistical simulation.

RUDKO Igor Mikhailovich (Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation).
E-mail: igor-rudko@mail.ru

REFERENCES

1. Levin, B.R. (1969) *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical foundations of statistical radio engineering]. Vol.1. Moscow: Sovetskoe radio.
2. Urick, R.J. (1975) *Principles of Underwater Sound*. McGraw– Hill Book Company.
3. Rudko, I.M. (2013) Statistical properties of the sum of members of truncated variational series. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 1(22). pp. 124–130. (In Russian).
4. Rudko, I.M. (2014) Applying Order Statistics to Detection Problems. *Automation and Remote Control*. 75(7). pp. 152–166. DOI: 10.1134/S0005117914010123
5. Rudko, I.M. (2016) Applying order statistics to detection problems in the frequency domain. *Upravlenie Bol'shimi Sistemami*. 62(3). pp. 6–29. (In Russian).
6. David, H.A. & Nagaraja, H.N. (2003) *Order Statistics*. Wiley Series in Probability and Statistics.
7. Levin, B.R. (1968) *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical foundations of statistical radio engineering]. Vol.2. Moscow: Sovetskoe radio.
8. Burdic, W.S. (1984) *Acoustic System Analysis*. Vol. 392. Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs.
9. Abramyantz, T.G., Galiaev, A.A., Maslov, E.P., Rudko, I.M. & Yakhno, V.P. (2017) Evasion of a Moving Object from Detection by a System of Heterogeneous Observers in the Threat Environment. *Automation and Remote Control*. 78(4). pp. 714–723. DOI: 10.1134/S0005117917040129