

УДК 165.171

DOI: 10.17223/1998863X/55/4

А.С. Хромченко

ХОЛИЗМ И ПРИРОДА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Рассматриваются онтологические и эпистемологические предпосылки принятия аргумента Куайна–Патнэма о неустранимости математики из естественных наук, который служит самым распространенным обоснованием математического платонизма. Принимая во внимание прагматический аспект философии Куайна, в работе осуществляется нетривиальная попытка сохранить данный аргумент, отказавшись от его платонистических следствий.

Ключевые слова: аргумент о неустранимости математики, семантический холизм, подтверждающий холизм, натурализм, прагматизм.

Онтология и эпистемология математического платонизма берут свое начало из того на первый взгляд неоспоримого факта, что математика является неустранимой из наших научных теорий. В противовес математическому платонизму попытки номиналистических интерпретаций научных теорий направлены против аргумента о неустранимости математики из науки и пытаются ответить на вопрос, возможно ли понять и объяснить применение математики без предположения о существовании математических объектов. Способом достижения этой цели служит демонстрация того, что наука может обходиться без математики и иметь свое выражение в виде системы номиналистических суждений, которые не пересекаются во внелогическом содержании с математической теорией и не предполагают никаких сущностей, содержащихся в математических теориях.

В своей работе «Наука без чисел» Хартри Филд пытается показать и обосновать принципиальную возможность и даже необходимость номиналистической переформулировки существующих физических теорий. Он утверждает, что исключение абстрактных математических сущностей из науки не просто возможно, но и является единственным способом реализации адекватного методологического принципа, согласно которому в основе любого внешнего объяснения лежит объяснение внутреннее. По его мнению, каждая физическая теория должна иметь свое номиналистическое выражение прежде, чем прибегать к объяснению с помощью математики. Для обоснования возможности номиналистических интерпретаций научных теорий необходимо доказать, что математика не участвует в дедуцировании выводов о наблюдаемых объектах. Это доказательство, согласно Хартри Филду, заключается в принципе консервативного расширения теории: любое номиналистическое утверждение является следствием *только* номиналистического каркаса утверждений используемой теории. То есть любое следствие научной, например физической, теории может быть получено без применения математики [1. Р. 12].

Хартри Филд заявляет, что этот принцип имеет те же квазииндуктивные основания, которые мы имеем для убеждения в непротиворечивости матема-

тики. По мнению автора, большинство из нас убеждено, что математика независима от опыта, априорна или истинна во всех возможных мирах. Если математика имеет априорный характер и истинна во всех возможных мирах, то любое следствие математической теории S должно быть логически непротиворечивым. Это означает, что конкретные результаты о конкретных сущностях не могут быть следствиями математических теорий, поскольку утверждения о конкретных физических объектах не могут оцениваться с точки зрения логической истинности в отличие от математических суждений. Истинность той или иной математической теории в случае, когда номиналистическое утверждение является следствием научной теории, в которой используется математика, и не является следствием номиналистического каркаса утверждений этой теории, зависит от фактических утверждений, что противоречит убеждению о независимости математики от опыта. Для того чтобы доказать, что математика не является консервативной, необходимо доказать, что она апостериорна и содержит данные о конкретных предметах или что она логически противоречива [1. Р. 14–15].

Естественно, принцип консервативности имеет метафизическое обоснование и может быть оспорен. Тем не менее, если мы сможем показать, что какая-либо физическая теория может быть выражена без помощи математики с сохранением всех результатов этой теории, мы сможем открыто заявить принципиальную *возможность* устранения математики из науки. Последнее бы означало, что не существует независимого от мышления мира идей или математических объектов, который мы открываем в процессе познания и который овеществляется в физической реальности. Однако для опровержения математического платонизма достаточно показать, что аргумент о неустранимости математики, который является единственным его обоснованием, не имеет платонистических следствий.

Эксплицитная формулировка аргумента о неустранимости математики из естественных наук принадлежит Марку Коливану и выглядит следующим образом:

Р(1) Мы должны иметь онтологические обязательства, или онтологическую приверженность (*ontological commitment*), *только* перед *всеми* теми сущностями, которые являются неустранимыми (*indispensable*) из наших лучших научных теорий.

Р(2) Математические сущности являются неустранимыми из наших лучших научных теорий.

Поэтому

С(1) Мы должны иметь онтологические обязательства перед математическими сущностями [2. Р. 11].

Согласно аргументу о неустранимости, существование математических объектов, таких как числа, функции, интегралы и многое другое, необходимо признать наравне с существованием таких теоретических сущностей, как, например, поле, частица или волна. Коливан утверждает, что посылки аргумента имеют поддержку в виде доктрин натурализма и подтверждающего холизма Куайна [Ibid. Р. 12].

Согласно интерпретации Коливана, доктрина натурализма Куайна возникает из глубокого уважения к научной методологии и признания неоспоримого успеха этой методологии как способа ответа на фундаментальные вопросы о

природе вещей. Это означает, что с целью построения онтологии мы должны обращаться только к нашим лучшим научным теориям, и философия в этом вопросе не должна иметь привилегированного положения. Наоборот, философия во всех ее проявлениях должна согласовываться с научными фактами и быть продолжением научных исканий [2. Р. 22–26]. Таким образом, натурализм дает нам основание верить в те сущности, которые описываются лучшими научными теориями, и запрещает верить в любые другие. Эта доктрина оправдывает наличие слова «*только*» в первой посылке аргумента о неустрашимости математики. Однако натурализм не обязывает верить в существование *всех* сущностей, описанных научными теориями. И именно здесь, по мнению Коливана, на первый план выходит доктрина холлизма [Ibid. Р. 13].

Марк Коливан различает два вида холлизма в философии Куайна: семантический и подтверждающий [Ibid. Р. 33–37]. Семантический холлизм подразумевает, что значение выражений нельзя рассматривать вне всего массива языка или хотя бы большого его фрагмента [3. С. 23–24]. Однако для Коливана важен именно подтверждающий холлизм, согласно которому единицей подтверждения или опровержения является не единичная гипотеза, а, скорее, некоторый существенный массив научных гипотез [2. Р. 34–35]. Причем можно привести довольно веские аргументы в пользу того, что в некоторых случаях эта большая совокупность гипотез является целой научной теорией. Например, если посмотреть, каким образом вытесняли друг друга теории Кеплера и Птолемея, Эйнштейна и Ньютона, Дарвина и Аристотеля. Соответственно, необходимо признать, что если научная теория подтверждается эмпирическими фактами, то подтверждается вся теория в целом, включая ее математические компоненты. Таким образом, при обосновании реалистической веры в математические компоненты теории апеллируют к тем же самым доказательствам, что и при обосновании эмпирической части теории, т.е. онтологическое признание математических объектов обосновывается теми же эпистемическими средствами, что и вся научная теория в целом. Эта доктрина оправдывает наличие слова «*всеми*» в первой посылке аргумента [Ibid. Р. 37–38]. Так, натурализм и холлизм обосновывают аргумент о неустрашимости математики, который, в свою очередь, по мнению Коливана, является основным мотивом приверженности математическому платонизму [4. Р. 1].

Доктрина холлизма, как правильно отмечает в своих работах Коливан, является следствием рассмотрения Куайном ряда лингвистических проблем, в том числе проблемы радикального перевода и проблемы различения аналитических и синтетических суждений. Если мы принимаем те выводы Куайна, которые он делает в связи с разрешением этих проблем, то мы обязаны принять его теорию референции и доктрину семантического холлизма, одним из следствий которой как раз является рассмотрение науки как единого целого. Различение семантического и подтверждающего холлизма является гипотезой Коливана и искажает онтологию Куайна. Семантический холлизм Куайна и его теория референции не допускают существования независимых от нашего сознания платонистических объектов, а потому Коливан очень выборочно относится к некоторым положениям философии Куайна. Для того чтобы сделать корректные онтологические выводы, опираясь на аргумент о неустрашимости математики, необходимо более подробно рассмотреть предпосылки и следствия принятия этого аргумента.

Как было упомянуто выше, доктрина семантического холизма является, помимо прочего, следствием проблемы различения аналитических и синтетических суждений. Различение аналитических и синтетических истин кажется естественным в свете понимания того, что истина зависит как от языка, так и от внелингвистических фактов. Соответственно, естественно предположить, что в некоторых высказываниях зависимость от фактов сведена к минимуму, а потому они являются аналитическими. Однако Куайн утверждает, что граница между аналитическими и синтетическими высказываниями не была проведена и, более того, проведена быть не может. Невозможно это в силу того, что понятие «аналитичность» не определимо ни с помощью понятий значения и когнитивной синонимии, поскольку нет никаких гарантий, что совпадение по объему выражений опирается скорее на значение, нежели на какие-то случайные эмпирические обстоятельства, ни с помощью понятия необходимости, ни даже с помощью семантических правил искусственного языка. Оно используется нами крайне интуитивно и метафорично, и нет никаких лингвистических средств, которые бы позволили нам определить понятие и критерий аналитичности [5. С. 45–67].

Предположение Куайна заключается в том, что говорить о лингвистической и фактической компонентах каждого отдельного предложения бессмысленно. Наука, взятая в целом, испытывает одновременную зависимость и от языка, и от опыта, и эта двойственность не может осмысленно проследиваться до высказываний, взятых по отдельности [Там же. С. 74]. Согласно метафоре самого Куайна, наука является некоторым силовым полем, которое взаимодействует с опытом только на периферии. Центральная часть этого поля представляет собой набор более теоретических высказываний математики, логики или онтологии. Конфликт между нашим знанием и опытом приводит к переустройству некоторых элементов системы, приходится перераспределять истинностное значение некоторых высказываний. Естественно, мы склонны к тому, чтобы как можно меньше подвергать систему изменениям, поэтому сосредоточиваем исправления на более эмпирически специфичных высказываниях, отчего создается впечатление, что они обладают определенной выраженной эмпирической референцией. Однако центральные элементы системы и даже высказывания о логических взаимосвязях самих элементов точно так же могут быть подвержены изменениям при обнаружении противоречивого опыта. Соответственно, вся наука в целом, с одной стороны, зависит от опыта, но, с другой стороны, определяется не только им [Там же. С. 75–77].

Последняя метафора действительно может быть интерпретирована в духе «подтверждающего холизма» Коливана: весь наш эмпирический опыт подтверждает всю систему научного знания в целом, включая ее математические компоненты. Однако для принятия такой холистической картины необходимо принять и предпосылку о невозможности различения аналитических и синтетических суждений, что противоречит взглядам математического платонизма. Коливан признает, что математическая и эмпирическая лексика тесно связаны в наших лучших научных теориях, и он утверждает: чтобы опровергнуть подтверждающий холизм, необходимо по крайней мере отделить одну лексику от другой [2. С. 37]. Однако признание спутанности научной лексики не означает отказа от идеи, что математический и логический языки

отличаются по своей природе от эмпирического языка. Проведенное Коливаном различие между семантическим и подтверждающим холлизмом и отказ говорить о семантическом холлизме в контексте аргумента о неустранимости математики служат его личному интересу в оправдании математического платонизма.

Принятие семантического холлизма также означает принятие специфической теории референции Куайна. Дело в том, что особенности теории референции Куайна, в частности перенятая им теория дескрипций Рассела, позволяют ограничить нашу онтологию от *любых* нежелательных сущностей, в том числе от абстрактных математических объектов. Проблема радикального перевода, которую ясно обозначил Куайн, показала, что знания невербального значения предложения наблюдения недостаточно для перевода или даже понимания термина, который обозначает объект. Мы постулируем объекты только тогда, когда вовлекаем обозначающий их термин в подходящее взаимодействие со всем аппаратом нашего языка: артиклями, местоимениями, идиомами предикации и квантификации. Вопрос, считать ли языковую единицу термином, решается на основе соображений систематической *эффективности* ее использования в качестве термина [3. С. 176–177].

Объекты, которые мы признаем существующими, согласно Куайну, это именно те объекты, которые являются референтами связанной переменной квантификации [6. С. 36]. Вопрос о том, считать ли математические объекты сущностями, является вопросом о том, проводить ли квантификацию относительно переменных, которые имеют своим значением математические объекты (числа, классы, функции и т.д.). Стоит отметить, что вопрос о существовании каких угодно объектов, абстрактных или физических, решается в рамках научной теории, а не в рамках ее формализации. Каким образом формализовать теории и что ставить на место связанных переменных – это вопросы, которые должны решаться учеными с целью исключения неправильных интерпретаций их теории [Там же. С. 40]. Это оставляет возможность формулировать научные теории так, чтобы в них не содержалось отсылок на абстрактные сущности. Тем не менее Куайн придерживается мнения, что онтологическое допущение этих объектов является вопросом практического *удобства* концептуальной схемы науки [5. С. 79–80].

И физические, и математические сущности концептуально вводятся в теорию как удобные посредники между явлением и нашим пониманием этого явления. Говорить о том, что, в отличие от математики, существование физических объектов подтверждается опытом, в онтологии Куайна бессмысленно. Как бессмысленно и само различие природы математических и физических объектов, коль скоро мы не можем провести границу между аналитическими и синтетическими высказываниями. По сути, все концептуальное содержание науки, по мнению Куайна, является *человеческой конструкцией*, которая подвержена постоянному переустройству, и единственной целью этой конструкции является осмысление опыта. Поэтому то, как будет выглядеть эта концептуальная схема, зависит только от опыта и особенностей языка, с помощью которого происходит концептуализация опыта [Там же. С. 75–77]. Соответственно, математические объекты не являются *необходимыми* и *независимыми от сознания* сущностями. Математика действительно является неустранимой, но только до тех пор, пока нам удобно с ее помощью осмыслять

наш опыт. Естественно, такая интерпретация аргумента о неустранимости исключает все его платонистические следствия.

Математику действительно можно рассматривать как равносильный другим наукам инструмент осмысления опыта. Соответственно, мы можем признавать неустранимость математических объектов из научного описания мира, поскольку признаем, что математика – это часть той сложной концептуальной схемы, которую мы создаем для осмысления физических явлений. Таким образом, у нас имеется достаточный набор аргументов для того, чтобы сохранить аргумент о неустранимости математики, отказавшись при этом от его платонистических следствий. Тем самым мы вправе отказаться от необходимости номиналистических интерпретаций науки с целью ограничения нашей онтологии. Вероятно, предложенная Куайном идея о природе математического знания не исчерпывает вопросов о том, почему наши мыслительные конструкции находятся в некотором соответствии с реальностью и насколько адекватно наше описание этой реальности. Тем не менее при таком подходе устраняется множество проблем, например проблема объяснения процесса овеществления идеальных объектов, которая возникает при принятии платонистической картины мира. И с другой стороны, устраняется технически сложная задача номинализации науки. Хотя бы поэтому можно считать такое разрешение проблемы устранимости математики из науки и попытку осмысления применимости математики удовлетворительными.

Литература

1. Field H.H. Science Without Numbers: a Defence of Nominalism. Princeton : Princeton University Press, 1980. 130 p.
2. Colyvan M. The Indispensability of Mathematics. Oxford : Oxford Universities Press, 2001. 172 p.
3. Куайн У.В. Слово и объект / пер. с англ. А.З. Черняк, Т.А. Дмитриев. М. : Логос, Праксис, 2000. 386 с.
4. Colyvan M. Confirmation Theory and Indispensability // Philosophical Studies. 1999. Vol. 96. P. 1–19.
5. Куайн У.В. Две догмы эмпиризма // С точки зрения логики. 9 логико-философских очерков / пер. В.А. Ладова, В.А. Суровцева; под общ. ред. В.А. Суровцева. М. : Канон+ : РООИ «Реабилитация», 2010. С. 45–80.
6. Куайн У.В. О том, что есть // С точки зрения логики. 9 логико-философских очерков / пер. В.А. Ладова, В.А. Суровцева; под общ. ред. В.А. Суровцева. М. : Канон+ : РООИ «Реабилитация», 2010. С. 21–44.

Anna S. Khromchenko, Tomsk State University (Tomsk, Russian Federation).

E-mail: annhs971017@gmail.com

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2020. 55. pp. 29–35.

DOI: 10.17223/1998863X/55/4

HOLISM AND THE NATURE OF MATHEMATICAL OBJECTS

Keywords: indispensability argument; semantic holism; confirmational holism; naturalism; pragmatism.

The author of the article does not agree with the ontology of mathematical Platonism. Mathematical Platonism is justified by the argument that mathematics is indispensable from natural sciences. At the beginning of the article, the author gives an example of Hartry Field's nominalistic strategy, which argues against the indispensability of mathematics. However, the main thesis of the article is that it is enough to show that the argument about the indispensability of mathematics does not actually have direct Platonic consequences. The main focus is on the Quine-Putnam Indispensability Argument in

Mark Colyvan's Platonic interpretation. The article discusses how Colyvan justifies this argument. In particular, Quine's doctrines of epistemological naturalism and confirmation holism are considered. Colyvan's interpretation is called into question. The author analyzes the premises of accepting the indispensability argument in the framework of Quine's original philosophy. The author concludes that if we are trying to justify the argument by using Quine's philosophy, we have to reject its Platonic consequences. Quine's semantic holism and his reference theory do not assume the existence of Platonic objects that are independent of our consciousness. Quine's assumption is that science as a whole is simultaneously dependent on both language and experience, and this duality cannot be meaningfully traced to statements taken separately. This is why we cannot assert the a priori nature of mathematical statements. This contradicts the views of mathematical Platonism. In addition, Russell's description theory that Quine adopted allows us to restrict our ontology from any undesirable entities, including abstract mathematical objects. We postulate objects only when we involve the terms denoting them in a suitable interaction with the entire apparatus of our language. The question of whether to consider a language unit as a term is decided on the basis of the *systematic effectiveness* of its use as a term. Any ontological assumptions are a matter of *practical usability* of the conceptual schema of science. In this way, it is possible to preserve the indispensability argument, which is traditionally given in defense of mathematical Platonism. At the same time, we can reject its Platonic consequences without appealing to nominalistic interpretations of scientific theories.

References

1. Field, H.H. (1980) *Science Without Numbers: A Defence of Nominalism*. Princeton: Princeton University Press.
2. Colyvan, M. (2001) *The Indispensability of Mathematics*. Oxford : Oxford Universities Press.
3. Quine, W.V. (2000) *Slovo i ob"ekt* [Word and Object]. Translated from English by A.Z. Chernyak, T.A. Dmitriev. Moscow: Logos, Praxis. pp. 16–321.
4. Colyvan, M. (1999) Confirmation Theory and Indispensability. *Philosophical Studies*. 96. pp. 1–19. DOI: 10.1023/A:1004248218844
5. Quine, W.V. (2010a) Dve dogmy empirizma [Two dogmas of empiricism]. In: Ladov, V.A. & Surovtsev, V.A. (eds) *S tochki zreniya logiki. 9 logiko-filosofskikh ocherkov* [From the point of view of logic. 9 logical and philosophical essays]. Moscow: Kanon+ : ROOI "Reabilitatsiya", 2010. pp. 45–80.
6. Quine, W.V. (2010b) O tom, chto est' [On what there is]. In: Ladov, V.A. & Surovtsev, V.A. (eds) *S tochki zreniya logiki. 9 logiko-filosofskikh ocherkov* [From the point of view of logic. 9 logical and philosophical essays]. Moscow: Kanon+ : ROOI "Reabilitatsiya", 2010. pp. 21–44.