

ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

УПРАВЛЕНИЕ,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И ИНФОРМАТИКА

TOMSK STATE UNIVERSITY
JOURNAL OF CONTROL AND COMPUTER SCIENCE

Научный журнал

2021

№ 54

Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере
массовых коммуникаций, связи и охраны культурного наследия
(свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77-29497 от 27 сентября 2007 г.)

Подписной индекс в объединённом каталоге «Пресса России» 44031

Журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий,
в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций
на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук»,
Высшей аттестационной комиссии

Founder – Tomsk State University

EDITORIAL BOARD

Alexander Gortsev – Editor-in-Chief, Doctor of Sc., Prof., Head of the Applied Mathematics Department Tomsk State University. Tel: +73822529599
Valery Smagin – Deputy Editor-in-Chief, Doctor of Sc., Prof. of the Applied Mathematics Department Tomsk State University. Tel: +73822529599
Lyudmila Nezhelskaya – Executive Editor, Doctor. of Sc., Prof. of the Applied Mathematics Department Tomsk State University. E-mail: vestnik_uvti@mail.tsu.ru

Sergey Vorobeychikov – Doctor of Sc., Prof. of the System Analysis and Mathematical Modeling Department Tomsk State University
Vladimir Vishnevsky – Doctor of Sc., Prof. Head of the laboratory Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia).
Gennady Koshkin – Doctor of Sc., Prof. of the System Analysis and Mathematical Modeling Department Tomsk State University
Yury Kostyuk – Doctor of Sc., Prof. of the Theoretical Informatics Department Tomsk State University
Anjela Matrosova – Doctor of Sc., Prof. of the Programming Department Tomsk State University
Anatoly Nazarov – Doctor of Sc., Prof., Head of the Probability Theory and Mathematical Statistics Department Tomsk State University
Konstantin Samouylov – Doctor of Sc., Prof., Head of the Applied Probability and Informatics Department RUDN University (Moscow, Russia)
Eugene Semenkina – Doctor of Sc., Prof. System Analysis and Operations Research Department Reshetnev Siberian State University of Science and Technology (Krasnoyarsk, Russia)
Sergey Sushchenko – Doctor of Sc., Prof., Head of the Applied of Information Department Tomsk State University
Mais Parkhadov – Doctor of Sc., Head of the laboratory Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia).
Gurami Tsitsiasvili – Doctor of Sc., Prof., Chief researcher Institute for Applied Mathematics Far Eastern Branch of RAS, Prof. Far Eastern Federal University (Vladivostok, Russia)
Editorial address:
Institute of Applied Mathematics and Computer Science,
unit of Applied Mathematics
National Research Tomsk State University
36 Lenina Avenue, Tomsk, 634050
Telephone / fax: +73822529599
E-mail: vestnik_uvti@mail.tsu.ru

EDITORIAL COUNCIL

Ana Rosa Cavalli
PhD, Prof.
University VII
Paris, France
Vladimir Dombrovskii
Doctor of Sc., Prof.
Tomsk State University
Russia
Alexander Dudin
Doctor of Sc., Prof.
Belarusian State University
Minsk, Republic Belorussia

Gilbert Saporta
PhD, Prof.
Pierre and Marie Curie
University, Paris, France
Raimund Ubar
Doctor of Sc., Prof.
University of Technology
Tallinn, Estonia
Reindert Nobel
Doctor of Sc., Associate Prof.
Vrije University of Amsterdam
Netherlands

Enco Orsingher
PhD, Prof.
University of Rome
Italy
Paolo Prinetto
Prof.
Politechnic Institute
Torino, Italy

Nina Yevtushenko
Doctor of Sc., Prof.
Ivannikov V.P. ISP RAS
Moscow, Russia
Yervant Zorian
PhD, Fellow & Chief Architect, Synopsys, Mountain View, CA, USA

JOURNAL INFO

Tomsk State University Journal of Control and Computer Science is an independent peer-reviewed research journal that welcomes submissions from across the world.

Tomsk State University Journal of Control and Computer Science is issued four times per year, and can be subscribed to in the Russian Press Joint Catalogue (Subscription Index 44031)

The publication in the journal is free of charge and may be in Russian or in English.

The topics of the journal are the following:

- control of dynamical systems,
- mathematical modeling,
- data processing,
- informatics and programming,
- discrete function and automation,
- designing and diagnostics of computer systems.

Rules of registration articles are given in a site:

<http://journals.tsu.ru/informatics/>

ISSN 2311-2085 (Online), ISSN 1998-8605 (Print).

Учредитель – Томский государственный университет

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Горцев Александр Михайлович – гл. редактор, проф., д-р техн. наук, зав. кафедрой прикладной математики ТГУ. Тел. +73822529599
Смагин Валерий Иванович – зам. гл. редактора, проф., д-р техн. наук, проф. кафедры прикладной математики ТГУ. Тел. +73822529599
Нежелская Людмила Алексеевна – ответственный секретарь, доц., д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры прикладной математики ТГУ
E-mail: vestnik_uvti@mail.tsu.ru

Воробейчиков Сергей Эрикович – д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры системного анализа и математического моделирования ТГУ
Вишневский Владимир Миронович – проф., д-р техн. наук, зав. лабораторией Института проблем управления РАН (г. Москва)
Коскин Геннадий Михайлович – проф., д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры системного анализа и математического моделирования ТГУ
Костюк Юрий Леонидович – проф., д-р техн. наук, проф. кафедры теоретической информатики ТГУ
Матросова Анжела Юрьевна – проф., д-р техн. наук, проф. кафедры программирования ТГУ
Назаров Анатолий Андреевич – проф., д-р техн. наук, зав. кафедрой теории вероятностей и математической статистики ТГУ
Самуйлов Константин Евгеньевич – проф., д-р техн. наук, зав. кафедрой прикладной информатики и теории вероятностей РУДН (г. Москва)
Семенкин Евгений Станиславович – проф., д-р техн. наук, проф. каф. системного анализа и исследования операций, СибГУ им. акад. М.Ф. Решетнева (г. Красноярск)
Сущенко Сергей Петрович – проф., д-р техн. наук, зав. кафедрой прикладной информатики ТГУ
Фархадов Манс Паша Оглы – д-р техн. наук, зав. лабораторией Института проблем управления РАН (г. Москва)
Цицашвили Гурами Шалвович – проф., д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр. Института прикладной математики ДВО РАН, проф. ДВФУ (г. Владивосток)

Адрес редакции и издателя: 634050, Томск, пр. Ленина, 36
Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Институт прикладной математики и компьютерных наук,
отделение прикладной математики
Телефон / факс: +73822529599
E-mail: vestnik_uvti@mail.tsu.ru

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Ана Роза Кавалли
д-р философии, проф.
Университет VII,
Париж, Франция
Владимир Домбровский
д-р техн. наук, проф.
ТГУ, Томск, Россия

Александр Дудин
д-р физ.-мат. наук, проф.
БГУ, Минск,
Республика Беларусь

Енцо Орзингер
д-р философии, проф.
Римский университет,
Италия
Паоло Принетто
проф.
Политехнический институт,
Турин, Италия

Жильберт Сапорта
д-р философии, проф.
Университет им. Пьера и Марии,
Кюри, Париж, Франция
Раймонд Убар
д-р, проф.
Технологический университет,
Таллинн, Эстония
Рейндерт Нобель
д-р, доцент
Свободный университет,
Амстердам, Нидерланды

Нина Евтушенко
д-р техн. наук, проф.
ИСП РАН им. Иванникова В.П.,
Москва, Россия
Ервант Зориан
д-р философии, гл. науч. сотр.
фирмы «Синопис», США

О ЖУРНАЛЕ

Журнал «Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика» выходит ежеквартально и распространяется по подписке

Статьи публикуются на русском и английском языках.

Тематика публикаций журнала:

- управление динамическими системами,
- математическое моделирование,
- обработка информации,
- информатика и программирование,
- дискретные функции и автоматы,
- проектирование и диагностика вычислительных систем.

Журнал входит в систему Российского Индекса Научного Цитирования (РИНЦ).

Правила оформления статей приведены на сайте:

<http://journals.tsu.ru/informatics/>

ISSN 2311-2085 (Online), ISSN 1998-8605 (Print).

СОДЕРЖАНИЕ

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Алиева С.Т. Принцип максимума Понтрягина для нелинейных разностных уравнений дробного порядка	4
Работников М.А., Александрова А.С., Шумихин А.Г. Реконфигурация системы регулирования температуры газосырьевой смеси на выходе печи установки каталитического риформинга по данным эксплуатации технологического объекта	12
Шмидт И.А., Казанцев В.П., Могильников А.В. Позиционно-траекторные электромеханические системы управления на основе алгоритмов нечеткого логического вывода	20

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

Горцев А.М., Веткина А.В. Оценивание параметра равномерного распределения длительности непродлевающегося мертвого времени в полусинхронном потоке событий	28
Душин С.В., Алешин В.С., Шаврин С.С., Фархадов М.П., Куров И.Ю. Использование среднего частотного диапазона акустических волн для передачи информации в поверхностных водах	38
Kim K.S., Smagin V.I. Identification of discrete time systems with random jump parameters and incomplete information	48
Левоневский Д.К., Савельев А.И. Подход и архитектура для систематизации и выявления признаков агрессии в русскоязычном текстовом контенте	56
Нежелская Л.А., Першина А.А. Процедура оценивания параметра равномерного распределения длительности непродлевающегося случайного мертвого времени в рекуррентном обобщенном асинхронном потоке событий в особом случае	65
Перепелкин Е.А. Робастный наблюдатель состояния неоднородной цепи Маркова с непрерывным временем	74
Цицнашвили Г.Ш. Почти детерминированный режим в одноканальной системе массового обслуживания	80

ИНФОРМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Непомнящая А.Ш., Снытникова Т.В. Ассоциативная версия инкрементального алгоритма Рамалингама для решения проблемы достижимости в потоковых графах с одним источником	86
--	----

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Осадчий Г.В. Синтез схем встроенного контроля на основе метода логического дополнения с предварительным сжатием сигналов рабочих функций	97
--	----

ХРОНИКИ: МЕМУАРЫ, ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ, ПЕРСОНАЛИИ

Памяти Владимира Валентиновича Домбровского	116
Памяти Феликса Петровича Тарасенко	118
Сведения об авторах	120

CONTENTS

CONTROL OF DYNAMICAL SYSTEMS

Aliyeva S.T. The Pontryagin maximum principle for nonlinear fractional order difference equations	4
Rabotnikov M.A., Aleksandrova A.S., Shumikhin A.G. Reconfiguration of control system of the gas mixture temperature at the furnace outlet of the catalytic reforming unit according to exploitation data of technological object	12
Shmidt I.A., Kazantsev V.P., Mogilnikov A.V. Positional-trajectory electromechanical control systems based on fuzzy logical output algorithms	20

DATA PROCESSING

Gortsev A.M., Vеткина A.V. Estimation of the parameter of the uniform distribution of the duration of unextendable dead time in the semi-synchronous events flow	28
Dushin S.V., Aleshin V.S., Shavrin S.S., Farkhadov M.P., Kurov I.Y. Using the mid-frequency range of acoustic waves to transmit information in shallow waters	38
Kim K.S., Smagin V.I. Identification of discrete time systems with random jump parameters and incomplete information	48
Levonevskiy D.K., Saveliev A.I. Approach and architecture for categorization and reveal of aggression features in russian text content	56
Nezhel'skaya L.A., Pershina A.A. Estimation procedure of the uniform distribution parameter of unextendable dead time duration in a generalized recurrent asynchronous flow of events in special case	65
Perepelkin E.A. Robust state observer of continues-time inhomogeneous Markov chain	74
Tsitsiashvili G.Sh. Almost deterministic mode in the $G/G/1/\infty$ system with heavy tails of distributions	80

INFORMATICS AND PROGRAMMING

Nepomniaschaya A.Sh., Snytnikova T.V. Associative version of the Ramalingam incremental algorithm for the dynamic single-source reachability problem	86
--	----

DESIGNING AND DIAGNOSTICS OF COMPUTER SYSTEMS

Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Osadchy G.V. The synthesis of integrated check circuits based on the boolean complement method with the preliminary compression of the operating functions signals	97
---	----

CHRONICLE: MEMOIRS, MEMORABLE DATE, PERSONALITIES

Memory Vladimir V. Dombrovskii	116
Memory Feliks P. Tarasenko	118
Brief information about the authors	120

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

УДК 517.977

DOI: 10.17223/19988605/54/1

С.Т. Алиева

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

Рассматривается задача оптимального управления объектом, описываемым системой нелинейных разностных уравнений дробного порядка. Установлен дискретный аналог принципа максимума Понтрягина.

Ключевые слова: допустимое управление; оптимальное управление; разностные уравнения дробного порядка; принцип максимума Понтрягина.

Известно, что принцип максимума Понтрягина является необходимым условием локального минимума. Это условие дает возможность среди всех возможных допустимых управлений выделить те, которые могут претендовать на роль оптимальных.

Производные нецелого порядка, дробные дифференциальные и разностные уравнения находят применение в современных исследованиях в теоретической физике, механике и технике. Наличие в уравнениях дробной конечной разности интерпретируется как отражение свойства памяти процесса. Вопросы развития теории и практики применения дифференциальных уравнений дробного порядка и, соответственно, их дискретных аналогов – разностных уравнений дробного порядка – рассмотрены в работах [1–7].

Дискретному принципу максимума для задач оптимального управления посвящено большое количество работ, среди них можно выделить работы [8–10]. В настоящей статье формулируется и доказывается принцип максимума Понтрягина для случая, когда динамика системы задана разностными уравнениями дробного порядка.

1. Основные понятия и постановка задачи

Сначала приведем некоторые понятия и определения, необходимые в дальнейшем [1]. Пусть N – множество натуральных чисел вместе с нулем. Для $a \in \mathbb{Z}$ введем следующие обозначения: $N_a^+ = \{a, a+1, a+2, \dots\}$, $\sigma(t) = t+1$, $\rho(t) = t-1$.

Определение 1. Расширенный биномиальный коэффициент $\binom{a}{n}$ определяется следующим образом:

$$\binom{a}{n} = \begin{cases} \frac{\Gamma(a+1)}{\Gamma(a-n+1)\Gamma(n+1)}, & n > 0, \\ 1, & n = 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases}$$

Пусть для любого $x, y \in \mathbb{R}$, $x^{(y)} = \frac{\Gamma(x+1)}{\Gamma(x+1-y)}$, где Γ – гамма-функция, для которой выполняется

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x).$$

Определение 2. Дробная сумма порядка α определяется следующим образом:

$$\Delta^{-\alpha} u(n) = \sum_{j=0}^{n-1} \binom{j+\alpha-1}{j} u(n-j) = \sum_{j=1}^n \binom{n-j+\alpha-1}{n-j} u(j),$$

а дробный оператор порядка α определяется как

$$\Delta^{\alpha} u(n) = \sum_{j=0}^{n-1} \binom{j-\alpha}{j} \Delta u(n-j) = \sum_{j=1}^n \binom{n-j-\alpha-1}{n-j} u(j) - \binom{n-\alpha-1}{n-1} u(0).$$

Одновременно дробную сумму и дробный оператор порядка α можно определить еще и следующим образом.

Пусть a – произвольное действительное и $b = k + a$, здесь $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$; $T = \{a, a+1, \dots, b\}$, $T^k = \{a, a+1, \dots, b-1\}$. Через $\mathbb{T}$ обозначим множество функций определенных на T .

Определение 3. Пусть $f \in \mathbb{T}$, левые и правые дробные суммы порядка $\alpha > 0$. Они соответственно определяются следующим образом:

$${}_a \Delta_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \sum_{s=a}^{t-\alpha} (t-\sigma(s))^{(\alpha-1)} f(s),$$

$${}_t \Delta_b^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \sum_{s=t+a}^b (s-\sigma(t))^{(\alpha-1)} f(s).$$

Определение 4. Пусть $0 < \alpha \leq 1$ и $\mu = 1 - \alpha$ тогда $f \in \mathbb{T}$, левые и правые дробные суммы порядка α определяются следующим образом:

$${}_a \Delta_t^{\alpha} f(t) = \Delta({}_a \Delta_t^{-\mu} f(t)),$$

$${}_t \Delta_b^{\alpha} f(t) = -\Delta({}_t \Delta_b^{-\mu} f(t)).$$

Опишем некоторые свойства дробной суммы и дробной разности:

1. $\Delta^{\alpha} \Delta^{\beta} f(t) = \Delta^{\alpha+\beta} f(t)$;
2. $\Delta^{-\alpha} \Delta^{\alpha} f(t) = f(t) - f(0)$;
3. $\Delta^{\alpha} \Delta^{-\alpha} f(t) = f(t)$;
4. $\Delta^{\alpha} f(0) = 0$ и $\Delta^{\alpha} f(1) = f(1) - f(0) = \Delta f(1)$.

Теорема (дробное суммирование по частям). Пусть f и g – неотрицательные функции с действительными значениями, определенными на T^k и T соответственно. Если $0 < \alpha \leq 1$ и $\mu = 1 - \alpha$, тогда

$$\sum_{t=a}^{b-1} f(t) {}_a \Delta_t^{\alpha} g(t) = f(b-1)g(b) - f(a)g(a) + \sum_{t=a}^{b-2} {}_t \Delta_b^{\alpha} f(t) g^{\sigma}(t) +$$

$$+ \frac{\mu}{\Gamma(\mu+1)} g(a) \left(\sum_{t=a}^{b-1} (t+\mu-a)^{(\mu-1)} f(t) - \sum_{t=\sigma(a)}^{b-1} (t+\mu-\sigma(a))^{(\mu-1)} f(t) \right).$$

Рассмотрим систему нелинейных разностных уравнений дробного порядка α

$$\Delta^{\alpha} x(t+1) = f(t, x(t), u(t)) \quad t \in T = \{t_0, t_0+1, \dots, t_1-1\}, \quad (1)$$

с начальными условиями

$$x(t_0) = x_0. \quad (2)$$

Здесь $x(t)$ – n -мерный вектор фазовых переменных, $u(t)$ – r -мерный вектор управляющих воздействий, значения t_0, t_1, x_0 заданы, $f(t, x, u)$ – заданная n -мерная вектор-функция, компоненты которой $f_i (i = \overline{1, n})$ непрерывны по совокупности переменных вместе с частными производными по фазовым переменным $\left\{ \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right\}, i, j = \overline{1, n}$.

Управление $u(t) = \{u(t_0), u(t_0 + 1), \dots, u(t_1 - 1)\}$ называется допустимым управлением, если оно удовлетворяет ограничению

$$u(t) \in U \subset R^r, t \in T. \quad (3)$$

Здесь U – заданное непустое ограниченное множество.

На решениях $x(t) = \{x(t_0), x(t_0 + 1), \dots, x(t_1)\}$ системы (1)–(2), порожденных всевозможными допустимыми управлениями, определим функционал

$$S(u) = \varphi(x(t_1)), \quad (4)$$

где $\varphi(x)$ – заданная скалярная функция, непрерывная вместе с $\varphi_x(x)$.

Допустимое управление $u(t)$, доставляющее минимум функционалу (4) при ограничениях (1)–(3), называется оптимальным управлением, при этом пара $(u(t), x(t))$ называется оптимальным процессом.

В дальнейшем задачу о минимуме функционала (4) при ограничениях (1)–(3) будем называть задачей (1)–(4).

Нашей целью является вывод необходимых условий оптимальности в рассматриваемой задаче. С этой целью будем использовать один вариант метода приращений.

2. Формула приращения критерия качества и необходимое условие оптимальности

Пусть $u(t)$ – фиксированное, а $\bar{u}(t) = u(t) + \Delta u(t)$ – произвольное допустимые управления. Через $x(t)$ и $\bar{x}(t) = x(t) + \Delta x(t)$ обозначим соответствующие им решения системы (1)–(2).

Отсюда получим, что $\Delta x(t)$ – приращение траектории, соответствующее $\Delta u(t)$ – приращению управления, будет удовлетворять системе

$$\begin{cases} \Delta^\alpha (\Delta x(t+1)) = f(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t)) - f(t, x(t), u(t)), \\ \Delta x(t_0) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

С другой стороны, приращение функционала $S(u)$, отвечающее приращению $\Delta u(t)$ управления, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta S(u) &= S(\bar{u}) - S(u) = S(u + \Delta u) - S(u) = \\ &= \varphi(x(t_1) + \Delta x(t_1)) - \varphi(x(t_1)). \end{aligned} \quad (6)$$

Через $\psi(t)$ обозначим пока неизвестный n -мерный вектор-столбец и положим

$$H(t, x, u, \psi) = \psi' f(t, x, u).$$

Функция $H(t, x, u, \psi)$ называется функцией Гамильтона–Понтрягина для рассматриваемой задачи (1)–(4).

Умножая обе части соотношения (5) скалярно на $\psi(t)$, а затем суммируя обе части полученного тождества по t от t_0 до $t_1 - 1$ и принимая во внимание выражение функции Гамильтона–Понтрягина, получим

$$\begin{aligned} \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t) \Delta^\alpha (\Delta x(t+1)) &= \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t) [f(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t)) - f(t, x(t), u(t))] = \\ &= \sum_{t=t_0}^{t_1-1} [H(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t))]. \end{aligned}$$

С учетом этого тождества приращение (6) функционала можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta S(u) &= \varphi(x(t_1) + \Delta x(t_1)) - \varphi(x(t_1)) + \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t) \Delta^\alpha (\Delta x(t+1)) - \\ &- \sum_{t=t_0}^{t_1-1} [H(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t))]. \end{aligned} \quad (7)$$

Займемся преобразованием этой формулы. С этой целью рассмотрим выражение

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t) \Delta^\alpha (\Delta x(t+1)).$$

Сделав в нем замену переменных $t+1 = s$, получим

$$\begin{aligned} \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t) \Delta^\alpha (\Delta x(t+1)) &= \sum_{t=t_0+1}^{t_1} \psi'(t-1) \Delta^\alpha (\Delta x(t)) = \\ &= \psi'(t_1-1) \Delta^\alpha (\Delta x(t_1)) - \psi'(t_0-1) \Delta^\alpha (\Delta x(t_0)) + \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t-1) \Delta^\alpha (\Delta x(t)) = \\ &= \psi'(t_1-1) \Delta^\alpha (\Delta x(t_1)) + \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t-1) \Delta^\alpha (\Delta x(t)). \end{aligned} \quad (8)$$

Далее, с учетом теорем, приведенных выше, имеем

$$\begin{aligned} \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t-1) \Delta^\alpha (\Delta x(t)) &= \psi'(t_1-1) \Delta x(t_1) - \psi'(t_0-1) \Delta x(t_0) + \\ &+ \sum_{t=t_0}^{t_1-2} {}_t\Delta_{\rho(t_1)}^\alpha \psi'(t-1) \Delta x(t) + \frac{\mu}{\Gamma(\mu)} \Delta x(t_0) \left[\sum_{t=t_0}^{t_1-1} (t+\mu-t_0)^{(\mu-1)} \psi(t) - \right. \\ &\left. - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} (t+\mu-\sigma(t_0))^{(\mu-1)} \Delta x(t) \right] = \psi'(t_1-1) \Delta x(t_1) + \sum_{t=t_0}^{t_1-2} {}_t\Delta_{\rho(t_1)}^\alpha \psi'(t-1) \Delta x(t). \end{aligned} \quad (9)$$

С учетом тождества (9) из (7) получим

$$\begin{aligned} \Delta S(u) &= \varphi(x(t_1) + \Delta x(t_1)) - \varphi(x(t_1)) + \psi'(t_1-1) \Delta x(t_1) + \\ &+ \sum_{t=t_0}^{t_1-2} {}_t\Delta_{\rho(t_1)}^\alpha \psi'(t-1) \Delta x(t) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} [H(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t))]. \end{aligned} \quad (10)$$

Для простоты дальнейшего изложения введем следующие обозначения:

$$\begin{cases} f_x[t] \equiv f_x(t, x(t), u(t)), \\ H_x[t] \equiv H_x(t, x(t), u(t), \psi(t)), \\ \Delta_{\bar{u}(t)} H[t] \equiv H(t, x(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t)), \\ \Delta_{\bar{u}(t)} H_x[t] \equiv H_x(t, x(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H_x(t, x(t), u(t), \psi(t)). \end{cases}$$

Отсюда, используя формулу Тейлора, с учетом введенных обозначений тождество (10) можно записать в следующем виде

$$\begin{aligned} \Delta S(u) &= \varphi'_x(x(t_1)) \Delta x(t_1) + \psi'(t_1-1) \Delta x(t_1) + \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t-1) \Delta x(t) - \\ &- \sum_{t=t_0}^{t_1-1} H'_x[t] \Delta x(t) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{\bar{u}(t)} H[t] - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{\bar{u}(t)} H'_x[t] \Delta x(t) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} o_1(\|\Delta x(t)\|) + o_2(\|\Delta x(t_1)\|). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь величины $o_i(\cdot)$, $i = 1, 2$ определяются соответственно из разложения

$$\begin{aligned} & H(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t)) = H(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - \\ & - H(t, x(t), \bar{u}(t), \psi(t)) + H(t, x(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t)) = \\ & = [H(t, x(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t))] + \\ & + H'_x(t, x(t), \bar{u}(t), \psi(t))\Delta x(t) + o_1(\|\Delta x(t)\|) = \\ & = [H(t, x(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t))] + \\ & + [H'_x(t, x(t), \bar{u}(t), \psi(t))\Delta x(t) - H'_x(t, x(t), u(t), \psi(t))\Delta x(t)] + \\ & + H_x(t, x(t), u(t), \psi(t))\Delta x(t) + o_1(\|\Delta x(t)\|), \\ & \varphi(x(t_1) + \Delta x(t_1)) - \varphi(x(t_1)) = \varphi'_x(x(t_1))\Delta x(t_1) + o_2(\|\Delta x(t_1)\|). \end{aligned}$$

Теперь предположим, что $\psi(t)$ является решением следующей системы линейных однородных дробного порядка разностных уравнений

$$\begin{cases} {}_t\Delta_{\rho(t)}^\alpha \psi(t-1) = H_x[t], \quad t = t_1 - 1, t_1 - 2, \dots, t_0, \\ \psi(t_1 - 1) = -\varphi_x(x(t_1)). \end{cases} \quad (12)$$

Систему (12) назовем сопряженной системой в рассматриваемой задаче (1)–(4).

При выполнении соотношений (12) формула приращения (11) примет следующий вид:

$$\Delta S(u) = - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{\bar{u}(t)} H[t] + \eta(u; \Delta u), \quad (13)$$

где по определению

$$\eta(u; \Delta u) = o_2(\|\Delta x(t_1)\|) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} o_1(\|\Delta x(t)\|) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{\bar{u}(t)} H'_x[t] \Delta x(t).$$

Формула приращения (13) играет основную роль при выводе необходимых условий оптимальности в задаче (1)–(4).

В дальнейшем нам понадобится оценка для $\|\Delta x(t)\|$. С этой целью, применяя $\Delta^{-\alpha}$ к обеим сторонам уравнения (1), имеем

$$\Delta^{-\alpha} \Delta^\alpha x(t+1) = \Delta^{-\alpha} f(t, x(t), u(t)).$$

Теперь рассмотрим выражение

$$\Delta^{-\alpha} \Delta^\alpha x(t+1).$$

Учитывая свойства операторов дробной суммы и дробной разности проведем следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \Delta^{-\alpha} \Delta^\alpha x(t+1) &= \Delta^{-\alpha} (\Delta^{1-\mu} x(t+1)) = \Delta^{-\alpha} \Delta^{-\mu} (\Delta x(t+1)) = \\ &= \Delta^{-1} (\Delta x(t+1)) = \sum_{j=t_0}^t (x(t+1) - x(t)) = x(t+1) - x(t_0). \end{aligned}$$

Правая сторона будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \Delta^{-\alpha} f(t, x(t), u(t)) &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \sum_{j=t_0}^t (t - \rho(j))^{(\alpha-1)} f(j, x(j), u(j)) = \\ &= \sum_{j=t_0}^t \binom{t-j+\alpha-1}{t-j} f(j, x(j), u(j)) = \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) f(j, x(j), u(j)) \end{aligned}$$

Здесь

$$A_\alpha(t, j) = \binom{t-j+\alpha-1}{t-j}.$$

Таким образом, мы доказали, что

$$x(t+1) = x(t_0) + \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) f(j, x(j), u(j)),$$

и, используя условия Липшица, получаем

$$\begin{aligned} \|\Delta x(t+1)\| &= \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) \|f(j, \bar{x}(j), \bar{u}(j)) - f(j, x(j), \bar{u}(j))\| = \\ &= \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) \|f(j, \bar{x}(j), \bar{u}(j)) - f(j, x(j), \bar{u}(j)) + \Delta_{\bar{u}} f[j]\| \leq \\ &\leq L_1 \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) \|\bar{x}(j) - x(j)\| + \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) \|\Delta_{\bar{u}} f[j]\| = \\ &= L_1 \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) \|\Delta x(j)\| + \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) \|\Delta_{\bar{u}} f[j]\| \leq L_1 + \sum_{j=t_0}^t A_\alpha(t, j) \|\Delta_{\bar{u}} f[j]\|. \end{aligned}$$

Применяя к последнему неравенству лемму Гронуолла–Беллмана дробного порядка, например из [1], получим оценки

$$\|\Delta x(t)\| \leq L_2 \prod_{j=t_0}^{t-1} (1 + A_\alpha(t, j) \|\Delta_{\bar{u}} f[j]\|), \quad t = t_0, t_0 + 1, \dots, t_1. \quad (14)$$

Теперь, считая $(u(t), x(t))$ оптимальным процессом, введем множество

$$f(t, x(t), U) = \{y \in R^n : y = f(t, x(t), v), v \in U\}. \quad (15)$$

Множество $f(t, x(t), U)$ называется множеством допустимых скоростей для системы уравнений (1). В дальнейшем будем предполагать, что множество (15) вдоль оптимального процесса $(u(t), x(t))$ выпукло. Специальное приращение оптимального управления $u(t)$ определим по формуле

$$\Delta u_\varepsilon(t) = v(t, \varepsilon) - u(t), \quad t \in T, \quad (16)$$

где ε – произвольное число из отрезка $[0, 1]$, а $v(t, \varepsilon) \in U$, $t \in T$, – произвольный вектор, такой что

$$\Delta_{v(t, \varepsilon)} f[t] = \varepsilon \Delta_{v(t)} f[t], \quad t \in T, \quad (17)$$

где $v(t)$ вектор со значениями из U .

Соотношение (17) имеет место в силу выпуклости множества допустимых скоростей (15) системы (1). Через $\Delta x_\varepsilon(t)$ обозначим специальное приращение траектории $x(t)$, отвечающее приращению $\Delta u_\varepsilon(t)$ управления оптимального $u(t)$.

С учетом оценки (14) получаем, что

$$\|\Delta x_\varepsilon(t)\| \leq L_3 \varepsilon, \quad t \in T \cup t_1, \quad L_3 = \text{const} > 0. \quad (18)$$

В этом случае из формулы приращения (13) получим справедливость следующего неравенства:

$$\begin{aligned} \Delta S_\varepsilon(u) &= S(u + \Delta_\varepsilon u) - S(u) = - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{v(t, \varepsilon)} H[t] + \eta(u; \Delta u_\varepsilon) = \\ &= - \varepsilon \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{v(t)} H[t] + \eta(u; \Delta u_\varepsilon) \geq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Из выражения для $\eta(u; \Delta u)$, в силу оценки (18) и формулы (17), вытекает, что

$$\eta(u; \Delta u_\varepsilon) = o(\varepsilon).$$

Следовательно, неравенство (19) можно записать в следующем виде:

$$-\varepsilon \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{v(t)} H[t] + o(\varepsilon) \geq 0. \quad (20)$$

Отсюда в силу достаточной малости и произвольности ε следует неравенство

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{v(t)} H[t] \leq 0. \quad (21)$$

Таким образом, доказано следующее утверждение.

Теорема (дискретный принцип максимума). Если вдоль допустимого процесса $(u(t), x(t))$ множество допустимых скоростей $f(t, x(t), U)$ системы (1) выпукло, то для оптимальности допустимого управления $u(t)$ в задаче (1)–(4) необходимо, чтобы неравенство (21) выполнялось для всех $v(t) \in U$, $t \in T$.

Неравенство (21) является условием максимума (аналогом дискретного принципа максимума) для задачи оптимального управления системой нелинейных разностных уравнений дробного порядка с заданными начальными условиями.

Заключение

В статье рассмотрена одна задача оптимального управления, описываемая системой нелинейных разностных уравнений дробного порядка. С помощью метода приращения сформулировано необходимое условие оптимальности первого порядка типа принципа максимума Понтрягина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Miller K., Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations. New York : Wiley, 1993. 366 p.
2. Podlubny I. Fractional differential equations. San Diego : Acad. Press, 1999. 340 p.
3. Нахушев А.М. О непрерывных дифференциальных уравнениях и их разностных аналогах // ДАН СССР. 1988. Т. 300, № 4. С. 729–732.
4. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. М. : Физматлит, 2003. 272 с.
5. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of Fractional Differential Equations. Amsterdam : Elsevier, 2006. 523 p.
6. Samko S.G., Kilbas A.A., Marichev O.I. Integrals and derivatives of fractional order and some of their applications. Minsk : Nauka i Tekhnika, 1987. 688 p.
7. Goodric C., Piterson A.C. Discrete fractional calculus. New York : Springer, 2015. 556 p.
8. Розоноэр Л.И. Принцип максимума Л.С. Понтрягина в теории оптимальных систем. I // Автоматика и телемеханика. 1959. Т. 20, вып. 10. С. 1320–1334.
9. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М. : Наука, 1973. 258 с.
10. Мансимов К.Б. Дискретные системы. Баку : Изд-во Бакинского гос. ун-та, 2002. 114 с.

Поступила в редакцию 17 июля 2020 г.

Aliyeva S.T. (2021) THE PONTYAGIN MAXIMUM PRINCIPLE FOR NONLINEAR FRACTIONAL ORDER DIFFERENCE EQUATIONS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 4–11

DOI: 10.17223/19988605/54/1

Consider the following system of fractional order nonlinear difference equations α

$$\Delta^\alpha x(t+1) = f(t, x(t), u(t)) \quad t \in T = \{t_0, t_0+1, \dots, t_1-1\} \quad (1)$$

with initial conditions

$$x(t_0) = x_0. \quad (2)$$

Here $x(t)$ is the n -dimensional vector of phase variables, $u(t)$ is the r -dimensional vector of control actions, are given, $f(t, x, u)$ is the given n -dimensional vector function, whose components $f_i (i = \overline{1, n})$ are continuous in the aggregate of variables together with partial derivatives in the phase variables $\left\{ \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right\}, i, j = \overline{1, n}$.

A control $u(t) = \{u(t_0), u(t_0 + 1), \dots, u(t_1 - 1)\}$ is called an admissible control if it satisfies the constraint

$$u(t) \in U \subset R^r, t \in T. \quad (3)$$

Here U is the given nonempty bounded set.

On the solutions $x(t) = \{x(t_0), x(t_0 + 1), \dots, x(t_1)\}$ of system (1)–(2) generated by all possible admissible controls, we define the functional

$$S(u) = \varphi(x(t_1)). \quad (4)$$

Here $\varphi(x)$ is a given scalar function continuous with $\varphi_x(x)$.

An admissible control $u(t)$ delivering a minimum to functional (4) under constraints (1)–(3) is called an optimal control, and in this case, a pair $(u(t), x(t))$ is called an optimal process.

In what follows, the minimum problem of functional (4) under constraints (1)–(3) will be called problem (1)–(4).

Our goal is to derive the necessary optimality conditions in the problem under consideration.

Keywords: permissible control; optimal control; fractional order difference equation; Pontryagin maximum principle.

ALIYEVA Saadat Tofiq (Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Baku State University, Department of Mathematical Cybernetics, Azerbaijan, Baku).

E-mail: saadata@mail.ru

REFERENCES

1. Miller, K. & Ross, B. (1993) *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*. New York: Wiley.
2. Podlubny, I. (1999) *Fractional Differential Equations*. San Diego: Acad. Press.
3. Nakhushev, A.M. (1988) Onepriyemnykh differentsial'nykh uravneniyakh i ikh raznostnykh analogakh [On continuous differential equations and their difference analogs]. *DAN SSSR*. 300(4). pp. 729–732.
4. Nakhushev, A.M. (2003) *Drobnoe ischislenie i ego primeneniye* [Fractional calculus and its application]. Moscow: Fizmatlit.
5. Kilbas, A.A., Srivastava, H.M. & Trujillo, J.J. (2006) *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Amsterdam: Elsevier.
6. Samko, S.G., Kilbas, A.A. & Marichev, O.I. (1987) *Integrals and Derivatives of fractional Order and Some of Their Applications*. Minsk: Nauka i Tekhnika.
7. Goodric, C. & Piterson, A.C. (2015) *Discrete Fractional Calculus*. Springer International Publishing. DOI: 10.1007/978-3-319-25562-0
8. Rozonoer, L.I. (1959) Printsip maksimuma L.S. Pontryagina v teorii optimal'nykh sistem. I [L.S. Pontryagin's maximum principle in the theory of optimal systems. I]. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 20(10). pp. 1320–1334.
9. Propoy, A.I. (1973) *Elementy teorii optimal'nykh diskretnykh protsessov* [Elements of the Theory of Optimal Discrete Processes]. Moscow: Nauka.
10. Mansimov, K.B. (2002) *Diskretnye sistemy* [Discrete Systems]. Baku: Baku State University. Baku.

УДК 519.651

DOI: 10.17223/19988605/54/2

М.А. Работников, А.С. Александрова, А.Г. Шумихин**РЕКОНФИГУРАЦИЯ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ГАЗОСЫРЬЕВОЙ СМЕСИ НА ВЫХОДЕ ПЕЧИ УСТАНОВКИ КАТАЛИТИЧЕСКОГО РИФОРМИНГА ПО ДАННЫМ ЭКСПЛУАТАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА**

Представлены подход и результаты эксперимента по реконфигурации системы автоматического управления и расчета комбинированной системы управления на основе предложенной концептуальной модели идентификации технологических объектов по данным их эксплуатации. Приведены результаты исследования подхода для системы автоматического управления температурой потока газосырьевой смеси установки каталитического риформинга.

Ключевые слова: идентификация; комплексная частотная характеристика; комбинированные системы управления.

Стратегия управления непрерывными технологическими процессами в подавляющем большинстве случаев заключается в стабилизации технологических параметров на значениях, обеспечивающих оптимальную работу промышленной установки. Это достигается за счет корректного выбора структуры и параметров системы управления, применения алгоритмов улучшенного управления [1–3] и обеспечения эффективной работы алгоритмов системы управления. В настоящее время на современных предприятиях качеству функционирования систем автоматического регулирования, вопросам совершенствования алгоритмов регулирования и их оперативной реконфигурации в промышленных условиях уделяется повышенное внимание [4]. Широкое распространение получили алгоритмы управления с прогнозирующей моделью (Model Predictive Control), внедрение которых позволяет повысить качество процессов управления [5–8]. Но необходимо также отметить, что существует потребность обеспечения требуемого качества функционирования традиционных классических алгоритмов регулирования. Вследствие постоянного изменения динамических характеристик объектов управления и наличия множества параметров, оказывающих влияние на технологический процесс, алгоритмы автоматического регулирования нуждаются в периодической перенастройке, позволяющей сохранить требуемые показатели качества системы регулирования. Накопленные в процессе эксплуатации и хранящиеся в базах данных распределенных систем управления данные содержат в себе информацию об объекте, позволяющую в режиме реального времени оценить адекватность алгоритмов управления текущему состоянию объекта и, если необходимо, выполнить их перенастройку. Вопросы идентификации технологических объектов по данным эксплуатации и оперативной перенастройки алгоритмов систем регулирования являются актуальными [9]. На основе подхода, изложенного в [10], выполнена реконфигурация системы регулирования путем расчета компенсирующего устройства для комбинированной системы управления технологическим объектом.

Интеграция комбинированных систем в управление технологическим процессом позволяет повысить качество регулирования параметров процесса, снижая флуктуацию, коррелирующую с воздействием возмущающих воздействий. Управляющий сигнал в данных системах формируется с учетом рассогласования регулируемой величины от установленного задания и изменения возмущающих воздействий. Синтез комбинированных систем предполагает решение задачи структурной и параметрической идентификации каналов передачи объекта управления с последующим расчетом компенсиру-

ющих устройств. В статье показаны результаты реконфигурации системы регулирования температуры газосырьевой смеси на выходе печи П-1 установки каталитического риформинга с предварительной гидроочисткой исходного сырья на основе данных эксплуатации технологического объекта.

1. Описание объекта управления

Установка каталитического риформинга предназначена для получения ароматических углеводородов – бензола, толуола, растворителя – после гидроочистки бензиновых фракций и последующей экстрактивной дистилляцией ароматических углеводородов. Печь П-1 входит в состав блока гидроочистки данной установки и обеспечивает нагрев сырья до необходимой температуры. С увеличением температуры интенсивность реакций гидрообессеривания и гидрирования непредельных углеводородов увеличивается, но также увеличиваются в большей степени реакции гидрокрекинга. В результате гидрокрекинга происходит потеря сырья, превратившегося в газы. Недостаточный нагрев сырья ведет к недостаточному очищению от серы, азота и кислорода, вследствие чего отравляется катализатор риформинга. Стратегия управления температурой газосырьевой смеси заключается в поддержании температуры на минимально необходимом для реакций гидроочистки значении, при этом режим всегда ведется с некоторым запасом по качеству, т.е. температуру приходится поддерживать на несколько градусов выше, чем это необходимо. Чем лучше стабилизирована температура, тем меньший запас по качеству нужен и тем меньше вероятность образования брака и меньше потери сырья на гидрокрекинг.

Регулирование температуры газосырьевой смеси на выходе из печи П-1 (TIRC) осуществляется посредством изменения подачи топливного газа в печь. Основным регистрируемым источником возмущения данной системы автоматического регулирования является изменение давления потока газосырьевой смеси (PIR). На рис. 1 представлена схема объекта.

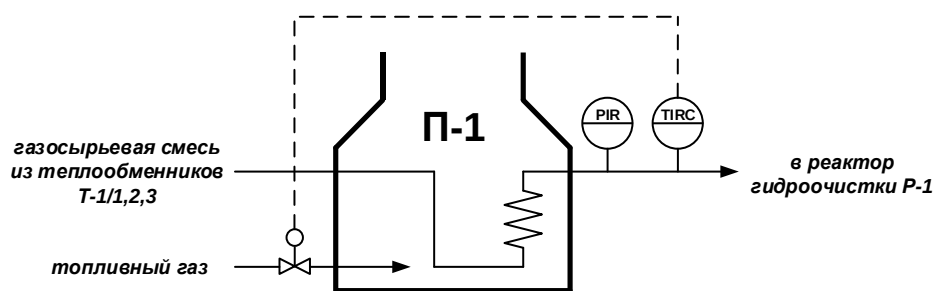


Рис. 1. Печь П-1
Fig. 1. Furnace P-1

Реконфигурация системы регулирования температуры путем введения блока компенсации возмущающего воздействия позволит лучше стабилизировать температуру и снизить целевое значение температуры.

2. Идентификация объекта управления

С целью решения задачи структурной и параметрической идентификации технологического объекта по данным его эксплуатации рассмотрен подход, представленный на рис. 2.

В соответствии с концептуальной моделью (см. рис. 2) для расчета системы регулирования использованы значения технологических параметров процесса, хранящиеся в базе данных системы управления установки, в ходе нормального режима работы. После анализа и обработки экспериментальных данных обучена автокорреляционная нейронная сеть, аппроксимирующая поведение объекта управления, работающего в динамическом режиме. В состав нейросетевой модели также включена модель регулятора, обеспечившая корректную работу модели. На построенной нейросетевой модели

проведен вычислительный эксперимент с подачей периодических сигналов, результатом которого является комплексная частотная характеристика (КЧХ) по каналу «давление потока газосырьевой смеси (возмущающее воздействие) – температура газосырьевой смеси на выходе из П-1 (регулируемая величина)» с замкнутым контуром по каналу управления [8]. По полученной частотной характеристике произведена структурная и параметрическая идентификация объекта в форме передаточных функций по методу наименьших квадратов с помощью специально разработанного для решения подобных задач приложения [11]:

$$W_{yu}(s) = \frac{0,22}{56,96s + 1} e^{-33,13s}, \quad W_{yl}(s) = -\frac{6,94}{9,81s + 1} e^{-74,41s}, \quad s = j\omega, \quad (1)$$

где $W_{yu}(s)$ – передаточная функция по каналу «управляющий сигнал – температура газосырьевой смеси на выходе из П-1», $W_{yl}(s)$ – передаточная функция по каналу «давление газосырьевой смеси на выходе из П-1 – температура газосырьевой смеси на выходе из П-1», s – оператор Лапласа.

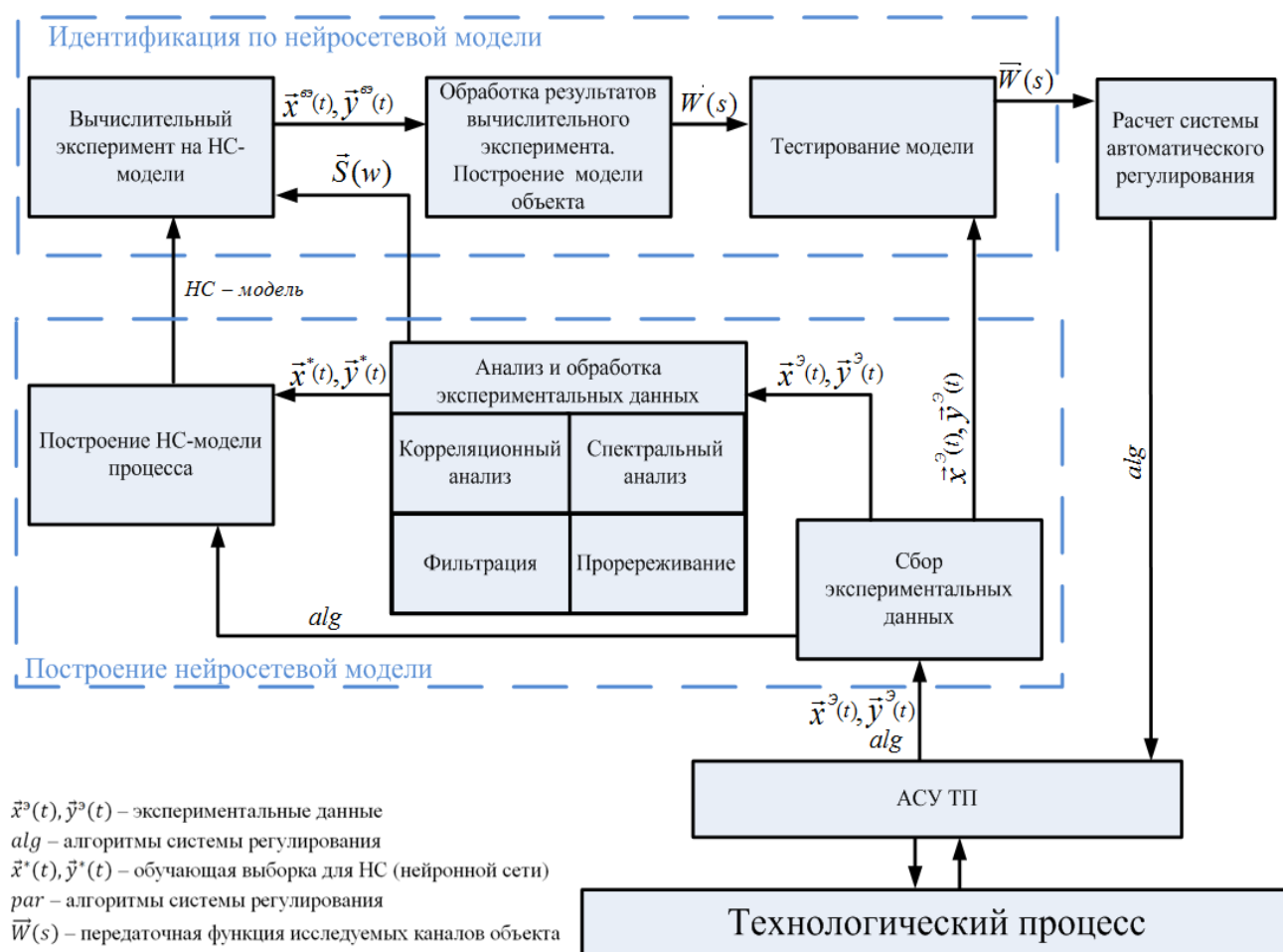


Рис. 2. Концептуальная модель идентификации технологического объекта по данным его эксплуатации
 Fig. 2. Conceptual model for identifying a technological object based on exploitation data

На рис. 3 представлены экспериментальная КЧХ исследуемого канала при соответствующих частотах и аппроксимирующая ее характеристика, построенная по результатам проведенной идентификации.

На рис. 4 представлена имитационная модель, прогнозирующая поведение температуры газосырьевой смеси на выходе из печи П-1 с учетом изменения давления потока, где $W_{reg}(s)$ – передаточная функция регулятора в замкнутом контуре управления.

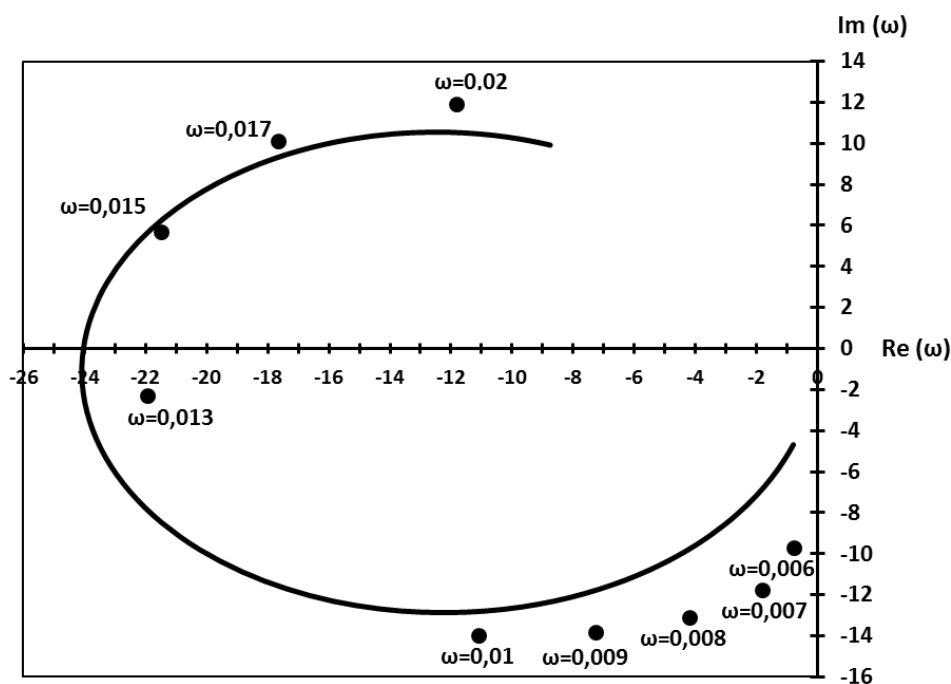


Рис. 3. КЧХ по каналу «давление газосырьевой смеси на выходе из П-1 – температура газосырьевой смеси на выходе из П-1» (точки – экспериментальная КЧХ, сплошная линия – аппроксимирующая КЧХ)
 Fig. 3. CFR on the channel «pressure of the gas-feed mixture at the exit from P-1 – temperature of the gas-feed mixture at the exit from P-1» (points – experimental CFR, solid line – approximating CFR)

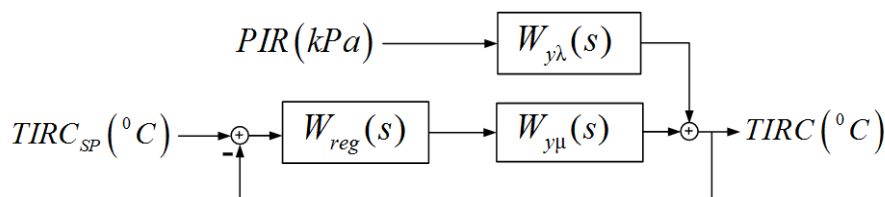


Рис. 4. Имитационная модель системы регулирования температуры газосырьевой смеси
 Fig. 4. Simulation model system of a gas-temperature mixture temperature control

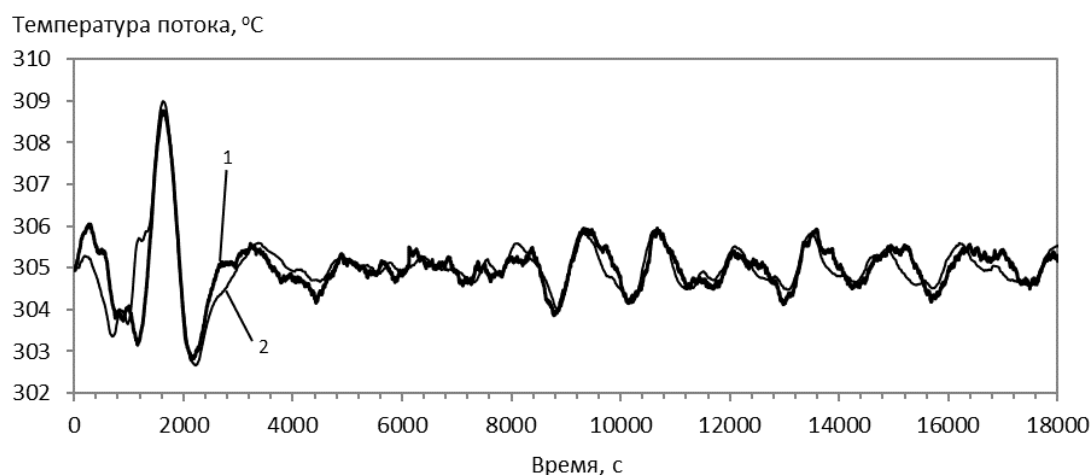


Рис. 5. Температура потока газосырьевой смеси: 1 – реальные значения, 2 – имитационная модель
 Fig. 5. The temperature of the gas mixture: 1 – real values, 2 – imitation model

Для оценки достоверности построенная модель протестирована на реальных экспериментальных данных. Входным сигналом является давление потока газосырьевой смеси. Сигнал управляющего

воздействия формирует модель регулятора. На выходе имитационная модель объекта выдает температуру потока газосырьевой смеси (рис. 5) со средним квадратичным отклонением (СКО) от реальных значений, не превышающим 0,372°C.

3. Синтез комбинированной системы управления

Исходя из условия абсолютной компенсации возмущающих воздействий на регулируемую величину, произведен расчет идеального компенсирующего устройства:

$$W_k(s) = -\frac{W_{y\lambda}(s)}{W_{yu}(s)} = 31,55 \frac{56,96s + 1}{9,81s + 1} e^{-41,28s}. \quad (2)$$

Для его аппроксимации использовано апериодическое звено второго порядка:

$$W'_k(s) = \frac{K'_k}{T'_{k2}s^2 + T'_{k1}s + 1} = \frac{31,55}{302,35s^2 + 5,69s + 1}. \quad (3)$$

Параметры K'_k , T'_{k1} , T'_{k2} определены из условия равенства комплексных частотных характеристик идеального и реального компенсирующих устройств при нулевой и резонансной частотах:

$$\begin{cases} W_k(0) = W'_k(0) \\ W_k(j\omega_r) = W'_k(j\omega_r) \end{cases}, \quad (4)$$

где ω_r – резонансная частота, определяемая как аргумент вспомогательной функции $F(\omega)$, соответствующий первому положительному экстремуму,

$$F(\omega) = -\frac{M\omega[M \sin \varphi_{yu}(\omega) + 1]}{A_{yu}(\omega)[M^2 - 1]}, \quad (5)$$

где $M = 2,37$ – частотный показатель колебательности, $A_{yu}(\omega)$ и $\varphi_{yu}(\omega)$ – амплитуда и сдвиг фазы частотной характеристики по каналу управления yu соответственно [12].

На рис. 6 представлены комплексные частотные характеристики идеального компенсирующего устройства и аппроксимирующего его звена.

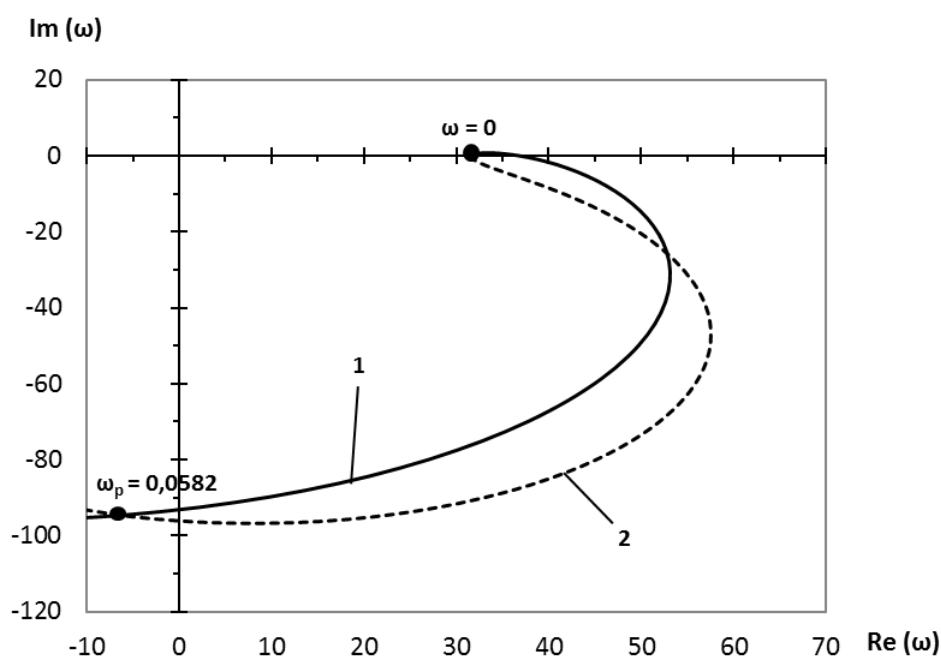


Рис. 6. КЧХ компенсирующих устройств: 1 – идеальный компенсатор, 2 – реальный компенсатор
Fig. 6. CFR of compensating devices: 1 – ideal compensator, 2 – real compensator

На рис. 7 представлена имитационная модель системы комбинированного управления температурой газосырьевой смеси с блоком компенсации изменения давления потока.

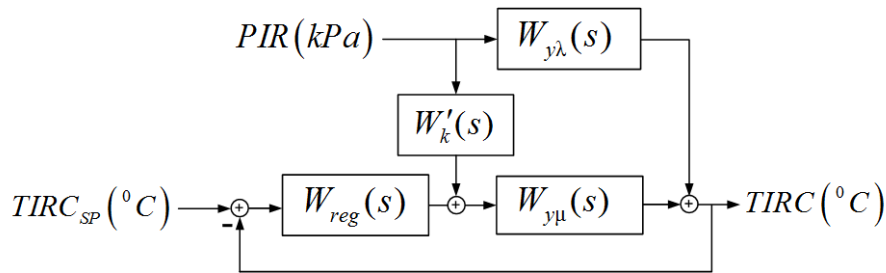


Рис. 7. Комбинированная система регулирования температуры газосырьевой смеси
Fig. 7. Combined system of a gas-temperature mixture temperature control

На рис. 8 представлены тренды подавления возмущающих воздействий действующей одноконтурной и построенной комбинированной систем регулирования температуры потока газосырьевой смеси.

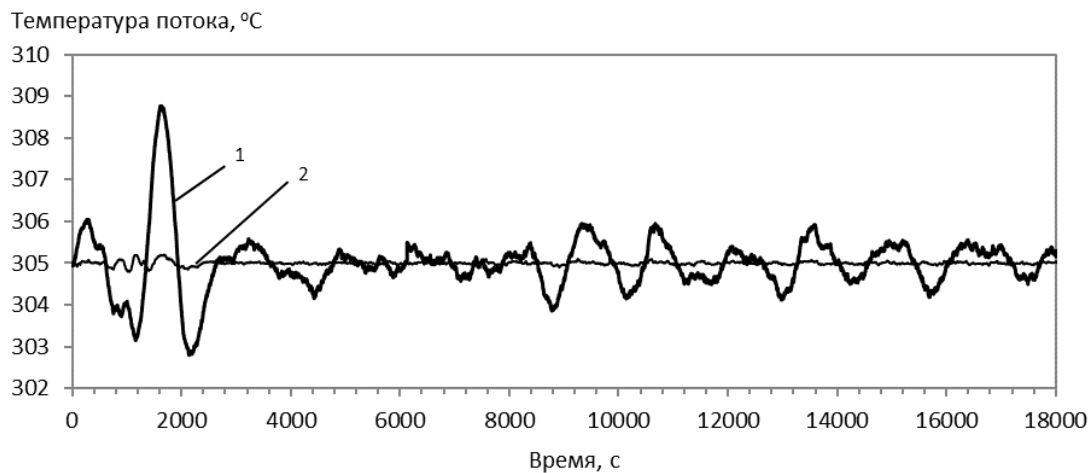


Рис. 8. Подавление возмущающих воздействий: 1 – одноконтурная система управления, 2 – комбинированная система управления
Fig. 8. Disturbance suppression: 1 – single-loop control system, 2 – combined control system

В сравнении с одноконтурной системой комбинированная система позволяет существенно улучшить качество процесса регулирования: среднее квадратичное отклонение и максимальный выброс снизились с 0,207 и 3,769°C до 0,027 и 0,439°C соответственно.

Заключение

Преимущество описанного метода построения систем комбинированного управления заключается в отсутствии необходимости проведения активного эксперимента непосредственно на действующем технологическом объекте, так как для идентификации объекта используются данные его эксплуатации. Адекватность используемых для расчета блоков компенсации моделей проверяется на экспериментальных данных. Для исследуемого технологического объекта СКО значений температуры потока газосырьевой смеси, полученных на имитационной модели, от реальных значений не превышает 0,207°C.

Реконфигурация системы управления дала возможность существенно снизить флуктуацию регулируемой величины. Внедрение комбинированной системы управления на технологическом объекте позволило уменьшить максимальный выброс и СКО температуры потока газосырьевой смеси

от установленного задания с 3,769°C и 0,207°C до 0,439°C и 0,027°C соответственно. Улучшение качества процессов регулирования позволяет снизить потери продукта на гидрокрекинг и повышает срок службы катализатора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Торгашов А.Ю., Гончаров А.А., Самотылова С.А. Современные методы построения систем усовершенствованного управления технологическими процессами // Вестник Дальневосточного отделения РАН. 2016. № 4 (133). С. 102–107.
2. Шустова О.О., Разумова Е.И. Применение advanced process control в задачах автоматического регулирования технологическими установками нефтедобычи // Международный научно-исследовательский журнал. 2014. № 22. С. 50–52.
3. Lehman K.A. Implement Advanced Process Control // Chemical engineering progress. 2018. V. 114, № 1. P. 60–66.
4. Ицкович Э.Л. Современные алгоритмы автоматического регулирования и их использование на предприятиях // Автоматизация в промышленности. 2007. № 6. С. 39–44.
5. Lorenzen M., Allgöwer F., Cannon M. Adaptive model predictive control with robust constraint satisfaction // IFAC-Papers On Line. 2017. V. 55, № 1. P. 3313–3318.
6. Capaci R.B., Vaccari M., Pannocchia G. Model predictive control design for multivariable processes in the presence of valve stiction // Journal of Process Control. 2018. V. 71. P. 25–34.
7. Saltık M.B., Özkan L., Ludlage J.H., Weiland S., Van den Hof P.M. An outlook on robust model predictive control algorithms: Reflections on performance and computational aspects // Journal of Process Control. 2018. V. 61. P. 77–102.
8. Домбровский В.В., Пашинская Т.Ю. Синтез прогнозирующих стратегий управления динамическими системами с коррелированными параметрами и мультипликативными и аддитивными шумами при ограничениях // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2019. № 47. С. 4–11.
9. Bakhtadze N.N., Lototsky V.A. Knowledge-based models of nonlinear systems based on inductive learning // Intelligent Systems Reference Library. 2016. V. 98. P. 85–104.
10. Шумихин А.Г., Александрова А.С. Идентификация управляемого объекта по частотным характеристикам, полученным экспериментально на нейросетевой динамической модели системы управления // Компьютерные исследования и моделирование. 2017. Т. 9, № 5. С. 729–740.
11. Работников М.А., Александрова А.С., Шумихин А.Г. Автоматизация обработки экспериментальной комплексной частотной характеристики при идентификации управляемого объекта // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Химическая технология и биотехнология. 2018. № 1. С. 21–33.
12. Ротач В.Я., Шавров А.В., Бутырев В.П. Синтез алгоритмов машинного расчета оптимальных параметров систем регулирования // Теплоэнергетика. 1977. № 12. С. 75–79.

Поступила в редакцию 2 июня 2020 г.

Rabotnikov M.A., Aleksandrova A.S., Shumikhin A.G. (2021) RECONFIGURATION OF CONTROL SYSTEM OF THE GAS MIXTURE TEMPERATURE AT THE FURNACE OUTLET OF THE CATALYTIC REFORMING UNIT ACCORDING TO EXPLOITATION DATA OF TECHNOLOGICAL OBJECT. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 12–19

DOI: 10.17223/19988605/54/2

The approach and results of an experiment on reconfiguration of an automatic control system and calculation of a combined control system based on the proposed method for identifying technological objects according to exploitation data are presented.

Structural and parametric identification of the object is carried out in the form of transfer functions based on the obtained frequency response. To assess the reliability of the identification of the control object, a simulation model is constructed that predicts the behavior of the controlled variable taking into account the influence of disturbing influences. The output signal of the model is a controlled parameter.

Based on the results of the identification, the combined system is calculated. The condition for approximating the ideal compensating device is the compliance of the complex frequency responses at zero and resonant frequencies. To evaluate the results of building a combined system, simulation model of suppressing disturbances before and after the introduction of compensator is constructed.

The advantages of the presented method of identifying the control object are passive experiment, high accuracy of the synthesized model of the object and ability to calculate a compensating device that can reduce fluctuations of the adjustable parameter.

To demonstrate the described method for constructing combined control systems, the automatic control system of the temperature of the flow of a gas-feed mixture at the outlet of furnace of a catalytic reforming unit was reconfigured. Root-mean-square error and maximum outburst decreased from 3,769 °C and 0,439 °C to 0,207 °C and 0,027 °C after the introduction of the combined system.

Keywords: identification; complex frequency response; combined control systems.

RABOTNIKOV Mikhail Alekseevich (Master, Perm National Research Polytechnical University, Perm, Russian Federation).
E-mail: rabotnikov@pstu.ru

ALEKSANDROVA Anna Sergeevna (Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor, Perm National Research Polytechnical University, Perm, Russian Federation).
E-mail: boyarshinovaann@gmail.com

SHUMIKHIN Aleksandr Georgievich (Doctor of Engineering Sciences, Professor, Perm National Research Polytechnical University, Perm, Russian Federation).
E-mail: shumichin@gmail.com

REFERENCES

1. Torgashov, A.Yu., Goncharov, A.A. & Samotylova, S.A. (2016) Modern methods of evaluation of advanced process control systems. *Vestnik Dal'nevostochnogo otdeleniya RAN – Vestnik of the Far East Branch of the Russian Academy of Sciences*. 4(133). pp. 102–107.
2. Shustova, O.O. & Razumova, E.I. (2014) Advanced process control application in tasks of automatic adjustment of the oil-producing units. *Mezhdunarodnyy nauchno-issledovatel'skiy zhurnal – International Research Journal*. 22. pp. 50–52.
3. Lehman, K. A. (2018) Implement Advanced Process Control. *Chemical Engineering Progress*. 114(1). pp. 60–66.
4. Itskovich, E.L. (2007) Sovremennye algoritmy avtomaticheskogo regulirovaniya i ikh ispol'zovanie na predpriyatiyakh [Modern algorithms for automatic regulation and their use in facility]. *Avtomatizatsiya v promyshlennosti –Automation in Industry*. 6. pp. 39–44.
5. Lorenzen, M., Allgöwer, F. & Cannon, M. (2017) Adaptive Model Predictive Control with Robust Constraint Satisfaction. *IFAC-Papers On Line*. 55(1). pp. 3313–3318. DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.512
6. Capaci, R.B., Vaccari, M. & Pannocchia, G. (2018) Model predictive control design for multivariable processes in the presence of valve stiction. *Journal of Process Control*. 71. pp. 25–34. DOI: 10.1016/j.jprocont.2018.09.006
7. Saltik, M.B., Özkan, L., Ludlage, J.H., Weiland, S. & Van den Hof, P.M. (2018) An outlook on robust model predictive control algorithms: Reflections on performance and computational aspects. *Journal of Process Control*. 61. pp. 77–102. DOI: 10.1016/j.jprocont.2017.10.006
8. Dombrovskii, V.V. & Pashinskaya, T.Yu. (2019) Model predictive control for discrete-time systems with serially correlated parameters and multiplicative and additive noises under constraints. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 47. pp. 4–11. DOI: 10.17223/19988605/47/1
9. Bakhtadze, N.N. & Lototsky, V.A. (2016) Knowledge-based models of nonlinear systems based on inductive learning. *Intelligent Systems Reference Library*. 98. pp. 85–104. DOI: 10.1007/978-3-319-23338-3_4
10. Aleksandrova, A.S. & Shumikhin, A.G. (2017) Identification of a controlled object using frequency responses obtained from a dynamic neural network model of a control system. *Komp'yuternye issledovaniya i modelirovanie – Computer Research and Modeling*. 5. pp. 729–740. DOI: 10.20537/2076-7633-2017-9-5-729-740
11. Rabotnikov, M.A., Aleksandrova, A.S. & Shumikhin, A.G. (2018) Automation of processing of experimental complex frequency characteristics with identification of the controlled object. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Khimicheskaya tekhnologiya i biotekhnologiya – PNRPU Bulletin. Chemical Technology and Biotechnology*. 9(1). pp. 21–33. DOI: 10.15593/2224-9400/2018.1.02
12. Rotach, V.Ya., Shavrov, A.V. & Butyrev, V.P. (1977) Sintez algoritmov mashinnogo rascheta optimal'nykh parametrov sistem regulirovaniya [Synthesis of algorithms for computer calculation optimal parameters of control systems]. *Teploenergetika*. 12. pp. 77–79.

УДК 62-58:621.3.078
DOI: 10.17223/19988605/54/3

И.А. Шмидт, В.П. Казанцев, А.В. Могильников

ПОЗИЦИОННО-ТРАЕКТОРНЫЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ НЕЧЕТКОГО ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА

Рассмотрены вопросы построения позиционно-траекторных электромеханических систем управления, обеспечивающих формирование квазиоптимальных по быстродействию переменных движения объекта – положения, скорости и ускорения – при заведомо неизвестных по величине и времени изменения задающих воздействий. Предложен подход к синтезу системы позиционирования объекта по некоторой пространственной оси на основе применения алгоритмов нечеткого логического вывода. Приведены результаты имитационного моделирования, подтверждающие эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: электромеханическая система управления; позиционно-траекторное управление; нечеткий регулятор; имитационное моделирование.

Позиционно-траекторные системы, как и позиционно-следающие системы управления, характеризуются тем, что задающее воздействие (задание пространственного положения объекта) заведомо не известно и определяется внешней подсистемой (окружающей средой). К таким техническим объектам относятся многочисленные роботы-манипуляторы, функционирующие в едином ограниченном рабочем пространстве с иными подвижными или неподвижными объектами и требующие оперативного изменения траектории движения, ориентируясь на системы технического зрения и некоторые приоритеты (правила) движения [1, 2]. К таким объектам относятся также автоматизированные мобильные транспортные установки, подъемно-транспортные машины, различные автоматизированные крановые установки [3], оператор которых ориентируется в процессе движения на визуальный контроль окружающей обстановки. Аналогичные принципы управления лежат также в основе адаптивных задатчиков интенсивности и эталонных моделей механического движения объектов [3, 4]. Целевая траектория движения этих объектов в общем случае неизвестна и определяется внешней средой.

Рассматриваемый класс систем управления базируется на применении электромеханических систем управления (ЭМСУ), которые призваны обеспечить оптимизацию движения рабочих органов (РО) механизмов с заданным ограничением фазовых переменных – скорости, ускорения (замедления) и в общем случае рывка (удара). Необходимость адаптации ЭМСУ к изменению внешней среды требует совершенствования алгоритмов управления, обеспечивающих, с одной стороны, максимальное быстродействие отработки любых по величине и времени изменения заданий позиции РО, с другой – отсутствие перерегулирования при подходе к установившемуся состоянию. Эти требования во многом противоречивы и требуют оптимального сочетания линейных и нелинейных, адаптивных алгоритмов управления.

Как известно [1], оптимальное по быстродействию управление является релейным, и алгоритм работы оптимального регулятора описывается выражением

$$U_m = u \cdot \text{sign} V(x_1, \dots, x_n),$$

где функция, определяющая знак управляющего воздействия $V = V(x_1, \dots, x_n)$, называется функцией переключения. Задача синтеза оптимального релейного регулятора сводится к определению аналитического выражения функции переключения, решается в режиме реального времени и не только является крайне сложной, но и ведет к образованию предельных циклов вблизи установившихся режимов, в том числе с реализацией скользких режимов, что для электромеханических систем, как правило, недопустимо.

Известны довольно эффективные адаптивные эталонные модели движения, основанные именно на сочетании различных принципов управления, включая принцип финитного управления, и реализованные в классе систем с переменной структурой с арифметико-логическими алгоритмами самонастройки [4–6]. Вместе с тем, как показывают исследования, эти модели достаточно сложны в реализации и имеют общий недостаток – сравнительно низкое качество функционирования при скачкообразных изменениях задания позиции в произвольные моменты времени, связанные, например, с экстренной необходимостью обхода или уклонения от препятствия.

В [6] рассмотрен синтез контроллеров движения для позиционно-следящих систем, основанный на методологии модельного прогнозирующего управления, который предполагает расчет прогнозного периода управления объектом на каждом шаге управления. Алгоритм расчета предусматривает решение задачи однопараметрической оптимизации для значения оптимального периода управления и, соответственно, момента времени изменения величины финитного управления. Однако при времени расчета в цикле оптимизации, меньшем 0,001 с, трудоемкость такого расчета может стать препятствием для практического применения предлагаемого подхода в реальном масштабе времени.

Цель исследования – разработка достаточно простых в реализации регуляторов позиционно-траекторных ЭМСУ на основе алгоритмов нечеткого логического вывода, обеспечивающих близкое к оптимальному (квазиоптимальное) по быстродействию формирование заведомо неизвестной целевой траектории движения РО при заданных ограничениях фазовых переменных.

1. Описание модели объекта позиционного управления и определение ее переменных

Ниже рассмотрен подход к синтезу позиционно-траекторных ЭМСУ на основе теории нечетких систем управления. Как показано в дальнейшем, отказаться от решения строгой оптимизационной задачи предельного быстродействия и, следовательно, избежать вычислительных сложностей можно, реализовав регулятор контроллера движения на основе алгоритмов нечеткого логического вывода, основные идеи которого были изложены в [7]. Нечеткие логические регуляторы (НЛР) в настоящее время достаточно широко распространены, причем наиболее очевидны их преимущества для систем с неполной информацией и высокой сложностью объекта управления [8, 9]. Однако и для ЭМСУ, описываемых простыми линейными моделями, но функционирующими в условиях изменчивости окружающей среды, такой подход вполне оправдан.

Пусть объект позиционного управления описывается моделью интегратора 2-го порядка:

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t),$$

где $X(t)$ – вектор состояния, $X = [x, v]^T$, x – положение, v – скорость; $U(t)$ – скалярное дискретное управление (ускорение), $U(t) = a$; A, B – матрицы постоянных коэффициентов размера $2 \times 2, 2 \times 1$ соответственно.

Ограничения на компоненты вектора состояния будут рассмотрены позднее.

Для определенности зададим матрицы коэффициентов в форме Фробениуса:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Нечеткий регулятор будет иметь две входных переменных (ошибка положения и скорость) и одну выходную (ускорение).

2. Составление терм-множеств

Для входной переменной «ОшибкаПоложения» определим два нечетких терм-множества: «ОшибкаПоложительна» и «ОшибкаОтрицательна». Принадлежность к этим множествам дает вклад в выход регулятора, эквивалентный пропорциональной составляющей традиционного регулятора. Для скорости определим следующие нечеткие множества: «СкоростьПоложительна», «СкоростьОтрицательна», «СкоростьВблизиНуляПоложительна», «СкоростьВблизиНуляОтрицательна».

Для выходной переменной регулятора определим два множества: «УскорениеПоложительно» и «УскорениеОтрицательно». Границы функций принадлежности для этих множеств задают ограничение управления $|a| \leq a_{\max}$. В дальнейшем для определенности примем $a_{\max} = 2 \text{ м/с}^2$.

Логика работы регулятора следующая: при возникновении ошибки положения выходная переменная сначала будет формироваться за счет попадания ошибки в терм-множества «ОшибкаПоложительна» или «ОшибкаОтрицательна» (дальнейшее рассмотрение будем проводить для случая отклонения в положительную сторону, для отклонения в отрицательную сторону все рассуждения будут симметричными). При уменьшении ошибки скорость будет возрастать до тех пор, пока не попадет в множество «СкоростьПоложительна», после чего скорость должна уменьшаться, т.е. формироваться за счет множества «УскорениеОтрицательно». Одновременное достижение нулевого отклонения и нулевой скорости (достижение цели регулирования) возможно только при идеальных условиях – отсутствии внешних воздействий и отсутствии ошибок измерения или вычисления. Для неидеальных условий требуется дополнительно добиться достижения нулевой скорости. Эта дополнительная доводка скорости осуществляется за счет принадлежности скорости множеству «СкоростьВблизиНуляПоложительна» при условии, что «ОшибкаПоложения» не принадлежит множеству «ОшибкаПоложительна». Таким образом, мы можем сформировать базу правил системы нечеткого вывода (приводится только для случая отклонения ошибки в положительную сторону):

1. IF ОшибкаПоложения IS ОшибкаПоложительна AND Скорость IS NOT СкоростьПлюс THEN Ускорение IS УскорениеПоложительно.
2. IF Скорость IS СкоростьПлюс THEN Ускорение IS УскорениеОтрицательно.
3. IF Скорость IS СкоростьВблизиНуляПоложительна AND ОшибкаПоложения IS NOT ОшибкаПоложительна THEN Ускорение IS УскорениеОтрицательно.

3. Определение параметров функций принадлежности

Остановимся на определении параметров функций принадлежности для каждого терм-множества. Функции принадлежности определяют степень принадлежности каждого элемента нечеткому множеству числом между 0 и 1, которое определяет степень истинности входного или выходного сигнала данному терму [10]. Для терм-множеств входных переменных будем использовать трапецевидные или треугольные функции принадлежности. На данный момент не существует общего формального правила нахождения параметров функций принадлежности, их настройка носит преимущественно эвристический характер [11, 12].

Функция принадлежности множества «ОшибкаПоложительна» определена так:

$$\mu_{\text{ОшибкаПоложительна}}(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\infty, 0,1), \\ 1, & x \in [0,1, \infty), \end{cases}$$

т.е. функция принадлежности имеет ступенчатую форму. Интервал от $-0,1$ до $0,1$ – это зона нечувствительности регулятора по ошибке.

Для терм-множества «СкоростьПлюс» имеем

$$\mu_{\text{СкоростьПлюс}}(v) = \begin{cases} 0, & v \in (-\infty, v_{\text{гран}}), \\ (v - v_{\text{гран}}) / 0,01, & v \in [v_{\text{гран}}, v_{\text{гран}} + 0,01], \\ 1, & v \in [v_{\text{гран}} + 0,01, \infty). \end{cases}$$

Здесь $v_{\text{гран}}$ – это граница скорости, являющаяся функцией ошибки, т.е. значение скорости, при котором в случае воздействия минимального значения ускорения $-a_{\max}$ ошибка успеет уменьшиться до нуля, а сама скорость при этом также уменьшится до нуля. Таким образом, граница скорости будет равна

$$v_{\text{гран}} = \sqrt{2B_2 a_{\max} x},$$

где B_2 – параметр, связывающий управление и ускорение и имеющий размерность, определяемую размерностями этих переменных. По умолчанию с целью абстрагирования от значения потребной

динамической мощности управления параметр B_2 принят равным единице. Это означает, что управление фактически реализуется ускорением.

Эта граница должна пересчитываться на каждом шаге управления, т.е. в регуляторе функция принадлежности терм-множества «СкоростьПлюс» будет зависеть от текущего значения ошибки по координате.

Терм-множество «СкоростьВблизиНуляПоложительна» определено следующим образом:

$$\mu_{\text{СкоростьВблизиНуляПоложительна}}(v) = \begin{cases} 0, & v \in (-\infty, 0,01), \\ (v - 0,01) / (10,01 - 0,01), & v \in [0,01, 10,01], \\ 0, & v \in (10,01, \infty). \end{cases}$$

Для выходной переменной (ускорения) определяются два нечетких множества, функции принадлежности которых имеют треугольную форму и описываются так:

$$\mu_{\text{УскорениеОтрицательно}}(a) = \begin{cases} 0, & a \in (-\infty, 2), \\ |(a - 2) / 4|, & a \in [-2, 2], \\ 0, & a \in (2, \infty), \end{cases}$$

$$\mu_{\text{УскорениеПоложительно}}(a) = \begin{cases} 0, & a \in (-\infty, 2), \\ (a + 2) / 4, & a \in [-2, 2], \\ 0, & a \in (2, \infty). \end{cases}$$

4. Результаты имитационного моделирования

Для проверки описанного НЛР была разработана программа в среде LabView [13], что позволяет использовать ее непосредственно в составе контроллера движения. Шаг управления выбран 0,001 с. На рис. 1 слева показаны переходные процессы при изменении задания положения от 0 до 5 м. Здесь и далее принято, что положение, скорость и ускорение имеют соответственно размерности м, м/с, м/с², по оси абсцисс – время, с.

Чтобы добавить ограничение по скорости достаточно определить дополнительное терм-множество «ОграничениеСкоростиПлюс». Представим функцию принадлежности при условии, что ограничение по скорости принято 2м/с:

$$\mu_{\text{ОграничениеСкоростиПлюс}}(v) = \begin{cases} 0, & v \in (-\infty, 2), \\ 1, & v \in [2, \infty). \end{cases}$$

В первое правило базы правил нечеткого вывода необходимо добавить условие непопадания в множество «ОграничениеСкоростиПлюс»:

1. IF ОшибкаПоложения IS ОшибкаПоложительна AND Скорость IS NOT СкоростьПлюс AND Скорость IS NOT ОграничениеСкоростиПлюс THEN Ускорение IS УскорениеПоложительно.

Переходные процессы с добавленным ограничением по скорости представлены на рис. 1 справа.

Моделирование подтвердило, что правила нечеткого вывода обеспечивают близкое к оптимальному по быстродействию управление объектом управления, при этом сами правила сформулированы из требований оптимального по быстродействию регулирования, т.е. в первый период переходного процесса при возникновении ошибки положения на объект управления будет воздействовать максимально возможное ускорение. Этот интервал будет длиться до тех пор, пока скорость не достигнет предельно допустимого значения. Во время второго интервала регулирования объект перемещается с предельно допустимой скоростью, пока рассчитанная граница скорости $v_{\text{гран}}$, являющаяся функцией ошибки положения, не станет равной текущему значению скорости. Во время третьего интервала на объект управления воздействует максимальное ускорение с обратным знаком (объект тор-

мозится). Такое поведение практически совпадает с поведением аналогичного объекта [4–6], где регулирование осуществляется на основе финитного управления. Таким образом, мы видим, что нечеткий регулятор обеспечивает приближенное к оптимальному (квазиоптимальное) по быстродействию поведение системы.

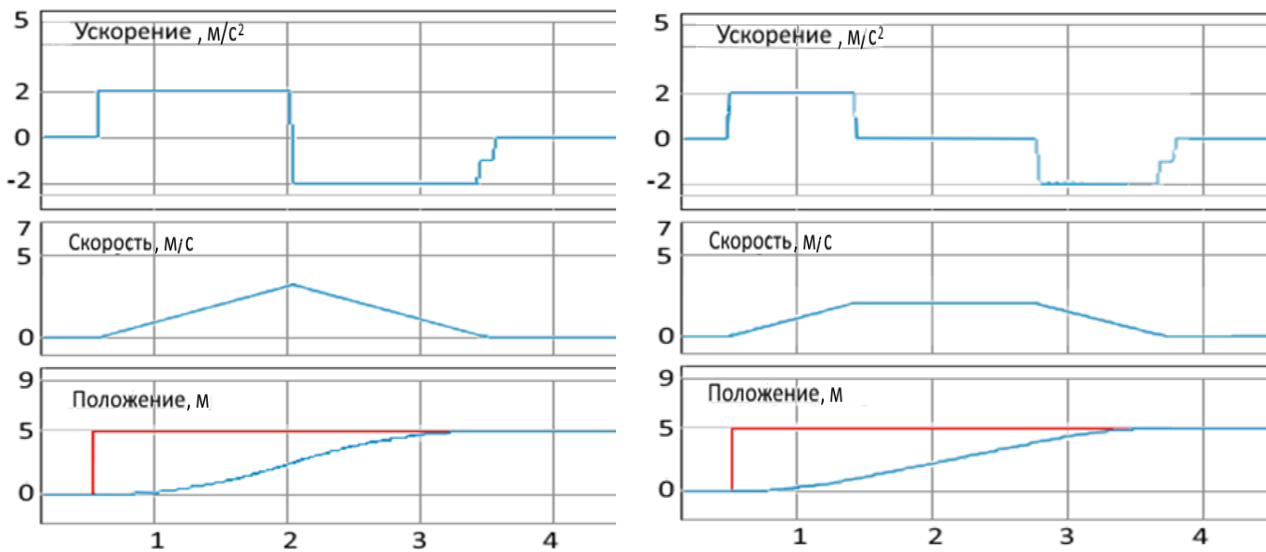


Рис. 1. Процессы в ЭМСУ при изменении задания положения без ограничения скорости (слева) и с ограничением скорости (справа)

Fig. 1. Processes in EMCS when changing the position setting without speed limit (left) and with speed limit (right)

Для демонстрации процессов с изменением задания положения во время переходного процесса, связанного, например, с экстренной необходимостью коррекции траектории движения, задание положения было изменено с 4 до -4 м. На рис. 2 видно, что регулятор отработал и эту ситуацию успешно для произвольных по величине и времени изменений задающих воздействий.

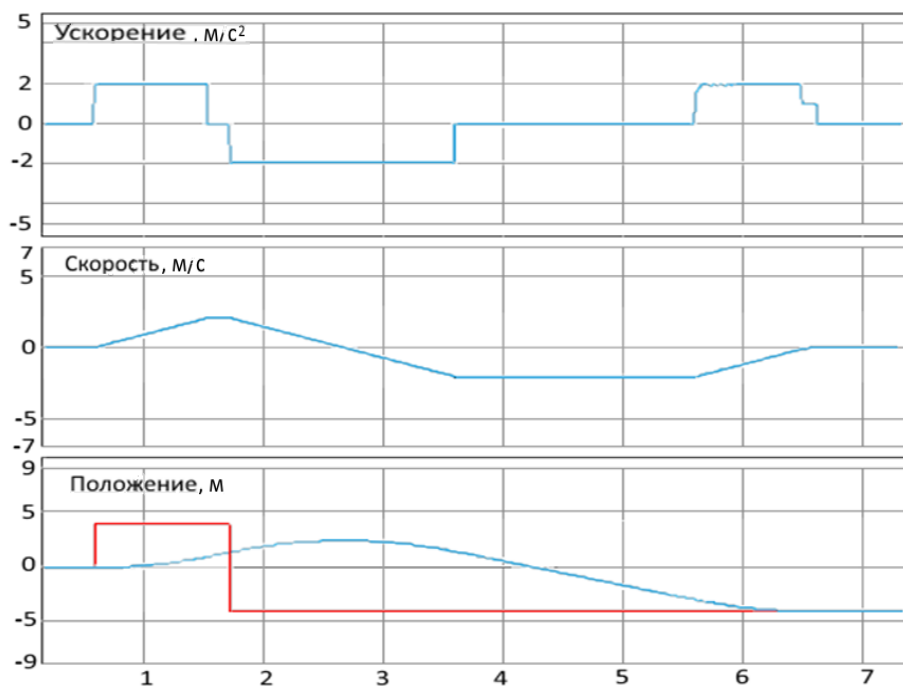


Рис. 2. Процессы в ЭМСУ при изменении задания положения с коррекцией траектории движения в переходном процессе

Fig. 2. Processes in EMCS when changing the position setting with correction of the trajectory in the transition process

Ниже продемонстрировано, что регулятор может работать в случае, когда на систему действует внешнее возмущение. В показанном примере на объект управления действует постоянное возмущение с ускорением $0,2 \text{ м/с}^2$. Пока задание на изменение положения равно нулю, регулятор периодически выдает импульсы ускорения для компенсации возмущения.

На рис. 3 представлены два процесса: при выдаче задания на увеличение положения (от 0 до 5 м) и на его уменьшение (от 0 до -5 м). В обоих случаях регулятор обеспечивает квазиоптимальные по быстродействию процессы.

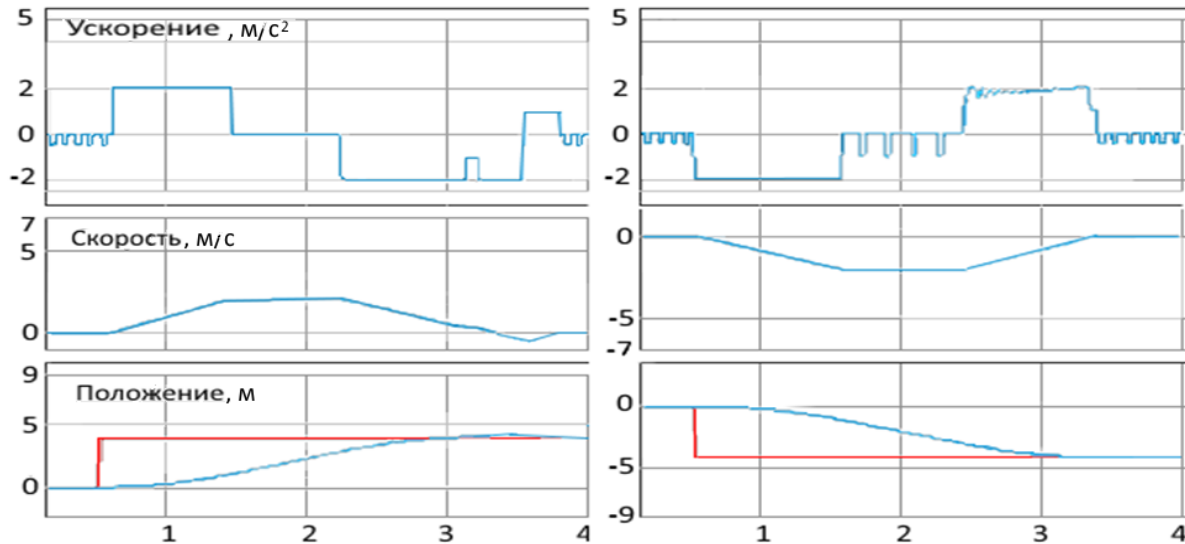


Рис. 3. Процессы в ЭМСУ при воздействии внешнего возмущения на входе объекта управления, равного $0,2 \text{ м/с}^2$
 Fig. 3. Processes in EMCS under the influence of an external disturbance at the input of the control object equal to $0,2 \text{ м/с}^2$

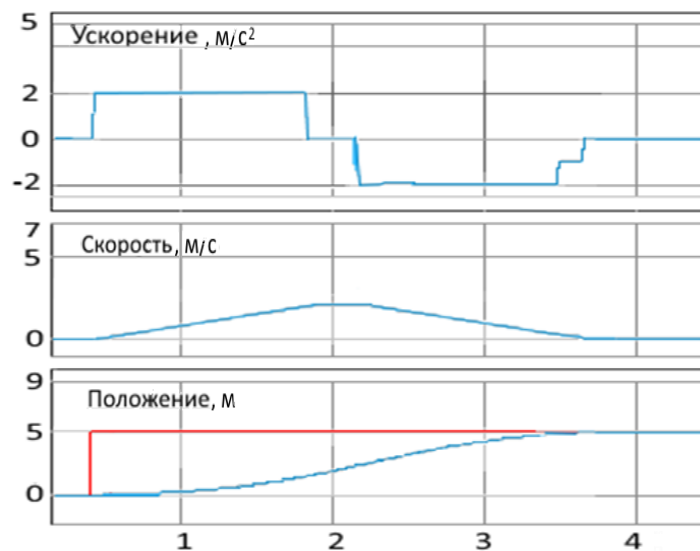


Рис. 4. Процессы в ЭМСУ при изменении задания положения для коэффициента $B_2 = 0,5$
 Fig. 4. Processes in EMCS when changing the position setting for the coefficient $B_2 = 0,5$

Нечеткий логический регулятор обеспечивает работоспособность ЭМСУ при изменении параметров объекта без дополнительной подстройки, т.е. система демонстрирует свойства параметрической адаптивности. На рис. 4 показана работа системы при $B_2 = 0,5$, что соответствует ступенчатому увеличению массы (момента инерции) объекта в два раза, изменение этого коэффициента учтено при расчете границы скорости $v_{\text{гран}}$. Сравнивая процесс с рис. 1 (справа) можно заметить, что период воздействия ускорения длится дольше, а период работы при ограничении скорости – меньше. При этом

отработка перемещения осуществляется также практически оптимально по критерию быстродействия без перерегулирования при подходе к заданной позиции.

Заключение

Приведенные в статье результаты исследований позволяют сделать следующие выводы:

- в отличие от известных решений оптимального по быстродействию управления предложенный подход базируется на применении алгоритмов нечеткого логического вывода и не требует программно-временного задания времени существования максимально допустимых уровней фазовых переменных (скорости, ускорения / замедления) и задания моментов времени изменения задающего воздействия;
- ЭМСУ с предложенным алгоритмом логического вывода демонстрирует свойства астатического регулирования при внешних аддитивных возмущениях на входе объекта управления;
- показано, что нечеткий логический регулятор обеспечивает работоспособность ЭМСУ при изменении параметров объекта без дополнительной подстройки, т.е. система демонстрирует свойства параметрической самонастройки;
- предложенный нечеткий регулятор обеспечивает заданное ограничение фазовых переменных механического движения и может использоваться для построения адаптивной к внешним условиям эталонной модели, включаемой в структуру адаптивных ЭМСУ в качестве предшествующего фильтра либо в качестве эталонной динамической модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пшихопов В.Х. Оптимальное по быстродействию траекторное управление электромеханическими манипуляционными роботами // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2007. № 1. С. 51–57.
2. Гусев Н.В., Букреев В.Г. Системы цифрового управления многокоординатными следящими электроприводами : учеб. пособие. Томск : Изд-во Том. политехн. ун-та, 2007. 213 с.
3. Виноградов А.Б., Сибирцев А.Н., Журавлёв С.В. Бездатчиковый электропривод подъемно-транспортных механизмов // Силовая электроника. 2007. № 1. С. 78–87.
4. Казанцев В.П., Даденков Д.А., Юдин Р.Ю. Формирование эталонного движения электромеханических систем управления // Электротехника. 2019. № 11. С. 28–33.
5. Казанцев В.П., Даденков Д.А. Позиционно-следящие электроприводы с финитным управлением // Электротехника. 2015. № 6. С. 45–50.
6. Казанцев В.П., Бочкарев С.В. Финитное управление приводами установок для ультраструйной обработки и диагностики материалов // Известия вузов. Машиностроение. 2019. № 2 (707). С. 24–33.
7. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений : сб. пер. / под ред. И.Ф. Шахнова. М. : Мир, 1976. С. 172–215.
8. Асаи К., Ватага Д., Иваи С. Прикладные нечеткие системы : перевод с япон. / под ред. Т. Тэрано. М. : Мир. 1993. 344 с.
9. Соловьев В.В., Финаев В.И. Постановка задачи синтеза управления сложной системой в условиях априорной неопределенности // Известия ЮФУ. Технические науки. 2009. № 5 (94). С. 59–65.
10. Гостев В.И. Нечеткие регуляторы в системах автоматического управления. Киев : Радиоаматор, 2008. 971 с.
11. Анисимов Д.Н., Новиков В.Н., Сафина Э.А. Исследование влияния треугольных норм на динамику нечеткой системы автоматического управления // Вестник московского энергетического института (МЭИ). 2013. № 4. С. 186–192.
12. Соловьев В.В., Финаев В.А. Синтез систем адаптивного управления для многосвязных объектов с нечеткими параметрами // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2012. № 1 (45). С. 117–125.
13. LabVIEW : PID and Fuzzy Logic Toolkit User Manual. Austin, TX : National Instruments Corporate Headquarters, 2009. 213 p.

Поступила в редакцию 18 июня 2020 г.

Shmidt I.A., Kazantsev V.P., Mogilnikov A.V. (2021) POSITIONAL-TRAJECTORY ELECTROMECHANICAL CONTROL SYSTEMS BASED ON FUZZY LOGICAL OUTPUT ALGORITHMS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 543. pp. 20–27

DOI: 10.17223/19988605/54/3

The issues of constructing positional-trajectory electromechanical control systems, ensuring the formation of quasi-optimal motion of the object variables - position, speed and acceleration - at unknown in size and time changes of the set effects are considered.

It is assumed that specific limits are imposed on the values of speed and acceleration due to the combination of technological, energy, ergonomic and other requirements. An approach to the synthesis of the object positioning system on a certain spatial axis based on the application of fuzzy logical output algorithms, which have found wide application for systems with high complexity and structural and parametric uncertainty of the control object model, has been proposed. It is shown that for electromechanical control systems of low complexity, but with incomplete information about the external environment, this approach allows you to get simple, but quite effective control algorithms. The fuzzy regulator has two input variables (position error and speed) and one output (acceleration). Six fuzzy sets have been defined for the input variables, and two sets for the output variable. Belonging to these sets allowed to get a fuzzy-logical regulator, equivalent in structure to the proportional regulator, but providing self-tuning to the notoriously unknown parameters of the positioning of the object. The proposed approach can be used in the construction of positional-trajectory control systems, the formation of S-ramp to limit phase variable electric drives or when building reference models for adaptive control systems. The results of the simulation, confirming the effectiveness of the proposed approach, are presented.

Keywords: electromechanical control system; positional-trajectory control; fuzzy regulator; simulation modeling.

SHMIDT Igor Albertovich (Associate Professor, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Microprocessors Automation Department, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation).

E-mail: shmidt-ia@yandex.ru, shmidt@msa.pstu.ac.ru

KAZANTSEV Vladimir Petrovich (Associate Professor, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Microprocessors Automation Department, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation).

E-mail: kvppgtu2012@yandex.ru, kvppgtu@mail.ru

MOGILNIKOV Andrey Vyacheslavovich (Student of the Microprocessors Automation Department, Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation).

E-mail: mogilnikov.andrej@mail.ru

REFERENCES

1. Pshikhopov, V.Kh. (2007) Optimal'noe po bystrodeystviyu traektornoe upravlenie elektromekhanicheskimi manipulyatsionnymi robotami [Optimum performance electromechanical management path manipulation robots]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Elektromekhanika – Russian Electromechanics*. 1. pp. 51–57.
2. Gusev, N.V. & Bukreev, V.G. (2007) *Sistemy tsifrovogo upravleniya mnogokoordinatnymi sledyashchimi elektroprivodami* [Digital control systems for multi-coordinate servo drives]. Tomsk: Tomsk Polytechnic University.
3. Vinogradov, A.B., Sibirtsev, A.N. & Zhuravlev, S.V. (2007) Bezdatchikovyy elektroprivod pod'emno-transportnykh mekhanizmov [Sensorless electric hoisting-and-transport mechanisms]. *Silovaya elektronika*. 1. pp. 78–84.
4. Kazantsev, V.P., Dadenkov, D.A. & Yudin, R.Yu. (2019) A reference model for the motion of electromechanical control systems. *Russian Electrical Engineering*. 90(11). pp. 729–733. DOI: 10.3103/S1068371219110051
5. Kazantsev, V.P. & Dadenkov, D.A. (2015) Position-servo drives with finite control. *Russian Electrical Engineering*. 6. pp. 45–50. DOI: 10.3103/S106837121506005X
6. Kazantsev, V.P. & Bochkarev, S.V. (2019) Finite Control of Actuators of Machines for Ultra-Jet Processing and Diagnostics of Materials. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy, Mashinostroenie – BMSTU Journal of Mechanical Engineering*. 2(707). pp. 24–33. DOI: 10.18698/0536-1044-2019-2-24-33
7. Bellman, R.E. & Zadeh, L.A. (1970) Prinyatie resheniy v rasplyvchatykh usloviyakh [Decision-making in fuzzy environment]. In: Shakhnov, I.F. (ed.) *Voprosy analiza i protsedury prinyatiya resheniy* [Analysis Issues and Decision-Making Procedures]. Moscow: Mir. pp. 141–160.
8. Asai, K., Wataga, D. & Iwai, S. (1993) *Prikladnye nechetkie sistemy* [Applied Fuzzy Systems]. Translated from Japanese. Moscow: Mir.
9. Soloviev, V.V. & Finaev, V.I. (2009) Postanovka zadachi sinteza upravleniya slozhnoy sistemoy v usloviyakh apriornoy neopredelennosti [Statement of the problem of synthesis of control of a complex system in conditions of a priori uncertainty]. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki – Izvestiya SFEDU. Engineering Sciences*. 5(94). pp. 59–65.
10. Gostev, V.I. (2008) *Nechetkie regulatory v sistemakh avtomaticheskogo upravleniya* [Fuzzy Controllers in Automatic Control Systems]. Kyiv: Radioamator.
11. Anisimov, D.N., Novikov, V.N. & Safina, E.A. (2013) Issledovanie vliyaniya treugol'nykh norm na dinamiku nechetkoy sistemy avtomaticheskogo upravleniya [Investigation of the influence of triangular norms on the dynamics of a fuzzy automatic control system]. *Vestnik moskovskogo energeticheskogo instituta (MEI) – Bulletin of MPEI*. 4. pp. 186–192.
12. Soloviev, V.V. & Finaev, V.A. (2012) Sintez sistem adaptivnogo upravleniya dlya mnogosvyaznykh ob"ektov s nechetkimi parametrami [Synthesis of adaptive control systems for multi-connected objects with fuzzy parameters]. *Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobshcheniya – Rostov State Transport University*. 1(45). pp. 117–125.
13. National Instruments Corporate Headquarters. (2009) *LabVIEW PID and Fuzzy Logic Toolkit User Manual*. (June 2009). Austin, TX: National Instruments Corporate Headquarters.

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 519.2

DOI: 10.17223/19988605/54/4

А.М. Горцев, А.В. Веткина

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРА РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ В ПОЛУСИНХРОННОМ ПОТОКЕ СОБЫТИЙ

Рассматривается полусинхронный поток событий, являющийся распространенной математической моделью информационных потоков сообщений, функционирующих в телекоммуникационных и информационно-вычислительных сетях, и относящийся к классу дважды стохастических потоков событий. Функционирование потока рассматривается в условиях случайного непродлевающегося мертвого времени, распределенного по равномерному закону на отрезке $[0, T^*]$. Производится оценивание параметра T^* мертвого времени методом моментов. Приводятся результаты статистических экспериментов.

Ключевые слова: полусинхронный поток событий; непродлевающееся мертвое время; оценка параметра; метод моментов.

Широкое применение в исследовании реальных физических, технических, экономических и других объектов и систем получили математические модели систем и сетей массового обслуживания (СМО, СеМО). Основными элементами СМО и СеМО при этом являются случайные входящие потоки событий. В подавляющем большинстве работ по исследованию СМО и СеМО до 80-х гг. прошлого века в качестве входящих потоков событий рассматривались пуассоновские потоки событий. Однако в связи с интенсивным развитием вычислительной техники, спутниковых, компьютерных, беспроводных и мобильных сетей связи модель простейшего потока перестала быть адекватной реальным информационным потокам сообщений. Поэтому в это же время была предпринята успешная попытка создания адекватных математических моделей информационных потоков в телекоммуникационных системах – так называемых дважды стохастических потоков. Дважды стохастические потоки можно разделить на два класса: первый класс составляют потоки, сопровождающий процесс (интенсивность) которых есть непрерывный случайный процесс [1, 2]; второй – потоки, сопровождающий процесс (интенсивность) которых есть кусочно-постоянный случайный процесс с конечным (произвольным) числом состояний. Первые результаты исследований потоков второго класса были опубликованы практически одновременно в 1979 г. в работах [3–5]. В [3, 4] указанные потоки получили название МС(Markov chain)-потоки, в [5] – MVP(Markov versatile processes)-потоки. В статье [6] описанные выше потоки названы также МАР(Markovian Arrival Process)-потоками событий. Подчеркнем, что МС(MАР)-потоки событий являются наиболее характерной и подходящей моделью коррелированных потоков в реальных телекоммуникационных сетях, в частности в широкополосных сетях беспроводной связи вдоль протяженных транспортных магистралей [7–9].

Зарубежными и отечественными авторами при описании подобных входящих потоков событий в СМО и СеМО используются термины: дважды стохастические потоки событий, МАР-потоки, МС-потоки и др. В свою очередь, в зависимости от того, каким образом происходит переход интенсивности из состояния в состояние, МС-потоки можно разделить на три типа: синхронные потоки (потоки, у которых состояние интенсивности меняется в случайные моменты времени, являющиеся момента-

ми наступления событий) [10]; асинхронные потоки (потоки с интенсивностью, для которой переход из состояния в состояние происходит в случайные моменты времени и не зависит от моментов наступления событий) [11]; полусинхронные потоки (потоки, у которых одна часть состояний интенсивности меняется в моменты наступления событий потока, другая часть – в произвольные моменты времени, не связанные с моментами наступления событий потока) [12].

В большинстве публикаций авторы рассматривают математические модели потоков, когда события потоков доступны наблюдению. Однако на практике возникают ситуации, когда наступившее событие влечет за собой ненаблюдаемость последующих событий. Причиной ненаблюдаемости, как правило, выступает мертвое время регистрирующих приборов [13], в течение которого другие события, наступившие в этот период, теряются. Регистрирующие приборы при этом делятся на два вида: с непродлевающимся мертвым временем и продлевающимся [13]. Длительность мертвого времени может быть как детерминированной величиной, так и случайной. Задачи по оценке параметров потока событий в условиях наличия непродлевающегося мертвого времени фиксированной длительности рассматривались в ряде работ, в частности в работе [14].

Однако достаточно открытым остается вопрос изучения потоков событий, когда мертвое время является случайной величиной с тем или иным законом распределения. В частности, в [15] решена задача оценки параметра распределения непродлевающегося мертвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий, в [16] – в асинхронном потоке событий. В настоящей работе рассматривается дважды стохастический полусинхронный поток событий, функционирующий в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени, приводятся результаты статистических экспериментов, реализованных на имитационной модели изучаемого потока.

1. Математическая модель наблюдаемого потока

Рассматривается полусинхронный дважды стохастический поток событий (далее – поток), сопровождающий процесс (интенсивность) которого есть кусочно-постоянный стационарный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями S_1 и S_2 . Будем говорить, что имеет место первое состояние процесса (потока) S_1 , если $\lambda(t) = \lambda_1$, и наоборот, имеет место второе состояние процесса (потока) S_2 , если $\lambda(t) = \lambda_2$ ($\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$). Если имеет место первое состояние процесса S_1 , то в течение временного интервала, когда $\lambda(t) = \lambda_1$, поступает пуассоновский поток событий [17] с интенсивностью λ_1 . Если имеет место второе состояние процесса S_2 , то в течение временного интервала, когда $\lambda(t) = \lambda_2$, поступает пуассоновский поток событий с интенсивностью λ_2 . Переход из состояния S_1 процесса $\lambda(t)$ в состояние S_2 возможен только в момент наступления события, при этом этот переход осуществляется с вероятностью p (с вероятностью $1 - p$ процесс $\lambda(t)$ остается в состоянии S_1). Переход из состояния S_2 процесса $\lambda(t)$ в состояние S_1 может осуществляться в произвольный момент времени, не связанный с моментом наступления события. При этом длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ во втором состоянии есть случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону: $F(t) = 1 - e^{-\alpha_2 t}$, $t \geq 0$, где α_2 – интенсивность смены состояния S_2 на S_1 . Так как переход из второго состояния в первое не привязан к моменту наступления события во втором состоянии, то поток называется полусинхронным дважды стохастическим потоком событий. В сделанных предположениях $\lambda(t)$ – скрытый марковский процесс ($\lambda(t)$ – принципиально ненаблюдаемый процесс; наблюдаемыми являются только моменты наступления событий потока).

После каждого зарегистрированного события в момент времени t_k наступает период мертвого времени случайной длительности, который порождается этим событием, так что другие события исходного потока, наступившие в течение этого периода мертвого времени, недоступны наблюдению и не вызывают его продления (непродлевающееся мертвое время). Принимается, что случайная длительность мертвого времени распределена по равномерному закону с плотностью вероятности $p(T) = 1/T^*$, где T – значение длительности мертвого времени, $0 \leq T \leq T^*$.

Возможный вариант возникающей ситуации приведен на рис. 1, где S_1 и S_2 – состояния случайного процесса $\lambda(t)$; временная ось $(0, t)$ – ось моментов наступления наблюдаемых событий в моменты времени $t_1, t_2, \dots$; временная ось $(0, t^{(1)})$ – ось наступления событий в моменты времени $t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, \dots$ в первом (S_1) состоянии процесса $\lambda(t)$, на которой также указаны значения длительностей $T_1^{(1)}, T_2^{(1)}, \dots$ мертвых времен, порождаемых наблюдаемыми событиями потока; аналогично для временной оси $(0, t^{(2)})$. Белыми кружками обозначены наблюдаемые события, черными – ненаблюдаемые, штриховкой – периоды продолжительности мертвого времени; траектория процесса $\lambda(t)$ привязана к временной оси $(0, t^{(1)})$.

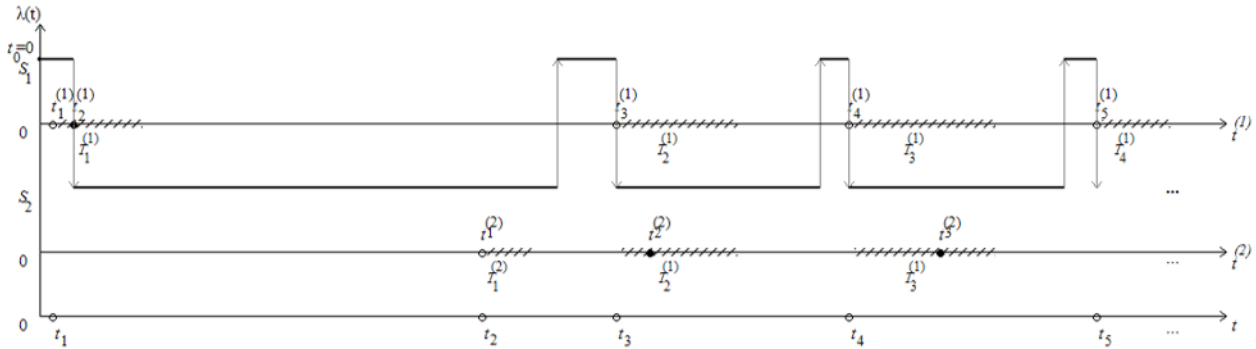


Рис. 1. Формирование наблюдаемого потока событий
Fig. 1. Formation of the observed event flow

Рассматривается стационарный режим функционирования наблюдаемого потока.

Цели данной работы:

- 1) на основании выборки $t_1, t_2, \dots, t_n$ моментов наступления событий наблюдаемого потока оценить параметр равномерного распределения длительности непродлевающегося мертвого времени T^* ;
- 2) исследовать качество оценки $\hat{T}^*$ на имитационной модели полусинхронного потока событий.

2. Уравнение моментов для оценивания параметра T^*

Обозначим $\tau_k = t_{k+1} - t_k, k=1,2,\dots$, – значение длительности k -го интервала между соседними событиями наблюдаемого потока ($\tau_k \geq 0$). В силу того, что рассматривается стационарный режим функционирования потока, плотность вероятности значений длительности k -го интервала есть $p(\tau_k) = p(\tau), \tau \geq 0$, для любого k , т.е. момент наступления события есть $\tau = 0$.

Для оценки неизвестного параметра T^* используется метод моментов [18]. Для этого находится теоретический момент – математическое ожидание длительности интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке $M(\tau|T^*)$, затем оценка T^* вычисляется численно из уравнения моментов.

Для нахождения теоретического момента имеем формулу $M(\tau|T^*) = \int_0^\infty \tau p(\tau) d\tau$. Здесь плотность вероятности $p(\tau) = \int_{(T)} p(\tau, T) dT = \int_{(T)} p(T) p(\tau|T) dT$, где (T) – область изменения значений случайной величины T .

В работе [19] приведена плотность вероятности значений длительности интервала между соседними событиями в полусинхронном потоке, функционирующем в условиях непродлевающегося мертвого времени фиксированной длительности T :

$$p(\tau|T) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \tau < T, \\ \gamma(T)\lambda_1 e^{-\lambda_1(\tau-T)} + (1-\gamma(T))ze^{-z(\tau-T)}, & \tau \geq T, \end{cases} \quad (1)$$

где $\gamma(T) = \frac{\alpha_2(\lambda_1 - \lambda_2 - \alpha_2 - \lambda_1 p)}{(\lambda_1 p + \alpha_2)(\lambda_1 - \lambda_2 - \alpha_2)} \left[1 - \frac{p(\lambda_1 - \lambda_2)}{(1-p)\lambda_2 - (\alpha_2 + \lambda_2)e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)T}} \right]$, $z = \alpha_2 + \lambda_2$, $\lambda_1 - \lambda_2 - \alpha_2 \neq 0$.

Так как область значений случайной величины мертвого времени представляет собой объединение двух областей, когда $0 \leq \tau < T^*$ и когда $\tau \geq T^*$, то выражение для плотности $p(\tau)$ примет следующий вид:

$$p(\tau) = \begin{cases} p_1(\tau) = \int_0^\tau p(T)p(\tau|T)dT, & 0 \leq \tau < T^*, \\ p_2(\tau) = \int_0^{T^*} p(T)p(\tau|T)dT, & \tau \geq T^*. \end{cases} \quad (2)$$

Подставляя выражение (1) в (2) и учитывая, что $p(T) = 1/T^*$, находим

$$p_1(\tau) = \frac{1}{T^*} \left\{ 1 - a_1 e^{-\lambda_1 \tau} - a_2 e^{-z\tau} - a_3 \left[\lambda_1 e^{-\lambda_1 \tau} \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)\tau}} f_1(x) dx - z e^{-z\tau} \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)\tau}} f_2(x) dx \right] \right\}, 0 \leq \tau < T^*, \quad (3)$$

$$p_2(\tau) = \frac{1}{T^*} \left\{ a_1 e^{-\lambda_1 \tau} (e^{\lambda_1 T^*} - 1) + a_2 e^{-z\tau} (e^{zT^*} - 1) - a_3 \left[\lambda_1 e^{-\lambda_1 \tau} \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)T^*}} f_1(x) dx - z e^{-z\tau} \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)T^*}} f_2(x) dx \right] \right\}, \quad (4)$$

$\tau \geq T^*$,

где $a_1 = \frac{\alpha_2(\lambda_1(1-p) - z)}{(\lambda_1 p + \alpha_2)(\lambda_1 - z)}$, $a_2 = \frac{\lambda_1 p(\lambda_1 - \lambda_2)}{(\lambda_1 p + \alpha_2)(\lambda_1 - z)}$, $a_3 = \frac{a_1 p(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 p + \alpha_2}$, $f_1(x) = \frac{x^{\frac{(1-p)\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 p + \alpha_2}}}{(1-p)\lambda_2 - zx}$,

$$f_2(x) = \frac{x^{\frac{\lambda_1 p - \lambda_2}{\lambda_1 p + \alpha_2}}}{(1-p)\lambda_2 - zx}.$$

Отметим, что в граничной точке $\tau = T^*$ имеет место равенство двух плотностей $p_1(T^*) = p_2(T^*)$ и неравенство их производных $p_1'(T^*) \neq p_2'(T^*)$, т.е. функция $p(\tau)$, задаваемая формулой (2), есть непрерывная функция и в точке $\tau = T^*$ имеет излом.

По определению математического ожидания случайной величины τ – длительности интервала между двумя соседними событиями наблюдаемого потока, с учетом формулы (2) получаем

$$M(\tau|T^*) = \int_0^{T^*} \tau p_1(\tau) d\tau + \int_{T^*}^{\infty} \tau p_2(\tau) d\tau. \text{ Подставляя сюда (3), (4), находим}$$

$$M(\tau|T^*) = \frac{T^*}{2} + \frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{z} - \frac{a_3}{T^*} \left[\lambda_1 \int_0^{T^*} \tau e^{-\lambda_1 \tau} \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)\tau}} f_1(x) dx d\tau - z \int_0^{T^*} \tau e^{-z\tau} \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)\tau}} f_2(x) dx d\tau + \right. \\ \left. + e^{-\lambda_1 T^*} \left(T^* + \frac{1}{\lambda_1} \right) \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)T^*}} f_1(x) dx - e^{-zT^*} \left(T^* + \frac{1}{z} \right) \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2)T^*}} f_2(x) dx \right]. \quad (5)$$

Отметим, что интегралы, входящие в (5), в элементарных функциях не выражаются.

Аналитически можно показать, что $M'(\tau|T^*) > 0$ при $T^* > 0$; $\lim_{T^* \rightarrow 0} M'(\tau|T^*) > 0$. Это означает,

что функция $M(\tau|T^*)$ является возрастающей функцией T^* .

Метод моментов для оценивания параметра T^* заключается в приравнивании теоретических и эмпирических моментов. В качестве теоретического момента будем использовать аналитическую формулу для математического ожидания (5), в качестве эмпирического момента – результат работы

имитационной модели – статистическое математическое ожидание, определяемое формулой

$$C_1 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tau_k, \tau_k = t_{k+1} - t_k.$$

Приравнивая эти моменты, получаем уравнение для вычисления искомой оценки $\hat{T}^*$ (уравнение моментов), которое решается численно [20].

Отметим, что данное уравнение $M(\tau | T^*) = C_1$ имеет единственное решение, так как математическое ожидание $M(\tau | T^*)$ – возрастающая функция на всей своей области определения, а C_1 – постоянная величина, характеризующая конкретную реализацию опыта. Уравнение моментов может не иметь решения только в одном единственном случае, когда $C_1 < M(\tau | T^* = 0) = \lim_{T^* \rightarrow 0} M(\tau | T^*)$; тогда принимается $\hat{T}^* = 0$.

Аналитическое исследование качества получаемой оценки $\hat{T}^*$ не представляется возможным из-за сложности выражения (5) для $M(\tau | T^*)$. Поэтому исследование качества оценки $\hat{T}^*$ проведено численно с использованием имитационной модели изучаемого потока, построенной с применением классического подхода [21] к имитационному моделированию СМО.

3. Численные результаты

С целью установления стационарного режима и определения свойств найденной оценки проведены статистические эксперименты. Для параметров потока $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1, \alpha_2 = 0,2, p = 0,6$ и параметров точности $\varepsilon = 0,0001, \Delta T^* = 0,001$ получено 100 реализаций ($N = 100$) имитационной модели потока и, соответственно, получено 100 решений уравнения моментов, для двух значений параметра $T^* = 1, 3$ и для каждого значения времени моделирования $T_m = 50, 100, \dots, 1500$. Далее на основании полученных данных вычислялись выборочное среднее искомой оценки $M(\hat{T}^*) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{T}_i^*$ и ее выборочная

вариация $Var(\hat{T}^*) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{T}_i^* - T^*)^2$, где T^* – известное из имитационной модели значение параметра.

В табл. 1 приведены результаты для $M(\hat{T}^*)$. В первой строке таблицы указано время моделирования T_m (время наблюдения за потоком) ($T_m = 50, 100, \dots, 1450$ ед. времени); во второй и третьей строках указано выборочное среднее $M(\hat{T}^*)$ для $T^* = 1$ и $T^* = 3$ соответственно.

Таблица 1

Численные результаты эксперимента для $M(\hat{T}^*)$

T_m		50	100	150	200	250	300	350	400	450
$M(\hat{T}^*)$	$T^* = 1$	0,99	0,943	0,935	0,934	0,951	0,926	0,918	0,948	0,927
	$T^* = 3$	3,084	2,994	2,969	2,911	2,887	2,962	2,956	2,939	2,936
T_m	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950
$M(\hat{T}^*)$		0,925	0,931	0,946	0,92	0,938	0,923	0,942	0,931	0,928
		2,958	2,93	2,934	2,95	2,934	2,942	2,93	2,935	2,94
T_m	1 000	1 050	1 100	1 150	1 200	1 250	1 300	1 350	1 400	1 450
$M(\hat{T}^*)$		0,928	0,933	0,932	0,934	0,927	0,934	0,927	0,936	0,931
		2,947	2,937	2,947	2,939	2,941	2,934	2,935	2,944	2,94

Для наглядности на рис. 2 и 3 приведены графики зависимости $M(\hat{T}^*)$ от значения времени моделирования T_m для $T^* = 1$ и $T^* = 3$, построенные по данным табл. 1.

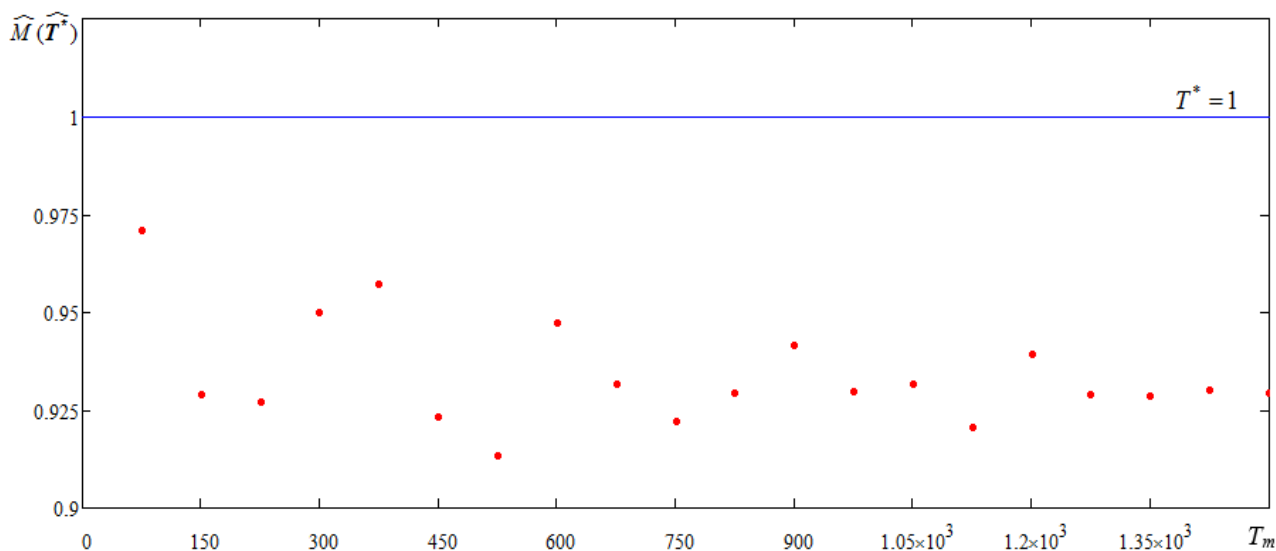


Рис. 2. График зависимости $M(\hat{T}^*)$ от T_m при $T^* = 1$

Fig. 2. Plot of $M(\hat{T}^*)$ versus T_m with $T^* = 1$

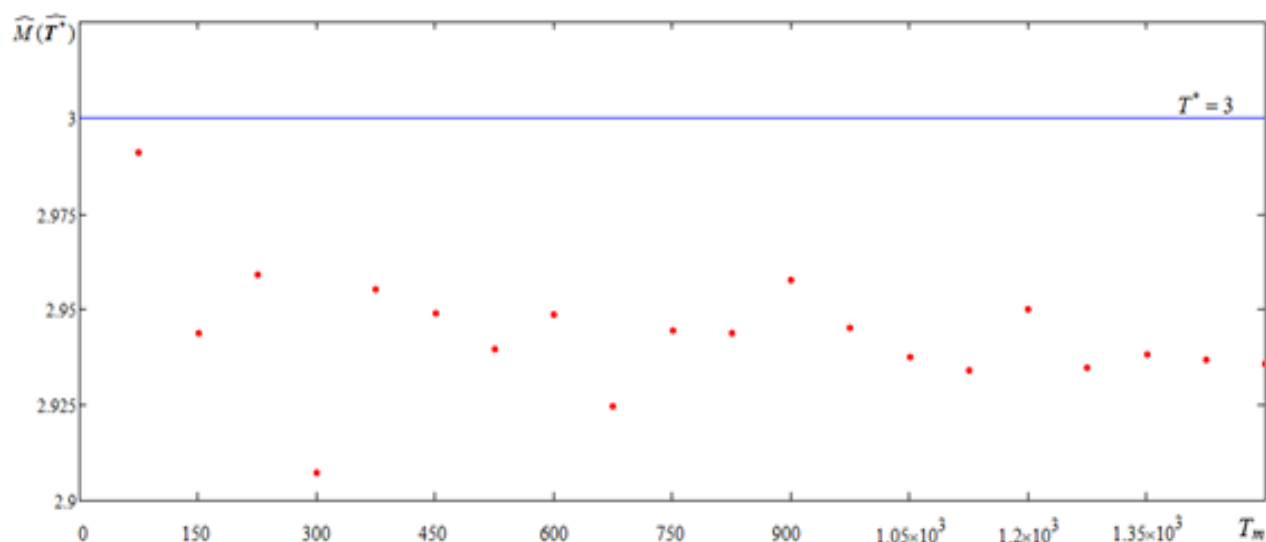


Рис. 3. График зависимости $M(\hat{T}^*)$ от T_m при $T^* = 3$

Fig. 3. Plot of $M(\hat{T}^*)$ versus T_m with $T^* = 3$

Из анализа результатов табл. 1 и графиков зависимости $M(\hat{T}^*)$ от значения T_m следует:

1) стационарный режим функционирования потока устанавливается при $T_m \geq 850$ ед. времени, т.к. $M(\hat{T}^*)$ стремится к постоянному значению;

2) оценка $\hat{T}^*$ является смещенной оценкой; получена абсолютная погрешность вычислений, равная 0,07 и 0,06 для $T^* = 1$ и $T^* = 3$ соответственно, т.е. имеется порядок погрешности, равный двум; причиной смещения оценки $\hat{T}^*$ ($\hat{T}^* < T^*$) относительно истинного T^* (известного из имитационной модели) является то, что значения случайного мертвого времени T сосредоточены около теоретического среднего ($T^*/2$).

В табл. 2 приведены результаты для $Var(\hat{T}^*)$. Структура табл. 2 аналогична структуре табл. 1.

Таблица 2

Численные результаты эксперимента для $Var(\hat{T}^*)$

T_m		50	100	150	200	250	300	350	400	450
$Var(\hat{T}^*)$	$T^* = 1$	0,089	0,029	0,043	0,022	0,018	0,017	0,015	0,019	0,013
	$T^* = 3$	0,272	0,166	0,118	0,089	0,059	0,054	0,043	0,038	0,035
T_m	500	550	600	650	700	750	800	850	900	950
$Var(\hat{T}^*)$	0,011	0,011	0,01	$9,438 \cdot 10^{-3}$	$9,975 \cdot 10^{-3}$	$8,64 \cdot 10^{-3}$	0,01	0,01	$9,174 \cdot 10^{-3}$	$8,67 \cdot 10^{-3}$
	0,027	0,019	0,031	0,028	0,02	0,02	0,022	0,024	0,015	0,016
T_m	1 000	1 050	1 100	1 150	1 200	1 250	1 300	1 350	1 400	1 450
$Var(\hat{T}^*)$	$8,959 \cdot 10^{-3}$	$8,622 \cdot 10^{-3}$	$8,386 \cdot 10^{-3}$	$7,831 \cdot 10^{-3}$	$8,352 \cdot 10^{-3}$	$8,388 \cdot 10^{-3}$	$7,655 \cdot 10^{-3}$	$7,598 \cdot 10^{-3}$	$7,493 \cdot 10^{-3}$	$7,706 \cdot 10^{-3}$
	0,022	0,015	0,015	0,023	0,013	0,016	0,016	0,013	0,016	0,012

На рис. 4 и 5 приведены графики зависимости выборочной вариации $Var(\hat{T}^*)$ от времени моделирования T_m для $T^* = 1$ и $T^* = 3$, построенные по данным табл. 2.

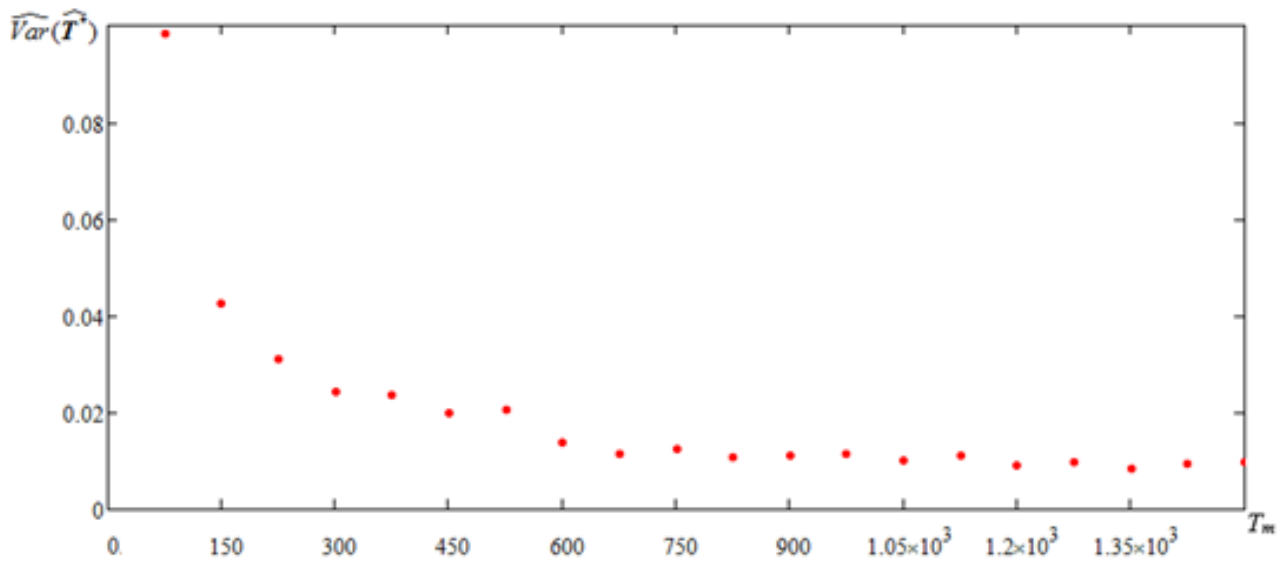


Рис. 4. График зависимости $Var(\hat{T}^*)$ от T_m при $T^* = 1$

Fig. 4. Plot of $Var(\hat{T}^*)$ versus T_m with $T^* = 1$

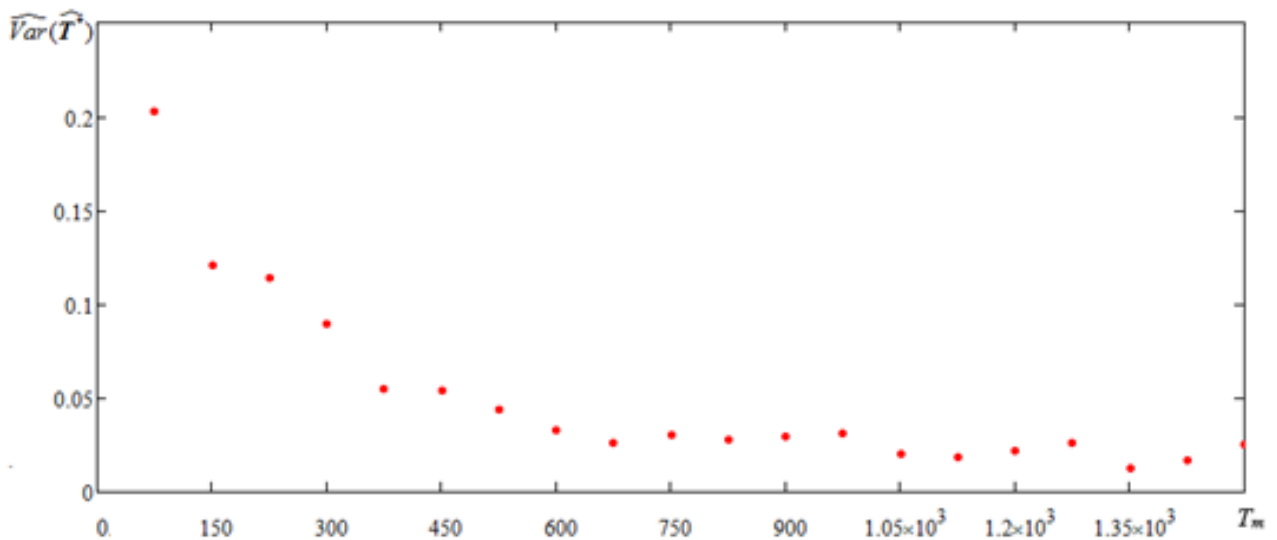


Рис. 5. График зависимости $Var(\hat{T}^*)$ от T_m при $T^* = 3$

Fig. 5. Plot of $Var(\hat{T}^*)$ versus T_m with $T^* = 3$

Результаты эксперимента также указывают на смещенность построенной оценки, так как выборочная вариация, т.е. разброс значений случайной величины $\hat{T}^*$, не равен и не стремится к 0; однако вариация стремится к числу, близкому к нулю, т.е. методика оценивания качественна, и полученную оценку можно принимать за истинную с достаточно малой погрешностью. Также заметим, что выборочная вариация устанавливается возле своего стационарного значения при времени моделирования $T_m \geq 650$ ед. времени. Таким образом, можно считать, что при $T_m \geq 650$ достигается нужная для практики точность.

Подчеркнем, что выборочная вариация при $T^* = 3$ больше, чем при $T^* = 1$. Последнее является естественным, так как при больших T^* происходит большая потеря событий исходного потока, что влечет за собой ухудшение качества оценивания при одинаковых T_m .

Заключение

В данной работе рассмотрен полусинхронный дважды стохастический поток событий с непродлевающимся случайным мертвым временем.

Аналитически получены формулы (3), (4), определяющие плотность вероятности значений длительности интервала между соседними событиями в наблюдаемом потоке при случайном мертвом времени, доказана непрерывность данной плотности; выведена формула (5) для математического ожидания длительности интервала между соседними событиями, и доказано возрастание данной функции.

Методом моментов найдена оценка параметра равномерного распределения длительности случайного мертвого времени, полученная оценка исследована на качество. Приведенные результаты численных расчетов указывают на приемлемое качество оценивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cox D.R. The analysis of non-Markovian stochastic processes by the inclusion of supplementary variables // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1955. V. 51, № 3. P. 433–441.
2. Kingman Y.F.C. On doubly stochastic Poisson process // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1964. V. 60, № 4. P. 923–930.
3. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч. 1 // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1979. № 6. С. 92–99.
4. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч. 2 // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1980. № 1. С. 55–61.
5. Neuts M.F. A versatile Markovian point process // Journal of Applied Probability. 1979. V. 16, № 4. P. 764–779.
6. Lucantoni D.M. New results on the single server queue with a batch markovian arrival process // Communications in Statistics Stochastic Models. 1991. V. 7, № 1. P. 1–46.
7. Basharin G.P., Gaidamaka Y.V., Samouylov K.E. Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multi-service Communication of Next Generation Networks // Automatic Control and Computer Sciences. 2013. V. 47, № 2. P. 62–69.
8. Вишневский В.М., Ларионов А.А. Открытая сеть массового обслуживания с коррелированными входными потоками для оценки производительности широкополосных беспроводных сетей // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2016) : материалы XV Междунар. конф., Куньин, 12–16 сентября 2016 г. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2016. Ч. 1. С. 36–50.
9. Вишневский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.Н. Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях. М. : Техносфера, 2018. 564 с.
10. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание параметров синхронного дважды стохастического потока событий методом моментов // Вестник Томского государственного университета. 2002. № S1-1. С. 24–29.
11. Горцев А.М., Зуевич В.Л. Оптимальная оценка состояний асинхронного дважды стохастического потока событий с произвольным числом состояний // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 2 (11). С. 44–65.
12. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Оценка максимального правдоподобия длительности мертвого времени в обобщенном полусинхронном потоке // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2015. № 1 (30). С. 27–37.
13. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. Минск : Университетское, 1988. 256 с.

14. Горцев А.М., Ниссенбаум О.В. Оценивание длительности мертвого времени и параметров асинхронного альтернирующего потока событий с инициированием лишнего события // Вестник Томского государственного университета. 2004. № 284. С. 137–145.
15. Горцев А.М., Загородняя М.Е. Оценивание параметра непродлевающегося мертвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2017. № 40. С. 32–40.
16. Васильева Л.А. Оценивание параметров дважды стохастического потока событий в условиях присутствия мертвого времени // Вестник Томского государственного университета. 2002. № S1-1. С. 9–13.
17. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания. М. : Физматгиз, 1963. 236 с.
18. Шуленин В.П. Математическая статистика. Томск : Изд-во НТЛ, 2012. Ч. 1. 540 с.
19. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов обобщенного полусинхронного потока событий при непродлевающем мертвом времени // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2014. № 2 (27). С. 19–29.
20. Малинковский Ю.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. Ч. 2: Математическая статистика. 146 с.
21. Лифшиц А.Л., Мальц Э.А. Статистическое моделирование систем массового обслуживания. М. : Сов. радио, 1978. 248 с.

Поступила в редакцию 25 октября 2020 г.

Gortsev A.M., Vetkina A.V. (2021) ESTIMATION OF THE PARAMETER OF THE UNIFORM DISTRIBUTION OF THE DURATION OF UNEXTENDABLE DEAD TIME IN THE SEMI-SYNCHRONOUS EVENTS FLOW. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 28–37

DOI: 10.17223/19988605/54/4

This paper describes semi-synchronous events flow that is a common mathematical model of information flows of messages operating in telecommunication and information-computing networks, and that belongs to the class of doubly stochastic event flows. Operation of the flow is considered with random unextendable dead time that has uniform distribution on the interval $[0, T^*]$. Parameter T^* of the dead time is estimated using the method of moments. Results of statistical experiments are presented.

Mathematical expectation of the duration of τ – the interval between adjacent events of the observed flow – is given by the formula

$$M(\tau | T^*) = \frac{T^*}{2} + \frac{a_1}{\lambda_1} + \frac{a_2}{z} - \frac{a_3}{T^*} \left[\lambda_1 \int_0^{T^*} \tau e^{-\lambda_1 \tau} \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2) \tau}} f_1(x) dx d\tau - z \int_0^{T^*} \tau e^{-z \tau} \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2) \tau}} f_2(x) dx d\tau + \right. \\ \left. + e^{-\lambda_1 T^*} \left(T^* + \frac{1}{\lambda_1} \right) \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2) T^*}} f_1(x) dx - e^{-z T^*} \left(T^* + \frac{1}{z} \right) \int_1^{e^{(\lambda_1 p + \alpha_2) T^*}} f_2(x) dx \right],$$

where $a_1 = \frac{\alpha_2 (\lambda_1 (1-p) - z)}{(\lambda_1 p + \alpha_2)(\lambda_1 - z)}$, $a_2 = \frac{\lambda_1 p (\lambda_1 - \lambda_2)}{(\lambda_1 p + \alpha_2)(\lambda_1 - z)}$, $a_3 = \frac{a_1 p (\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 p + \alpha_2}$, $f_1(x) = \frac{x^{\frac{(1-p)\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 p + \alpha_2}}}{(1-p)\lambda_2 - zx}$, $f_2(x) = \frac{x^{\frac{\lambda_1 p - \lambda_2}{\lambda_1 p + \alpha_2}}}{(1-p)\lambda_2 - zx}$.

The estimate $\hat{T}^*$ is found numerically from the equation of moments $M(\tau | T^*) = C_1$, $C_1 = (1/n) \sum_{k=1}^n (t_{k+1} - t_k)$, where $t_1, t_2, \dots, t_{n+1}$ are moments of occurrence of events in the observed flow. The value C_1 is found using simulation modeling of the observed flow. Analysis of the numerical results shows that in the sense of the introduced criterion $Var(\hat{T}^*)$ (sample variance of the estimate $\hat{T}^*$), an increase in the parameter T^* has a negative effect on the quality of estimates $\hat{T}^*$ that is quite natural: increasing the parameter T^* leads to an increase in the number of lost events of the initial flow.

According to the results of the research, there are the following conclusions: 1) it is shown analytically that the equation of moments has a unique solution; 2) the results of simulation modelling show that the quality of the estimates in the sense of the introduced criterion (sample variance of the estimate $\hat{T}^*$) is quite satisfactory, and the bias of estimates $\hat{T}^*$ relative to the true value of parameter T^* does not exceed hundredths of values.

Keywords: semi-synchronous events flow; unextendable random dead time; estimation of the parameter; method of moments.

GORTSEV Alexander Mikhailovich (Doctor of Technical Sciences, Professor, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

E-mail: a-gortsev@mail.ru

VETKINA Anna Vasil'evna (Student, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).

E-mail: anyavetkina@stud.tsu.ru

REFERENCES

1. Cox, D.R. (1955) The analysis of non-Markovian stochastic processes by the inclusion of supplementary variables. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 51(3). pp. 433–441. DOI: 10.1017/S0305004100030437
2. Kingman, Y.F.C. (1964) On doubly stochastic Poisson process. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 60(4). pp. 923–930.
3. Basharin, G.P., Kokotushkin, V.A. & Naumov, V.A. (1979) O metode ekvivalentnykh zamen rascheta fragmentov setey svyazi. Ch. 1 [On the equivalent substitutions method for computing fragments of communication networks. Part 1]. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 6. pp. 92–99.
4. Basharin, G.P., Kokotushkin, V.A. & Naumov, V.A. (1980) O metode ekvivalentnykh zamen rascheta fragmentov setey svyazi. Ch. 2 [On the equivalent substitutions method for computing fragments of communication network]. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 1. pp. 55–61.
5. Neuts, M.F. (1979) A versatile Markovian point process. *Journal of Applied Probability*. 16. pp. 764–779. DOI: 10.2307/3213143
6. Lucantoni, D.M. (1991) New results on the single server queue with a batch markovian arrival process. *Communications in Statistics Stochastic Models*. 7. pp. 1–46. DOI: 10.1080/15326349108807174
7. Basharin, G.P., Gaidamaka, Y.V. & Samouylov, K.E. (2013) Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks. *Automatic Control and Computer Sciences*. 47(2). pp. 62–69. DOI: 10.3103/S0146411613020028
8. Vishnevsky, V.M. & Larionov, A.A. (2016) [Open queueing network with correlated input flows for estimating the performance of broadband wireless networks]. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie (ITMM–2016)* [Information Technologies and Mathematical Modelling (ITMM 2016)]. Proc. of the 15th International Conference. September 12–16, 2016. Tomsk. pp. 36–50.
9. Vishnevsky, V.M., Dudin, A.N. & Klimenok, V.N. (2018) *Stokhasticheskie sistemy s korrelirovannymi potokami. Teoriya i primeneniye v telekommunikatsionnykh setyakh* [Stochastic systems with correlated flows. Theory and application in telecommunication networks]. Moscow: Tekhnosfera
10. Gortsev, A.M. & Nezhelskaya, L.A. (2002) Estimation of the parameters of a synchronous doubly stochastic event flow by the method of moments. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. S1-1. pp. 24–29.
11. Gortsev, A.M. & Zuevich, V.L. (2010) Optimal estimation of states of the asynchronous doubly stochastic flow of events with arbitrary number of the states. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2(11). pp. 44–65.
12. Gortsev, A.M., Kalyagin, A.A. & Nezhelskaya, L.A. (2015) Maximum likelihood estimation of dead time at a generalized semisynchronous flow of events. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 1(30). pp. 27–37.
13. Apanasovich, V.V., Kolyada, A.A. & Chernyavsky, A.F. (1988) *Statisticheskiy analiz sluchaynykh potokov v fizicheskoy eksperimente* [The statistical analysis of series of random events in physical experiment]. Minsk: Universitetskoe.
14. Gortsev, A.M. & Nissenbaum, O.V. (2004) Dead time and parameter estimation of asynchronous alternating flow with additive event initiation. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. 284. pp. 137–145.
15. Gortsev, A.M. & Zavgorodnyaya, M.E. (2017) Estimation of the parameter of unextendable dead time random duration in the Poisson flow of events. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 40. pp. 32–40. DOI: 10.17223/19988605/40/4
16. Vasilieva, L.A. (2002) Otsenivaniye parametrov dvazhdy stokhasticheskogo potoka sobyitiy v usloviyakh prisutstviya mertvogo vremeni [The abstract of clause estimation of parameters twice-stochastic flow of events in conditions of presence of dead time]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. S1-1. pp. 9–13.
17. Khinchin, A.Ya. (1963) *Raboty po matematicheskoy teorii massovogo obsluzhivaniya* [Works on the Mathematical Theory of Queuing]. Moscow: Fizmatgiz
18. Shulenin, V.P. (2012) *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Tomsk: NTL.
19. Gortsev, A.M., Kalyagin, A.A. & Nezhelskaya, L.A. (2014) The joint probability density of duration of the intervals in a generalized semisynchronous flow of events with unprolonging dead time. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2(27). pp. 19–29.
20. Malinkovsky, Yu.V. (2004) *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability Theory and Mathematical Statistics]. Gomel: Francisk Skorina Gomel State University.
21. Lifshits, A.L. & Malts, E.A. (1978) *Statisticheskoe modelirovanie sistem massovogo obsluzhivaniya* [Statistical Modeling of Queuing Systems] Moscow: Sovradio.

УДК 621.391.8

DOI: 10.17223/19988605/54/5

С.В. Душин, В.С. Алешин, С.С. Шаврин, М.П. Фархадов, И.Ю. Куров**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СРЕДНЕГО ЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН
ДЛЯ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОДАХ**

Рассматриваются условия передачи информации по гидроакустическим каналам связи в диапазоне частот 48–64 кГц в поверхностных водах. Приведены анализ и моделирование характеристик типового канала, позволяющие оценить затухание и задержку сигнала, многолучевое распространение, рассеяние, нестационарность характеристик канала, доплеровское смещение. Произведены теоретическая оценка скорости передачи данных и моделирование работы системы передачи с одним приемником и одним передатчиком, которые построены на основе мультиплексирования с ортогональным частотным разделением сигналов. Результаты представлены для двух различных техник демодуляции данных сигналов.

Ключевые слова: гидроакустические каналы связи; нестационарные каналы; передача данных в поверхностных водах; моделирование систем связи.

Освоение человеком подводного пространства Мирового океана и пресноводных водоемов невозможно без эффективных средств связи с подводными объектами. Так, уже сегодня существует необходимость в надежной связи с подводными лодками, буровым оборудованием, малыми и средними автономными и телеуправляемыми необитаемыми подводными аппаратами (ТНПА и АНПА), малыми обитаемыми подводными аппаратами [1].

Многообразие типов подводных объектов обуславливает необходимость как в стационарной, так и в мобильной подводной связи. Стационарная связь с подводными объектами может быть обеспечена при помощи наземных технологий проводной связи, адаптированных для работы под водой. При этом адаптация осуществляется сравнительно просто – путем применения подводных кабелей, обеспечения оборудования связи корпусами и разъемами для работы на соответствующей глубине, а также дистанционного питания оборудования. Куда более сложная ситуация складывается с беспроводной мобильной подводной связью. Как известно, радиоволны испытывают сильное затухание в воде, поэтому использование напрямую современных радиотехнических систем для связи под водой невозможно. В связи с этим в качестве основного канала связи с подводными объектами применяется гидроакустический канал, а также ограниченно используются оптический канал (для связи на малые расстояния) и радиоканалы на сверхнизких частотах (для дальней связи с крупногабаритными мобильными объектами) [1, 2].

Несмотря на то, что гидроакустические каналы связи на сегодня являются наиболее востребованными и подходящими каналами для беспроводной связи с подводными объектами, их характеристики не позволяют организовать такие же надежные и высокоскоростные каналы связи, как наземные радиоканалы. Данное обстоятельство обусловлено целым рядом эффектов распространения акустических волн в водной среде. Для гидроакустических каналов наиболее важными условиями являются: используемые частоты, глубина погружения объектов и направление передачи (по горизонтали или вертикали), химический состав воды, температура воды, характер движения объектов, расстояния до дна и поверхности воды, интенсивность волнения поверхности воды.

Связь с малогабаритными объектами, такими как ТНПА, АНПА и водолазы, подразумевает относительно небольшую дальность передачи (до 500 м), поэтому для обеспечения достаточно широкой полосы пропускания канала рационально использовать средние (20–100 кГц) или высокие (более 100 кГц) частотные диапазоны. При этом средний частотный диапазон обладает рядом преимуществ

в сравнении с более высокими частотами, хотя и уступает им в возможной полосе пропускания. В частности, он характеризуется сравнительно низким затуханием сигнала и менее выраженными эффектами рассеяния волны. При этом средний частотный диапазон, так же как и высокие частоты, свободен от многих видов биогенных и техногенных шумов, характерных для низких частот (ниже 20 кГц). В совокупности это делает средний частотный диапазон удобным для передачи таких видов трафика, как голос и (или) звук, телеметрия, команды управления и фотоизображения.

В данной работе мы анализируем характеристики и приводим результаты моделирования гидроакустического канала связи в поверхностных водах в диапазоне с полосой пропускания 48–64 кГц, а также приводим результаты моделирования работы систем связи с модуляцией с ортогональным частотным разделением сигналов (OFDM) по данному каналу.

1. Особенности гидроакустических каналов связи в поверхностных водах в среднем частотном диапазоне

Малогобаритные ТНПА и АНПА широко используются для обследования дна и толщи воды в акваториях и прибрежных зонах. При этом аппарат погружается на сравнительно небольшие глубины (как правило, до 100 м) и на небольшом удалении от места оператора или базы (до 500 м). Таким образом, особенностью канала связи с ними является сравнительно небольшое расстояние между приемником и передатчиком и каждого из них от поверхности воды и дна водоема. Общие геометрические свойства типового канала связи представлены на рис. 1.

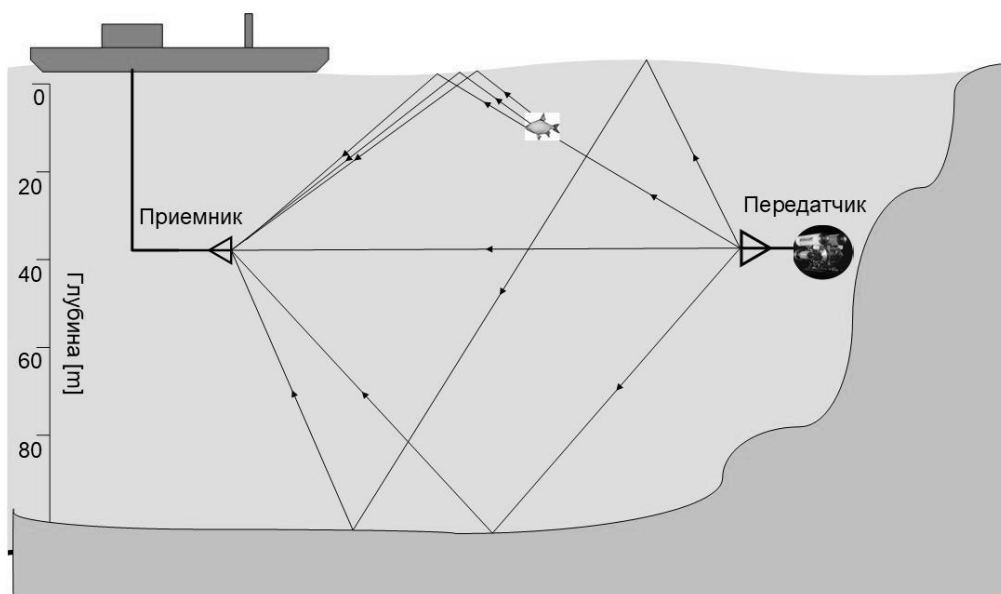


Рис. 1. Основные условия распространения гидроакустического сигнала в поверхностных водах

Fig. 1. Conditions of a hydroacoustic signal propagation in shallow water

Как известно, скорость распространения акустической волны в морской воде составляет порядка 1500 м/с и зависит в основном от давления, температуры и, как следствие, от глубины [3, 4]. Это приводит к двум основным эффектам. Во-первых, сигнал существенно задерживается даже при прохождении относительно небольших расстояний. Например, при расстоянии между приемником и передатчиком, равном 100 м, задержка распространения сигнала (прямого луча) составит около 67 мс, а отраженные от дна и поверхности воды сигналы (см. рис. 1) будут задержаны на еще большее время. Во-вторых, зависимость скорости от глубины оказывает существенное влияние на рефракцию волны и является причиной образования приповерхностного подводного звукового канала (ППЗК) [5]. Волна в таком канале распространяется по дуге окружности, радиус которой составляет десятки километров [5], поэтому при организации связи на малые расстояния данный эффект не является существенным.

Затухание в гидроакустическом канале возрастает с ростом частоты и зависит от солености, рН-фактора и температуры воды. Коэффициент поглощения волны средой на выбранной частоте может быть рассчитан по эмпирическим формулам Форпа [6] или Франсуа–Гаррисона [7]. Для рассматриваемого в данной работе диапазона частот (48–64 кГц) предпочтительно использовать формулу Франсуа–Гаррисона, дающую более точный результат для средних и высоких частот. В общем виде она выглядит следующим образом:

$$a(f) = \frac{A_1 P_1 f_1 f^2}{f_1^2 + f^2} + \frac{A_2 P_2 f_2 f^2}{f_2^2 + f^2} + A_3 P_3 f^2 \text{ дБ/км}, \quad (1)$$

где: $a(f)$ – удельное затухание; f – частота в килогерцах; P и A – корректирующие коэффициенты; f_1, f_2 – частоты релаксации.

С учетом поглощения волны средой распространения и ослабления за счет распространения волны в пространстве, затухание волны может быть рассчитано по формуле [8]:

$$A(d, f) = k \cdot 10 \log(d) + d \cdot a(f) \cdot 10^{-3}, \quad (2)$$

где $A(d, f)$ – затухание в децибелах, k – коэффициент распространения, зависящий от направленности излучения (для сферического распространения $k = 2$); d – расстояние в метрах.

Так как в рассматриваемом случае приемник и передатчик располагаются на небольшом удалении от дна и поверхности воды, отраженные от них сигналы (см. рис. 1) играют важную роль в формировании импульсной характеристики (ИХ) канала связи, а сам канал характеризуется многолучевым распространением [3]. При этом относительно низкая скорость распространения акустической волны в водной среде приводит к тому, что отраженный сигнал приходит на приемник со значительным запозданием относительно основного (прямого) сигнала. Дополнительно к этому волна испытывает рассеяние при прохождении препятствий, что усложняет форму ИХ канала. При этом длина волны на частоте, например, 60 кГц составляет 2,5 см, поэтому рассеяние волны будет происходить даже при прохождении препятствий сравнительно небольшого размера (сопоставимого с длиной волны). Значимое влияние на вид ИХ канала также может оказывать наличие подводных течений и вызванных ими турбулентностей вблизи источника и приемника акустических сигналов.

Важной особенностью гидроакустического канала в поверхностных водах является нестационарность его характеристик, так как в естественных условиях его элементы находятся в движении. Главными источниками нестационарности являются колебания поверхности воды, линейные перемещения передатчика и приемника в пространстве, флуктуации положения приемника и передатчика под действием течений и волнений надводной части системы связи. Это приводит, с одной стороны, к изменению импульсной характеристики канала во времени, а с другой – к доплеровскому смещению спектра сигнала на приеме. Помимо этого, эффект Доплера в сравнительно широкополосных гидроакустических каналах может вызвать еще одно деструктивное для передачи информации, особенно для сложных сигналов, явление – деформацию спектра передаваемого сигнала. Деформация спектра будет проявляться в виде расширения или сужения спектра передаваемого сигнала пропорционально скорости передатчика относительно приемника в соответствии с выражением:

$$\Delta F_d = \Delta F \frac{1 \pm \frac{V_{\text{пр}}}{V_{\text{зв}}}}{1 \mp \frac{V_{\text{ист}}}{V_{\text{зв}}}}, \quad (3)$$

где $V_{\text{пр}}$ – скорость приемника относительно среды, $V_{\text{ист}}$ – скорость источника относительно среды, $V_{\text{зв}}$ – скорость распространения звука в среде.

Гидроакустические каналы отличаются разнообразием источников шумов биогенного, техногенного, атмосферного характера. В среднем частотном диапазоне наибольшей мощностью обладают шумы, вызванные движением поверхности воды из-за ветра в атмосфере, и тепловые шумы [9]. Эмпирическая формула для оценки спектральной плотности мощности шума для глубокой воды представлена в [9, 10]. В поверхностных водах спектральная плотность шумов в среднем на 9 дБ выше

в сравнении с глубокой водой [10]. Таким образом, оценку спектральной плотности мощности уровня шума в поверхностных водах в среднем частотном диапазоне можно записать следующим образом:

$$N \approx N_B + N_T = (50 + 7,5\sqrt{w} + 20\lg(f) - 40\lg(f + 0,4)) + (-15 + 20\lg(f)) + 9 \text{ дБмкПа/Гц}, \quad (4)$$

где w – скорость ветра в м/с, f – частота в килогерцах.

При этом соотношение сигнал / шум в канале рассчитывается по формуле:

$$SNR = L_{tx} - A - L_{noise}, \quad (5)$$

где L_{tx} – уровень акустического давления выходного сигнала передатчика (на расстоянии 1 м), A – затухание в канале, L_{noise} – уровень шума в канале, рассчитанный для всей полосы пропускания канала.

2. Моделирование характеристик канала связи в среднем частотном диапазоне с полосой пропускания 48–64 кГц

В целом задача моделирования стационарных гидроакустических каналов исследована достаточно подробно и решается, например, при помощи широко известного программного обеспечения с открытым исходным кодом Bellhop [11]. Однако ключевой особенностью гидроакустических каналов является нестационарность их характеристик и наличие эффекта Доплера, моделирование которых в условиях широкополосности канала является весьма сложной математической задачей. Для моделирования нестационарного гидроакустического канала мы используем открытое программное обеспечение Acoustic Channel Simulator [12], которое позволяет провести вычислительно эффективную оценку эволюции параметров канала во времени, допуская независимость коэффициента поглощения от частоты внутри полосы пропускания канала. Для рассматриваемого частотного диапазона 48–64 кГц отношение ширины канала к центральной частоте составляет менее 0,3, что позволяет применить данное допущение [Ibid.].

Рассмотрим канал с типовыми для задачи связи с ТНПА и АНПА в акватории Черного моря номинальными параметрами (параметры при отсутствии движения): длина канала – 200 м, глубина погружения приемника – 50 м, глубина погружения передатчика – 60 м, глубина водоема – 100 м. При моделировании учитываются дрейф приемника относительно передатчика, движение поверхности воды и линейное перемещение приемника относительно передатчика (см. рис. 1). Дрейф приемника и передатчика моделируется как колебательный процесс со случайным фазовым шумом и амплитудой 0,2 м/с. Линейное перемещение приемника относительно передатчика изменяется в процессе моделирования от –1,2 до 1,2 м/с.

Рассчитанное по формуле (1) значение коэффициента поглощения на километр для центральной частоты канала (56 кГц) и типичных для Черного моря условий [3] ($pH = 8$, температура $+10^\circ\text{C}$, соленость 17‰) равно 9,47 дБ/км. Для сферического распространения волны (коэффициент распространения $k = 2$) и длины канала 200 м затухание в канале равно 47,92 дБ, что соотносится с результатами моделирования, представленными на рис. 2. При этом движение элементов канала и многолучевое распространение приводят к флуктуации затухания в пределах ± 4 дБ.

На рис. 3, а и 4 представлены импульсная характеристика канала и ее эволюция во времени в течение моделирования. Как видно из рис. 3, а, значимая часть ИХ канала составляет порядка 70 мс и содержит пять выраженных пиков, которые соответствуют отраженным (один или несколько раз) от дна и поверхности воды лучам. При этом в процессе моделирования пики ИХ смещаются на время до 10 мс из-за движения элементов канала (см. рис. 4). Важно отметить, что в силу особенностей геометрии канала длительность ненулевой части импульсной характеристики зависит от глубины водоема, глубин погружения приемника и передатчика, а также длины канала. В частности, по мере увеличения длины канала длительность ненулевой части ИХ будет уменьшаться. Для приведенных выше параметров канала, но при длине канала 1 км, значимая часть импульсной характеристики составит порядка 40 мс, что показано на рис. 3, б. Этот эффект называется *mode stripping*. Таким образом, при передаче на короткие расстояния проблема многолучевости более выражена в сравнении с передачей на средние и дальние расстояния.

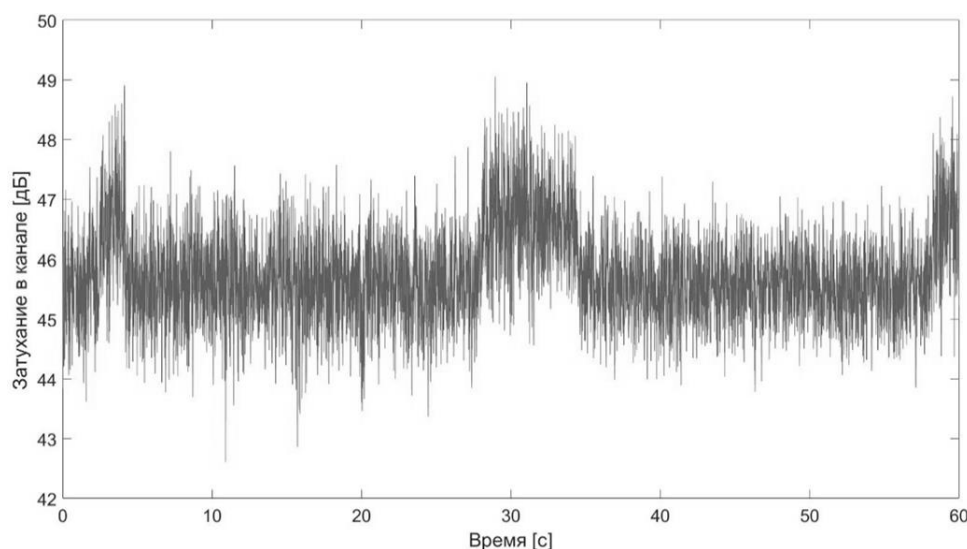


Рис. 2. Флуктуации затухания в канале
Fig. 2. Channel attenuation fluctuations

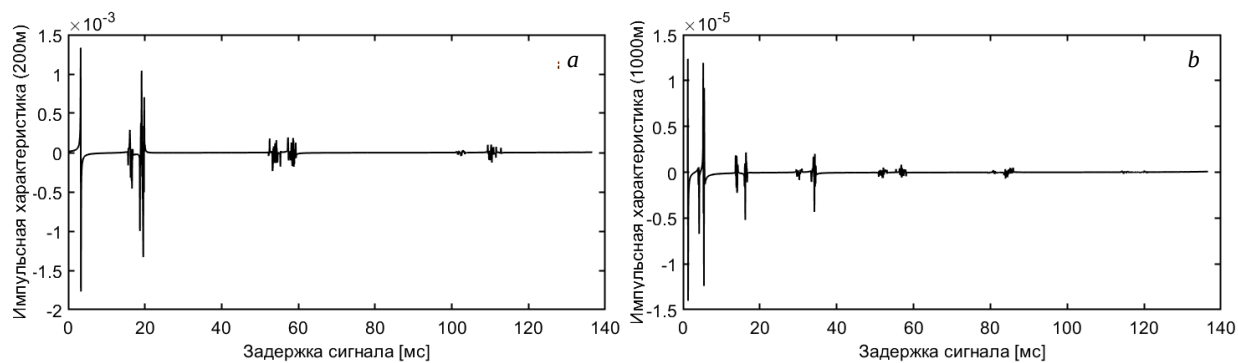


Рис. 3. Ненулевая часть импульсной характеристики канала для длины канала 200 м (а) и длины канала 1 км (б)
(нулевая часть, соответствующая задержке прямого луча, не показана)
Fig. 3. Non-zero part of the channel impulse response for a channel length of 200 m (a) and a channel length of 1 km (b)
(the zero part corresponding to the delay of the direct beam is not shown)

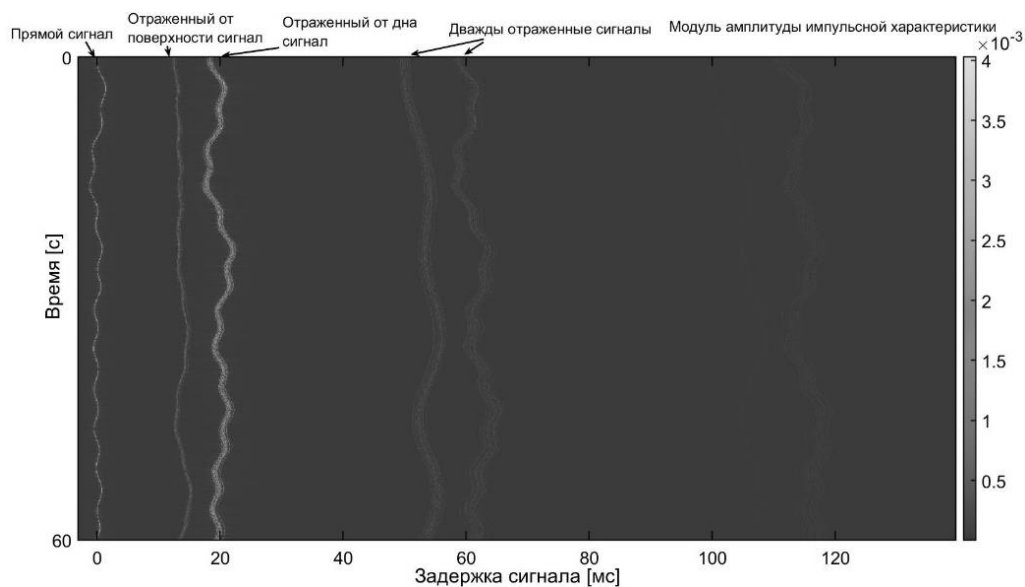


Рис. 4. Изменение ненулевой части импульсной характеристики канала при длине канала 200 м
Fig. 4. Change in the nonzero part of the channel impulse response at a channel length of 200 m

Для центральной частоты канала (56 кГц) и скорости ветра 3 м/с спектральная плотность мощности шума, рассчитанная по формуле (3), равна 53,4 дБмкПа/Гц. Рассчитывая мощность шума в заданной полосе частот, можно получить оценку мощности шума в канале. Для рассматриваемого канала (48–64 кГц) она составляет 98,9 дБмкПа. Как видно, уровень шума в канале и сравнительно небольшое затухание позволяют достичь достаточно высокого соотношения сигнал / шум на выходе канала при использовании излучателей малой и средней мощности. Так, при использовании излучателя с выходным уровнем 170 дБмкПа (соответствует 1 Вт акустической мощности), соотношение сигнал / шум на выходе рассмотренного канала составит 24,1 дБ.

3. Особенности передачи данных по каналу и результаты моделирования системы передачи данных с OFDM сигналом

Для рассмотренного выше канала оценка максимальной скорости пропускания согласно теореме Шеннона–Найквиста, равна 74,4 кбит/с:

$$C = B \cdot \log_2(1 + \text{SNR}), \quad (6)$$

где C – пропускная способность канала в бит/с, B – полоса пропускания канала в герцах.

Следует отметить, что для промышленно выпускаемых гидроакустических систем связи такая, казалось бы, невысокая для современных телекоммуникационных систем скорость передачи является довольно высоким показателем [1]. При этом в естественных поверхностных водах их фактическая скорость передачи оказывается значительно меньше максимальной, которая достигается в глубоких водах или лабораторных условиях.

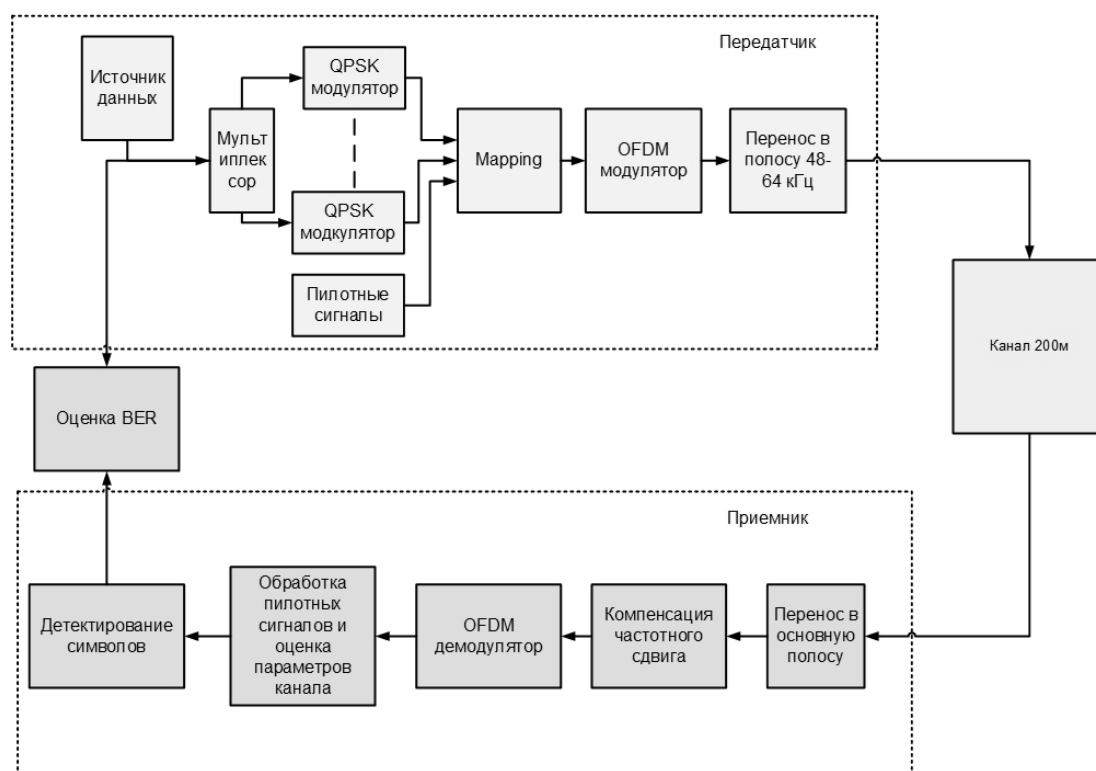


Рис. 5. Функциональная схема OFDM-системы для передачи по гидроакустическому каналу связи
Fig. 5. Functional diagram of an OFDM system for transmission over a hydroacoustic communication channel

Приближение скорости передачи к теоретическому пределу затрудняется главным образом длительной ненулевой частью ИХ канала, которая приводит к возникновению межсимвольной интерференции. Как и в радиотехнических системах, эффективным способом борьбы с межсимвольной интерференцией является применение техник многочастотной модуляции, наиболее востребованной

из которых на сегодня является мультиплексирование с ортогональным частотным разделением сигналов (OFDM), и их комбинирование с методами разнесенного приема, пространственного мультиплексирования и направления луча (MIMO, антенные решетки). При этом основными проблемами для приема OFDM-сигнала является доплеровское смещение спектра, которое приводит уже к межканальной интерференции, а также нестационарность канала, которая затрудняет оценку его параметров и слежение за ними, настройку системы автоматической регулировки уровней (APU), настройки компенсаторов частотного сдвига и системы тактовой и фреймовой синхронизации. В совокупности это делает задачу применения технологии OFDM и ее адаптацию для специфических условий гидроакустических каналов весьма трудоемкой [13–16].

Для оценки скорости передачи по рассмотренному выше каналу мы рассмотрели модель OFDM-системы с одним входом и одним выходом (single input single output, SISO), представленную на рис. 5. Для сравнения применены различные алгоритмы выравнивания и демодуляции OFDM-сигнала. В частности, исследованы схема приема при помощи прямого преобразования Фурье и выравнивание канала согласно алгоритму наименьших средних квадратов (НМНК, LMS), а также техника дифференциального когерентного приема P-FFT, приведенная в [17]. В субканалах используется QPSK-модуляция.

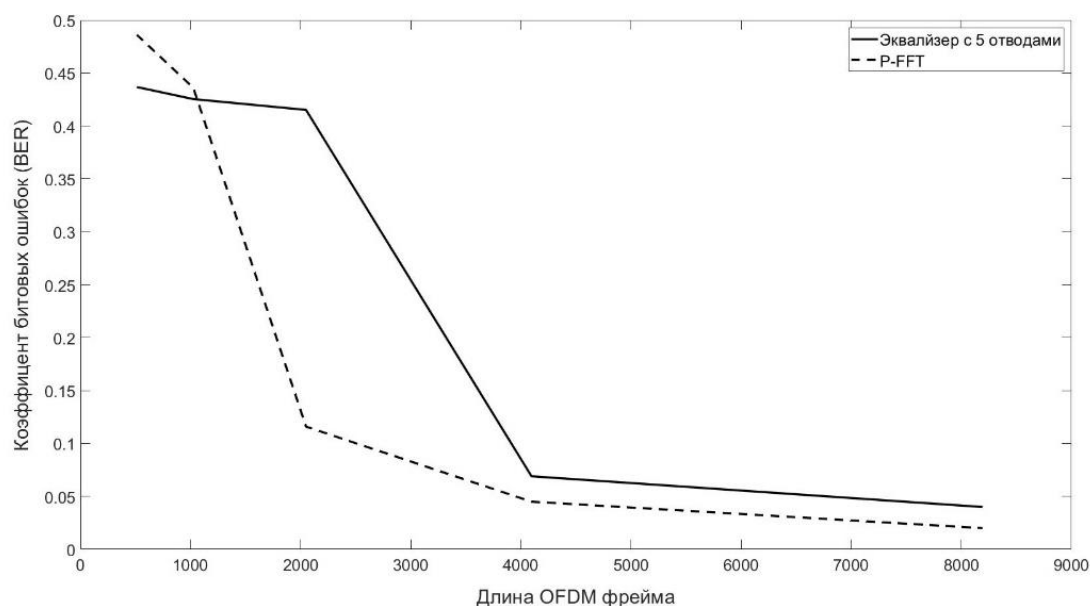


Рис. 6. Зависимость коэффициента битовых ошибок от длины OFDM-фрейма для разных алгоритмов демодуляции и OFDM-сигнала

Fig. 6. Dependence of the bit error rate from OFDM frame length for different demodulation algorithms and OFDM signal

На рис. 6 представлена зависимость коэффициента ошибок от количества поднесущих в OFDM-сигнале при скорости передачи 28 кбит/с. Как видно, в канале происходит существенное количество ошибок для обоих вариантов демодуляции, а коэффициент ошибок зависит от длины OFDM-фрейма.

Заключение

В работе рассмотрены особенности передачи информации по гидроакустическим каналам связи в поверхностных водах в диапазоне частот 48–64 кГц. Согласно проведенному анализу и результатам моделирования канала, основными проблемами при организации высокоскоростного обмена данными с подвижными объектами на малые расстояния являются длительная ИХ канала, доплеровское смещение сигнала и нестационарность характеристик канала. При этом важно, что при организации связи на малые расстояния эффекты, вызванные многолучевым распространением, выражены значительно сильнее, чем при связи на средние и дальние расстояния.

Для рассмотренного канала с полосой пропускания 48–64 кГц получена теоретическая оценка скорости передачи по теореме Шеннона, составляющая 74,4 кбит/с, а также выполнено моделирование OFDM-системы, которые показывают, что при использовании QPSK-модуляции в каналах и общей скорости передачи 28 кбит/с наблюдается коэффициент ошибок более E10-3 (без использования алгоритмов помехоустойчивого кодирования). Результаты моделирования показывают потенциал развития гидроакустических систем связи на короткие расстояния в среднем частотном диапазоне, а выявленные в ходе проведенного моделирования особенности канала позволяют в дальнейшем сконцентрировать внимание на разработке специализированных методов обработки сигналов и оптимизации сигнально-кодовой конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Душин С.В., Фархадов М.П., Шаврин С.С., Алешин В.С. Тенденции и перспективы развития беспроводной подводной связи // DSPA: вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2020. № 2. С. 11–18.
2. Дорошенко В.И., Солнце Л.Е. Особенности связи с глубоководными подвижными морскими аппаратами // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2014. № 4. С. 38–42.
3. Архипкин В.С., Деев М.Г. Особенности поля звука в Черном море // Вестник Московского университета. Сер. 5. География. 2008. № 6. С. 30–33.
4. Dushin S.V. Modeling of a high-frequency hydroacoustic communication channel in shallow water of the Black Sea // Proceedings of 22th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA). Moscow, Russia, 2020. P. 1–5.
5. Макаров А.И., Дворников В.Д., Конопелько В.К. Передача информации в гидроакустическом канале // Доклады БГУИР. 2004. № 2. С. 103–117.
6. Thorp W. Deep ocean sound attenuation in the sub and low kilocycle per second region // J. Acoust. Soc. America. 1965. V. 38 (4). P. 648–654.
7. Francois R.E., Garrison G.R. Sound absorption based on ocean measurements. Part II: Boric acid contribution and equation for total absorption // J. Acoust. Soc. Am. 1982. V. 72 (6). P. 1879–1890.
8. Huang J., Barbeau M., Blouin S., Hamm C., Taillefer M. Simulation and modeling of hydro acoustic communication channels with wide band attenuation and ambient noise // International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems. 2017. V. 32, is. 5. P. 466–485.
9. Burrowes G., Khan J.Y. Short-range underwater acoustic communication networks // Autonomous Underwater Vehicles. 2011. P. 173–198.
10. Sha'ameri A.Z., Al-Aboosi Y.Y., Khamis N.H.H. Underwater acoustic noise characteristics of shallow water in tropical seas // International Conference on Computer and Communication Engineering, Kuala Lumpur, 2014. P. 80–83.
11. Porter M.B. Bellhop code. URL: <https://github.com/avishayp/acoustic-toolbox> (accessed: 10.07.2020).
12. Qarabaqi P., Stojanovic M. Statistical characterization and computationally efficient modeling of a class of underwater acoustic communication channels // IEEE journal of Oceanic Engineering. 2013. V. 38, is. 4. P. 701–717.
13. Tadayon A., Stojanovic M. Low-complexity super resolution frequency offset estimation for high data rate acoustic OFDM systems // IEEE journal of Oceanic Engineering. 2018. V. 99. P. 1–11.
14. Demirors E., Sklivanitis G., Santagati G.E., Melodia T., Batalama S.N. A high-rate software-defined underwater acoustic modem with real-time adaptation capabilities // IEEE Access. 2018. V. 6. P. 18602–18615.
15. Raghavendra M.R., Bhashyam S., Giridhar K. Exploiting hopping pilots for parametric channel estimation in OFDM systems // IEEE Signal Processing Letters. 2005. V. 12, № 11. P. 737–740.
16. Biagi M., Rinauro S., Cusani R. Channel estimation or prediction for UWA? // 2013 MTS/IEEE Oceans. Bergen, 2013. P. 1–7.
17. Aval Y., Stojanovic M. Differentially coherent multichannel detection of acoustic OFDM signals // IEEE J. Oceanic Eng. 2014. V. 40 (2). P. 251–268.

Поступила в редакцию 15 сентября 2020 г.

Dushin S.V., Aleshin V.S., Shavrin S.S., Farkhadov M.P., Kurov I.Y. (2021) USING THE MID-FREQUENCY RANGE OF ACOUSTIC WAVES TO TRANSMIT INFORMATION IN SHALLOW WATERS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 38–47

DOI: 10.17223/19988605/54/5

Human research of the underwater space of the World's Oceans is impossible without effective underwater communication tools. There is a need for reliable communication with various types of objects: submarines, drilling equipment, small and medium-sized autonomous and remotely controlled unmanned underwater vehicles (ROV and AUV).

Small-sized ROV and AUV as usual work in shallow water (typical depth is in range from a few meters to 100 m) and at a short distance from the operator's place or base (up to 500 m). In these conditions the medium acoustic frequencies are suitable to build high-speed communication links. The main features of medium frequency link in range 48-64 kHz are considered in the paper.

A most important features of hydroacoustic channels in shallow waters are the multi-path propagation and as a result long duration of the channel impulse response, the nonstationarity of its characteristics and Doppler shift of the transmitted signals. The main sources of nonstationarity are motion of the water surface caused by wind, linear movements of the transmitter and receiver installed on mobile objects, sea currents. This leads to a change of the channel impulse response in time and to a Doppler shift of the signal spectrum on the receiver side. Hydroacoustic channels are characterized by a variety of noise sources of biogenic, technogenic, atmospheric nature. In the considered middle frequency range, the most powerful are the noise caused by the movement of the water shallow due to wind in the atmosphere and thermal noise.

The open source software Acoustic Channel Simulator was used to simulate a non-stationary hydroacoustic channel. A channel with nominal parameters (parameters in the absence of movement) typical for the task of communication with ROV and AUV in the Black Sea is considered: the value of the absorption coefficient per kilometer for the central frequency of the channel (56 kHz) and conditions typical for the Black Sea [3] (pH = 8, temperature +10 °C, salinity 17 ‰) is 9.47 dB/km.

For the channel considered, the maximum transmission rate obtained using Shannon-Nyquist theorem is 74.4 kbit/s. But in practice it is hard to achieve the transmission rate close to this value, because of channel features, which lead to inter symbol interference. An effective way to mitigate inter symbol interference is the use of multicarrier modulation techniques, the most used of which today is orthogonal frequency division multiplexing (OFDM).

To estimate the transmission rate over the considered hydroacoustic channel, a model of an OFDM system with simple input and simple output (SISO) was considered. The two different demodulation techniques are investigated. It is Fourier transform with channel estimation using least mean squares (LMS) algorithm and P-FFT differential coherent demodulation technique. The subchannels signals are QPSK modulated. The simulation results show that the bit error rate is about 10^{-2} (without forward error correction) for both considered demodulation schemes, while the overall transmission rate is 28 kbps.

Keywords: hydroacoustic communication channels; non-stationary channels; data transmission in shallow waters; mathematical modeling; communication systems modeling.

DUSHIN Sergey Victorovich (Candidate of Technical Sciences, Senior researcher, Institute of Control Science of RAS, Moscow, Russian Federation).

E-mail: s.dushin@inbox.ru

ALESHIN Viktor Sergeevich (Candidate of Technical Sciences, Lead researcher, Moscow Technical University of Communication and Informatics, Moscow, Russian Federation).

E-mail: abc082012@yandex.ru

SHAVRIN Sergey Sergeevich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Technical University of Communication and Informatics, Moscow, Russian Federation).

E-mail: sss@mtuci.ru

FARKHADOV Mais Pasha (Doctor of Technical Sciences, Head of Laboratory, Institute of Control Science of RAS, Moscow, Russian Federation).

E-mail: mais@ipu.ru

KUROV Igor Yurievich (Researcher, Institute of Control Science of RAS, Moscow, Russian Federation).

E-mail: kurov.igor@gmail.com

REFERENCES

1. Dushin, S.V., Farkhadov, M.P., Shavrin, S.S. & Aleshin, V.S. (2020) Trends and prospects for the development of wireless underwater communication. *DSPA: voprosy primeneniya tsifrovoy obrabotki signalov – DSPA: Issues of Digital Signal Processing Application*. 2. pp. 11–18.
2. Doroshenko, V.I. & Solntce, L.E. (2014) Features of communication with deep-sea mobile submersibles. *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. Admirala S.O. Makarova – Bulletin of the State University of Maritime and River Fleet named Admiral S.O. Makarov*. 4 pp. 38–42. DOI: 10.21821/2309-5180-2014-6-4-38-42
3. Arkhipkin, V.S. & Deev, M.G. (2008) Features of the sound field in the Black Sea. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Ser. 5 – Moscow University Bulletin. Series 5*. 6. pp. 30–33.
4. Dushin, S.V. (2020) Modeling of a high-frequency hydroacoustic communication channel in shallow water of the Black Sea. *Proceedings of 22th International Conference on Digital Signal Processing and its Applications (DSPA)*. Moscow, Russia. pp. 1–5. DOI: 10.1109/DSPA48919.2020.9213278
5. Makarov, A.I., Dvornikov, V.D. & Konopelko, V.K. (2004) Peredacha informatsii v gidroakusticheskom kanale [Data transmission in the hydroacoustic channel]. *Doklady BGUIR – Reports BSUIR*. 2. pp. 103–117.

6. Thorp, W. (1965) Deep ocean sound attenuation in the sub and low kilocycle per second region. *Journal of Acoustical Society of America*. 38(4). pp. 648–654. DOI: 10.1121/1.1909768
7. Francois, R.E. & Garrison, G.R. (1982) Sound absorption based on ocean measurements: Part II. Boric acid contribution an equation for total absorption. *Journal of Acoustical Society of America*. 72(6). pp. 1879–1890. DOI: 10.1121/1.388673
8. Huang, J., Barbeau, M., Blouin, S., Hamm, C. & Taillefer, M. (2017) Simulation and modeling of hydro acoustic communication channels with wide band attenuation and ambient noise. *International Journal of Parallel, Emergent and Distributed Systems*. 32(5). pp. 466–485. DOI: 10.1080/17445760.2016.1169420
9. Burrowes, G. & Khan, J.Y. (2011) Short-range underwater acoustic communication networks. *Autonomous Underwater Vehicles*. October. pp. 173–198. DOI: 10.5772/24098
10. Sha'ameri, A.Z., Al-Aboosi, Y.Y. & Khamis, N.H.H. (2014) Underwater acoustic noise characteristics of shallow water in tropical seas. *International Conference on Computer and Communication Engineering, Kuala Lumpur*. pp. 80–83. DOI: 10.1109/ICCCE.2014.34
11. Porter, M.B. (2020) *Bellhop code*. [Online] Available from: <https://github.com/avishayp/acoustic-toolbox> (Accessed: 10th July 2020).
12. Qarabaqi, P. & Stojanovic, M. (2013) Statistical characterization and computationally efficient modeling of a class of underwater acoustic communication channels. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 38(4). pp. 701–717. DOI: 10.1109/JOE.2013.2278914
13. Tadayon, A. & Stojanovic, M. (2018) Low-Complexity Superresolution Frequency Offset Estimation for High Data Rate Acoustic OFDM Systems. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 99. pp. 1–11. DOI: 10.1109/JOE.2018.2869657
14. Demirors, E., Sklivanitis, G., Santagati, G.E., Melodia, T. & Batalama, S.N. (2018) A High-Rate Software-Defined Underwater Acoustic Modem With Real-Time Adaptation Capabilities. *IEEE Access*. 6. pp. 18602–18615. DOI: 10.1109/ACCESS.2018.2815026
15. Raghavendra, M.R., Bhashyam, S. & Giridhar, K. (2005) Exploiting hopping pilots for parametric channel estimation in OFDM systems. *IEEE Signal Processing Letters*. 12(11). pp. 737–740. DOI: 10.1109/LSP.2005.856889
16. Biagi, M., Rinauro, S. & Cusani, R. (2013) Channel estimation or prediction for UWA. *MTS/IEEE OCEANS*. pp. 1–7. DOI: 10.1109/OCEANS-Bergen.2013.6607979
17. Aval, Y. & Stojanovic, M. (2014) Differentially coherent multichannel detection of acoustic OFDM signals. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 40(2). pp. 251–268. DOI: 10.1109/JOE.2014.2328411

УДК 519.2

DOI: 10.17223/19988605/54/6

K.S. Kim, V.I. Smagin

IDENTIFICATION OF DISCRETE TIME SYSTEMS WITH RANDOM JUMP PARAMETERS AND INCOMPLETE INFORMATION

This work was supported by the RFBR grant No. 19-31-90080.

The identification problem for a discrete system with jump parameters is considered. The proposed approach assumes the use of estimates constructed using the Kalman extrapolator with estimates of unknown inputs and estimates of unknown inputs in model of observation vector. The example is given to illustrate the proposed approach.

Keywords: identification algorithm; Markov chain; estimates; incomplete information.

Estimation and identification problems are relevant for different systems. As an example of such systems, one can consider, for example, economic systems [1, 2], energy systems [3, 4], flight systems [5], communication systems [6, 7]. Such problems occupy a special place in the problem of fault detection [8–10].

In [11], the problem of filtering and simultaneous diagnostics of a jump parameter for discrete systems with multiplicative perturbations was considered. In this paper, we consider the problem of simultaneous extrapolation and identification of a state with a jump parameter described by a Markov chain, which is included in the description of a linear stochastic system.

The solution was obtained using the separation principle, Kalman extrapolator and the vector of estimates of the unknown input [12–15]. It is proposed to select a filter transmission matrix based on minimizing the sum of quadratic forms of estimation errors. The identification problem is solved in the conditions of incomplete information about the observation (there is an unknown input in the observation channel model).

A numerical example of solving the problem of extrapolation and identification of a linear system with Markov jump parameter is given.

1. Problem statement

Consider the following linear discrete-time stochastic system with a jump parameter:

$$x(k+1) = A_{\gamma(k)}x(k) + B_{\gamma(k)}u(k) + q_{\gamma(k)}(k), \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

where $x(k) \in \mathbb{R}^n$ denotes the state of the system, $u(k) \in \mathbb{R}^m$ denotes the known input, x_0 is a random vector, $A_{\gamma(k)}$ and $B_{\gamma(k)}$ are matrices of corresponding dimensions; $\gamma = \gamma(k)$ is a jumping parameter not available to observations (Markov chain with r states $\gamma_1, \dots, \gamma_r$); $q_{\gamma(k)}(k)$ are random perturbations with characteristics:

$$E\{q_{\gamma(k)}(k)\} = 0,$$

$$E\{q_{\gamma(k)}(k)q_{\gamma(k)}^T(j) | \gamma(\xi) = \gamma(k), k \leq \xi \leq j\} = Q_{\gamma(k)}\delta_{kj}.$$

Here $E\{\cdot\}$ denotes the mathematical expectation, T denotes matrix transposition and δ_{kj} is Kronecker delta.

The probability of states of the jump process $p_j(k) = P\{\gamma(k) = j\}$, $j = \overline{1, r}$ satisfies the equation

$$p_j(k+1) = \sum_{i=1}^r p_i(k)p_{i,j}, \quad p_j(0) = p_{j,0}, \quad j = \overline{1, r}, \quad (2)$$

where $p_{i,j}$ is the probability of transition from the state i to the state j for one step, $p_{j,0}$ is the initial probability of the j -th state.

An observation vector with incomplete information is:

$$y(k) = S_{\gamma(k)}x(k) + H_{\gamma(k)}\psi(k) + v_{\gamma(k)}(k), \quad (3)$$

where $\psi(k)$ is an unknown input, $H_{\gamma(k)}$ is a matrix, $v_{\gamma(k)}(k)$ is the Gaussian random sequence independent of $q_{\gamma(k)}(k)$, x_0 and $\gamma(k)$ with characteristics: $E\{v_{\gamma(k)}(k)\} = 0$, $E\{v_{\gamma(k)}(k)v_{\gamma(k)}^T(j) | \gamma(\xi) = \gamma(k), k \leq \xi \leq j\} = V_{\gamma(k)}\delta_{kj}$. The pair of matrices A_{γ_i} , S_{γ_i} ($i = \overline{1, r}$) are detectable.

It is required to determine the estimate of the parameter $\gamma(k)$ (identification problem) and find the corresponding optimal estimate for the extrapolation of the state vector $\hat{x}(k+1)$ from the observations (3) received at time k for the following criterion given in the interval $k \in [0, T]$

$$J[0, T, i] = E \left\{ \sum_{k=0}^T e^T(k)e(k) | \gamma(0) = \gamma_i \right\}, \quad (4)$$

where $e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$ is the error vector.

2. Insertion of unknown input in model (1) under condition of identification errors γ

If the jump parameter is observed exactly without errors, a classical Kalman extrapolator could be used to solve the extrapolation problem. It is not difficult to verify that with identification error $\gamma(k)$, an additional vector of unknown input appears in model (1).

If the system (1) is in the j -th state ($\gamma = \gamma_j$), but this state is erroneously identified as the i -th ($j \neq i$), then equation (1) can be represented as a model with an unknown input:

$$x(k+1) = A_j x(k) + B_j u(k) + f_i(k) + q_i(k), \quad x(0) = x_0, \quad (5)$$

where the unknown input vector is determined by the formula:

$$f_i(k) = (A_j - A_i)x(k) + (B_j - B_i)u(k) + q_j(k) - q_i(k). \quad (6)$$

Here we introduce notations for the matrices $A_{\gamma(k)}$, $B_{\gamma(k)}$, $S_{\gamma(k)}$, $Q_{\gamma(k)}$, $H_{\gamma(k)}$, $V_{\gamma(k)}$ when $\gamma(k) = \gamma_i$: A_i , B_i , S_i , Q_i , H_i , V_i respectively ($i = \overline{1, r}$).

3. Extrapolator synthesis

To solve the problem of extrapolation of the state vector on a step and estimating the unknown input, we use the model representation in the form (5), the information from the observation (3), and a separation principle. This means that we first constructed the estimate of vector $\hat{x}(k+1)$ on the assumption that the vector $f(k)$ and the value of the jump parameter $\gamma(k)$ are known, then constructed vectors of estimates $\hat{f}(k)$ and $\hat{\gamma}(k)$, on the assumption that the state vector of estimates $\hat{x}(k)$ is known.

We define the vector $\hat{x}(k)$ using the Kalman extrapolator:

$$\hat{x}(k+1) = A_i \hat{x}(k) + \hat{f}_i(k) + K_i(k)(y(k) - S_i \hat{x}(k) - H_i \hat{\psi}(k)), \quad \hat{x}(0) = \bar{x}_0, \quad (7)$$

where $K_i(k)$ ($i = \overline{1, r}$) are transfer matrices of the extrapolator, which we define from the minimum of a criterion (4) for $k \in [0, T]$.

The analytic expressions for the matrices $K_i(k)$ are determined from the following theorem.

Theorem. Let there exist positive definite matrices N_i ($i = \overline{1, r}$) that are a solution to the Cauchy problem:

$$N_i(k+1) = (A_i - K_i(k)S_i) \left(\sum_{j=1}^r p_{i,j} N_j(k) \right) \times \\ \times (A_i - K_i(k)S_i)^T + Q_i + K_i(k)V_i K_i(k)^T, N_i(0) = N_0. \quad (8)$$

Then the optimal matrices $K_i(k)$ are determined as follows:

$$K_i(k) = A_i \left(\sum_{j=1}^n p_{i,j} N_j(k) \right) S_i^T [S_i \left(\sum_{j=1}^r p_{i,j} N_j(k) \right) S_i^T + V_i]^{-1}. \quad (9)$$

Proof. We represent criterion (4) as a sum

$$J[0, T, i] = \sum_{k=0}^T \text{tr } N_i(k), \quad (10)$$

where tr is the trace operation, matrices $N_i(k) = M\{e(k)e(k)^T \mid \gamma = \gamma_i\}$ ($i = \overline{1, r}$) are determined from equation (8).

Introduce the Lyapunov function:

$$W(k, N_i(k)) = \text{tr } N_i(k) + \text{tr} \sum_{t=k}^T [Q_i + K_i(t)V_i K_i(t)^T + \Omega_i(t)] L_i(t), \quad (11)$$

where $\Omega_i(t) > 0$ are some matrices.

Additionally, we assume that there exist matrices $L_i(t) > 0$, satisfying the equations:

$$L_i(k) = (A_i - K_i(k)S_i)^T \left(\sum_{j=1}^r p_{i,j} L_j(k+1) \right) (A_i - K_i(k)S_i) + I, \quad L_i(T) = H, \quad i = \overline{1, r}, \quad (12)$$

where I is an unit matrix, $H > 0$ is some matrix.

Let us sum over $k = \overline{t, T-1}$ the finite differences of the function $W(k, N_i(k))$, taking into account formula (12):

$$\sum_{k=t}^{T-1} \Delta W(k, N_i(k)) = \sum_{k=t}^{T-1} [W(k+1, N_i(k+1)) - W(k, N_i(k))] = \sum_{k=t}^{T-1} \text{tr} [N_i(k+1)L_i(k+1) - \\ - N_i(k)L_i(k) - [Q_i + K_i(k)V_i K_i(k)^T + \Omega_i(k)] L_i(k)]. \quad (13)$$

On the other hand, this expression can be represented as follows:

$$\sum_{k=t}^{T-1} \Delta W(k, N_i(k)) = W(t+1, N_i(t+1)) - W(t, N_i(t)) + \dots \\ + W(T, N_i(T)) - W(T-1, N_i(T-1)) = \text{tr } N_i(T)L_i(T) - \\ - \text{tr } N_i(t)L_i(t) - \text{tr} \sum_{k=t}^{T-1} [Q_i + K_i(k)V_i K_i(k)^T + \Omega_i(k)] L_i(k). \quad (14)$$

Add to the formula (10) the difference of the right-hand sides (13) and (14). Given that this difference is zero, then criterion (10) will take the form:

$$J[0, T, i] = \sum_{k=0}^{T-1} \text{tr } N_i(k) - \sum_{k=0}^{T-1} \text{tr } N_i(k)L_i(k) + \\ + \sum_{k=0}^{T-1} \text{tr} [(A_i - K_i(k)S_i) \left(\sum_{j=1}^n p_{i,j} N_j(k) \right) (A_i - K_i(k)S_i)^T + Q_i + K_i(k)V_i K_i(k)^T] L_i(k+1). \quad (15)$$

Applying the rules of differentiating the trace function from the matrix [15], we calculate the derivatives

$$\frac{\partial J[0, T, i]}{\partial K_i(k)} = \frac{\partial}{\partial K_i(k)} \left\{ \sum_{k=0}^{T-1} \text{tr } N_i(k) - \sum_{k=0}^{T-1} \text{tr } N_i(k)L_i(k) + \right. \\ \left. + \sum_{k=0}^{T-1} \text{tr} [(A_i - K_i(k)S_i) \left(\sum_{j=1}^n p_{i,j} N_j(k) \right) (A_i - K_i(k)S_i)^T + \right.$$

$$\begin{aligned}
 +Q_i + K_i(k)V_iK_i(k)^T]L_i(k+1)\} = \sum_{\xi=0}^{T-1} 2[-L_i(k+1)A_i(\sum_{j=1}^r p_{i,j}N_j(k))S_i^T + \\
 +L_i(k+1)K_i(k)S_i(\sum_{j=1}^r p_{i,j}N_j(k))S_i^T + L_i(k+1)K_i(k)V_i]. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Equating this derivative to zero and assuming that each summand over i is equal to zero, we obtain formula (9) for determining the matrix $K_i(k)$.

Now calculate the finite difference of the Lyapunov function

$$\begin{aligned}
 \Delta W(k, N_i(k)) &= W(k+1, N_i(k+1)) - W(k, N_i(k)) = \\
 &= \text{tr } N_i(k+1) + \text{tr} \sum_{t=k+1}^T [Q_i + K_i(t)V_iK_i(t)^T + \Omega_i(t)]L_i(t) - \\
 &\quad - \text{tr } N_i(k) - \text{tr} \sum_{t=k}^T [Q_i + K_i(t)V_iK_i(t)^T + \Omega_i(t)]L_i(t) = \\
 &= \text{tr } N_i(k+1) - \text{tr } N_i(k) - \text{tr}[Q_i + K_i(k)V_iK_i(k)^T + \Omega_i(k)]L_i(k). \quad (17)
 \end{aligned}$$

Since the Lyapunov function (11) is positive, and its finite difference (17), specifying the matrices $\Omega_i(t) > 0$ accordingly, is negative, this guarantees the stability of the extrapolator (7). The theorem is proved.

4. Stationary extrapolator

In this case, the optimized criterion has the form

$$J[0, i] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left\{ \sum_{k=0}^T e^T(k) e(k) \mid \gamma(0) = \gamma_i \right\}, \quad (18)$$

the transfer matrices K_i are constants and are determined from the following matrices algebraic equations:

$$N_i = (A_i - K_i S_i) \left(\sum_{j=1}^r p_{i,j} N_j \right) (A_i - K_i S_i)^T + Q_i + K_i(k) V_i K_i(k)^T, \quad (19)$$

$$K_i = A_i \left(\sum_{j=1}^r p_{i,j} N_j \right) S_i^T [S_i \left(\sum_{j=1}^r p_{i,j} N_j \right) S_i^T + V_i]^{-1}. \quad (20)$$

So, the stationary extrapolator takes the form

$$\hat{x}(k+1) = A_i \hat{x}(k) + \hat{f}_i(k) + K_i(y(k) - S_i \hat{x}(k) - H_i \hat{\psi}(k)), \quad \hat{x}(0) = \bar{x}_0. \quad (21)$$

Note that if there are positive definite solutions N_i ($i = \overline{1, r}$) of the matrices equation (19), then from the condition $Q_i + K_i V_i K_i^T > 0$ follows the validity of Theorem 1.6 [17], and this means the stability of the stationary extrapolator (21).

5. Unknown input and jump parameter estimation

As an algorithm for estimating an unknown input $\hat{f}_i(k)$ and $\hat{\psi}_i(k)$ we will use LSM-estimates; in this case, an estimate can be constructed on the basis of minimizing the additional criterions [12] under the assumption that the value of the jump parameter is known ($\gamma = \gamma_i$):

$$G_1(\psi(k)) = \sum_{t=1}^k \left\{ \|y(t) - S_i \hat{x}(t)\|_{W_1}^2 + \|\psi(t-1)\|_{W_2}^2 \right\}, \quad (22)$$

$$G_2(f_i(k)) = \sum_{t=1}^k \left\{ \|y(t) - H_i \hat{\psi}(t) - S_i(A_i \hat{x}(t-1) + B_i u(t-1) + f_i(t-1))\|_{\bar{W}_1}^2 + \|f_i(t-1)\|_{\bar{W}_2}^2 \right\}, \quad (23)$$

where $W_1, W_2, \bar{W}_1, \bar{W}_2$ are positive definite weight matrices.

In (23), the estimate $\hat{\psi}(t)$ ($t = \overline{1, k}$) is determined by minimizing the criterion (22):

$$\hat{\psi}(k) = (H_i^T \bar{W}_1 H_i + \bar{W}_2)^{-1} H_i^T \bar{W}_1 [y(k) - S_i \hat{x}(k)]. \quad (24)$$

Minimizing (23), we obtain estimates of the unknown input:

$$\hat{f}_i(k) = (S_i^T W_1 S_i + W_2)^{-1} S_i^T W_1 [y(k) - H_i \hat{\psi}_i(k) - S_i (A_i \hat{x}(k-1) + B_i u(k-1))], \quad i = \overline{1, r}, \quad (25)$$

The identification algorithm for the parameter $\gamma(k)$ uses a smoothed estimate of the norm of the unknown input (24) and it is constructed by the method of exponential smoothing:

$$\varphi(i, k+1) = \alpha \|\hat{f}_i(k)\| + (1-\alpha)\varphi(i, k), \quad i = \overline{1, r}, \quad (26)$$

where α is the specified smoothing factor. Next, the value i is determined, for which the smoothed value of the norm $\varphi(i, k)$ will be minimal. This number i will give an estimate of the jump parameter $\hat{\gamma}_i(k)$.

6. Numerical simulation

Consider the problem of modeling a filter for the discrete-time stochastic system with two-dimensional state vector, 3-mode Markovian jump parameter $\gamma(k)$ ($\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 2, \gamma_3 = 3$) with the transition probability matrix

$$[p_{i,j}] = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,4 \\ 0,3 & 0,5 & 0,2 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}$$

The simulation was performed on a time interval $k \in [0, 400]$.

Consider system (1) with the data:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{pmatrix} 0,65 & 0,12 \\ -0,04 & 0,52 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0,85 & 0,1 \\ -0,05 & 0,74 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,03 \\ -0,02 & 0,3 \end{pmatrix}, \\ B_1 &= B_2 = B_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad u(k) = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,7 \end{pmatrix}, \quad Q_1 = \begin{pmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,02 \end{pmatrix}, \\ Q_2 &= \begin{pmatrix} 0,005 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{pmatrix}, \quad Q_3 = \begin{pmatrix} 0,02 & 0 \\ 0 & 0,02 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

In the simulation, the unknown input $\psi(k)$ was set in accordance with the formula:

$$\psi(k) = \begin{cases} 0,2 + 0,01\cos(k)\tau(k) & \text{if } i < 150, \\ 0 & \text{if } 150 \leq i < 280, \\ -0,2 + 0,01\cos(k)\tau(k) & \text{if } i \geq 280, \end{cases}$$

where $\tau(k)$ is a random value ($E\{\tau(k)\} = 0$, $E\{\tau(k)\tau(j)\} = 1\delta_{kj}$).

The data describing observation vector (3) are as follows:

$$S_1 = S_2 = S_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$H_1 = H_2 = H_3 = 1, \quad V_1 = V_2 = V_3 = 0,1.$$

Weight matrices of criterion (22) are taken as

$$W_1 = 1, \quad W_2 = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix}, \quad \bar{W}_1 = 1, \quad \bar{W}_2 = 0,1.$$

The extrapolation estimates are calculated according to equations (19)–(21), in which the estimate of the unknown input is determined by formula (23). The jump parameter was estimated using the algorithm described in Section 6.

The simulation results are presented in Fig. 1 and 2. These results illustrate the quality of estimation of the jump parameter $\gamma(k)$ and vector $x(k)$.

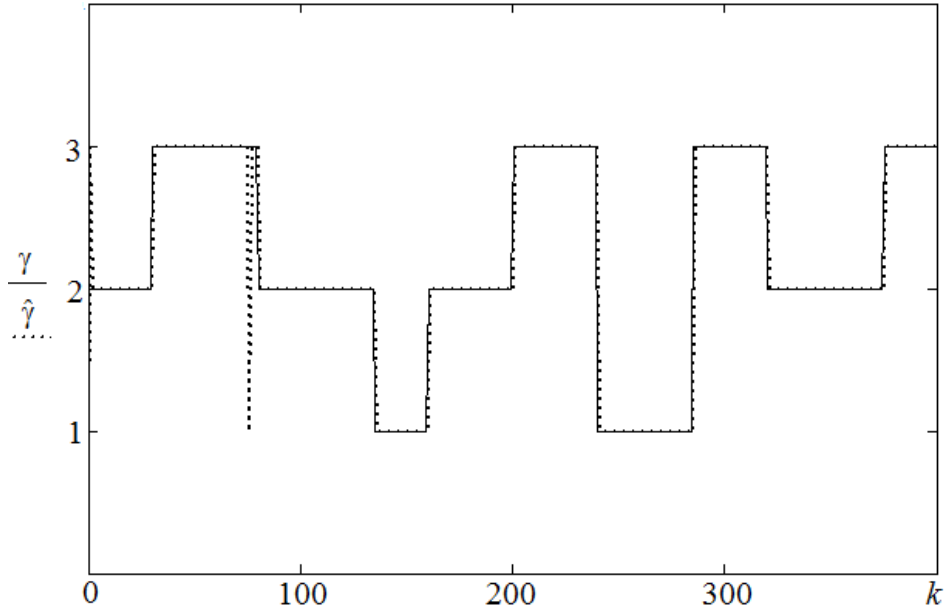
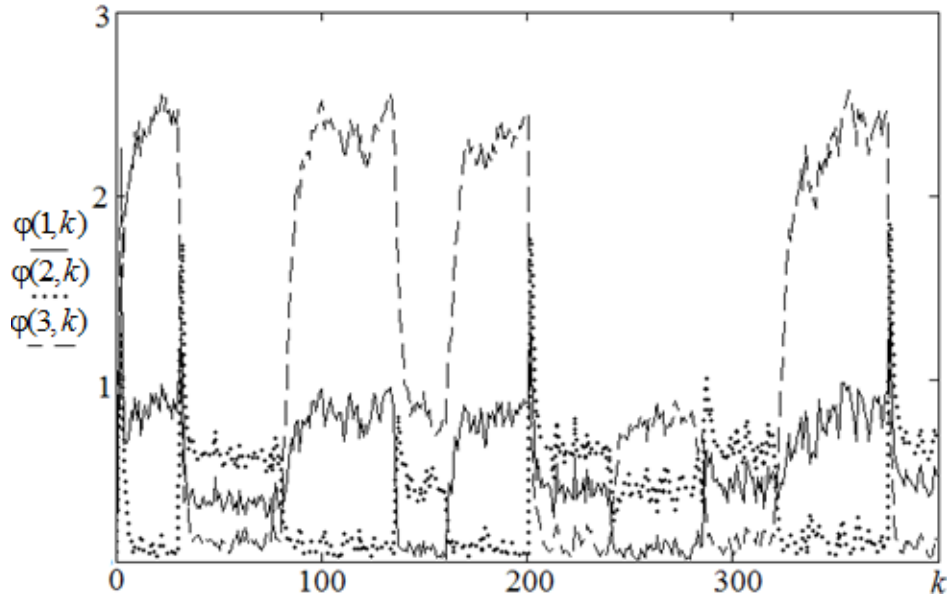

 Fig.1. The jump parameter $\gamma(k)$ and its estimate $\hat{\gamma}(k)$.

Fig. 1 shows that identification errors occur at the moment of changing the value of the jump parameter.

Using the statistical modeling method (for 100 implementations), the percentage of erroneous estimates of the parameter values $\gamma_i(k)$ is 3,28%.


 Fig. 2. Smoothed values of norms $\varphi(i, k)$ ($i = \overline{1, 3}$)

Tables 1 and 2 show the results of comparing the standard errors of deviations of the estimates of the state vector $x(k)$ and vector of unknown input $f(k)$ for recurrent extrapolation algorithms using $\hat{\psi}(k)$ estimates and an extrapolation algorithm that does not use this estimate. Averaging was performed over 100 implementations. The calculation of the standard errors of the estimate was made according to the formulas ($l = \overline{1, 2}$):

$$\sigma_{x,l} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (x_l(k) - \hat{x}_l(k))^2}{N-1}}, \quad \sigma_{f,l} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (f_l(k) - \hat{f}_l(k))^2}{N-1}}.$$

Table 1

Standard errors $\sigma_{x,i}$ of state vector $x(k)$

Components i	With using estimate $\hat{\psi}(k)$	Without using estimate $\hat{\psi}(k)$
1	0,346	0,354
2	0,273	0,356

Table 2

Standard errors $\sigma_{f,i}$ of input vector $f(k)$

Components i	With using estimate $\hat{\psi}(k)$	Without using estimate $\hat{\psi}(k)$
1	0,287	0,329
2	0,186	0,252

The results shown in Tables 1 and 2 show that the construction and use of the unknown input $\psi(k)$ in the proposed estimation algorithm can improve the accuracy of the estimation of the vector $x(k)$ and vector $f(k)$ that appears when the parameter γ identified with error.

Conclusion

The solution to the problem of synthesizing the extrapolation algorithm and identifying the state of a jump parameter included in the description of a linear discrete system is obtained. The problem is solved by introducing an unknown input vector into the system model, which appears when the jump identification fails. The simulation results confirmed the effectiveness of the proposed algorithm.

REFERENCES

1. Cajueiro, D.O. (2002) *Stochastic optimal control of jumping Markov parameter processes with applications to finance*. Ph.D. Thesis. Instituto Tecnológico de Aeronáutica-ITA, Brazil.
2. Dombrovskii, V., Obyedko, T. & Samorodova, M. (2018) Model predictive control of constrained markovian jump nonlinear stochastic systems and portfolio optimization under market frictions. *Automatica*. 87. pp. 61–68. DOI: 10.1016/j.automatica.2017.09.018
3. Ugrinovskii, V.A. & Pota, H.R. (2005) Decentralized control of power systems via robust control of uncertain Markov jump parameter systems. *International Journal of Control*. 78. pp. 662–677. DOI: 10.1109/CDC.2004.1429255
4. Sales-Setien, E. & Penarrocha-Alos, I. (2019) Markovian jump system approach for the estimation and adaptive diagnosis of decreased power generation in wind farms. *Iet Control Theory and Applications*. 13(18). pp. 3006–3018. DOI: 10.1049/iet-cta.2018.6199
5. Zhang, H., Gray, W.S. & Gonzalez, O.R. (2005) Performance analysis of recoverable flight control systems using hybrid dynamical models. *Proc. American Control Conference 2005 (ACC)*. Portland, Jun 08-10, 2005. pp. 2787–2792.
6. Zhu, Y., Zhong, Z., Zheng, W.X. et al. (2018) HMM-based H-infinity filtering for discrete-time markov jump LPV systems over unreliable communication channels. *IEEE Transactions on Systems Man Cybernetics-Systems*. 48(12). pp. 2035–2046. DOI: 10.1109/TSMC.2017.2723038
7. Wang, J., Yao, F. & Shen, H. (2014) Dissipativity-based state estimation for Markov jump discrete-time neural networks with unreliable communication links. *Neurocomputing*. 139/SI. pp. 107–113. DOI: 10.1016/j.neucom.2014.02.055
8. Wang, H., Wang, C., Gao, H. & Wu, L. (2006) An LMI approach to fault detection and isolation filter design for Markovian jump system with mode-dependent time-delays. *Proc. of the American Control Conference*. Minneapolis. USA. pp 5686–5691. DOI: 10.1109/ACC.2006.1657631
9. Yao, X., Wu, L. & Zheng, W.X. (2011) Fault detection filter design for Markovian jump singular systems with intermittent measurements. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 59/7. pp. 3099–3109. DOI: 10.1109/TSP.2011.2141666
10. Gagliardi, G., Casavola, A. & Famularo, D.A. (2012) Fault detection and isolation filter design method for Markov jump linear parameter-varying systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*. 26(3/ SI). pp. 241–257. DOI: 10.1002/acs.1261
11. Kim, K.S. & Smagin, V.I. (2020) Filtration and diagnostics in discrete stochastic systems with jump parameters and multiplicative perturbations. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 51. pp. 79–86. DOI: 10.17223/19988605/51/9
12. Gillijnsand, S. & Moor, B. (2007) Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems. *Automatica*. 43. pp. 111–116. DOI: 10.1016/j.automatica.2006.08.002

13. Smagin, V.I. & Smagin, S.V. (2011) Filtering for linear not stationary discrete system with unknown disturbances. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 16(3). pp. 43–50.
14. Smagin, V.I. (2017) Prediction of states of discrete systems with unknown input of the model using compensation. *Russian Physics Journal*. 59(9). pp.1507–1514. DOI: 10.1007/s11182-017-0937-6
15. Koshkin, G. & Smagin, V. (2016) Kalman filtering and forecasting algorithms with use of nonparametric functional estimators. *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*. 175. pp. 75–84. DOI: 10.1007/978-3-319-41582-6_6
16. Athans, M. (1968) The matrix minimum principle. *Information and Control*. 11. pp 592–606.
17. Li, F., Shi, P. & Wu, L. (2016) *Control and Filtering for Semi-Markovian Jump Systems*. New York: Springer.

Received: September 28, 2020

Kim K.S., Smagin V.I. (2021) IDENTIFICATION OF DISCRETE TIME SYSTEMS WITH RANDOM JUMP PARAMETERS AND INCOMPLETE INFORMATION. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 48–55

DOI: 10.17223/19988605/54/6

Ким К.С., Смагин В.И. (2021) ИДЕНТИФИКАЦИЯ В ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМАХ СО СЛУЧАЙНЫМИ СКАЧКООБРАЗНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ. *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2021. № 54. С. 48–55

Рассмотрена задача идентификации в дискретной системе со скачкообразными параметрами. Алгоритм предполагает использование оценок, построенных с помощью экстраполятора Калмана с оценками неизвестных входов и оценками неизвестных входов в модели вектора наблюдения. Для иллюстрации предлагаемого подхода приведен пример.

Ключевые слова: алгоритм идентификации; цепь Маркова; оценки; неполная информация.

KIM Konstantin Stanislavovich (Post-graduate Student, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).
E-mail: kks93@rambler.ru

SMAGIN Valery Ivanovich (Doctor of Technical Science, Professor of the National Research Tomsk State University, Professor of the Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russian Federation).
E-mail: vsm@mail.tsu.ru

УДК 519.2

DOI: 10.17223/19988605/54/7

Д.К. Левоневский, А.И. Савельев

**ПОДХОД И АРХИТЕКТУРА ДЛЯ СИСТЕМАТИЗАЦИИ И ВЫЯВЛЕНИЯ
ПРИЗНАКОВ АГРЕССИИ В РУССКОЯЗЫЧНОМ ТЕКСТОВОМ КОНТЕНТЕ***Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ № 18-29-22061_МК.*

Рассматриваются признаки агрессии в русскоязычных текстах, выполняется классификация этих признаков. Предлагаются способы автоматизации выявления признаков и для обработки естественного языка и программных средств общего назначения. Разработана архитектура программной системы, выполняющей векторизацию текстовых сообщений. Реализуемый в этой архитектуре подход позволяет оценивать признаки агрессивности текстового контента с достаточной точностью, а погрешность обусловлена в основном многозначностью слов.

Ключевые слова: обработка естественного языка; анализ тональности; извлечение эмоций; агрессия; анализ текста.

Компьютерные сети накапливают большое количество разнородной информации, анализ которой востребован, но трудно реализуем. Одной из востребованных задач является обнаружение проявлений агрессии в сетевом контенте. В данной работе рассматриваются вопросы анализа текстового контента. Сложная структура текстового контента требует уменьшения его размерности для применения методов анализа. Для классификации текстовых сообщений, применения методов машинного обучения необходимо выполнять векторизацию текста на основе некоторых признаков. Эта задача рассматривается в данной статье.

Значительное количество методов классификации текстов и, в частности, выявления агрессивных сообщений рассмотрено в статьях [1, 2]. Как правило, они реализуют типовую последовательность операций обработки данных, включающую удаление неинформативных компонентов текста, токенизацию, разметку частей речи и используют для извлечения признаков подходы bag-of-words, bag-of-stems и т.п. [3]. Реализация таких подходов возможна и для русскоязычного контента, но одним из необходимых условий их эффективности являются качественные размеченные наборы данных [4]. Другой сложностью является многозначность слов и иной характер корреляции между их негативной семантикой и агрессивностью сообщения в целом. В [5] исследуется характер языковых различий при использовании устойчивых выражений. В статье [6] с этим связываются существенно более низкие возможности выявления агрессивных сообщений на русском языке.

В [7] рассматриваются психолингвистические и контентные признаки агрессивного поведения в чатах. В этой статье анализируется англоязычный контент, однако большая часть признаков и принципов их построения применима и для других языков, в частности ряд категорий лексических признаков, признаки, связанные с частями речи (прежде всего с глаголами и местоимениями). Кроме того, авторы анализируют поведение пользователей в чате.

В работе [8] выделены следующие лексические и дискурсивные языковые средства, использующиеся при агрессивном речевом поведении. К первой группе относятся средства языка, выражающие негативную оценку (жаргонная лексика, окказиональные слова, инвективная лексика и пр.). Ко второй группе относятся дискурсивные средства, формирующиеся непосредственно в тексте в процессе общения и, как правило, выражающие скрытую речевую агрессию (языковая демагогия, интертекстуальность и пр.). Перечисленные языковые средства неравнозначны, их сложно формализовать. Кроме того,

для интернет-пространства характерны использование смеси текстового и аудиовизуального контента, смеси разных языков, специфической лексики, наличие сообщений с ошибками, опечатками, нетипичной пунктуацией, что существенно затрудняет применение лексического анализа текстов.

В работе [9] обсуждаются вопросы, связанные с автоматическим выявлением в текстах социальных сетей проявлений вербальной агрессивности. Показано, что при автоматическом анализе эмоциональной насыщенности текста представляется целесообразным использовать слова, выражающие негативную оценку. Авторы работы разработали систему психолингвистического анализа текстовой информации (PLATIn). Данная система основана на использовании словарей русского текста, разбитых на списки лексических единиц, согласно их семантической направленности. К недостаткам данного метода следует отнести то, что он не делает различий на семантико-синтаксическом уровне.

В [10, 11] рассматриваются психолингвистические, лексические, семантические маркеры, которые можно использовать для характеристики агрессивности текста. К психолингвистическим маркерам относятся количество слов в предложении, коэффициент определенности действия, количество глаголов в пассивном залоге, средняя длина слова, отношение количества инфинитивов к общему числу глаголов и т.д. Эти характеристики могут выявить эмоциональное состояние автора, наличие призывов к действию, противопоставлений «мы–они» и т.п. К словарным лексическим маркерам относятся: обозначение негативных эмоциональных и телесных состояний (гнев, отвратительный), слова с деструктивной семантикой (уничтожить, раздавить), лексика физического насилия (бить, ранить), инвективная лексика (идиот, предатель) и т.д. Семантические маркеры выражают значения слов, например: деструктив – объект разрушающего воздействия (взорвать дом), ликвидатив – объект, прекращающий существование (убить человека), результатив – следствие (привести к кризису) и т.д.

Таким образом, источники приводят множество признаков агрессии в тексте, но при этом нет их общей классификации с точки зрения природы этих признаков и, следовательно, подходов к их выявлению. Кроме того, последовательности операций обработки данных зависят от конкретных признаков и должны учитывать их особенности.

1. Классификация признаков

Рассмотренные признаки можно сгруппировать в следующие категории:

1. Лексические: к этим признакам относятся отдельные слова и устойчивые выражения, сигнализирующие о возможности агрессивного контента.
2. Морфологические: признаки, связанные с частями слов и словообразованием, образованием неологизмов и производных слов с помощью суффиксов, приставок.
3. Статистические: признаки, основанные на частотах использования частей речи, знаков препинания.
4. Дискурсивные: самая сложная в выявлении группа, связанная с использованием демагогии, различной стилистики речи, иронии и сарказма, искажений слов и других приемов, которые сложно формализовать и выявить.
5. Косвенные: маркеры эмоциональной выраженности, связанные в основном с формой представления текста (маскировка, регистр и т.п.).

Примеры приведенных признаков представлены в табл. 1.

Таблица 1

Признаки агрессии в тексте

Класс средств / признаков	Примеры
<i>Лексические признаки</i>	
Инвективная, обценная, стилистически сниженная лексика	Подлец, двурушник, враг народа
Эвфемизмы	Женщина с низкой социальной ответственностью
Жаргонная лексика	Фуфлыжник
Немотивированное использование иноязычных элементов в целях агрессивного воздействия на читателя, провоцирующее возникновение у него чувства неполноценности из-за непонятности изложения	Да Вы просто рутинёр, милейший! Ваши слова, уважаемый, бурлеск чистой воды. Ровно как и Вы – акциденция современности

Класс средств / признаков	Примеры
Глаголы с общим значением разрушительного действия	Грызть, дырять, бить
Глаголы уничтожения	Зарезать, губить, пепелить
Глаголы повреждения	Ранить, царапать, ковырять
Слова с негативной семантикой	Украсть, хапнуть
Названия профессий, употребляемые в переносном значении	Палач, мясник
Зоосемантические метафоры	Кобель, кобыла, свинья
<i>Морфологические признаки</i>	
Оказациональные слова – неологизмы, оценочность которых может быть связана как с мотивирующей (производящей) базой (например, собственные имена лиц, слова с негативным денотатом и т.д.), так и со словообразовательными средствами (например, маркированные суффиксы -щина, -ость, -ация, -изм, -ист, -ец, -оид, размерно-оценочные суффиксы, префиксы а-, без-, анти-, контр-, де-, квази-, псевдо-, экс- и т.д.)	Троцкизм, обломовщина, либероид, ватник, коммунаки, дерьмократы, прихватизация
<i>Дискурсивные признаки</i>	
Языковая демагогия (сознательное нарушение словесных пресуппозиций, постулатов успешного общения, использование речевых имплицатур)	Ну Вы у нас признанный эксперт, конечно
Тенденциозное использование негативной информации, перегруженность текста негативной информацией (например, использование безысключительной лексики: каждый, все, никто и т.д.)	Все знают, что ты отсталый
Интертекстуальность: обращение к вербальным прецедентным феноменам, которые связаны с определенными эмоциями и оценками для людей, разделяющих знание о них, с целью иронизирования, насмешки и т.д.	Шариков
Псевдоимперативы	Поговори мне еще!
Риторические вопросы	Ты первый день на работе, что ли?
Гиперболы	Миллион раз я тебе говорил
<i>Статистические признаки</i>	
Количество местоимений 1-го, 3-го лица множественного числа	Управы на них нет! Да мы их в пыль сотрём
Относительная доля глаголов	Будем рвать их, резать, надо прибить к чертям
Относительная доля глаголов в будущем времени	Разберемся еще, время покажет
Большое количество восклицательных знаков, кратные восклицательные и вопросительные знаки	Твари!!!!
<i>Косвенные признаки</i>	
Маскировка слов (замена букв спецсимволами, цифрами, буквами других алфавитов, намеренное искажение слов)	п0д0нки
Маркеры эмоциональной выраженности: использование верхнего регистра, наличие опечаток, ошибок	ТЫ ЧТО ТВОРИШ???!!!

Следует отметить, что наличие этих признаков не означает, что текстовое сообщение агрессивно, а только характеризует повышенную вероятность этого.

2. Выявление признаков

Среди языков программирования одним из наиболее предпочтительных для решения задачи является Python в силу его широких возможностей с точки зрения обработки текстов и наличия гибких структур данных. Поэтому все упоминаемые библиотеки приводятся так, как они названы в Python.

Для выявления лексических признаков используются словари. Наиболее эффективным видится применение в качестве основного словаря русского раздела Wiktionary, так как он обладает следующими преимуществами:

- имеет регулярно публикуемые дампы в форматах SQL и XML для компьютерной обработки;
- содержит не только начальные формы слов, но и падежные формы, формы множественного числа и др.;
- содержит как слова общей лексики, так и большое количество бранных и жаргонных слов;

- содержит много устойчивых выражений;
- имеет списки синонимов и антонимов, что позволяет отслеживать семантические связи между понятиями;
- предусматривает большое количество категорий слов, характеризующихся пометками «грубое», «уничижительное», «вульгарное», «бранное», «криминальный жаргон», «сниженное», «пренебрежительное», «просторечное» и др.

Однако надо отметить, что словарь часто не содержит новейших форм интернет-жаргона и производных форм слов, что является частью более общей проблемы неполноты данных в задаче обнаружения агрессивного контента [12].

Выявление морфологических признаков может выполняться с помощью библиотек разбора слов по составу (XMorphy) или регулярных выражений (re).

Статистические признаки имеют различные способы выявления:

- для признаков, основанных на употреблении частей речи, используются технические средства классификации слов (например, библиотека `rumorphy2`, позволяющая определить часть речи, узнать категории времени, лица, числа);
- для признаков, основанных на пунктуации, смайликов можно использовать простые средства поиска, например регулярные выражения (библиотека `re`);
- для поиска ошибок можно использовать средства автоматической проверки орфографии (библиотека `enchant`).

Дискурсивные признаки сложнее всего поддаются анализу, но в ряде случаев их можно свести к признакам других типов [13].

Нужно отметить, что большинство методов выполняет классификацию сообщений, реализуя примерно одну и ту же последовательность операций по обработке текстов, которая включает удаление стоп-слов, токенизацию, разметку частей речи, стемминг и т.д., а также типовые способы извлечения признаков (например, построение векторов на основе «мешка слов»). Предлагаемый подход в целом соответствует такой схеме, но отличается конструированием различных последовательностей блоков преобразования данных для разных типов признаков, после чего выполняется объединение результатов. Соответствующая диаграмма классов показана на рис 1.

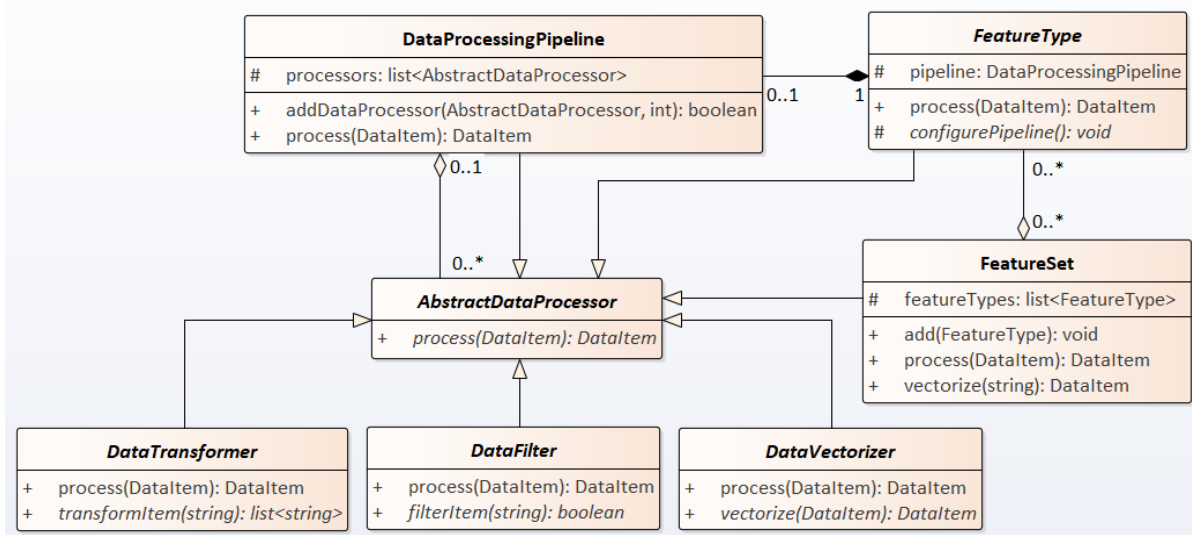


Рис. 1. Общая диаграмма классов для построения набора признаков
Fig. 1. High-level class diagram for building the feature set

В приведенной диаграмме полный набор признаков описывается объектом `FeatureSet`, содержащим отдельные признаки – объекты класса `FeatureType`. Каждый признак имеет свою последовательность обработки данных (`DataProcessingPipeline`), состоящую из последовательных блоков пре-

образования данных (объекты классов-наследников `AbstractDataProcessor`). Сами классы `FeatureSet`, `FeatureType` и `DataProcessingPipeline` также наследуют `AbstractDataProcessor`, выполняя роль фасада и позволяя одним и тем же способом выполнять как атомарные, так и составные преобразования. Основные виды классов обработки данных – `DataProcessor` (изменение формы представления данных), `DataFilter` (фильтрация) и `DataVectorizer` (преобразование в число или вектор). Их подклассы отображены на рис. 2.

Преобразование данных (рис. 2, а) выполняется с использованием библиотек работы с текстом (`POSAnalyzer`, `POS`; `WordNormalizer`, `WN`) и регулярных выражений (`WordTokenizer`, `WT`; `RegexConverter`, `RE`; `RegexTokenizer`, `RT`; `Splitter`, `S`).

Фильтрация данных (рис. 2, б) производится на основе словарей (`VocabularyFilter`, `VF`) и регулярных выражений (`RegexFilter`, `RF`). При нестрогой словарной фильтрации (`SimilarityFilter`, `SF`) используется расстояние Левенштейна [14], рассчитываемое как минимальное количество односимвольных операций вставки, удаления или замены, необходимых для преобразования одного слова в другое. Эта величина выбрана, так как она отражает редакционное расстояние между словами и характеризует сходство слов.

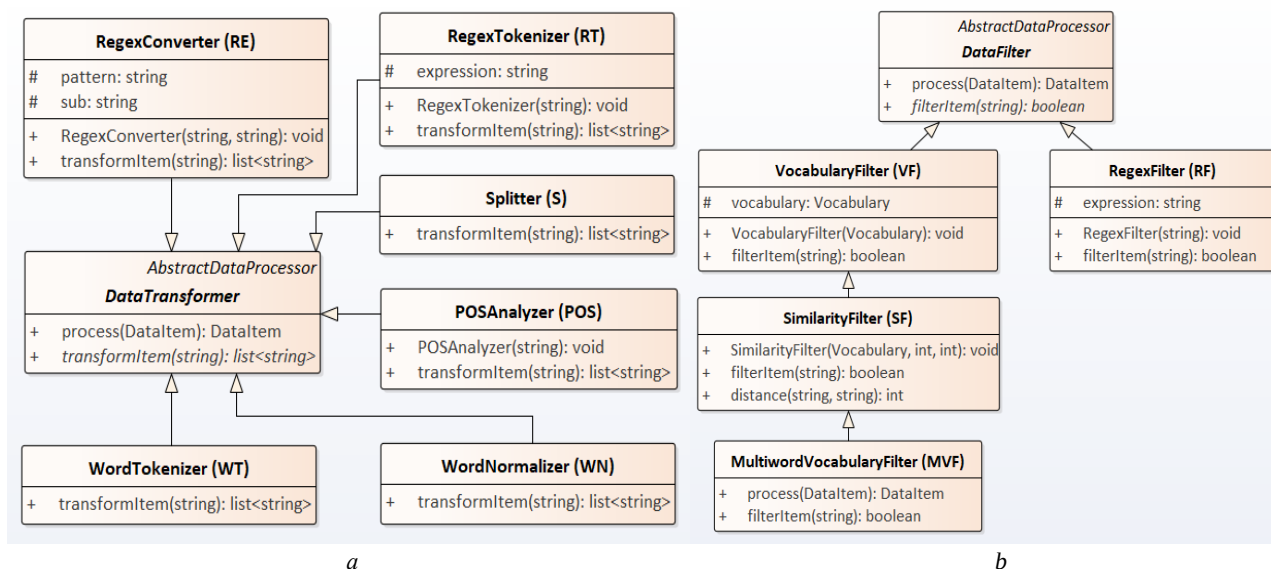


Рис. 2. Классы: а – преобразования данных, б – фильтрации данных

Fig. 2. Classes for a – data transformation, b – data filtration

Таблица 2

Последовательность обработки данных для распознавания признаков агрессии

Признаки	Последовательность блоков преобразования данных
Отдельные лексические единицы – инвективная лексика; стилистически сниженная лексика; жаргон; зоосемантические метафоры; отдельные немногочисленные семантические группы слов (например, маркеры всеобщности)	WT → WN → SF → IC
Устойчивые выражения, метафоры	WT → MVF → IC
Морфологические признаки (приставки, суффиксы)	WT → WN → RF → IC
Глаголы в повелительном наклонении	WT → POS → VF → RC
Количество местоимений 1-го, 3-го лица множественного числа	WT → WN → VF → IC
Относительная доля глаголов	WT → POS → VF → RC
Относительная доля глаголов в будущем времени	WT → POS → VF → RC
Кратные знаки препинания	RE → RT → RF → IC
Наличие опечаток, ошибок	WT → WN → VF → IC
Использование верхнего регистра	S → RF → RF → RC
Маскировка слов	RT → RF → IC

Окончательное значение признака рассчитывается как количество найденных образцов в тексте (ItemCounter, IC) или относительная частота их появления или отсутствия (RateCounter, RC).

Схема обработки данных при распознавании различных типов признаков приведена в табл. 2. Для каждого признака она включает набор блоков обработки данных, которые применяются последовательно в порядке, указанном символом «→».

3. Результаты

Для тестирования был использован dataset [15], содержащий комментарии с русскоязычных сайтов, в большинстве случаев агрессивного характера. Для оценки точности часть данных из dataset в размере $n = 300$ элементов была размечена вручную. Затем для каждого признака f были рассчитаны значения ошибки при i -м измерении E_{fi} , среднее значение ошибки $\bar{E}_f$, его среднеквадратическое отклонение σ_f и оценка верхнего порога ошибки, рассчитанная по правилу 3σ в предположении, что распределение величины подчиняется нормальному закону:

$$E_{fi} = |f_i^a - f_i^m|,$$

где f_i^a – значение признака, определенное автоматически, f_i^m – то же значение, определенное вручную;

$$\bar{E}_f = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_{fi};$$

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (E_{fi} - \bar{E}_f)^2}.$$

Результаты оценивания приведены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты оценивания точности расчета признаков

Признак	Среднее значение ошибки $\bar{E}_f$	Среднеквадратическое отклонение σ_f	Пороговое значение
Количество лексических единиц	1,9	2,1	8,4
Количество устойчивых выражений	0,08	0,37	1,2
Относительная доля использования верхнего регистра	0	0	0
Количество случаев использования кратных знаков препинания	0,01	0,1	0,3
Относительная доля глаголов	0,03	0,05	0,18
Относительная доля глаголов в повелительном наклонении	0,002	0,01	0,04
Относительная доля глаголов в будущем времени	0,004	0,01	0,04
Количество местоимений 1-го, 3-го лица множественного числа	0	0	0
Морфологические признаки	0,8	0,5	2,5
Количество опечаток, ошибок	2	1,4	6,2
Количество случаев маскировки слов	0,05	0,03	0,13

Из табл. 3 видно, что часть признаков, которые являются строго определенными и формальными, определяется практически без погрешностей. Среди остальных признаков наибольшая погрешность наблюдается при определении количества лексических единиц. То, что преобладает ошибка I рода, объясняется многозначностью слов и, в частности, тем, что слова общей лексики могут иметь дополнительные значения, несущие негативную направленность, зачастую в узкоспециализированном контексте.

Заключение

Предложенный в статье подход включает в себя классификацию признаков агрессивного текстового контента, способы их выявления и архитектуру соответствующей программной системы.

Реализация системы позволяет оценивать признаки агрессивности текстового контента с достаточной точностью. Предложенный подход может быть использован при решении более общей задачи классификации многомодального контента, включающего также речь и видео [16, 17]. Ограничения подхода состоят в том, что его нельзя применить для сообщений, содержащих разнородный контент или смесь языков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mäntylä M.V., Graziotin D., Kuuttila M. The evolution of sentiment analysis – a review of research topics, venues, and top cited papers // *Computer Science Review*. 2018. V. 27. P. 16–32.
2. Medhat W., Hassan A., Korashy H. Sentiment analysis algorithms and applications: A survey // *Ain Shams Engineering Journal*. 2014. V. 5, № 4. P. 1093–1113.
3. Ventirozos F.K., Varlamis I., Tsatsaronis G. Detecting aggressive behavior in discussion threads using text mining // *International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Text Processing*. Springer, Cham, 2017. P. 420–431.
4. Levonevskiy D., Malov D., Vatamaniuk I. Estimating Aggressiveness of Russian Texts by Means of Machine Learning // *International Conference on Speech and Computer*. Springer, Cham, 2019. P. 270–279.
5. Zykhova I.V. Perception of verbal communication reflected in Russian and English phraseology: towards a new theory of Phraseology-formation // *Procedia – social and behavioral sciences*. 2016. V. 236. P. 139–145.
6. Gordeev D. Automatic detection of verbal aggression for Russian and American imageboards // *Procedia - Social and Behavioral Sciences*. 2016. V. 236. P. 71–75.
7. Parapar J., Losada D.E., Barreiro A. Combining Psycho-linguistic, Content-based and Chat-based Features to Detect Predation in Chatrooms // *J. UCS*. 2014. V. 20, № 2. P. 213–239.
8. Петрова Н.Е., Рацибурская Л.В. Язык современных СМИ: Средства речевой агрессии. М. : Флинта : Наука, 2011. 160 с.
9. Девяткин Д.А., Кузнецова Ю.М., Чудова Н.В., Швецов А.В. Интеллектуальный анализ проявлений вербальной агрессивности в текстах сетевых сообществ // *Искусственный интеллект и принятие решений*. 2014. № 2. С. 27–41.
10. Ковалёв А.К., Кузнецова Ю.М., Минин А.Н., Пенкина М.Ю., Смирнов И.В., Станкевич М.А., Чудова Н.В. Методы выявления по тексту психологических характеристик автора (на примере агрессивности) // *Вопросы кибербезопасности*. 2019. Т. 4, № 32. С. 72–79.
11. Сбоев А.Г., Гудовских Д.В., Молошников И.А., Кукин К.А., Рыбка Р.Б., Иванов И.И., Власов Д.С. Автоматическое выделение психолингвистических характеристик текстов в рамках концепции Big Data // *Современные информационные технологии и ИТ-образование*. 2013. № 9. С. 433–438.
12. Reyes A., Rosso P. Making objective decisions from subjective data: Detecting irony in customer reviews // *Decision support systems*. 2012. V. 53, № 4. P. 754–760.
13. Rosa H., Pereira N., Ribeiro R., Ferreira P.C., Carvalho J.P., Oliveira S., Coheur L., Paulino P., Veiga Simão A.M., Trancoso I. Automatic cyberbullying detection: a systematic review // *Computers in Human Behavior*. 2019. V. 93. P. 333–345.
14. Левенштейн В.И. Двоичные коды с исправлением выпадений, вставок и замещений символов // *Доклады Академии наук СССР*. 1965. Т. 163, № 4. С. 845–848.
15. Russian Language Toxic Comments Small dataset with labeled comments from 2ch.hk and pikabu.ru. URL: <https://www.kaggle.com/blackmoon/russian-language-toxic-comments> (accessed: 04.08.2020).
16. Уздяев М.Ю., Левоневский Д.К., Шумская О.О., Летенков М.А. Метод детектирования агрессивных пользователей информационного пространства на основе генеративно-состязательных нейронных сетей // *Информационно-измерительные и управляющие системы*. 2019. Т. 17, № 5. С. 60–68.
17. Уздяев М.Ю. Распознавание агрессивных действий с использованием нейросетевых архитектур 3D-CNN // *Известия ТулГУ. Технические науки*. 2020. № 2. С. 316–330.

Поступила в редакцию 5 августа 2020 г.

Levonevskiy D.K., Savelyev A.I. (2021) APPROACH AND ARCHITECTURE FOR CATEGORIZATION AND REVEAL OF AGGRESSION FEATURES IN RUSSIAN TEXT CONTENT. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science] 54. pp. 56–64

DOI: 10.17223/19988605/54/7

Methods and systems, involved in detection of aggressive features in text content, find sufficiently broad application. Particularly, they are used for analysis of comments and reviews online, sentiment analysis, concerning certain events, development of digital assistants for moderators of network discussions, etc. Thereby, complex structure of the text content requires reduction of text dimensions for analysis implementation. This paper discusses aggression features in Russian text. The relevant sources consider various text-based aggression features, but lack an overarching classification of these features, that would be built on their common foundations. Complex structure of textual content requires dimension reduction in it to apply analytic methods. For classification of textual

messages and employment of machine learning methods, text vectorization is necessary, based on certain features. From this perspective, such a classification is established in this paper. All the features are divided into five classes: lexical, morphological, statistical, conversational and indirect. Specific words and set expressions, which can possibly denote violence, are classified as the aggressive content. Morphological features have to do with morphemes and word building, neologism creation and derivative words using suffixes or prefixes. Statistical features have to do with the frequency of certain parts of speech and punctuation. Discourse features is the set of features most difficult to be extracted, because these features have to do with demagoguery, different stylistic variations of speech, sarcasm and irony, word distortion and other approaches, which are difficult to formalize and reveal. Indirect features are the markers of emotional expressiveness, having to do mostly with the presentational aspects of the text (masking, letter case, etc.). Features and items for each class are aggregated in the tabular view. Approaches are proposed to automate these feature detection processes; these approaches are based on thesauri, natural language processing libraries and generic software tooling. The architecture of a software suite is developed for text message vectorization. It is specified with class diagrams, describing the functional units of relevant transformations, filtering and vectorization of text content. The approach, implemented in this architecture, generally fits into the framework, which includes stop-word removal, tokenization, part-of-speech tagging, stemming and other common approaches to feature extraction. The specificity of this approach consists in establishment of different sequences of data transformations for different kinds of features, then result aggregation is performed. Recognition accuracy estimation is also performed. The approach, proposed in this paper, allows to estimate the aggression features in the text content with decent accuracy, whereas the estimation errors arise primarily because of polysemy, particularly, because common words can have additional negative meanings, relevant for certain niche contexts. Limitations of this approach preclude to use it for analysis of heterogeneous content or mix of languages or mix of languages.

Keywords: natural language processing; sentiment analysis; emotion mining; aggression; text analysis.

LEVONEVSKIY Dmitriy Konstantinovich (Researcher, St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), St. Petersburg, Russian Federation).

E-mail: DLewonewski.8781@gmail.com

SAVELIEV Anton Igorevich (Candidate of Engineering Sciences, Senior Researcher St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences (SPC RAS), St. Petersburg, Russian Federation).

E-mail: saveliev.ais@yandex.ru

REFERENCES

1. Mäntylä, M.V., Graziotin, D. & Kuuttila, M. (2018) The evolution of sentiment analysis – A review of research topics, venues, and top cited papers. *Computer Science Review*. 27. pp. 16–32. DOI: 10.1016/j.cosrev.2017.10.002
2. Medhat, W., Hassan, A. & Korashy, H. (2014) Sentiment analysis algorithms and applications: A survey. *Ain Shams Engineering Journal*. 5(4). pp. 1093–1113. DOI: 10.1016/j.asej.2014.04.011
3. Ventirozos, F.K., Varlamis, I. & Tsatsaronis, G. (2017) Detecting aggressive behavior in discussion threads using text mining. *International Conference on Computational Linguistics and Intelligent Text Processing*. Springer, Cham. pp. 420–431.
4. Levonevskiy, D., Malov, D. & Vatamaniuk, I. (2019) Estimating Aggressiveness of Russian Texts by Means of Machine Learning. *International Conference on Speech and Computer*. Springer, Cham. pp. 270–279.
5. Zykova, I.V. (2016) Perception of verbal communication reflected in Russian and English phraseology: towards a new theory of Phraseologism-formation. *Procedia–Social and Behavioral Sciences*. 236. pp. 139–145. DOI: 10.1016/j.sbspro.2016.12.052
6. Gordeev, D. (2016) Automatic detection of verbal aggression for Russian and American imageboards. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*. 236. pp. 71–75. DOI: 10.1007/978-3-319-11581-8_40
7. Parapar, J., Losada, D.E. & Barreiro, A. (2014) Combining Psycho-linguistic, Content-based and Chat-based Features to Detect Predation in Chatrooms. *Journal of UCS*. 20(2). pp. 213–239. DOI: 10.3217/jucs-020-02-0213
8. Petrova, N.E. & Ratsiburskaya, L.V. (2011) *Yazyk sovremennykh SMI: Sredstva rechevoy agressii* [The Language of Modern Media: Means of Verbal Aggression]. Moscow: Flinta: Nauka.
9. Devyatkin, D.A., Kuznetsova, Yu.M., Chudova, N.V. & Shvets, A.V. (2014) An intellectual analysis for the social web: recognizing verbal aggression. *Iskusstvennyy intellekt i prinyatie resheniy – Artificial Intelligence and Decision Making*. 2. pp. 27–41.
10. Kovalev, A.K., Kuznetsova, Yu.M., Minin, A.N., Penkina, M.Yu., Smirnov, I.V., Stankevich, M.A. & Chudova, N.V. (2019) Text analysis approach for identifying psychological characteristics (with aggressiveness as an example). *Voprosy kiberbezopasnosti – Cybersecurity Issues*. 4(32). pp. 72–79. DOI: 10.21681/2311-3456-2019-4-72-79
11. Shboev, A.G., Gudovskikh, D.V., Moloshnikov, I.A., Kukin, K.A., Rybka, R.B., Ivanov, I.I. & Vlasov, D.S. (2013) Avtomaticheskoe vydelenie psikholingvisticheskikh kharakteristik tekstov v ramkakh kontseptsii Big Data [Automatic highlighting of the psycholinguistic characteristics of texts within the Big Data concept]. *Sovremennye informatsionnye tekhnologii i IT-obrazovanie – Modern Information Technology and IT-education*. 9. pp. 433–438.
12. Reyes, A. & Rosso, P. (2012) Making objective decisions from subjective data: Detecting irony in customer reviews. *Decision Support Systems*. 53(4). pp. 754–760.
13. Rosa, H., Pereira, N., Ribeiro, R., Ferreira, P.C., Carvalho, J.P., Oliveira, S., Coheur, L., Paulino, P., Veiga Simão, A.M. & Trancoso, I. (2019) Automatic cyberbullying detection: A systematic review. *Computers in Human Behavior*. 93. pp. 333–345. DOI: 10.1016/j.chb.2018.12.021

14. Levenshtein, V.I. (1965) Dvoichnye kody s ispravleniem vypadeniy, vstavok i zameshcheniy simvolov [Binary codes capable of correcting deletions, insertions, and reversals]. *Doklady Akademii Nauk SSSR*. 163(4). pp. 845–848.
15. Kaggle.com. (n.d.) *Russian Language Toxic Comments Small dataset with labeled comments from 2ch.hk and pikabu.ru*. [Online] Available from: <https://www.kaggle.com/blackmoon/russian-language-toxic-comments> (Accessed: 1st August 2020).
16. Uzdiaev, M.Yu., Levonevsky, D.K., Shumskaya, O.O. & Letenkov, M.A. (2019) Methods for detecting aggressive users of the information space based on generative-competitive neural networks. *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy – Information-Measuring and Control Systems*. 17(5). pp. 60–68. DOI: 10.18127/j20700814-201905-08
17. Uzdiaev, M.Yu. (2020) Violent Action Recognition Using 3D CNN Neural Network Architectures. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki*. 2. pp. 316–330.

УДК 519.2

DOI: 10.17223/19988605/54/8

Л.А. Нежелская, А.А. Першина

**ПРОЦЕДУРА ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРА РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ДЛИТЕЛЬНОСТИ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ СЛУЧАЙНОГО МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ
В РЕКУРРЕНТНОМ ОБОБЩЕННОМ АСИНХРОННОМ ПОТОКЕ СОБЫТИЙ
В ОСОБОМ СЛУЧАЕ**

Рассматривается обобщенный рекуррентный асинхронный поток событий (обобщенный ММРР-поток), являющийся распространенной математической моделью информационных потоков сообщений, функционирующих в телекоммуникационных и информационно-вычислительных сетях связи, и относящийся к классу дважды стохастических потоков событий. Функционирование потока рассматривается в условиях случайного непродлевающегося мертвого времени, распределенного по равномерному закону на отрезке $[0, T^*]$. Рассматривается особый случай, когда на параметры потока накладываются ограничения, при которых обобщенный асинхронный поток событий становится рекуррентным. Производится оценивание параметра T^* мертвого времени методом моментов. Приводятся результаты статистических экспериментов.

Ключевые слова: рекуррентный обобщенный асинхронный поток событий; непродлевающееся случайное мертвое время; оценка параметра; метод моментов.

В подавляющем большинстве работ по исследованию систем и сетей массового обслуживания (СМО, СеМО) в качестве входящих потоков событий (сообщений, запросов, заявок) рассматривались простейшие потоки. Однако в связи с бурным развитием (начиная с 80-х гг. прошлого века) телекоммуникационных систем и сетей, беспроводных и мобильных сетей связи модель простейшего потока перестала быть адекватной реальным информационным потокам событий. Таким образом, требования практики послужили стимулом к рассмотрению дважды стохастических потоков в качестве математической модели реальных потоков событий в телекоммуникационных системах и сетях. Интенсивность дважды стохастического потока событий является случайным процессом, а события в потоке наступают в случайные моменты времени. Дважды стохастические потоки можно разделить на два класса: первый класс составляют потоки, интенсивность которых есть непрерывный случайный процесс [1, 2]; второй – потоки, интенсивность которых есть кусочно-постоянный случайный процесс с конечным числом состояний. Впервые результаты исследований потоков второго класса опубликованы практически в одно и то же время, в 1979 г., в работах [3, 4] и работе [5]. В [3, 4] указанные потоки получили название МС(Markov chain)-потоки. В [5] – MVP(Markov versatile processes)-потоки. В работе [6] отмеченные выше потоки называются также МАР(Markovian Arrival Process)-потоками событий. Основным свойством введенных потоков является их коррелированность.

Следует отметить, что МС-потоки событий являются наиболее характерной и подходящей моделью потоков в реальных телекоммуникационных сетях, в частности в широкополосных сетях беспроводной связи вдоль протяженных транспортных магистралей [7–11].

Большинством авторов исследования СМО и СеМО осуществляются в условиях, когда все события входящего дважды стохастического потока доступны наблюдению. В реальности же поступившее на регистрирующий прибор сообщение потока порождает период мертвого времени (период ненаблюдаемости потока), в течение которого другие события потока становятся ненаблюдаемыми для регистрирующего прибора (теряются) [12]. При этом все устройства регистрации делятся на две группы: первую группу составляют устройства с непродлевающимся мертвым временем, вторую – устройства с продлевающимся мертвым временем. Период ненаблюдаемости событий потока может продолжаться некоторое фиксированное время, а также может быть случайным. В этой связи можно

считать, что мертвое время выступает искажающим фактором при решении различного рода задач оценивания по измерениям моментов наступления наблюдаемых сообщений исходного дважды стохастического потока (часть сообщений исходного потока не наблюдается (теряется)). В настоящей работе в качестве искажающего фактора рассматривается непродлевающееся случайное мертвое время.

В мировой литературе в настоящее время имеется, по-видимому, единственная монография [13], где приведено систематизированное изложение теории очередей с коррелированными потоками применительно к телекоммуникационным сетям. Подчеркнем, что изложенная теория и ее применение в телекоммуникационных сетях рассмотрены без искажающих факторов, воздействующих на входящий дважды стохастический поток сообщений.

Математические модели дважды стохастических потоков событий с непродлевающимся детерминированным мертвым временем широко использовались и используются при решении задач оценивания состояний и параметров дважды стохастических потоков событий по измерениям моментов наступления событий наблюдаемых потоков [14–19].

Однако достаточно открытым остается вопрос изучения дважды стохастических потоков событий, когда мертвое время является случайной величиной. Здесь отметим работу [20], в которой решается задача оценки параметров асинхронного потока событий в условиях случайного мертвого времени, работу [21], в которой решается задача оценки параметра распределения непродлевающегося случайного мертвого времени в пуассоновском потоке, и работу [22], в которой находятся формулы для начальных моментов общего периода ненаблюдаемости в пуассоновском потоке событий при продлевающимся случайном мертвом времени.

В настоящей статье рассматривается рекуррентный обобщенный асинхронный дважды стохастический поток событий (рекуррентный обобщенный ММРР-поток), являющийся обобщением асинхронного потока событий [23], функционирующий в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени. Случайное мертвое время распределено по равномерному закону. На параметры обобщенного асинхронного потока событий накладываются ограничения, приводящие его к рекуррентному потоку (особый случай). Данная статья является непосредственным развитием работы [24].

1. Постановка задачи

Рассматривается рекуррентный обобщенный асинхронный дважды стохастический поток событий, сопровождающий процесс которого есть кусочно-постоянный стационарный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$). В течение временного интервала, когда $\lambda(t) = \lambda_i$, имеет место пуассоновский поток событий с интенсивностью λ_i , $i = 1, 2$. Переход из первого состояния процесса $\lambda(t)$ во второе (из второго в первое) может осуществляться в произвольный момент времени, не связанный с моментами наступления событий пуассоновского потока интенсивности λ_i , $i = 1, 2$ (свойство асинхронности потока). При этом длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии распределена по экспоненциальному закону с параметром α_i , $i = 1, 2$. При переходе процесса $\lambda(t)$ из первого состояния во второе инициируется с вероятностью p ($0 \leq p \leq 1$) дополнительное событие во втором состоянии. Наоборот, при переходе процесса $\lambda(t)$ из второго состояния в первое инициируется с вероятностью q ($0 \leq q \leq 1$) дополнительное событие в первом состоянии. В сделанных предположениях $\lambda(t)$ – скрытый (принципиально ненаблюдаемый) марковский процесс. После каждого зарегистрированного события в момент времени t_k наступает период мертвого времени случайной длительности, так что другие события исходного потока, наступившие в течение этого периода мертвого времени (периода ненаблюдаемости), недоступны наблюдению (теряются) и не вызывают его продления (непродлевающееся мертвое время). Принимается, что случайная длительность мертвого времени распределена по равномерному закону с плотностью $p(T)=1/T^*$, $0 \leq T \leq T^*$. В результате формируется наблюдаемый поток событий, отличный от исходного (часть событий исходного потока теряется).

Рассматривается стационарный режим функционирования наблюдаемого потока событий (переходными процессами на полуинтервале наблюдения $(t_0, t]$, где t_0 – начало наблюдений, t – окон-

чение наблюдений, пренебрегаем). Необходимо в момент времени t на основании выборки $t_1, t_2, \dots, t_n$ ($t_n < t$) наблюдаемых моментов наступления событий оценить методом моментов параметр T^* (ММ-оценка).

2. ММ-оценка параметра T^*

Обозначим $\tau_k = t_{k+1} - t_k$, $k = 1, 2, \dots$, – значение длительности k -го интервала между соседними событиями наблюдаемого потока ($\tau_k \geq 0$). Так как рассматривается стационарный режим функционирования наблюдаемого потока, то плотность вероятности значений длительности k -го интервала есть $p_{T^*}(\tau_k) = p_{T^*}(\tau)$, $\tau \geq 0$, для любого $k \geq 1$. В силу этого момент времени t_k наступления события без ограничения общности можно положить равным нулю, или, что то же самое, момент наступления события есть $\tau = 0$.

Пусть теперь длительность непродлевающегося мертвого времени – детерминированная величина T ($T \geq 0$); если $T = 0$, то мертвое время отсутствует. Пусть (t_k, t_{k+1}) , (t_{k+1}, t_{k+2}) – два смежных интервала, значения длительностей которых есть $\tau_k = t_{k+1} - t_k$, $\tau_{k+1} = t_{k+2} - t_{k+1}$ соответственно; их расположение на временной оси в силу стационарности потока произвольно. Тогда, полагая $k = 1$, будем рассматривать два соседних интервала (t_1, t_2) , (t_2, t_3) с соответствующими значениями длительностей $\tau_1 = t_2 - t_1$, $\tau_2 = t_3 - t_2$; $\tau_1 \geq 0$, $\tau_2 \geq 0$. При этом $\tau_1 = 0$ соответствует моменту t_1 наступления события наблюдаемого потока, $\tau_2 = 0$ соответствует моменту t_2 наступления следующего события наблюдаемого потока. Соответствующая совместная плотность вероятности при этом есть $p(\tau_1, \tau_2 | T)$, $\tau_1 \geq 0$, $\tau_2 \geq 0$, $T \geq 0$; одномерная плотность вероятности есть $p(\tau | T)$, $\tau \geq 0$, $T \geq 0$; $(p(\tau | T) = p(\tau_1 | T)$, $p(\tau | T) = p(\tau_2 | T)$, $\tau \geq 0$, $\tau_1 \geq 0$, $\tau_2 \geq 0$, $T \geq 0$).

В [25] изучен особый случай соотношения параметров потока при $T = \text{const}$ ($T \geq 0$):

$$(\lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\alpha_1\alpha_2(1 - p)(1 - q) = 0.$$

Этот особый случай возможен в трех вариантах: 1) $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = 1$; 2) $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $q = 1$, 3) $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = q = 1$. Рассмотрим первый вариант. В [25] при $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = 1$ приведены формулы для $p(\tau | T)$ и $p(\tau_1, \tau_2 | T)$:

$$p(\tau | T) = \begin{cases} 0, 0 \leq \tau < T, \\ \{\lambda_1 + \alpha_1 - \alpha_2(1 - q)[1 - (\lambda_1 + \alpha_1)(\tau - T)]\pi_2(T)\} e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)(\tau - T)}, \tau \geq T; \end{cases}$$

$$\pi_2(T) = \pi_2 - [\pi_2 - \pi_2(0 | T)]e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}, \quad \pi_2(0 | T) = \frac{p_{12} + \delta\pi_2[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}]}{1 - \delta e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}}, \quad \pi_2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad p_{12} = \frac{\alpha_1}{\lambda_1 + \alpha_1},$$

$$\delta = (\lambda_1\lambda_2 - q\alpha_1\alpha_2)/(\lambda_1 + \alpha_1)^2; \quad (1)$$

$$p(\tau_1, \tau_2 | T) = 0; 0 \leq \tau_1 < T, \tau_2 \geq 0; \tau_1 \geq 0, 0 \leq \tau_2 < T;$$

$$p(\tau_1, \tau_2 | T) = p(\tau_1 | T)p(\tau_2 | T) - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}(1 - q)^2(\lambda_1\lambda_2 - q\alpha_1\alpha_2) \times$$

$$\times \left\{ \frac{\alpha_1\alpha_2[\lambda_1 + \alpha_1 - (\lambda_1 - \alpha_2)e^{-(\alpha_1 + \alpha_1)T}]}{(\alpha_1 + \alpha_2)[(\lambda_1 + \alpha_1)^2 - (\lambda_1\lambda_2 - q\alpha_1\alpha_2)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}]} \right\}^2 [1 - (\lambda_1 + \alpha_1)(\tau_1 - T)] \times$$

$$\times [1 - (\lambda_1 + \alpha_1)(\tau_2 - T)] e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)(\tau_1 + \tau_2 - 2T)}, \tau_1 \geq T, \tau_2 \geq T. \quad (2)$$

В (2) плотности вероятности $p(\tau_1 | T)$, $p(\tau_2 | T)$ определены соотношением (1), в котором вместо τ нужно подставить либо τ_1 , либо τ_2 .

Замечание 1. Из (2) следует, что в исследуемом особом случае соотношения параметров обобщенный асинхронный поток событий при непродлевающемся мертвом времени фиксированной длительности T (наблюдаемый поток) является коррелированным потоком.

Замечание 2. Если в (1), (2) положить $\delta = 0$, т.е. $q = \lambda_1\lambda_2/\alpha_1\alpha_2$, $0 \leq q < 1$, то наблюдаемый поток становится рекуррентным обобщенным асинхронным потоком событий при непродлевающемся мертвом времени фиксированной длительности T ; аналогичный результат имеет место, если положить $q = 1$.

Изучим случай рекуррентного наблюдаемого потока событий. Подставляя в (1) $\delta = 0$ ($\lambda_1\lambda_2 - q\alpha_1\alpha_2 = 0$), находим $p(\tau|T)$ в виде

$$p(\tau|T) = 0, 0 \leq \tau < T, \\ p(\tau|T) = \left\{ \lambda_1 + \alpha_1 - \frac{\alpha_1\alpha_2 - \lambda_1\lambda_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \left[1 - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T} \right] \left[1 - (\lambda_1 + \alpha_1)(\tau - T) \right] \right\} e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)(\tau - T)}, \tau \geq T. \quad (3)$$

Условие $\delta = 0$ ($\lambda_1\lambda_2 - q\alpha_1\alpha_2 = 0$) определяет условие рекуррентности потока при детерминированном мертвом времени. Это условие не изменится и при случайном мертвом времени. Тогда введенная выше плотность вероятности $p_{T^*}(\tau)$ примет вид (для упрощения записи индекс T^* опустим):

$$p(\tau) = \int_{(T)} p(T) p(\tau|T) dT = \begin{cases} p_1(\tau) = \int_0^{\tau} p(T) p(\tau|T) dT, 0 \leq \tau < T^*; \\ p_2(\tau) = \int_0^{T^*} p(T) p(\tau|T) dT, \tau \geq T^*. \end{cases} \quad (4)$$

Подставляя в (4) выражение (3), учитывая, что $p(T) = 1/T^*$, находим

$$p_1(\tau) = \frac{1}{T^*} \left\{ 1 - 2e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} + e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)\tau} \right\}, 0 \leq \tau < T^*; \quad (5)$$

$$p_2(\tau) = \frac{1}{T^*} e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} \left\{ -2 + e^{(\lambda_1 + \alpha_1)T^*} + e^{(\lambda_1 - \alpha_2)T^*} + \frac{(\lambda_1 + \alpha_1)(\lambda_1 - \alpha_2)}{\alpha_1 + \alpha_2} (\tau - T^*) \times \right. \\ \left. \times \left[e^{(\lambda_1 - \alpha_2)T^*} - e^{(\lambda_1 + \alpha_1)T^*} \right] \right\}, \tau \geq T^*. \quad (6)$$

В точке $\tau = T^*$ имеем: 1) $p_1(T^*) = p_2(T^*)$, 2) $p_1'(T^*) \neq p_2'(T^*)$, т.е. плотность $p(\tau)$ в точке $\tau = T^*$ непрерывна, но имеет излом.

Для нахождения оценки $\hat{T}^*$ параметра T^* используем метод моментов [26, 27]. Теоретическое математическое ожидание случайной величины τ – длительности интервала между соседними событиями наблюдаемого потока – определится в виде:

$$M(\tau|T^*) = \int_0^{\infty} \tau p(\tau) d\tau = \int_0^{T^*} \tau p_1(\tau) d\tau + \int_{T^*}^{\infty} \tau p_2(\tau) d\tau. \quad (7)$$

Подставляя в (7) выражения (5), (6), получаем

$$M(\tau|T^*) = \frac{T^*}{2} + \frac{1}{\lambda_1 + \alpha_1} \left[1 - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \right] + \frac{1}{T^*} \left[\frac{\lambda_1 - \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)(\lambda_1 + \alpha_1)} \right]^2 \left[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T^*} \right]. \quad (8)$$

Изучим поведение $M(\tau|T^*)$ как функции переменной T^* ($T^* \geq 0$).

Утверждение. Математическое ожидание $M(\tau|T^*)$ является возрастающей функцией переменной T^* ($T^* \geq 0$).

Доказательство. Производная функции (8) по переменной T^* имеет вид:

$$M'(\tau|T^*) = \frac{\left[(\alpha_1 + \alpha_2)(\lambda_1 + \alpha_1)T^* \right]^2 - 2(\lambda_1 - \alpha_2)^2 \left[1 - \left(1 + (\alpha_1 + \alpha_2)T^* \right) e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T^*} \right]}{2 \left[(\alpha_1 + \alpha_2)(\lambda_1 + \alpha_1)T^* \right]^2}. \quad (9)$$

Из (9) при $T^* \rightarrow 0$ получаем

$$\lim_{T^* \rightarrow 0} M'(\tau|T^*) = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)(\alpha_1 + \alpha_2)}{2(\lambda_1 + \alpha_1)^2} > 0. \quad (10)$$

Знак производной (9) определяется ее числителем:

$$\psi(T^*) = \left[(\alpha_1 + \alpha_2)(\lambda_1 + \alpha_1)T^* \right]^2 - 2(\lambda_1 - \alpha_2)^2 \left[1 - \left(1 + (\alpha_1 + \alpha_2)T^* \right) e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T^*} \right]. \quad (11)$$

Имеем $\psi(T^* = 0) = 0$, $\psi(T^* \rightarrow \infty) = \infty$;

$$\begin{aligned}\psi'(T^*) &= 2T^*(\alpha_1 + \alpha_2)^2 \left[(\lambda_1 + \alpha_1)^2 - (\lambda_1 - \alpha_2)^2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T^*} \right] \geq \\ &\geq 2T^*(\alpha_1 + \alpha_2)^2 \left[(\lambda_1 + \alpha_1)^2 - (\lambda_1 - \alpha_2)^2 \right] = \\ &= 2T^*(\lambda_1 + \lambda_2)(\alpha_1 + \alpha_2)^3 \geq 0,\end{aligned}\quad (12)$$

здесь равенство нулю имеет место только при $T^* = 0$.

Таким образом, из (12) следует, что (11) есть возрастающая функция переменной T^* ($T^* > 0$): возрастает от 0 до ∞ . Тогда $\psi(T^*) > 0$ для $T^* > 0$. Отсюда следует, что $M'(\tau | T^*) > 0$ для $T^* > 0$. Присоединение сюда (10) доказывает сформулированное утверждение.

Уравнение моментов для нахождения оценки $\hat{T}^*$ параметра T^* выпишется в виде:

$$M(\tau | T^*) = C, \quad C = (1/n) \sum_{k=1}^n (t_{k+1} - t_k). \quad (13)$$

Статистика C , являющаяся оценкой математического ожидания $M(\tau | T^*)$ находится путем имитационного моделирования наблюдаемого потока. Решение уравнения моментов (13) определяет значение оценки $\hat{T}^*$ параметра T^* на основе полученной выборки моментов времени наступления событий $t_1, \dots, t_n, t_{n+1}$ наблюдаемого потока. Так как $M(\tau | T^*)$ есть возрастающая функция переменной T^* , то решение уравнения моментов (13) будет единственным, что обеспечивает в итоге состоятельность оценки $\hat{T}^*$ [28]. Решение уравнения моментов (13) возможно только численно.

Замечание 3. Уравнение моментов (13) может не иметь решения только в одном единственном случае, когда $C < (\alpha_1 + \alpha_2) / (\lambda_1 + \alpha_1)$ ($C < M(\tau | T^* = 0)$); тогда принимается $\hat{T}^* = 0$.

Вариант $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $q = 1$ симметричен рассмотренному: нужно только в формулах (1), (2) заменить q на p , что в конечном итоге приведет к формулам (3), (5), (6), (8).

Вариант $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = q = 1$, при котором $\lambda_1 - \alpha_2 = 0$, приводит к формуле для математического ожидания $M(\tau | T) = (T^* / 2) + (1 / (\lambda_1 + \alpha_1))$ и формуле для значения оценки параметра T^* $\hat{T}^* = 2[C - 1 / (\lambda_1 + \alpha_1)]$.

3. Результаты статистических экспериментов

С целью установления качества получаемых методом моментов оценок параметра T^* поставлены статистические эксперименты.

Первый статистический эксперимент (установление стационарного режима). Отдельный j -й эксперимент ($j = 1, \dots, N$) заключается в следующем:

1) при заданных значениях параметра потока λ_i , $i = 1, 2$, $\alpha_1, \alpha_2 = \lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1$, $p = 1$, $q = \lambda_1 \lambda_2 / \alpha_1 \alpha_2$, T^* осуществляется в течение Tm единиц времени имитационное моделирование наблюдаемого потока; выходом имитационной модели в отдельном j -м эксперименте является последовательность значений $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$;

2) численно решается уравнение $M(\tau | T^*) = C$, т.е. находится оценка $\hat{T}_j^*$;

3) осуществляется повторение N раз шагов 1, 2.

Результатом алгоритма является выборка $(\hat{T}_1^*, \dots, \hat{T}_N^*)$, на основании которой вычисляются выборочное среднее и выборочная вариация оценки $\hat{T}^*$:

$$\hat{M}(\hat{T}^*) = (1/N) \sum_{j=1}^N \hat{T}_j^*, \quad \hat{V}(\hat{T}^*) = (1/N) \sum_{j=1}^N [\hat{T}_j^* - T^*]^2,$$

T^* — известное из имитационной модели значение параметра. Имитационная модель наблюдаемого потока построена с использованием традиционных подходов к имитации входящих потоков событий

в СМО [29]. Численное решение уравнения моментов (13) осуществляется методом простой итерации [30].

При проведении первого статистического эксперимента выбраны следующие параметры имитационной модели: $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 2$, $\alpha_1 = 3$, $\alpha_2 = 4$, $p = 1$, $q = 0,5$, $T^* = 1$. В табл. 1 приведены результаты эксперимента ($N = 100$).

Таблица 1

Первый статистический эксперимент при $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 2$, $\alpha_1 = 3$, $\alpha_2 = 4$, $p = 1$, $q = 0,5$, $T^* = 1$

Tm	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000
$\hat{M}(\hat{T}^*)$	1,0078	1,0053	0,9988	1,0019	0,9997	0,9994	0,9988	0,9997	0,9988	1,0008
$\hat{V}(\hat{T}^*)$	0,0028	0,0018	0,0013	0,0008	0,0008	0,0006	0,0006	0,0005	0,0004	0,0004

Второй статистический эксперимент (исследование влияния параметра T^* на качество оценок). Второй статистический эксперимент организован аналогично первому и поставлен при фиксированном времени моделирования $Tm = 500$ ед. времени, что соответствует, как следует из табл. 1, времени установления стационарного режима, и при тех же значениях параметров потока, что и первый статистический эксперимент, за исключением значений T^* . Сначала второй статистический эксперимент реализуется для $T^* = 1$, затем для $T^* = 2$, ..., затем для $T^* = 5$. Ниже приведены результаты второго статистического эксперимента ($N = 100$, $Tm = 500$).

Таблица 2

Результаты второго статистического эксперимента

T^*	1	2	3	4	5
$\hat{M}(\hat{T}^*)$	1,0013	1,9956	3,0080	3,9969	4,9847
$\hat{V}(\hat{T}^*)$	0,0009	0,0038	0,0104	0,0262	0,0564

Анализ численных результатов показывает, что в смысле введенного критерия $\hat{V}(\hat{T}^*)$ увеличение параметра T^* отрицательно сказывается на качестве оценок $\hat{T}^*$, что является вполне естественным: увеличение параметра T^* приводит к увеличению числа потерянных событий исходного потока.

Заключение

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

- 1) аналитически показано, что уравнение моментов имеет единственное решение, что означает – оценки $\hat{T}^*$, получаемые методом моментов, являются состоятельными;
- 2) результаты имитационного моделирования показывают, что качество оценок в смысле введенного критерия (выборочная вариация оценки $\hat{T}^*$) вполне удовлетворительное; при этом смещение оценок $\hat{T}^*$ относительно истинного значения параметра T^* , как это видно из результатов второго статистического эксперимента, не превышает сотых значений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cox D.R. The analysis of non-Markovian stochastic processes by the inclusion of supplementary variables // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1955. V. 51, is. 3. P. 433–441.
2. Kingman J.F.C. On doubly stochastic Poisson process // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1964. V. 60, is. 4. P. 923–930.
3. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч. 1 // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1979. № 6. С. 92–99.
4. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч. 2 // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1980. № 1. С. 55–61.
5. Neuts M.F. A versatile Markovian point process // Journal of Applied Probability. 1979. V. 16, № 4. P. 764–779.

6. Lucantoni D.M. New results on single server with a bath Markovian arrival process // *Communications in Statistics Stochastic Models*. 1991. V. 7, № 1. P. 1–46.
7. Башарин Г.П., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В., Гудкова Н.А. Новый этап развития математической теории телеграфика // *Автоматика и телемеханика*. 2009. № 12. С. 16–28.
8. Basharin G.P., Gaidamaka Y.V., Samouylov K.E. Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multi-service Communication of Next Generation Networks // *Automatic Control and Computer Sciences*. 2013. V. 47, № 2. P. 62–69.
9. Вишневский В.М., Ляхов А.И. Оценка пропускной способности локальной беспроводной сети при высокой нагрузке и помехах // *Автоматика и телемеханика*. 2001. № 8. P. 81–96.
10. Vishnevsky V.M., Larionov A.A., Smolnikov R.V. Optimization of topological structure of broadband wireless networks along the long traffic routes // *Distributed Computer and Communications Networks: Control, Computation, Communications : proc. of the 18th Int. Scientific Conf. (DCCN–2015) (Moscow, 19–22 october 2015)*. Moscow : ICS RAS, 2015. P. 27–35.
11. Вишневский В.М., Ларионов А.А. Открытая сеть массового обслуживания с коррелированными входными потоками для оценки производительности широкополосных беспроводных сетей // *Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2016) : материалы XV Междунар. конф. Катунь, 12–16 сентября 2016*. Томск : Изд-во ТГУ, 2016. Ч. 1. С. 36–50.
12. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. Минск : Университетское, 1988. 256 с.
13. Вишневский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях. М. : Техносфера, 2018. 564 с.
14. Леонова М.А., Нежелская Л.А. Вероятность ошибки при оценивании состояний обобщенного асинхронного потока событий // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2012. № 2 (19). С. 88–101.
15. Горцев А.М., Леонова М.А., Нежелская Л.А. Сравнение МП- и ММ-оценок длительности мертвого времени в обобщенном асинхронном потоке событий // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2013. № 4 (25). С. 32–42.
16. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Оценка максимального правдоподобия длительности мертвого времени в обобщенном полусинхронном потоке // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2015. № 1 (30). С. 27–37.
17. Nezhel'skaya L. Probability density function for modulated MAP event flows with unextendable dead time // *Communications in Computer and Information Sciences*. 2015. V. 564. P. 141–151.
18. Леонова М.А., Нежелская Л.А. Оценка максимального правдоподобия длительности мертвого времени в обобщенном асинхронном потоке событий // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2013. № 2 (23). С. 54–63.
19. Горцев А.М., Ниссенбаум О.В. Оценивание длительности мертвого времени и параметров асинхронного альтернирующего потока событий с инициированием лишнего события // *Вестник Томского государственного университета*. 2004. № 284. С. 137–145.
20. Васильева Л.А. Оценивание параметров дважды стохастического потока событий в условиях присутствия мертвого времени // *Вестник Томского государственного университета*. 2002. № S1-1. С. 9–13.
21. Горцев А.М., Завгородняя М.Е. Оценивание параметра непродлевающегося мертвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2017. № 40. С. 32–40.
22. Глухова Е.В., Терпугов А.Ф. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий при наличии продлевающегося мертвого времени // *Известия вузов. Физика*. 1995. Т. 38, № 3. С. 22–31.
23. Горцев А.М., Зуевич В.Л. Оптимальная оценка параметров асинхронного дважды стохастического потока событий с произвольным числом состояний // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2010. № 2 (11). С. 44–65.
24. Нежелская Л.А., Першина А.А. Оценивание параметра равномерного распределения длительности непродлевающегося мертвого времени в обобщенном асинхронном потоке событий в особом случае // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2020. № 51. С. 87–93.
25. Горцев А.М., Леонова М.А., Нежелская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов обобщенного асинхронного потока событий при непродлевающемся мертвом времени // *Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика*. 2012. № 4 (21). С. 14–25.
26. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание параметров синхронного дважды стохастического потока событий методом моментов // *Вестник Томского государственного университета*. 2002. № S1-1. С. 24–29.
27. Шуленин В.П. Математическая статистика. Томск : Изд-во НТЛ, 2012. Ч. 1. 540 с.
28. Малинковский Ю.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2004. Ч. 2: Математическая статистика. 146 с.
29. Лифшиц А.Л., Мальц Э.А. Статистическое моделирование систем массового обслуживания. М.: Сов. радио, 1978. 248 с.
30. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. М. : Наука, 1973. 312 с.

Поступила в редакцию 24 ноября 2020 г.

Nezhel'skaya L.A., Pershina A.A. (2021) ESTIMATION PROCEDURE OF THE UNIFORM DISTRIBUTION PARAMETER OF UNEXTENDABLE DEAD TIME DURATION IN A GENERALIZED RECURRENT ASYNCHRONOUS FLOW OF EVENTS IN SPECIAL CASE. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 65–73

DOI: 10.17223/19988605/54/8

A generalized recurrent asynchronous flow of events (a generalized MMPP flow) is considered, which is a common mathematical model of a flow of elementary particles, information flows of applications operating in telecommunication and information-computer communication networks, and belongs to the class of doubly stochastic flows of events. The functioning of the flow is considered under the conditions of a random unextendable dead time distributed according to the uniform law on the interval $[0, T^*]$. A special case is considered when restrictions are imposed on the flow parameters so flow become recurrent. The dead time parameter T^* is estimated using the moment method. The results of statistical experiments are presented.

The mathematical expectation of the duration τ of the interval between adjacent events of the observed flow is

$$M(\tau | T^*) = \frac{T^*}{2} + \frac{1}{\lambda_1 + \alpha_1} \left[1 - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \right] + \frac{1}{T^*} \left[\frac{\lambda_1 - \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)(\lambda_1 + \alpha_1)} \right]^2 \left[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T^*} \right].$$

The estimate $\hat{T}^*$ is found numerically from the equation of moments $M(\tau | T^*) = C$, $C = (1/n) \sum_{k=1}^n (t_{k+1} - t_k)$; the value C is found by simulating the observed flow. An analysis of the numerical results shows that, in the sense of the introduced criterion, an increase in the parameter T^* negatively affects the quality of the estimates, which is quite natural: an increase in the parameter T^* leads to an increase in the number of lost events in the initial stream.

Based on the results of the study, the following conclusions can be drawn: 1) it is analytically shown that the equation of moments has a unique solution; 2) the results of simulation modeling show that the quality of the assessments in the sense of the introduced criterion (selective variation of the assessment) is quite satisfactory; in this case, the bias of the estimates relative to the true value of the parameter T^* does not exceed hundredth values.

Keywords: recurrent generalized asynchronous flow of events; unextendable random dead time; parameter estimation; method of moments.

NEZHEL'SKAYA Lyudmila Alekseevna (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of Applied Mathematics Department of the Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Russian Federation). E-mail: ludne@mail.tsu.ru

PERSHINA Anna Alexandrovna (Post-graduate Student of the Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Russian Federation). E-mail: diana1323@mail.ru

REFERENCES

1. Cox, D.R. (1955) The analysis of non-Markovian stochastic processes by the inclusion of supplementary variables. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 51(3). pp. 433–441. DOI: 10.1017/S0305004100030437
2. Kingman, J.F.C. (1964) On doubly stochastic Poisson process. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 60(4). pp. 923–930.
3. Basharin, G.P., Kokotushkin, V.A. & Naumov, V.A. (1979) O metode ekvivalentnykh zamen rascheta fragmentov setey svyazi. Ch. 1 [On the equivalent substitutions method for computing fragments of communication networks. Pt. 1]. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 6. pp. 92–99.
4. Basharin, G.P., Kokotushkin, V.A. & Naumov, V.A. (1980) O metode ekvivalentnykh zamen rascheta fragmentov setey svyazi. Ch. 2 [On the equivalent substitutions method for computing fragments of communication networks. Pt.2]. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 1. pp. 55–61.
5. Neuts, M.F. (1979) A versatile Markovian point process. *Journal of Applied Probability*. 16. pp. 764–779.
6. Lucantoni, D.M. (1991) New results on the single server queue with a batch markovian arrival process. *Communications in Statistics Stochastic Models*. 7. pp. 1–46. DOI: 10.1080/15326349108807174
7. Basharin, G.P., Samouylov, K.E., Yarkina, N.V. & Gudkova N.A. (2009) A new stage in mathematical teletraffic theory. *Automation and Remote Control*. 70. pp. 1954–1964. DOI: 10.1134/S0005117909120030
8. Basharin, G.P., Gaidamaka, Y.V. & Samouylov, K.E. (2013) Mathematical Theory of Teletraffic and its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks. *Automatic Control and Computer Sciences*. 47(2). pp. 62–69. DOI: 10.3103/S0146411613020028
9. Vishnevsky, V.M & Lyakhov, A.I. (2001) Estimation of the throughput of a local wireless network under high load and interference. *Automation and Remote Control*. 8. pp. 81–96.

10. Vishnevsky, V.M., Larionov, A.A. & Smolnikov, R.V. (2015) Optimization of topological structure of broadband wireless networks along the long traffic routes. *Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications*. Proc. of the 18th International Conference (DCCN-2015). Moscow, October 19–22, 2015. Moscow: ICS RAS. pp. 27–35.
11. Vishnevsky, V.M. & Larionov, A.A. (2016) [Open queueing network with correlated input flows for estimating the performance of broadband wireless networks]. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie (ITMM-2016)* [Information Technologies and Mathematical Modelling (ITMM 2016)]. Proc. of the 15th International Conference. September 12–16, 2016. Tomsk. pp. 36–50.
12. Apanasovich, V.V., Kolyada, A.A. & Chernyavsky, A.F. (1988) *Statisticheskiy analiz sluchaynykh potokov v fizicheskom eksperimente* [The statistical analysis of series of random events in physical experiment]. Minsk: Universitetskoe.
13. Vishnevsky, V.M., Dudin, A.N. & Klimenok, V.N. (2018) *Stokhasticheskie sistemy s korrelirovannymi potokami. Teoriya i primeneniye v telekommunikatsionnykh setyakh* [Stochastic systems with correlated flows. Theory and application in telecommunication networks]. Moscow: Tekhnosfera.
14. Leonova, M.A. & Nezhelskaya, L.A. (2012) The probability of wrong decisions in the estimation of states of a generalized asynchronous flow of events. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2(19). pp. 88–101.
15. Gortsev, A.M., Leonova, M.A. & Nezhelskaya, L.A. (2013) The comparison of maximum likelihood estimation and method of moments estimation of dead time value in a generalized asynchronous flow of events. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 4(25). pp. 32–42.
16. Gortsev, A.M., Kalyagina, A.A. & Nezhelskaya, L.A. (2015) Maximum likelihood estimation of dead time value at a generalized semisynchronous flow of events. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 1(30). pp. 27–37.
17. Nezhelskaya, L. (2015) Probability density function for modulated map event flows with unextendable dead time. *Communications in Computer and Information Sciences*. 564. pp. 141–151. DOI: 10.1007/978-3-319-25861-4_12
18. Leonova, M.A. & Nezhelskaya, L.A. (2013) Maximum likelihood estimation of dead time value at a generalized asynchronous flow of events. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2(23). pp. 54–63.
19. Gortsev, A.M. & Nissenbaum, O.V. (2004) The estimation of the dead time period and parameters of the asynchronous alternating event flow with extra event initiation. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. 284. pp. 137–145.
20. Vasilieva, L.A. (2002) Otsenivanie parametrov dvazhdy stokhasticheskogo potoka sobytii v usloviyakh prisutstviya mertvogo vremeni [The estimation of parameters of twice-stochastic flow of events in conditions of presence of dead time. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. s1-1. pp. 9–13.
21. Gortsev, A.M. & Zavgorodnyaya, M.E. (2017) Estimation of the parameter of unextendable dead time random duration in the Poisson flow of events. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 40. pp. 32–40. DOI: 10.17223/19988605/40/4
22. Gluhova, E.V. & Terpugov, A.F. (1995) Estimation of the intensity of the Poisson flow of events in the presence of prolonged dead time. *Russian Physics Journal*. 38(3). pp. 22–31.
23. Gortsev, A.M. & Zuevich, V.L. (2010) Optimal estimation of states of the asynchronous doubly stochastic flow of events with arbitrary number of the states. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 2(11). pp. 44–65.
24. Nezhelskaya, L.A. & Pershina, A.A. (2020) Estimation of the uniform distribution parameter of unextendable dead time duration in a generalized asynchronous flow of events in special case. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 51. pp. 87–93. DOI: 10.17223/19988605/51/10
25. Gortsev, A.M., Leonova, M.A. & Nezhelskaya, L.A. (2012) Joint probability density of the durations of the intervals of the generalized asynchronous flow of events with unprolonging dead time. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 4(21). pp. 14–25.
26. Gortsev, A.M. & Nezhelskaya, L.A. (2002) Estimation of parameters of a synchronous doubly stochastic flow of events by the method of moments. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. S1-1. pp. 24–29.
27. Shulenin, V.P. (2011) *Matematicheskaya statistika* [Mathematical Statistics]. Tomsk: NTL.
28. Malinkovsky, Yu.V. (2004) *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability Theory and Mathematical Statistics]. Gomel: Francisk Skorina Gomel State University.
29. Lifshits, A.L. & Maltz, E.A. (1978) *Statisticheskoe modelirovanie sistem massovogo obsluzhivaniya* [Statistical Modeling of System Queuing]. Moscow: Sovetskoe radio.
30. Sobol, I.M. (1973) *Chislennyye metody Monte-Karlo* [Numerical methods of Monte Carlo]. Moscow: Nauka.

УДК 519.217+681.5
DOI: 10.17223/19988605/54/9

Е.А. Перепелкин

РОБАСТНЫЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ СОСТОЯНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ЦЕПИ МАРКОВА С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Решается задача построения оценки состояния неоднородной конечной цепи Маркова с непрерывным временем. Цепь Маркова рассматривается как линейная динамическая система с неполной информацией о состоянии и параметрах системы. Измерению доступна линейная комбинация переменных состояния. Предполагается, что интенсивности переходов в цепи Маркова точно не известны. Оценка состояния строится на основе классического наблюдателя полного порядка Люенбергера. Определены условия существования наблюдателя, описан алгоритм синтеза наблюдателя, исследованы условия робастности наблюдателя, приведен численный пример. Результаты работы могут найти применение в системах диагностики состояния и управления техническими объектами, в системах принятия оптимальных решений в области экономики и финансов.

Ключевые слова: цепь Маркова с непрерывным временем; оценка состояния; робастный наблюдатель Люенбергера.

Конечные цепи Маркова как случайные процессы с дискретным и непрерывным временем хорошо изучены и находят применение в математическом моделировании, в процессах принятия решений, в теории систем массового обслуживания, в управлении сложными системами [1–3].

Конечную цепь Маркова можно рассматривать как линейную динамическую систему. Соответственно, можно применять методы теории линейных систем для анализа и синтеза цепей Маркова с заданными характеристиками.

Одной из основных задач теории динамических систем является задача построения оценки состояния системы на основе измерений выхода системы. Актуальными являются задачи оценивания состояния системы в условиях неопределенности, когда модель системы точно не известна. Такого рода системы оценивания получили название робастных наблюдателей [4–9].

В работе [10] решается задача синтеза оптимального наблюдателя для частично наблюдаемой конечной цепи Маркова с дискретным временем. Синтез наблюдателя осуществляется на основе решения задачи линейного программирования.

В данной работе решается задача построения оценки состояния неоднородной конечной цепи Маркова с непрерывным временем на основе классического наблюдателя Люенбергера. Предполагается, что интенсивности переходов в цепи Маркова точно не известны. Определены условия существования наблюдателя, описан алгоритм синтеза наблюдателя, исследованы условия робастности наблюдателя, приведен численный пример.

Результаты работы могут найти применение в системах диагностики состояния и управления техническими объектами, в системах принятия оптимальных решений в области экономики и финансов.

1. Математическая модель

Рассмотрим систему, поведение которой описывается неоднородной конечной цепью Маркова с непрерывным временем. Обозначим через s_i , $i = \overline{1, n}$, состояния системы, через $q_{ij}(t)$ – интенсивности перехода системы из состояния s_i в состояние s_j , через $p_i(t)$ – вероятность нахождения системы в состоянии s_i в момент времени t .

Будем считать, что интенсивности переходов $q_{ij}(t)$ могут быть представлены в следующем виде: $q_{ij}(t) = a_{ij} + b_{ij}(t)$. Здесь постоянные значения $a_{ij} \geq 0$ известны, значения $b_{ij}(t) \geq -a_{ij}$ неизвестны. Значения $b_{ij}(t)$ будем называть возмущениями интенсивностей переходов. При этом предположении динамика системы описывается системой уравнений Колмогорова [1]:

$$\dot{p}(t) = p(t)Q(t), \quad (1)$$

где

$$p(t) = [p_1(t) \quad \dots \quad p_n(t)], \quad Q(t) = A + B(t),$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad B(t) = \begin{bmatrix} b_{11}(t) & \dots & b_{1n}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(t) & \dots & b_{nn}(t) \end{bmatrix},$$

$$a_{ii} = -\sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}, \quad \sum_{j=1}^n b_{ij}(t) = 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Матрицу $B(t)$ будем называть матрицей возмущений.

В теории цепей Маркова с непрерывным временем матрица $Q(t)$ называется генератором цепи Маркова [Ibid.]. Генератор называется неприводимым, если при любом $t \geq 0$ система уравнений

$$p(t)Q(t) = 0, \quad \sum_{i=1}^n p_i(t) = 1$$

имеет единственное решение $p(t) > 0$.

Далее будем считать, что генератор цепи Маркова (1) неприводим. Из неприводимости генератора следует, что при любой постоянной допустимой матрице возмущений $B(t) = B$ существует $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = \bar{p}$, и этот предел не зависит от начального распределения вероятностей $p(0)$.

Если матрица B известна, то предельное распределение вероятностей находится как решение системы уравнений

$$\bar{p}(A + B) = 0, \quad \sum_{i=1}^n \bar{p}_i = 1. \quad (2)$$

В нашем случае матрица B неизвестна и может меняться во времени. Поэтому мы не можем найти $\bar{p}$ из системы уравнений (2). Тем более мы не можем найти $p(t)$ как решение системы (1) при неизвестной матрице $B(t)$ и неизвестном начальном распределении вероятностей $p(0)$.

Систему (1) рассмотрим как линейную динамическую систему с неполной информацией о состоянии. Будем считать, что измерению доступны значения

$$y(t) = \sum_{i=1}^n c_i p_i(t).$$

Уравнение (1) дополним уравнением измерений

$$y(t) = p(t)c, \quad (3)$$

где c – вектор-столбец, $c = [c_1 \quad \dots \quad c_n]^T$. Например, если измерению доступна вероятность нахождения системы в состоянии s_i , то все коэффициенты вектора c равны 0 за исключением $c_i = 1$.

К уравнениям (1), (3) добавим уравнение выхода $z(t) = p(t)h$, где h – также вектор-столбец, $h = [h_1 \quad \dots \quad h_n]^T$. Необходимо построить оценку состояния $\hat{p}(t)$ системы (1), (3) такую, что ошибка оценки $e(t) = p(t) - \hat{p}(t)$ обладает свойством

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)h = 0$$

независимо от начальных значений $p(0)$ и $\hat{p}(0)$.

2. Наблюдатель

Для оценки состояния системы (1), (3) применим наблюдатель Люенбергера [11]. Уравнение наблюдателя имеет следующий вид:

$$\dot{\hat{p}}(t) = \hat{p}(t)A - (y(t) - \hat{p}(t)c)d. \quad (4)$$

Здесь d – вектор-строка коэффициентов наблюдателя.

Ошибка оценки удовлетворяет уравнению

$$\dot{e}(t) = e(t)(A + cd) + p(t)B(t).$$

Коэффициенты наблюдателя определим из условия устойчивости матрицы $A + cd$. Матрица называется устойчивой, если все ее собственные числа имеют вещественные части меньше нуля.

Обозначим через $\{\lambda_1; \lambda_2; \dots; \lambda_n\}$ спектр матрицы A . Из неприводимости матрицы A как генератора цепи Маркова (1) при $B(t) = 0$ следует [1], что одно собственное число матрицы A равно нулю, остальные имеют вещественные части строго меньше нуля. Для определенности будем считать, что $\lambda_1 = 0$, $\operatorname{Re} \lambda_i < 0$, $i = \overline{2, n}$.

Обозначим через v_1 левый собственный вектор матрицы A , отвечающий собственному числу $\lambda_1 = 0$. Этот вектор является вещественным и определяется однозначно с точностью до множителя.

Далее будем считать, что $v_1 c \neq 0$. Вектор v_1 можно найти как решение системы уравнений

$$v_1 A = 0, \quad v_1 c = 1.$$

Пусть μ есть некоторое вещественное число. Рассмотрим матрицу $A + \mu c v_1$. Обозначим через w_i правые собственные векторы матрицы A , отвечающие собственным числам λ_i , $i = \overline{2, n}$. Заметим, что эти векторы ортогональны вектору v_1 . Следовательно, $(A + \mu c v_1) w_i = A w_i = \lambda_i w_i$, $i = \overline{2, n}$. С другой стороны, $v_1 (A + \mu c v_1) = \mu v_1$. Таким образом, мы показали, что спектр матрицы $A + \mu c v_1$ состоит из чисел $\{\mu; \lambda_2; \dots; \lambda_n\}$.

Выберем $\mu < 0$. Зададим вектор коэффициентов наблюдателя равным $d = \mu v_1$. Спектр матрицы $A + cd$ равен $\{\mu; \lambda_2; \dots; \lambda_n\}$. При этом матрица $A + cd$ будет устойчивой.

Таким образом, алгоритм синтеза наблюдателя для системы (1), (3) сводится к нахождению левого собственного вектора матрицы A , отвечающего собственному числу $\lambda_1 = 0$.

Пусть $B(t) = 0$. Тогда из устойчивости матрицы $A + cd$ следует $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ и, следовательно, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)h = 0$ при любом h независимо от начальных значений $p(0)$ и $\hat{p}(0)$.

Рассмотрим условие робастности наблюдателя. Пусть матрица возмущений является постоянной, $B(t) = B$. Если $B(A + cd)^{-1}h = 0$, то $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)h = 0$ независимо от начальных значений $p(0)$ и $\hat{p}(0)$. Действительно, силу неприводимости генератора цепи Маркова (1) существует $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = \bar{p}$, и этот предел не зависит от $p(0)$. Из условия устойчивости матрицы $A + cd$ следует, что существует $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \bar{e}$, такой что

$$\bar{e}(A + cd) + \bar{p}B = 0, \quad \bar{p}(A + B) = 0.$$

Матрица $A + dc$ невырожденная. Следовательно,

$$\bar{e} = -\bar{p}B(A + cd)^{-1}, \quad \bar{e}h = -\bar{p}B(A + cd)^{-1}h = 0.$$

3. Численный пример

Рассмотрим цепь Маркова с матрицами

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2\alpha & \alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & 0 & -\alpha - \beta & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\beta & \beta \\ \beta & 0 & \beta & 0 & -2\beta \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -\gamma(t) & \gamma(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Предположим, что $\alpha > 0$, $\beta > 0$. Возмущение $\gamma(t)$ может быть любым при условии, что $\gamma(t) > -\alpha$.

Пусть вектор $c = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$. Это означает, что измерению доступна вероятность нахождения системы в состоянии s_3 . Левый собственный вектор матрицы A , отвечающий нулевому собственному числу и условию $v_1 c = 1$, равен

$$v_1 = \left[\frac{2(2\alpha + \beta)}{3\alpha} \quad \frac{2\alpha + \beta}{3\alpha} \quad 1 \quad \frac{2(2\beta + \alpha)}{3\beta} \quad \frac{2\beta + \alpha}{3\beta} \right].$$

Вектор коэффициентов наблюдателя $d = \mu v_1$.

Проверим условия робастности. Матрица

$$B(A + cd)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, $B(A + dc)^{-1}h = 0$ при $h = [0 \ h_2 \ h_3 \ h_4 \ h_5]^T$. При этих значениях h ошибка оценки обладает свойством $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)h = 0$ независимо от начальных значений $p(0)$ и $\hat{p}(0)$. При $h = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ получим

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)h = \frac{\gamma}{\alpha} \bar{p}_1.$$

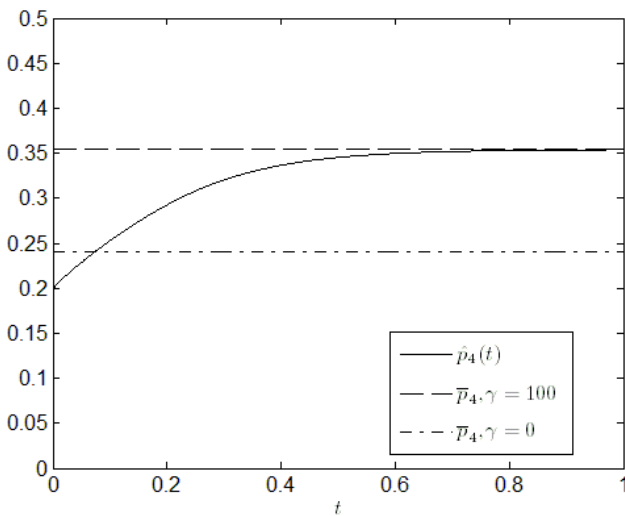


Рис. 1. Оценка вероятности p_4
Fig. 1. Estimate of probability p_4

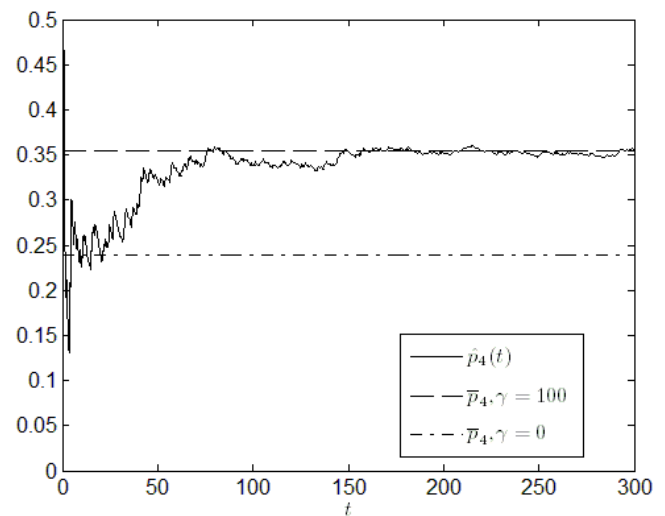


Рис. 2. Результаты имитационного моделирования
Fig. 2. Simulation results

На рис. 1, 2 показаны результаты моделирования системы с наблюдателем. Расчеты и моделирование выполнялись при $\alpha = 3$, $\beta = 5$, $\gamma(t) = 100$, $\mu = -10$,

$$c = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T, \quad h = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T.$$

$$p(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \hat{p}(0) = [0,2 \ 0,2 \ 0,2 \ 0,2 \ 0,2].$$

На рис. 1 показаны результаты, полученные при решении уравнения Колмогорова (1) и уравнения наблюдателя (4). Здесь $\hat{p}_4(t)$ – оценка вероятности $p_4(t)$ в момент времени t , $\bar{p}_4$ – предельное значение вероятности $p_4(t)$ соответственно при значениях возмущения $\gamma(t) = 0$ и $\gamma(t) = 100$.

На рис. 2 представлены результаты имитационного моделирования, которые также подтверждают справедливость представленных в работе условий робастности наблюдателя.

Заключение

В работе решена задача синтеза наблюдателя состояния неоднородной конечной цепи Маркова с непрерывным временем в предположении, что интенсивности переходов в цепи Маркова точно не известны. Цепь Маркова рассмотрена как линейная динамическая система с неполной информацией о состоянии. Описан алгоритм синтеза наблюдателя. Показано, что синтез наблюдателя сводится к нахождению собственного вектора матрицы генератора цепи Маркова, отвечающего нулевому собственному числу этой матрицы. Рассмотрены условия робастности наблюдателя. Приведены численный пример и результаты моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yin G., Zhang Q. Continuous-Time Markov Chains and Applications. A Two-Time-Scale Approach. Springer, 2013. 427 p.
2. Ching W.-K., Ng M.V. Markov Chains: Models, Algorithms and Applications. Springer, 2006. 205 p.
3. Kim K.S., Smagin V.I. Robust filtering for discrete systems with unknown inputs and jump parameters // Automatic control and computer sciences. 2020. V. 54, № 1. P. 1–9.
4. Battilott S. Robust observer design under measurement noise with gain adaptation and saturated estimates // Automatica. 2017. V. 81, July. P. 75–86.
5. Mera M., Salgado I., Chairez I. Robust observer-based controller design for state constrained uncertain systems: attractive ellipsoid method // International Journal of Control. 2020. V. 93, № 6. P. 1397–1407.
6. Pourasghar M., Puig V., Ocampo-Martinez C. On robust interval observer design for uncertain systems subject to both time-invariant and time-varying uncertainties // International Journal of Control. 2020. V. 93, № 11. P. 2577–2595.
7. Coutinho D., Schons S., Couto L.D., Kinnaert M. Robust observer design for discrete-time locally one-sided Lipschitz systems // European Journal of Control. 2020. V. 53, May. P. 43–51.
8. Zemzemi A., Kamel M., Toumi A., Farza M. A new robust observer design for nonlinear systems with application to fault diagnosis // Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2018. V. 40, № 13. P. 3696–3708.
9. Nguyen C.M., Pathirana P.N., Trinh H. Robust observer design for uncertain one-sided Lipschitz systems with disturbances // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2018. V. 28, № 4. P. 1366–1380.
10. Clempner J.B., Poznyak A.S. Observer and control design in partially observable finite Markov chains // Automatica. 2019. V. 110, December. Article 108587.
11. Sontag, E. Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems. Springer, 1998. 531 p.

Поступила в редакцию 17 сентября 2020 г.

Perepelkin E.A. (2021) ROBUST STATE OBSERVER OF CONTINUOUS-TIME INHOMOGENEOUS MARKOV CHAIN. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science] 54. pp. 74–79

DOI: 10.17223/19988605/54/9

The article deals with the problem of constructing a state estimate for a continuous-time inhomogeneous finite Markov chain. We consider the Markov chain as a linear dynamical system with incomplete information about the state and parameters of the system

$$\dot{p}(t) = p(t)Q(t), \quad y(t) = p(t)c.$$

Here row vector $p(t)$ is the current state of the Markov chain, $Q(t) = A + B(t)$ is the generator of the Markov chain, $y(t)$ is the measurable system output, c is the column vector. The matrix A is known, the matrix $B(t)$ is unknown. We construct an estimate $\hat{p}(t)$ of vector $p(t)$ based on the classical Luenberger observer

$$\dot{\hat{p}}(t) = \hat{p}(t)A - (y(t) - \hat{p}(t)c)d.$$

Here d is the row vector of the observer coefficients. Vector $d = \mu v_1$. Parameter $\mu < 0$. Vector v_1 is the left eigenvector of the matrix A corresponding to the zero eigenvalue of this matrix. Vector v_1 is the solution to the system of equations $v_1 A = 0$, $v_1 c = 1$.

The main results of the article are conditions for the existence of the observer, algorithm for synthesizing the observer, conditions for robustness of the observer. We give a numerical example and simulation results.

The results of the work can find application in systems for diagnostics of the state and control of technical objects, in systems for making optimal decisions in the field of economics and finance.

Keywords: continuous-time Markov chain; robust state estimation; Luenberger observer.

PEREPELKIN Evgenii Alexandrovich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Russian Federation).

E-mail: eap@list.ru

REFERENCES

1. Yin, G. & Zhang, Q. (2013) *Continuous-Time Markov Chains and Applications. A Two-Time-Scale Approach*. Springer.
2. Ching, W.-K. & Ng, M.V. (2006) *Markov Chains: Models, Algorithms and Applications*. Springer.
3. Kim, K.S. & Smagin, V.I. (2020) Robust filtering for discrete systems with unknown inputs and jump parameters. *Automatic Control and Computer Sciences*. 54(1). pp. 1–9. DOI: 10.3103/S014641162001006X
4. Battilott, S. (2017) Robust observer design under measurement noise with gain adaptation and saturated estimates. *Automatica*. 81. July. pp. 75–86. DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.627
5. Mera, M., Salgado, I. & Chairez, I. (2020) Robust observer-based controller design for state constrained uncertain systems: attractive ellipsoid method. *International Journal of Control*. 93(6). pp 1397–1407. DOI: 10.1080/00207179.2018.1508853
6. Pourasghar, M., Puig, V. & Ocampo-Martinez, C. (2020) On robust interval observer design for uncertain systems subject to both time-invariant and time-varying uncertainties. *International Journal of Control*. 93(11). pp. 2577–2595. DOI: 10.1080/00207179.2020.1773526
7. Coutinho, D., Schons, S., Couto, L.D. & Kinnaert, M. (2020) Robust observer design for discrete-time locally one-sided Lipschitz systems. *European Journal of Control*. 53. pp. 43–51. DOI: 10.1002/rnc.3960
8. Zemzemi, A., Kamel, M., Toumi, A. & Farza, M. (2018) A new robust observer design for nonlinear systems with application to fault diagnosis. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*. 40(13). pp. 3696–3708. DOI: 10.1177/0142331217731621
9. Nguyen, C.M., Pathirana, P.N. & Trinh, H. (2018) Robust observer design for uncertain one-sided Lipschitz systems with disturbances. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 28(4). pp. 1366–1380. DOI: 10.1002/rnc.3960
10. Clempner, J.B. & Poznyak, A.S. (2019) Observer and control design in partially observable finite Markov chains. *Automatica*. 110. December. Article 108587. DOI: 10.1016/j.automatica.2019.108587
11. Sontag, E.D. (1998) *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems*. New York: Springer Verlag. DOI: 10.1007/978-1-4612-0577-7

УДК 517.19

DOI: 10.17223/19988605/54/10

Г.Ш. Цициашвили

ПОЧТИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ РЕЖИМ В ОДНОКАНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Оценивается влияние малых случайных возмущений на функционирование детерминированной открытой системы массового обслуживания в режиме большой загрузки. Доказано, что в зависимости от значения некоторого параметра, определяющего малость случайной флуктуации от коэффициента загрузки, предельное распределение времени ожидания сходится к нулю или к бесконечности. Величина значения параметра, при котором происходит переход от нуля к бесконечности, определяется максимальной тяжестью хвостов распределений времени обслуживания и интервалом между приходом заявок.

Ключевые слова: система обслуживания $G|G|1|\infty$; почти детерминированный режим; время ожидания начала обслуживания; распределения с тяжелыми хвостами; режим большой загрузки.

Детерминированные модели массового обслуживания удобны для описания производственных процессов, проходящих по определенному графику. Процессы обслуживания в детерминированных системах, как правило, являются циклическими (см., напр.: [1]). Одним из наиболее интересных режимов функционирования почти детерминированных систем обслуживания является режим большой загрузки. Например, одноканальная система массового обслуживания со случайными возмущениями имеет в режиме большой загрузки, как правило, большую очередь, а детерминированная одноканальная система массового обслуживания в режиме большой загрузки очереди не имеет. Поэтому интересно оценить влияние малых случайных возмущений на детерминированные нагруженные режимы функционирования. Особый интерес здесь представляют системы обслуживания, у которых времена обслуживания и интервалы между приходом заявок имеют функции распределения с тяжелыми, в частности степенными, хвостами. В работе устанавливается переход от времен ожидания, стремящихся к бесконечности, к временам ожидания, стремящимся к нулю, в зависимости от показателя степени, определяющего размер случайной флуктуации.

Опишем работу одноканальной системы массового обслуживания $G|G|1|\infty$ последовательностью времен ожидания начала обслуживания:

$$w_{i+1} = \max(0, w_i + \eta_i - \tau_i). \quad (1)$$

Здесь τ_i – интервал между приходом i -й и $(i + 1)$ -й заявки, $M\tau_i = a$, а η_i – время обслуживания i -й заявки, $M\eta_i = b$. Предположим, что разность

$$\eta_i - \tau_i = -\varepsilon + \varepsilon^\alpha \Delta_i, \quad (2)$$

где $\Delta_0, \Delta_1, \dots$ – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, $M\Delta_i = 0$.

В режиме большой загрузки, когда коэффициент загрузки $\rho = \frac{b}{a}$ близок к единице, положительный параметр $\varepsilon = (1 - \rho)a$ является малым: $\varepsilon \ll 1$. Величина $\alpha > 0$ характеризует скорость убывания случайных возмущений с увеличением загрузки.

В силу известных результатов для одноканальной системы массового обслуживания $G|G|1|\infty$ (см., напр.: [2. Гл. 1, §3]) марковская цепь w_i , $i \geq 0$, вида (1), (2) имеет при $\varepsilon > 0$, $\alpha > 0$ стационарное распределение

$$\lim_{i \rightarrow \infty} P(w_i > t) = P(W_\alpha(\varepsilon) > t), t \geq 0, \quad (3)$$

$$W_\alpha(\varepsilon) = \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (\eta_j - \tau_j), i \geq 0 \right\} = \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-\varepsilon + \varepsilon^\alpha \Delta_j), i \geq 0 \right\}.$$

Основной задачей этой заметки является анализ слабой сходимости $\Rightarrow$ распределения случайной величины $W_\alpha(\varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Доказывается, что при увеличении α происходит смена предельного соотношения $W_\alpha \Rightarrow \infty, \alpha < \frac{1}{v}$, на предельное соотношение $W_\alpha \Rightarrow 0, \alpha > \frac{1}{v}$. Здесь v характеризует параметр степенного убывания более тяжелого из хвостов распределений времен обслуживания и интервалов между приходом заявок.

1. Предварительные сведения

Теорема 1. Пусть при некоторых положительных постоянных $\beta, c < \infty$ справедливо неравенство $M |\Delta_1|^{2+\beta} \leq c$. Тогда для любого $t \geq 0$ справедливо предельное соотношение [3. Гл. V, теоремы 3.1, 3.2] (см. также: [4–8])

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(\varepsilon W_0 > t) = e^{-2t/d}. \quad (4)$$

В случае существования при некотором $\mu > 0$ конечного экспоненциального момента $M \exp(\mu \Delta_1)$ более детальное рассмотрение этого предельного соотношения проведено в [2. Гл. 4, теорема 19].

Теорема 2. Предположим, что при некоторых $1 < v < 2, h_v > 0$ выполняются соотношения $P(\eta_1 > y) \sim h_v y^{-v}, P(\tau_1 > y) = o(P(\eta_1 > y)), y \rightarrow \infty$. Тогда для любого $y \geq 0$ справедлива формула [3. Theorem 5.1, Formulas (5.12)–(5.15)]

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(\Delta_v(\varepsilon) W_0 / b > y) = R_{v-1}(y). \quad (5)$$

Здесь $R_{v-1}(y), y \geq 0$, – некоторое предельное распределение (Коваленко) (см., напр.: [4]), являющееся непрерывной функцией и удовлетворяющее соотношениям:

$$\int_0^\infty e^{-ry} dR_{v-1}(y) = \frac{1}{1+r^v}, r \geq 0,$$

$$1 - R_{v-1}(y) = \sum_{n=0}^\infty (-1)^n \frac{y^{n(v-1)}}{\Gamma(n(v-1)+1)} = \frac{\Gamma(v-1) \sin((v-1)\pi)}{\pi y^{v-1}} + O(y^{-2(v-1)}), y \rightarrow \infty.$$

В свою очередь, $\Delta_v(\varepsilon)$ при некотором $c > 0$ [3. Formulas (4.21)–(4.24)] удовлетворяет формуле $\Delta_v(\varepsilon) \sim c \varepsilon^{1/(v-1)}, \varepsilon \rightarrow 0$.

Теорема 3. Предположим, что при некоторых $1 < v < 2, g_v > 0$ выполняются соотношения $P(\tau_1 > y) \sim g_v y^{-v}, P(\eta_1 > y) = o(P(\tau_1 > y)), y \rightarrow \infty$. Тогда для любого $y \geq 0$ выполняется соотношение [Ibid. Formula (7.5), Theorem 7.1]

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P\{\Lambda_v(\varepsilon) W_0 / a > y\} = \exp(-y). \quad (6)$$

В свою очередь, множитель $\Lambda_v(\varepsilon)$ при некотором $d > 0$ [Ibid. Formula (7.5)] удовлетворяет формуле $\Lambda_v(\varepsilon) \sim d \varepsilon^{1/(v-1)}, \varepsilon \rightarrow 0$.

2. Формулировка и доказательство основных результатов

Пусть $\{a(x), 0 < x < 1\}$ – семейство неотрицательных случайных величин, таких что $P(a(x) < \infty) = 1, 0 < x < 1$. Тогда справедливы следующие утверждения.

Лемма 1. Пусть хвосты распределения случайных величин $a(x)$ удовлетворяют соотношениям $P(a(x) > y) \rightarrow A(y)$, $x \rightarrow 0$, $y \geq 0$, где $A(y)$ – непрерывная и невозрастающая функция, $A(0) = 1$, $A(y) \rightarrow 0$, $y \rightarrow \infty$. Тогда справедливо предельное соотношение

$$P(b(x)a(x) > y) \rightarrow A(y), \quad x \rightarrow 0, \quad y > 0, \quad (7)$$

в котором $b(x) > 0$, $0 < x < x_1$, при некотором $x_1 \leq 1$, причем $b(x) \rightarrow 1$, $x \rightarrow 0$.

Доказательство. Действительно, для любого $0 < y < \infty$ справедливо соотношение $P(b(x)a(x) > y) = P(a(x) > yb^{-1}(x))$. Зафиксируем $0 < y < \infty$, $\gamma > 0$, и, пользуясь непрерывностью функции $A(y)$, определим $\delta_1(\gamma, y) > 0$, такое что

$$|y' - y| < \delta_1(\gamma, y) \Rightarrow |A(y') - A(y)| < \gamma.$$

По так определенному $\delta_1(\gamma, y)$ и условию $b(x) \rightarrow 1$, $x \rightarrow 0$, можно определить $\delta_2(\gamma, y) > 0$, такое что $0 < x < \delta_2(\gamma, y) \Rightarrow |yb^{-1}(x) - y| < \delta_1(\gamma, y)$, и значит выполняется соотношение

$$0 < x < \delta_2(\gamma, y) \Rightarrow |P(a(x) > yb^{-1}(x)) - A(y)| = |P(b(x)a(x) > y) - A(y)| < \gamma.$$

Формула (6) доказана.

Лемма 2. Пусть выполняются условия леммы 1, тогда для любого $y > 0$ справедливо предельное соотношение

$$P(c(x)b(x)a(x) > y) \rightarrow 1, \quad x \rightarrow 0, \quad y > 0, \quad (8)$$

в котором $c(x) > 0$, $0 < x < x_2$, при некотором $x_2 \leq 1$, причем $c(x) \rightarrow \infty$, $x \rightarrow 0$.

Доказательство. Действительно, для любого y , $0 < y < \infty$ справедливо соотношение $P(c(x)b(x)a(x) > y) = P(a(x) > yc^{-1}(x)b^{-1}(x))$. Зафиксируем $\gamma > 0$ и, пользуясь тем, что $A(y)$ является непрерывной функцией в точке 0, определим $\delta_3(\gamma) > 0$, такое что $y' < \delta_3(\gamma) \Rightarrow A(y') > 1 - \gamma$. Из определений классов функций $\mathcal{B}, \mathcal{C}$ следует, что по заданным $y > 0, \gamma$ можно подобрать такое $\delta_4(\gamma, y)$, что $x < \delta_4(\gamma, y) \Rightarrow yb^{-1}(x)c^{-1}(x) < \delta_3(\gamma)$, и значит

$$x < \delta_4(\gamma, y) \Rightarrow P(a(x) > yb^{-1}(x)c^{-1}(x)) = P(c(x)b(x)a(x) > y) > 1 - \gamma.$$

Формула (7) доказана.

Лемма 3. Пусть выполняются условия лемм 1, 2, тогда для любого $y > 0$ справедливо предельное соотношение

$$P(d(x)b(x)a(x) > y) \rightarrow 0, \quad x \rightarrow 0, \quad y > 0, \quad (9)$$

в котором $d(x) > 0$, $0 < x < x_3$, при некотором $x_3 \leq 1$, причем $d(x) \rightarrow 0$, $x \rightarrow 0$.

Доказательство. Действительно, для любого $0 < y < \infty$ справедливо соотношение $P(c(x)b(x)a(x) > y) = P(a(x) > yc^{-1}(x)b^{-1}(x))$. Зафиксируем $\gamma > 0$ и, пользуясь тем, что $A(y) \rightarrow 0$, $y \rightarrow \infty$, определим $\delta_5(\gamma) > 0$, такое что $y' > \delta_5(\gamma) \Rightarrow A(y') < \gamma$. Из определений классов функций $\mathcal{B}, \mathcal{D}$ следует, что по заданным $y > 0, \gamma$ можно подобрать такое $\delta_6(\gamma, y)$, что $x < \delta_6(\gamma, y) \Rightarrow yb^{-1}(x)c^{-1}(x) > \delta_5(\gamma)$, и значит

$$x < \delta_6(\gamma, y) \Rightarrow P(a(x) > yb^{-1}(x)d^{-1}(x)) = P(d(x)b(x)a(x) > y) < \gamma.$$

Формула (8) доказана.

Теорема 4. Пусть справедливы условия теоремы 1 и случайная величина η удовлетворяет соотношению $P(\eta > t) = e^{-2t/d}$. Тогда в одноканальной системе массового обслуживания $G|G|1|\infty$ выполняются следующие предельные соотношения:

$$W_\alpha(\varepsilon) \Rightarrow \begin{cases} +\infty, & 0 \leq \alpha < 1/2, \\ \eta, & \alpha = 1/2, \\ 0, & \alpha > 1/2. \end{cases} \quad (10)$$

Доказательство. Пусть справедливо условие

$$0 \leq \alpha < 1. \quad (11)$$

Тогда $W_\alpha(\varepsilon)$ можно представить в виде $W_\alpha(\varepsilon) = \varepsilon^{2\alpha-1} W'_\alpha(\varepsilon)$, где

$$W'_\alpha(\varepsilon) = \varepsilon^{1-\alpha} \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-\varepsilon^{1-\alpha} + \Delta_j), i \geq 0 \right\}.$$

Из формул (2)–(4) нетрудно получить, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(W'_\alpha(\varepsilon) > t) = e^{-2t/d}, \quad t \geq 0. \quad (12)$$

Введем следующие обозначения: $W'_\alpha = a(\varepsilon)$, $A(y) = e^{-2y/d}$. Чтобы получить первое соотношение в формуле (10), достаточно воспользоваться леммой 2, полагая $c(\varepsilon) = \varepsilon^{2\alpha-1} \rightarrow \infty$, $\varepsilon \rightarrow 0$. Второе соотношение в формуле (10) следует из формулы (12). Последнее соотношение в формуле (10) вытекает из леммы 3 при $d(\varepsilon) = \varepsilon^{2\alpha-1} \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$. Пусть теперь $1 \leq \alpha$. В этом случае при $\varepsilon < 1$ справедливо с вероятностью единица неравенство:

$$W_\alpha(\varepsilon) = \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-\varepsilon + \varepsilon^\alpha \Delta_j), i \geq 0 \right\} \leq \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-\varepsilon^\alpha + \varepsilon^\alpha \Delta_j), i \geq 0 \right\} = \varepsilon^\alpha W,$$

$$W = \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-1 + \Delta_j), i \geq 0 \right\}.$$

Методами работы [2] легко установить, что при выполнении введенных ранее ограничений на случайные величины $\Delta_0, \Delta_1, \dots$ случайная величина W является собственной случайной величиной. Поэтому с помощью соотношения $\varepsilon^\alpha \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$ и леммы 3 получаем формулу

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(W_\alpha(\varepsilon) > y) = 0, \quad y > 0.$$

Теорема 4 полностью доказана.

Теорема 5. В одноканальной системе массового обслуживания $G|G|1|_\infty$ при выполнении условий теоремы 2 справедливы следующие предельные соотношения:

$$W_\alpha(\varepsilon) \Rightarrow +\infty, \quad 0 \leq \alpha < \frac{1}{v}, \quad W_\alpha(\varepsilon) \Rightarrow 0, \quad \frac{1}{v} < \alpha, \quad \varepsilon \rightarrow 0. \quad (12)$$

Доказательство. Пусть справедливо условие (11). Тогда $W_\alpha(\varepsilon)$ можно представить в виде

$$W_\alpha(\varepsilon) = \varepsilon^{2\alpha-1} \bar{W}_\alpha(\varepsilon) = \varepsilon^{(\alpha v-1)/(v-1)} \tilde{W}_\alpha(\varepsilon), \quad \text{где}$$

$$\bar{W}_\alpha(\varepsilon) = \varepsilon^{1-\alpha} \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-\varepsilon^{1-\alpha} + \Delta_j) \right\} = \varepsilon^{(1-\alpha)(1-1/(v-1))} \tilde{W}_\alpha(\varepsilon),$$

$$\tilde{W}_\alpha(\varepsilon) = A_v(\varepsilon) \Delta_v(\varepsilon^{1-\alpha}) \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-\varepsilon^{1-\alpha} + \Delta_j) \right\}, \quad A_v(\varepsilon) = \frac{\varepsilon^{\frac{1-\alpha}{v-1}}}{\Delta_v(\varepsilon^{1-\alpha})} \rightarrow 1, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Из теоремы 2 следует, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P \left(\Delta_v(\varepsilon^{1-\alpha}) \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-\varepsilon^{1-\alpha} + \Delta_j) \right\} \cdot \frac{1}{b} > y \right) = R_{v-1}(y), \quad y > 0.$$

Следовательно, используя лемму 1, получаем:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(\tilde{W}_\alpha(\varepsilon) > y) = R_{v-1}(y), \quad y > 0. \quad (13)$$

Предположим, что $0 \leq \alpha < \frac{1}{v}$. С помощью леммы 2, формулы (13) и соотношений

$$A(y) = R_{v-1}(y), \quad c(\varepsilon) = \varepsilon^{(\alpha v-1)/(v-1)} \rightarrow \infty, \quad \varepsilon \rightarrow 0, \quad \text{получаем, что}$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(W_\alpha(\varepsilon) > y) = 1, \quad y > 0, \quad 0 \leq \alpha < \frac{1}{v}. \quad (14)$$

Перейдем теперь к случаю, когда $\frac{1}{v} < \alpha < 1$. С помощью леммы 3, формулы (14) и соотношений $A(y) = R_{v-1}(y)$, $d(\varepsilon) = \varepsilon^{(\alpha v - 1)/(v - 1)} \rightarrow 0$, $\varepsilon \rightarrow 0$, получаем, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} P(W_\alpha > y) = 0, y > 0. \quad (15)$$

Из формул (14), (15) следует соотношение (12) при условии (11).

Случай, когда $1 \leq \alpha$, исследуется точно так же, как и в теореме 4. Теорема 5 полностью доказана.

Теорема 6. В одноканальной системе массового обслуживания $G|G|1|_\infty$ при выполнении условий теоремы 3 справедливы предельные соотношения (12).

Доказательство теоремы 6 почти дословно повторяет доказательство теоремы 5. Единственным отличием от доказательства теоремы 5 является равенство $A(y) = \exp(-y)$.

Заключение

Таким образом, при выбранной в формуле (2) зависимости размера случайной флуктуации ε^α от малого параметра ε возможна сходимость стационарного времени ожидания W_α или к нулю, или к бесконечности. Причем граница раздела между этими двумя вариантами определяется параметром v , зависящим от более тяжелого из хвостов распределений времени обслуживания заявки и интервала между приходом заявок. Это означает, что при уменьшении стационарного времени ожидания важно уменьшать разброс от среднего у обеих этих случайных величин. Полученный результат позволяет говорить о наличии фазового перехода в системе массового обслуживания типа $G|G|1|_\infty$ в режиме большой загрузки.

Благодарность. Автор благодарит О. Боксма (Onno Boxma) и С.Г. Фосса за помощь с получением нужной информации по асимптотическому анализу системы $G|G|1|_\infty$ с тяжелыми хвостами распределений в режиме большой загрузки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьева Л.Г. Системы массового обслуживания с циклическими управляющими процессами // Кибернетика и системный анализ. 2005. Т. 41, № 1. С. 54–68.
2. Боровков А.А. Вероятностные процессы в теории массового обслуживания. М. : Наука, 1972. 367 с.
3. Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания. М. : Высшая школа, 1982. 256 с.
4. Боровков А.А. Некоторые предельные теоремы теории массового обслуживания // Теория вероятностей и ее применения. 1964. Т. 9, № 4. С. 608–625.
5. Прохоров Ю.В. Переходные явления в процессах массового обслуживания // Литовский математический сборник. 1963. Т. 3, № 1. С. 199–205.
6. Harrison J.M. The heavy traffic approximation for single server queues in series // J. Appl. Probab. 1973. V. 10, is. 3. P. 613–629.
7. Boxma O.J., Cohen J.W. Heavy-traffic analysis for the GI/G/1 queue with heavy-tailed distributions // Queueing Systems. 1999. V. 33. P. 177–204.
8. Gnedenko B.V., Korolev V.Yu. Random Summation. CRC Press, Boca Raton, FL, 1996. 267 p.

Поступила в редакцию 14 сентября 2020 г.

Tsitsiasvili G.Sh. (2021) ALMOST DETERMINISTIC MODE IN THE $G|G|1|_\infty$ SYSTEM WITH HEAVY TAILS OF DISTRIBUTIONS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 80–85
DOI: 10.17223/19988605/54/10

The paper assesses the effect of small random perturbations on the functioning of an almost deterministic single-server queueing system with power tails of distributions in the high-load mode. It is proved, that depending on the value of the parameter, that determines the smallness of the random fluctuation, the limit distribution of the waiting time converges to zero or to infinity. The value of the parameter, at which the transition from zero to infinity cases occurs, is determined by the maximum weight of the tails of the service time distribution and the intervals between the arrivals of customers distribution.

Deterministic queuing models are useful for describing production processes that run on a specific schedule. Service processes in deterministic systems are usually cyclical (see, for example, [1]). One of the most interesting modes of operation of almost deterministic service systems is the high load mode. For example, a single-channel queuing system with random disturbances usually has a large queue in high-load mode. A deterministic single-channel queuing system in high-load mode does not have a queue. Therefore, it is interesting to evaluate the effect of small random perturbations on deterministic loaded modes of operation. Here queuing systems have particular interest, where service times and intervals between the arrival of customers have distribution functions with heavy, in particular, power tails. The paper establishes the transition from waiting times tending to infinity to waiting times tending to zero, depending on the exponent that determines the size of the random fluctuation.

We describe the operation of a single-server queuing system with a sequence of waiting times for the start of service:

$$w_{i+1} = \max(0, w_i + \eta_i - \tau_i). \quad (1)$$

Here τ_i is the interval between the arrival of the i -th and $(i + 1)$ -th customers, and $M\tau_i = a$, η_i is the service time of the i -th customer, $M\eta_i = b$. Let's assume that the difference

$$\eta_i - \tau_i = -\varepsilon + \varepsilon^\alpha \Delta_i, \quad (2)$$

where $\Delta_0, \Delta_1, \dots$, is a sequence of independent identically distributed random variables, $M\Delta_i = 0$.

In high load mode, when the load factor $\rho = \frac{b}{a}$ is close to one, the positive parameter $\varepsilon = (1 - \rho)a$ is small: $\varepsilon \ll 1$. The value $\alpha > 0$ characterizes the rate of decrease of random perturbations with increasing loading.

Due to known results for a single-server queuing system $G|G|1|\infty$ (see, for example, [2, Chapter 1, §3]) Markov chain w_i , $i \geq 0$ of the form (1), (2) has $\varepsilon > 0$, $\alpha > 0$ a stationary distribution

$$\lim_{i \rightarrow \infty} P(w_i > t) = P(W_\alpha > t), t \geq 0, \quad (3)$$

$$W_\alpha = \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (\eta_j - \tau_j), i \geq 0 \right\} = \sup \left\{ 0, \sum_{j=0}^i (-\varepsilon + \varepsilon^\alpha \Delta_j), i \geq 0 \right\}.$$

The main objective of this note is to analyze the weak convergence of the distribution of a random variable W_α at $\varepsilon \rightarrow 0$. It is proving that when increasing α , the change occurs the limit of the ratio $W_\alpha \Rightarrow \infty, \alpha < \frac{1}{v}$, to the limit ratio $W_\alpha \Rightarrow 0, \alpha > \frac{1}{v}$. Here v characterizes the power-decreasing parameter of the heavier tails of the distributions of service times and intervals between the arrival of customers. The last relation suggests that instead of the waiting time striving to infinity, when the load factor tends to one, it is possible, on the contrary, that the waiting time tends to zero. This determines the conditions under which the waiting time and queue in the queuing system are small in high-load mode.

Keywords: heavy tailed distributions; almost deterministic queuing system; high load regime.

TSITSIAHVILI Gurami Shalvovich (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Institute for Applied Mathematics, Far Eastern Branch of RAS, Vladivostok, Russian Federation).

E-mail: guram@iam.dvo.ru

REFERENCES

1. Afanasieva, L.G. (2005) Sistemy massovogo obsluzhivaniya s tsiklicheskim upravlyayushchimi protsessami [Queuing systems with cyclic control processes]. *Kibernetika i sistemnyy analiz – Cybernetics and System Analysis*. 41(1). pp. 54–68.
2. Borovkov, A.A. (1972) *Veroyatnostnye protsessy v teorii massovogo obsluzhivaniya* [Probabilistic Processes in the Theory of Queuing]. Moscow: Nauka.
3. Ivchenko, G.I., Kashtanov, V.A. & Kovalenko, I.N. (1982) *Teoriya massovogo obsluzhivaniya* [Theory of Queuing]. Moscow: Vysshaya shkola.
4. Borovkov, A.A. (1964) Nekotorye predel'nye teoremy teorii massovogo obsluzhivaniya [Some limit theorems of the queuing theory]. *Teoriya veroyatnostey i ee primeneniya – Probability Theory and its Applications*. 9(4). pp. 608–625.
5. Prokhorov, Yu.V. (1963) Perekhodnye yavleniya v protsessakh massovogo obsluzhivaniya [Transitional phenomena in the queuing processes]. *Litovskiy matematicheskiy sbornik*. 3(1). pp. 199–205
6. Harrison, J.M. (1973) The heavy traffic approximation for single server queues in series. *Journal of Applied Probability*. 10(3). pp. 613–629. DOI: 10.2307/3212781
7. Boxma, O.J. & Cohen, J.W. (1999) Heavy-traffic analysis for the GI/G/1 queue with heavy-tailed distributions. *Queueing Systems*. 33. pp. 177–204. DOI: 10.1023/A:1019124112386
8. Gnedenko, B.V. & Korolev, V.Yu. (1996) *Random Summation*. Boca Raton, FL: CRC Press.

ИНФОРМАТИКА И ПРОГРАММИРОВАНИЕ

УДК 519.68

DOI: 10.17223/19988605/54/11

А.Ш. Непомнящая, Т.В. Снытникова

АССОЦИАТИВНАЯ ВЕРСИЯ ИНКРЕМЕНТАЛЬНОГО АЛГОРИТМА РАМАЛИНГАМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ДОСТИЖИМОСТИ В ПОТОКОВЫХ ГРАФАХ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН (0251-2021-0005).

Построена ассоциативная версия последовательного динамического алгоритма Рамалингама. Эта версия представлена в виде процедуры на языке STAR, корректность которой доказана. Результаты тестирования на графических ускорителях показывают, что ассоциативный динамический алгоритм выполняется в несколько раз быстрее статического ассоциативного алгоритма и делает значительно меньше итераций, чем последовательный динамический алгоритм.

Ключевые слова: SIMD; графический ускоритель; контекстно-адресуемая память; потоковый граф; динамический алгоритм.

В данной работе строится ассоциативная версия алгоритма Рамалингама для решения динамической проблемы достижимости в потоковых графах с одним источником при добавлении новой дуги. Эта задача возникает в различных приложениях, таких как компиляторы, системы верификации [1, 2], а также анализ и синтез информации в геоинформационных системах (ГИС) [3] и обработка запросов в базах данных с транзитивными отношениями [4].

С ростом объемов обрабатываемых данных возрастает необходимость разработки динамических алгоритмов. Такие алгоритмы позволяют после локального изменения в графе получать решение быстрее, чем перевычисление графа целиком после каждого изменения в нем самым быстрым статическим алгоритмом.

Для решения динамической проблемы достижимости нами используется модель ассоциативных (контекстно-адресуемых) процессоров типа SIMD с вертикальной обработкой данных (STAR-машина). К основным достоинствам ассоциативных архитектур относятся параллелизм по данным на базовом уровне, использование двумерных таблиц в качестве структуры данных, параллельный поиск по содержимому памяти [5]. Такие архитектуры ориентированы на решение задач нечисловой обработки данных. В частности, сюда относятся реляционная алгебра, теория графов, обработка сейсмических данных.

Прогресс в компьютерной индустрии и полупроводниковых технологиях за последние годы сделал ассоциативную обработку привлекательной. Приведем несколько современных результатов, подтверждающих это утверждение. В работе [6] исследуется ассоциативный процессор (AP), базирующийся на резистентной контекстно-адресуемой памяти. В статье показывается, что технология резистентной памяти предположительно позволяет масштабировать AP с нескольких миллионов до несколько сотен миллионов процессорных элементов на отдельный кремниевый кристалл. Более

того, резистентный АР позволяет получать большие масштабируемость и производительность по сравнению с популярными сегодня графическими ускорителями, также относящимися к типу SIMD. В работе [7] описана крупнейшая электронная система ATLAS Fast Tracker с использованием ассоциативной архитектуры, которая проектировалась как часть детектора ATLAS Большого Адронного Коллайдера (Large Hadron Collider, LHC), предназначенного для изучения процессов в физике высоких энергий. Задача системы – распознать и сохранить полезные события при значительном подавлении фоновых процессов (соотношение оценивается как 1 к 10^9). Fast Tracker использует аппаратную технологию с огромным параллелизмом, объединяя интегральные микросхемы ассоциативной памяти, FPGA (ПЛИСы) и высокоскоростные каналы связи. Тем не менее в настоящее время не существует общедоступных ассоциативных архитектур.

В работах [8, 9] построена абстрактная модель типа SIMD (STAR-машина), которая моделирует работу систем вертикальной обработки. Эта модель использует группу элементарных операций, которые позволяют обрабатывать таблицы по содержимому памяти. Для представления ассоциативных параллельных алгоритмов был построен язык высокого уровня STAR. На STAR-машине ассоциативные параллельные алгоритмы представляются в виде соответствующих процедур, корректность которых доказывается. В [9] построена библиотека базовых ассоциативных параллельных алгоритмов. В работах [10–11] приведена эффективная реализация ассоциативных операций STAR-машины и библиотеки базовых ассоциативных параллельных алгоритмов на графических ускорителях, позволяющая использовать разработанные алгоритмы на практике.

Для STAR-машины были построены как новые ассоциативные параллельные алгоритмы на графах, так и ассоциативные версии классических алгоритмов на графах. Кроме того, была построена группа динамических алгоритмов на графах, в частности ряд ассоциативных алгоритмов для динамической обработки кратчайших путей [12–15].

Вначале мы представим краткое описание STAR-машины. В разделе 2 приводится описание последовательного алгоритма Рамалингама. В разделе 3 описано представление динамических деревьев на STAR-машине, поскольку алгоритм Рамалингама использует эту структуру данных. В разделе 4 мы приводим ассоциативную версию алгоритма Рамалингама, доказываем ее корректность и перечисляем основные достоинства этой версии. В разделе 5 приводятся результаты тестирования инкрементального алгоритма на графическом ускорителе. Представленный алгоритм выполняется в несколько раз быстрее статического ассоциативного алгоритма на графах с различным числом достижимых вершин (общее число вершин до 5 000, число дуг до 90 000). И за счет обработки вершины вместе с исходящими ребрами число итераций ассоциативного инкрементального алгоритма может значительно сокращаться ($\sim |E|/|V|$) по сравнению с последовательным алгоритмом.

1. Модель ассоциативного параллельного процессора

В данном разделе приведем краткое описание STAR-машины, которая моделирует работу систем с вертикальной обработкой данных. В модели используются свойства как машины Staran [16], так и отечественного ассоциативного процессора. В работе [17] приводится сравнение STAR-машины с другими моделями ассоциативной обработки.

STAR-машина определяется как абстрактная модель типа SIMD с вертикальной обработкой информации (рис. 1); ее основными компонентами являются: последовательное устройство управления, в котором записаны программа и скалярные константы; устройство ассоциативной обработки, состоящее из p одноразрядных процессорных элементов; матричная память.

Для обработки информации в матричной памяти STAR-машина использует типы данных **slice**, **word** и **table**. С помощью переменной типа **slice** моделируется доступ к таблице по столбцам, а с помощью типа **word** – доступ по строкам. С каждой переменной типа **table** ассоциируется матрица из n строк и k столбцов, где $n \leq p$. С каждой переменной типа **slice** ассоциируется последовательность из p компонентов, принадлежащих множеству $\{0, 1\}$.

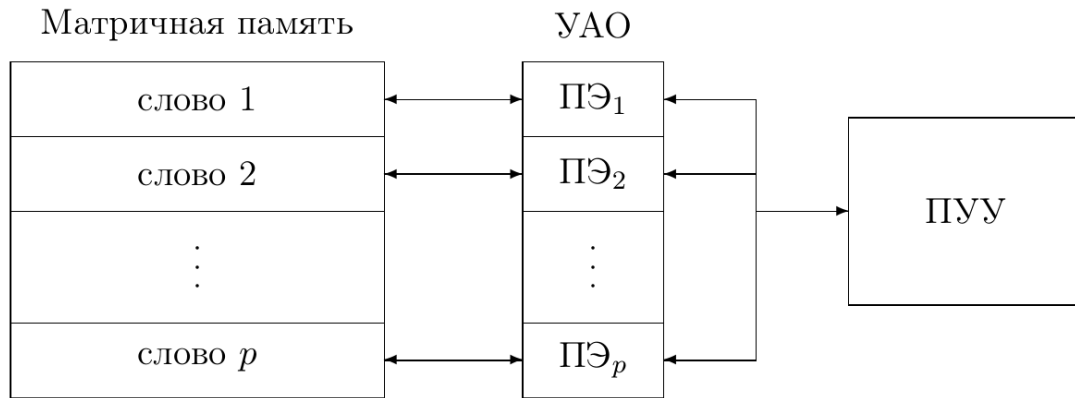


Рис. 1. STAR-машина
Fig. 1. STAR-machine

В данной работе для переменной X типа **slice** используются следующие операции: $CLR(X)$ – запись нулей в слайс X ; $X(i)$ – определение значения i -го бита в слайсе X ; $STEP(X)$ – определение позиции верхней единицы с ее последующим удалением; $SOME(X)$ проверяет, имеется ли в слайсе X хотя бы одна единица; побитовые операции *not*, *and*, *or*. Для переменной T типа **table** используются следующие операции: выделение i -го столбца $COL(i, T)$ и выделение j -й строки $ROW(j, T)$. Следуя Фостеру [16] будем считать, что каждая элементарная операция STAR-машины выполняется за единицу времени. Поэтому сложность любой процедуры будет оцениваться общим числом выполненных элементарных операций. Подробное описание STAR-машины и операций языка STAR приводится в работе [8].

2. Описание алгоритма Рамалингама для добавления новой дуги

Алгоритм [18] использует структуру «динамическое дерево» [19], с заданными операциями: $link(u, v)$ – к вершине u остоного дерева T добавить поддереву с корнем в вершине v («подвесить» поддереву с корнем в v к вершине u); $cut(u, v)$ – в остоном дереве T удалить дугу (u, v) вместе с поддеревом с корнем в вершине v («разрезать» дугу (u, v)).

Заданы: $G = (V, E)$ – ориентированный граф; T – динамическое остоное дерево; (u, v) – дуга, добавляемая в граф; $WorkSet$ множество дуг.

В этом алгоритме Рамалингама использует следующие понятия. Для каждой вершины $v \in V$ задано $support(v)$ – множество поддерживающих вершин для v . Поддерживающая вершина определяется следующим образом: u – поддерживающая вершина для v , если u – достижима, дуга $(u, v) \in E$ и u не является потомком v в дереве T . Для каждой вершины $v \in V$ $reachable(v)$ истинно тогда и только тогда, когда v – достижима. $Succ(v)$ – множество всех вершин, в каждую из которых заходит дуга из вершины v .

Алгоритм Рамалингама работает следующим образом.

1. Добавить дугу (u, v) в $E(G)$
2. **if** $reachable(u)=true$ **then**
3. $WorkSet := (u, v)$
4. **while** $WorkSet \neq \emptyset$ **do**
5. Выбрать и удалить очередную дугу, скажем (x, y) , из $WorkSet$
6. **if** $reachable(y)=false$ **then**
7. $support(y) := x$
8. $reachable(y) := true$
9. $link(x, y)$ в T
10. **for** $\forall z \in Succ(y)$

11. Добавить дугу (y,z) в множество WorkSet
12. **else**
13. **if** x не потомок y в T **then**
14. Добавить x в support(y)

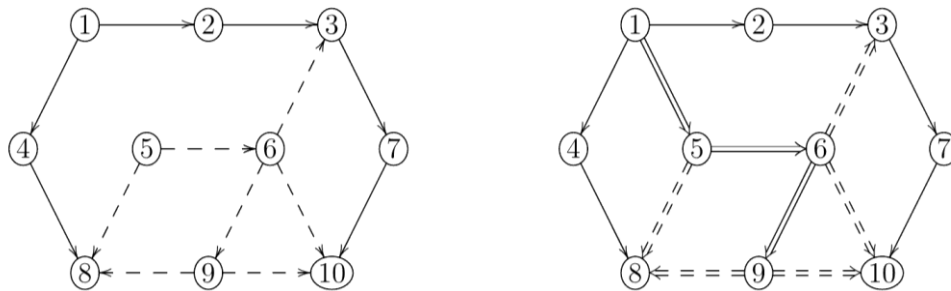


Рис. 2. Остовное дерево на множестве достижимых вершин до и после добавления дуги (1, 5).

Двойной чертой отмечены дуги, попадающие в множество WorkSet

Fig. 2. A spanning tree on the set of reachable vertices before and after adding an arc (1, 5).

Double dashes indicate arcs that fall into the WorkSet

На рис. 2 показано изменение остовного дерева после добавления к графу дуги (1, 5). Дуги, которые добавлялись в множество WorkSet в процессе исполнения алгоритма Рамалингама, обозначены двойной чертой.

3. Представление динамических деревьев на STAR-машине

Во многих алгоритмах на STAR-машине деревья задаются как матрица смежности (допустим, T). Чтобы задать структуру «динамическое дерево» на STAR-машине, такое представление необходимо дополнить матрицей потомков по дереву Desc: в i-м столбце отмечены все потомки вершины i (т.е. те вершины, которые достижимы из вершины i в T).

В ассоциативном инкрементальном алгоритме Рамалингама из операций над динамическими деревьями [19] используются только операция link(u, v, T, Desc) и ее вариация linkAll(u, X, T, Desc), которые мы приведем ниже. Отметим, что при реализации на графическом ускорителе цикл **while** можно вычислять одновременно для всех столбцов.

procedure link(u, v: integer; Var T:Table, Var Desc: Table)

Var

X, Y :Slice;
w :Word;
k :integer;

begin

X:=COL(u,T); X(v):=1; COL(u,T):=X;

w:=ROW(u,Desc);

X:=COL(v,Desc);

while SOME(w) **do**

begin

k:=STEP(w);

Y:=COL(k,Desc);

Y:=Y or X;

COL(k,Desc):=Y;

end;

end;

Поскольку в ассоциативных алгоритмах у выбранной вершины параллельно обрабатываются все исходящие ребра, то предпочтительно использовать *пакетную перестройку поддеревьев*: несколько поддеревьев подвешивается к одному корню за один проход.

```

procedure linkAll( u: integer; X:Slice; Var T:Table, Var Desc: Table)
Var
Y,Z,Z1:Slice;
w      :Word;
k:integer;
begin
    Y:=COL(u,T); Y:=Y or X; COL(u,T):=Y;
    w:=ROW(u,Desc);
    Y:=X; CLR(Z);
    while SOME(Y) do
        begin
            k:=STEP(Y);
            Z1:=COL(k,Desc);
            Z:=Z or Z1;
        end;
    while SOME(w) do
        begin
            k:=STEP(w);
            Y:=COL(k,Desc);
            Y:=Y or Z;
            COL(k,Desc):=Y;
        end;
    end;
end;

```

4. Представление алгоритма Рамалингама на STAR-машине

Для представления алгоритма Рамалингама на STAR-машине будем использовать следующую структуру данных: матрица смежности G размером $n \times n$, каждый i -й столбец которой хранит головы дуг, выходящих из вершины i ; вершина s – источник; остовное дерево ST (Spanning Tree) задается матрицей размером $n \times n$, каждый i -й столбец которой хранит головы дуг, выходящих из вершины i и принадлежащих остовному дереву; матрица потомков $Desc$ размером $n \times n$, в i -м столбце которой отмечены '1' потомки вершины i ; вспомогательный слайс $WorkSet$. На каждой текущей итерации этот слайс хранит те недостижимые вершины исходного графа, которые являются головами дуг, выходящих из текущей обрабатываемой вершины.

Замечание. Заметим, что в s -м столбце матрицы $Desc$ отмечены '1' все вершины, которые достижимы в остовном дереве из вершины s . Обозначим этот столбец как слайс RV (Reachable Vertices).

4.1. Ассоциативная версия алгоритма Рамалингама

Опишем содержательное выполнение алгоритма Рамалингама на STAR-машине. Вначале по остовному дереву ST , заданному на множестве вершин, достижимых из выделенной вершины s , запоминаем в слайс, скажем Z , множество недостижимых вершин. Пусть дуга (i, j) добавляется в граф G . Если вершина i достижима в G , а вершина j недостижима, то добавляем вершину j в $WorkSet$, объявляем ее достижимой и добавляем дугу (i, j) в остовное дерево ST (с помощью операции $link(i, j, ST, Desc)$). Затем выбираем из множества $WorkSet$ обрабатываемую вершину, скажем k . С помощью слайса, скажем X , запоминаем те вершины, недостижимые в G , в которые заходят дуги из вершины k . Объявляем эти вершины достижимыми, добавляем их в $WorkSet$ и добавляем соответствующие дуги в остовное дерево ST (с помощью операции $linkAll(u, X, ST, Desc)$). Аналогично обрабатываются все вершины, хранящиеся в слайсе $WorkSet$, при этом обработанная вершина удаляется из слайса. Процесс завершается, когда слайс $WorkSet$ становится пустым, т.е. когда в остовное дерево ST нельзя добавить новые дуги. На рис. 3. показано остовное дерево на множестве достижимых вершин до и после добавления дуги $(1, 5)$. Двойной чертой отмечены вершины, попадающие в множество $WorkSet$.

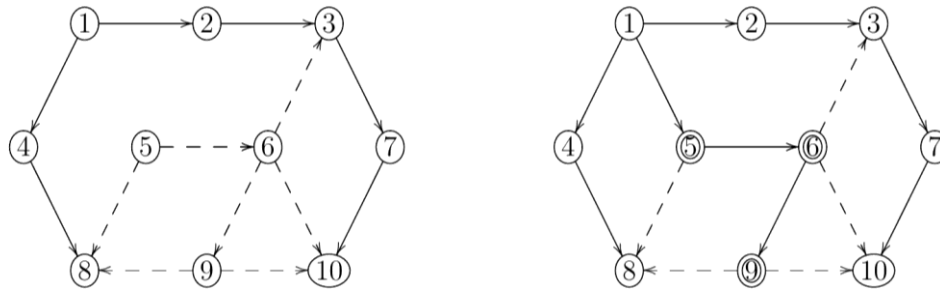


Рис. 3. Остовное дерево на множестве достижимых вершин до и после добавления дуги (1, 5).

Двойной чертой отмечены вершины, попадающие в множество WorkSet

Fig. 3. A spanning tree on the set of reachable vertices before and after adding an arc (1, 5).

Double lines mark the vertices that fall into the WorkSet

procedure InsertEdgeReachability(i, j, s : integer; Var $G, ST, Desc$: Table)

Var

WorkSet, X, RV, Z: Slice ;

Begin

1. CLR(WorkSet);

 2. RV:=COL($s, Desc$);

// В слайсе Z отмечены недостижимые вершины.

3. Z:= not RV;

 // Дуга (i, j) добавляется к графу G.

 4. X:=COL(i, G); X(j):=1; COL(i, G):=X;

 // Проверяем, что вершина i достижима, а j недостижима.

 5. **if** (RV(i)=1) and (RV(j)=0) **then**

 6. **begin**

 // Вершина j добавляется в множество WorkSet

 7. WorkSet(j):=1;

 // Вершина j удаляется из множества недостижимых вершин.

 8. Z(j):=0;

// Обновляются матрицы ST и Desc

 9. link($i, j, ST, Desc$);

 10. **while** SOME(WorkSet) **do**

 11. **begin**

 // Выбирается текущая обрабатываемая вершина k .

 12. k :=STEP(WorkSet);

 // В слайс X заносятся те недостижимые вершины, в которые заходят дуги из вершины k .

 13. X:=COL(k, G);

14. X:= X and Z;

 15. **if** SOME(X) **then**

 16. **begin**

// Эти вершины добавляются в множество WorkSet.

17. WorkSet:= WorkSet or X;

// Эти вершины удаляются из множества недостижимых вершин.

18. Z:= Z and not X ;

// Матрицы ST и Desc обновляются.

 19. linkAll($k, X, ST, Desc$);

 20. **end**;

 21. **end**;

 22. **end**;

End;

Утверждение. Пусть задан ориентированный граф G , заданы множество достижимых вершин RV , остовное дерево ST , построенное на множестве достижимых вершин, и матрица потомков $Desc$. Пусть дуга (i, j) добавляется к графу G . Тогда после выполнения процедуры *InsertEdgeReachability* дерево ST будет расширено до остовного на обновленном множестве достижимых вершин, и обновлена матрица потомков $Desc$.

Доказательство. Доказываем индукцией по числу вершин v , входящих в слайс *WorkSet*.

Базис индукции. Доказываем для случая, когда *WorkSet* состоит из одной вершины, и эта вершина является тупиковой. Пусть дуга (i, j) добавлена в граф G . Тогда после выполнения процедуры *InsertEdgeReachability* дуга будет добавлена к дереву ST , обновлена матрица потомков *Desc* (вершина j добавлена в поддереву с корнем в вершине i и в поддеревья всех предков вершины i).

После выполнения строки 1 слайс *WorkSet* пуст. В слайсе RV запоминаем все достижимые вершины, а в слайсе Z – недостижимые вершины (строки 2 и 3). После выполнения строки 4 дуга (i, j) добавляется в граф G . Затем мы проверяем, будет ли вершина i достижима, а вершина j недостижима (строка 5). Если условие выполняется, то добавляем вершину j в множество *WorkSet* (строка 7) и удаляем ее из множества недостижимых вершин (строка 8). После выполнения строки 9 поддерево с корнем в вершине j «подвешивается» к вершине i , и дуга (i, j) добавляется в основное дерево ST . В строке 10 производим проверку, что множество *WorkSet* не пусто. После выполнения оператора *STEP(WorkSet)* (строка 12) $k = j$ и *WorkSet* = $\emptyset$. После выполнения строк 13–14 в слайсе X отмечены '1' те недостижимые вершины, в которые заходят дуги из вершины j . Но, так как j – тупиковая вершина (по предположению индукции), этот слайс пуст, поэтому выполнение передается на строку 20. Процедура заканчивает выполнение.

Шаг индукции. Пусть утверждение справедливо для множества *WorkSet*, состоящего из k вершин. Рассмотрим случай, когда *WorkSet* содержит $k + 1$ вершину и k вершин уже обработаны. Это означает, что новые достижимые вершины добавлены в множества RV и *WorkSet*, соответствующие дуги добавлены в дерево ST , и соответствующим образом изменена матрица *Desc*.

Теперь мы обрабатываем $k + 1$ вершину в цикле (строки 10–21). Так как *WorkSet* $\neq \emptyset$, после выполнения строк 13–14 в слайсе X отмечены '1' те недостижимые вершины, в которые заходят дуги из вершины $k + 1$. Если такие вершины существуют, то после выполнения строки 17 они добавляются в слайс *WorkSet*, после выполнения строки 18 они изымаются из множества недостижимых вершин, и после выполнения строки 19 соответствующие дуги добавляются в дерево ST и соответствующие поддеревья добавляются к дереву с корнем в вершине $k + 1$ (обновляются матрицы ST и *Desc*). Процесс завершается, когда все вершины из множества *WorkSet* будут обработаны.

Из доказательства следует, что сложность процедуры оценивается как $O(k)$, где k – число тех вершин, которые стали достижимыми в результате добавления новой дуги.

4.2. Достоинства ассоциативного алгоритма

Сравним выполнение последовательного алгоритма Рамалингама с выполнением его ассоциативной версии. Напомним, что в последовательном алгоритме множество *WorkSet* хранит множество обрабатываемых дуг, в то время как в параллельной версии слайс *WorkSet* хранит только те вершины, недостижимые в G , в которые заходят дуги из текущей добавленной вершины.

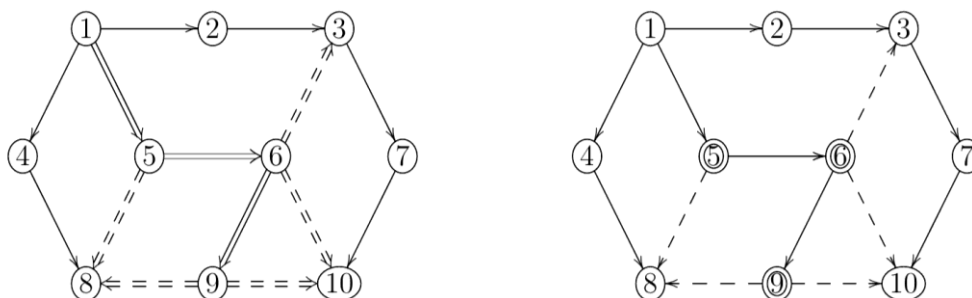


Рис. 4. Остовное дерево на множестве достижимых вершин после добавления дуги $(1, 5)$.

Обработка графа последовательным и ассоциативным алгоритмами

Fig. 4. The spanning tree on the set of reachable vertices after adding an arc $(1, 5)$.

There is graph processing by sequential and associative algorithms

Перечислим основные достоинства ассоциативной версии. В последовательном алгоритме после добавления новой вершины в множество достижимых вершин и добавлении соответствующей дуги в остовное дерево (строки 8–9) необходимо *последовательно* добавить в множество *WorkSet* все дуги, выходящие из данной вершины (цикл в строках 10–11). В ассоциативной версии при обработке вершины из слайса *WorkSet*, скажем *u*, *одновременно* определяются те недостижимые вершины, в которые заходят дуги из вершины *u*. Эти вершины *одновременно* добавляются в слайс *WorkSet* (строка 17) и объявляются достижимыми (строка 18), а соответствующие дуги добавляются в дерево *ST*, и соответствующим образом обновляется матрица *Desc* (строка 19). Очевидно, что это приводит к существенному уменьшению числа итераций (рисунок 4).

5. Тестирование инкрементального алгоритма на графических ускорителях

Как уже упоминалось, для тестирования и использования ассоциативных алгоритмов была построена реализация STAR-машины на графических ускорителях. С помощью этой реализации представленный алгоритм тестировался на случайных графах с нормальным распределением ребер (степень вершин варьировала от 2 до 20) и различным числом достижимых вершин (общее количество вершин до 5 000, число дуг до 90 000).

Тестирование проводилось на видеокарте NVIDIA GEFORCE 920m. В ходе тестирования время работы динамического ассоциативного алгоритма (*D_A*) сравнилось со временем работы статического ассоциативного алгоритма (*S_A*), а также подсчитывались изменение числа достижимых вершин после добавления дуги и число дуг, исходящих из вершин, которые стали достижимыми после добавления дуги. Отметим, что эти величины определяют число итераций ассоциативного (*D_A*) и последовательного (*D_S*) динамических алгоритмов, соответственно.

Как видно из рис. 5, время работы статического алгоритма зависит от мощности обновленного множества достижимых вершин ($|VR_{out}|$), а время работы динамического алгоритма линейно зависит от изменения мощности множества достижимых вершин ($|VR_{out}| - |VR_{in}|$). Отметим, что динамический алгоритм выполняется до 10 раз быстрее, чем статический.

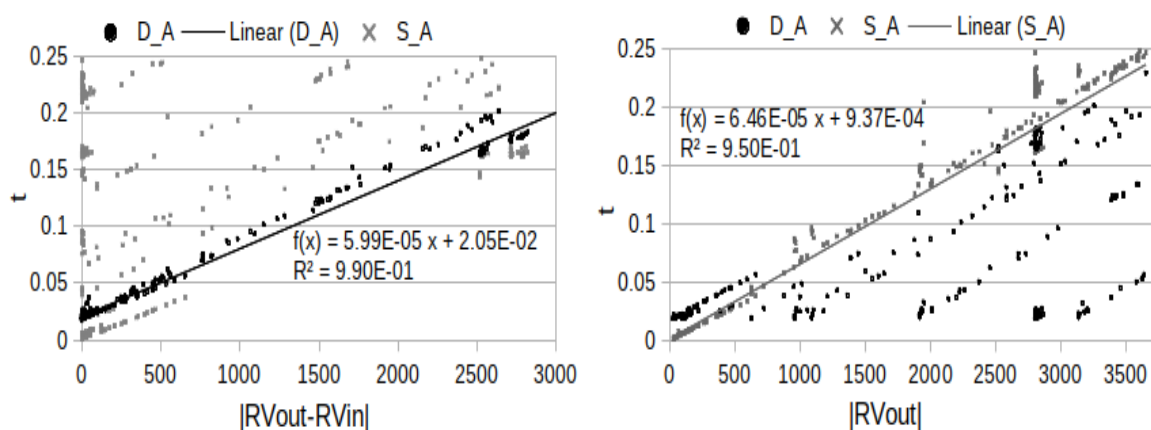


Рис. 5. Сравнение времени работы динамического ассоциативного алгоритма со временем работы статического ассоциативного алгоритма

Fig. 5. The ratio of the runtime of the dynamic associative algorithm to the runtime of the static associative algorithm

На рис. 6 приводится количество итераций, которое требуется для обработки заданного графа после добавления новой дуги как ассоциативным динамическим алгоритмом, так и последовательным динамическим алгоритмом в зависимости от мощности множества достижимых вершин. Из этого рисунка видно, что число итераций для динамического ассоциативного алгоритма и динамического последовательного алгоритма могут значительно различаться в зависимости от структуры обрабатываемого графа.

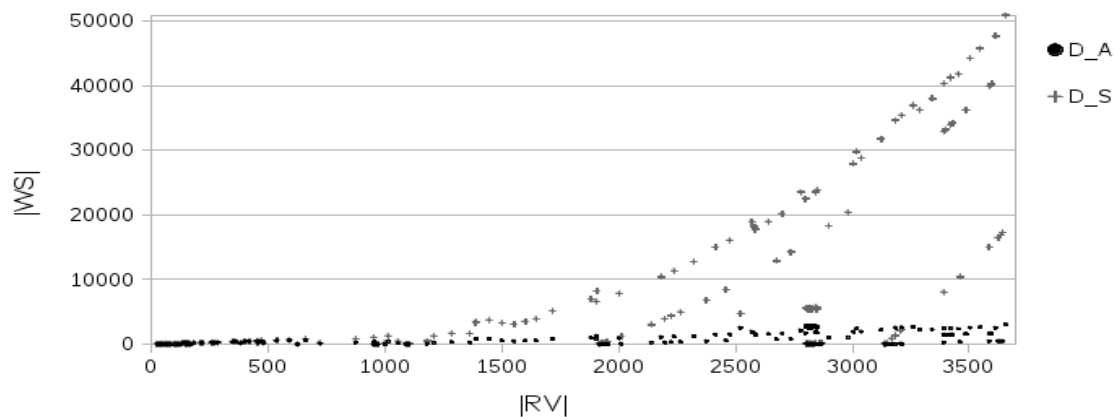


Рис. 6. Количество итераций ($|WorkSet|$), необходимых для обработки графа после добавления дуги, заходящей в вершину v
 Fig. 6. The number of iterations ($|WorkSets|$) that are necessary for processing the graph after adding an arc going to the vertex v

Полученное ускорение зависит от усредненной степени вершин графа и исходного множества достижимых вершин.

Заключение

В статье приводится ассоциативная версия алгоритма Рамалингама для динамической обработки множества достижимых вершин в потоковых графах с выделенным источником после добавления новой дуги. Этот алгоритм использует простую структуру данных, которая позволяет выполнять доступ к данным по содержимому памяти. Параллельная реализация упомянутого алгоритма Рамалингама на STAR-машине представлена в виде процедуры *InsertEdgeReachability*, корректность которой доказана. В работе также перечисляются основные достоинства ассоциативной версии. Результаты тестирования на графических ускорителях показывают, что ассоциативный динамический алгоритм выполняется до десяти раз быстрее статического ассоциативного алгоритма, а также делает значительно меньше итераций, чем последовательный динамический алгоритм.

Благодарность. Авторы статьи выражают благодарность рецензенту за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Repts T. Program analysis via graph reachability // Information and software technology, 1998. V. 40, № 11. P. 701–726.
2. Zhang Q., Su Z. Context-sensitive data-dependence analysis via linear conjunctive language reachability // POPL 2017: Proc. of the 44th ACM SIGPLAN Symposium on Principles of Programming Languages. 2017. P. 344–358.
3. Hanauer K., Henzinger M., Schulz Ch. Fully Dynamic Single-Source Reachability in Practice: an Experimental Study // Proceedings of the Twenty-Second Workshop on Algorithm Engineering and Experiments, ALENEX, Salt Lake City, 2020. P. 106–119.
4. Jin R., Hong H., Wang H., Ruan N., Xiang Y. Computing Label-Constraint Reachability in Graph Databases // Proceedings of the 2010 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. New York: Association for Computing Machinery, 2010. P. 123–134.
5. Potter J.L. Associative Computing: a Programming Paradigm for Massively Parallel Computers. Boston : Perseus Publishing, 1991. 304 p.
6. Yavits L., Kvatinisky S., Morad A., Ginosar R. Resistive associative processor // IEEE Computer Architecture Letters. 2015. V. 14, № 2. P. 148–151.
7. Nedaa A. A hardware fast tracker for the ATLAS trigger // Physics of Particles and Nuclei Letters. 2016. V. 13, № 5. P. 527–531.
8. Nepomniaschaya A.S., Dvoskina M.A. A simple implementation of Dijkstra's shortest path algorithm on associative parallel processors // Fundamenta Informaticae. IOS Press, 2000. V. 43. P. 227–243.
9. Nepomniaschaya A.Sh. Basic associative parallel algorithms for vertical processing systems // Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Series: Comp. Science. 2009. № 9. P. 63–77.
10. Снытникова Т.В., Непомнящая А.Ш. Решение задач на графах с помощью STAR-машины, реализуемой на графических ускорителях // Прикладная дискретная математика. 2016. № 3 (33). С. 98–115.
11. Снытникова Т.В. Реализация модели ассоциативных вычислений на GPU: библиотека базовых процедур языка STAR // Вычислительные методы и программирование. Новые вычислительные технологии. 2018. № 19 (1). С. 85–95.
12. Непомнящая А.Ш. Ассоциативная версия алгоритма Рамалингама для динамической обработки подграфа кратчайших путей после добавления к графу новой дуги // Кибернетика и системный анализ. 2012. № 3. С. 45–57.

13. Nepomniaschaya A.Sh. Efficient parallel implementation of the Ramalingam decremental algorithm for updating the shortest paths subgraph // *Computing and Informatics*. 2013. V. 32. P. 331–354.
14. Nepomniaschaya A.Sh. Associative version of the Ramalingam decremental algorithm for the dynamic all-pairs shortest-path problem // *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Series: Comp. Science*. 2016. № 39. P. 37–50.
15. Nepomniaschaya A.Sh. Associative version of the Ramalingam incremental algorithm for the dynamic all-pairs shortest-path problem // *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Series: Comp. Science*. 2016. № 40. P. 75–86.
16. Foster C.C. *Content Addressable Parallel Processors*. New York : John Wiley & Sons, 1976. 233 p.
17. Непомнящая А.Ш., Владыко М.А. Сравнение моделей ассоциативного вычисления // *Программирование*. 1997. № 6. С. 41–50.
18. Ramalingam G. *Bounded Incremental Computation*. 1996. V. 1098. P. 149–155.
19. Sleator D.D., Tarjan R.E. A Data Structure for Dynamic Trees // *Journal of Computer and System Sciences*. 1983. V. 26. P. 362–391.

Поступила в редакцию 18 марта 2020 г.

Nepomniaschaya A.Sh., Snytnikova T.V. (2021) ASSOCIATIVE VERSION OF THE RAMALINGAM INCREMENTAL ALGORITHM FOR THE DYNAMIC SINGLE-SOURCE REACHABILITY PROBLEM. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*. [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 86–96

DOI: 10.17223/19988605/54/11

The paper provides a parallel implementation of the Ramalingam sequential algorithm for dynamically processing a graph with a single source after inserting a new arc. For this purpose, a model of associative (content-addressable) processors of the SIMD type with vertical data processing is used. The study of associative data processing began in the 60s. But studying the associative processing has never taken off, because only a limited amount of memory could be placed on a single die. However, progress in the computer industry and semiconductor technology in recent years has made the associative processing attractive again. Such an architecture best suits for solving problems of non-numeric data processing. In particular, this includes relational algebra, graph theory, seismic data processing. The main advantages of this architecture include data parallelism at the basic level, the use of two-dimensional tables as a data structure, and a massively parallel search by content. To model of vertical processing systems the STAR-machine is used. The work of STAR-machine is given by the language STAR. This language contains a group of elementary operations for processing of bit columns, as well as a library of standard procedures for efficient processing of matrix data. Every associative algorithm is represented as a procedure written in the language STAR. Since common associative architecture does not exist yet, there is a problem of the efficient implementing the STAR-machine on real appropriate SIMD architecture. Therefore, the STAR machine was efficiently implemented on graphics accelerators.

The Ramalingam algorithm receives as input the graph G , the set of reachable vertices from the source s , the dynamic spanning tree T , and the arc (u, v) inserted to the graph. After performing the Ramalingam algorithm the tree T is updated to the spanning tree on the updated set of reachable vertices. At the beginning, the Ramalingam sequential algorithm adds a new arc (u, v) to graph G . If the vertex u is reachable in the graph G and the vertex v is unreachable, then the arc (u, v) is added to the tree T and the vertex v becomes reachable. After that, all arcs outgoing from vertex v are added to the set Work Sets of processed arcs. Then each arc from this set is updated by analogy with the described method.

To implement the Ramalingam algorithm on the STAR-machine, a special data structure is built, that allows one to access data by content. With a parallel implementation of this algorithm, the set of WorkSets was represented as a bit column. At each current iteration, the unreachable vertices entering the processing vertex are included into the Workset. These vertices become reachable, and the corresponding arcs are simultaneously added to the tree T . Note that in the *sequential algorithm*, the set WorkSet stores a set of processed arcs. While in the associative version, the slice WorkSet stores only unreachable vertices entering the processing vertex. The correctness of this associative version was proved.

Using the implementation of the STAR-machine on the GPU, this algorithm was tested on the NVIDIA GEFORCE 920m on graphs with various numbers of reachable vertices (total number of vertices up to 5000, number of arcs up to 90,000). Test results show that the associative dynamic algorithm runs up to ten times faster than the static associative algorithm. Moreover, it performs significantly less iterations than the sequential dynamic algorithm.

Keywords: SIMD; GPU; content-addressable memory; flowgraph; dynamic algorithm.

NEPOMNIASCHAYA Anna Shmylevna (Candidate of Physical and Mathematics, Senior Researcher, Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation).

E-mail: anep@ssd.sccc.ru

SNYTNIKOVA Tatyana Valentinovna (Junior Researcher, Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation).

E-mail: snytnikovat@ssd.sccc.ru

REFERENCES

1. Reps, T. (1998) Program analysis via graph reachability. *Information and software technology*. 40(11). pp. 701–726.
2. Zhang, Q. & Su, Z. (2017) Context-sensitive data-dependence analysis via linear conjunctive language reachability. *POPL 2017: Proceedings of the 44th ACM SIGPLAN Symposium on Principles of Programming Languages*. pp. 344–358. DOI: 10.1145/3093333.3009848
3. Hanauer, K., Henzinger, M. & Schulz, Ch. (2020) Fully Dynamic Single-Source Reachability in Practice: An Experimental Study. *Proceedings of the Twenty-Second Workshop on Algorithm Engineering and Experiments*. ALENEX, Salt Lake City. pp. 106–119. DOI: 10.1137/1.9781611976007.9
4. Jin, R., Hong, H., Wang, H., Ruan, N. & Xiang, Y. (2010) Computing Label-Constraint Reachability in Graph Databases. *Proceedings of the 2010 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*. New York: Association for Computing Machinery. pp. 123–134. DOI: 10.1145/1807167.1807183
5. Potter, J.L. (1991) *Associative Computing: a Programming Paradigm for Massively Parallel Computers*. Boston: Perseus Publishing.
6. Yavits, L., Kvatinisky, S., Morad, A. & Ginosar R. (2015) Resistive associative processor. *IEEE Computer Architecture Letters*. 14(2). pp. 148–151. DOI: 10.1109/LCA.2014.2374597
7. Nedaa, A. (2016) A hardware fast tracker for the ATLAS trigger. *Physics of Particles and Nuclei Letters*. 13(5). pp. 527–531. DOI: 10.1134/S1547477116050368
8. Nepomniaschaya, A.Sh. & Dvoskina, M.A. (2000) A simple implementation of Dijkstra's shortest path algorithm on associative parallel processors. *Fundamenta Informaticae*. IOS Press. 43. pp. 227–243. DOI: 10.3233/FI-2000-43123412
9. Nepomniaschaya, A.Sh. (2009) Basic associative parallel algorithms for vertical processing systems. *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Series: Computer Science*. 9. pp. 63–77.
10. Snytnikova, T.V. & Nepomniaschaya, A.Sh. (2016) Solution of graph problems by means of the STAR-machine being implemented on GPUs. *Prikladnaya diskretnaya matematika – Applied Discrete Mathematics*. 3(33). pp. 98–115. DOI: 10.17223/20710410/33/9
11. Snytnikova, T.V. (2018) GPU Implementation of the associative computing model on GPU: the basic procedure library of the language STAR. *Novye vychislitel'nye tekhnologii*. 19(1). pp. 85–95.
12. Nepomniaschaya, A.Sh. (2012) Associative version of Ramalingam algorithm for dynamically updating the shortest-path subgraph after inserting a new edge into a graph. *Kibernetika i sistemnyy analiz – Cybernetics and Systems Analysis*. 48. pp. 358–368. DOI: 10.1007/s10559-012-9415-x
13. Nepomniaschaya, A.Sh. (2013) Efficient parallel implementation of the Ramalingam decremental algorithm for updating the shortest paths subgraph. *Computing and Informatics*. 32. pp. 331–354.
14. Nepomniaschaya, A.Sh. (2016a) Associative version of the Ramalingam decremental algorithm for the dynamic all-pairs shortest-path problem. *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Series: Comp. Science*. 39. pp. 37–50. DOI: 10.31144/bncc.cs.2542-1972.2016.n40.p75-86
15. Nepomniaschaya, A.Sh. (2016b) Associative version of the Ramalingam incremental algorithm for the dynamic all-pairs shortest-path problem. *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center. Series: Comp. Science*. no. 40. pp. 75–86. DOI: 10.31144/bncc.cs.2542-1972.2016.n40.p75-86
16. Foster, C.C. (1976) *Content Addressable Parallel Processors*. New York: John Wiley & Sons.
17. Nepomniaschaya, A.Sh. & Vladiko, M.A. (1997) Comparison of associative calculation models. *Programmirovaniye – Programming and Computer Software*. 6. pp. 41–50.
18. Ramalingam, G. (1996) *Bounded Incremental Computation*. 1098. pp.149–155.
19. Sleator, D.D. & Tarjan, R.E. (1983) A Data Structure for Dynamic Trees. *Journal of Computer and System Sciences*. 26. pp. 362–391. DOI: 10.1016/0022-0000(83)90006-5

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

УДК 004.052.32+681.518.5
DOI: 10.17223/19988605/54/12

Д.В. Ефанов, В.В. Сапожников, Вл.В. Сапожников, Г.В. Осадчий

СИНТЕЗ СХЕМ ВСТРОЕННОГО КОНТРОЛЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЛОГИЧЕСКОГО ДОПОЛНЕНИЯ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМ СЖАТИЕМ СИГНАЛОВ РАБОЧИХ ФУНКЦИЙ

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта № МД-2533.2021.4 Президента Российской Федерации.

Приводится описание разработанного авторами способа синтеза схем встроенного контроля по методу логического дополнения с предварительным сжатием сигналов от выходов объекта диагностирования и последующим контролем полученных сигналов с помощью равновесного кода. При этом использовано схемотехническое решение, позволяющее в блоке коррекции сигналов не преобразовывать один сигнал от одной из пар сжимаемых выходов, а также подключение одного из выходов блока контрольной логики непосредственно к одному из входов тестера. Такое техническое решение хоть и увеличивает на единицу длину контролируемого кодового слова по сравнению с известным решением без использования дополнительного выхода блока контрольной логики, но и позволяет увеличить число обнаруживаемых ошибок на выходах объекта диагностирования. Дается описание предлагаемой структуры организации схемы встроенного контроля по широко известным равновесным кодам «1 из 4» и «2 из 4». Отмечены неоспоримые преимущества применения именно кода «1 из 4» при организации схемы встроенного контроля по предложенному авторами способу. Несмотря на большее число выходов блока контрольной логики тестер кода «1 из 4» имеет более простую структуру, чем тестер кода «1 из 3», взамен которого организуется контроль схем по группам из трех выходов схемы сжатия. Способ легко обобщается на использование равновесных кодов «1 из n », что также показано в статье. Описан метод выбора групп сжимаемых выходов для обеспечения обнаружения ошибок на выходах элемента сжатия, подразумевающий выбор групп независимых выходов для сжатия сигналов от них. Применение разработанного авторами метода позволяет при допустимых аппаратных затратах (менее аппаратных затрат при дублировании) синтезировать полностью самопроверяемые схемы встроенного контроля логических устройств автоматики и вычислительной техники.

Ключевые слова: схема встроенного контроля; логическое дополнение; схема сжатия сигналов; равновесный код «1 из n »; равновесный код «1 из 3»; равновесный код «1 из 4»; равновесный код «2 из 4»; полностью самопроверяемая структура.

Методы синтеза полностью самопроверяемых схем широко используются при разработке надежных цифровых вычислительных систем [1–3] наравне с другими методами аппаратной и программной избыточности [4, 5]. Применение таких схем дает возможность построения устройства, снабженного схемой обнаружения неисправностей и индикации событий их возникновения, без подачи специализированных тестовых воздействий на входы устройства. Рабочие входные воздействия одновременно являются и тестовыми [6, 7].

При разработке самопроверяемого устройства исходный объект снабжается специализированной схемой контроля, которая позволяет косвенно по результатам вычислений функций на его выходах установить, исправен объект или в нем присутствует неисправность. Часто схемы контроля строятся с использованием равномерных двоичных избыточных кодов [8]. Применяются как разделимые коды, так и неразделимые коды [9]. В этом случае существует несколько основных способов организации схемы контроля.

Первый способ связан с дополнением вектора, формируемого на выходах блока основной логики, специальным контрольным вектором, вычисляемым блоком контрольной логики, до кодового слова заранее выбранного кода [10]. Для контроля принадлежности формируемого кодового слова на выходах обоих блоков в схеме контроля устанавливается тестер, снабжаемый одним или двумя выходами для информирования о техническом состоянии самопроверяемого устройства [11, 12]. Второй способ предполагает не дополнение вектора, формируемого на выходах блока основной логики, а его полное или частичное преобразование в кодовое слово заранее выбранного кода [13–15].

Первый способ достаточно полно освещен в мировой литературе [1, 2, 8, 9, 16]. Его основными достоинствами являются возможности синтеза полностью самопроверяемых структур при уменьшенной по сравнению с дублированием избыточностью. Однако существуют и некоторые недостатки. Например, не для любых устройств возможна реализация полностью самопроверяемых структур по определенным избыточным кодам, что связано с невозможностью формирования полного множества проверяющих комбинаций для тестера в структуре схемы контроля [8]. Требуется анализ возможностей применения конкретного кода при синтезе самопроверяемого цифрового устройства.

Как показано в [17, 18], второй способ, именуемый «методом логического дополнения», дает возможность устранить основной недостаток традиционного метода и позволяет для выбранного кода строить большое разнообразие схем встроенного контроля (СВК). Это позволяет не только достигать свойства полной самопроверяемости, но и влиять на избыточность конечного устройства, выбирая наилучший вариант организации СВК.

Данная статья посвящена описанию одного из способов организации СВК на основе метода логического дополнения. При этом подразумеваются первоначальное сжатие сигналов от рабочих выходов блока основной логики и последующее преобразование сформированного вектора в кодовое слово равновесного кода [19].

Такой подход к организации СВК по методу логического дополнения впервые был освещен в работе авторов данной статьи и подразумевает сжатие сигналов в базовой структуре для восьмивыходного логического устройства в четырехразрядный вектор и прямое преобразование данного вектора в кодовое слово равновесного кода «1 из 4» или «2 из 4» [20]. В отличие от указанной работы, в настоящей статье подразумевается организация базовой структуры для шестивыходных логических устройств с преобразованием трехбитного вектора в кодовое слово равновесного кода «1 из 4» или «2 из 4». Новый способ обладает универсальностью и позволяет существенно повысить обнаруживающую способность схемы контроля по сравнению с известными подходами.

1. Варианты организации схем встроенного контроля

Описываемый способ подразумевает организацию СВК по одной из базовых структур, изображенных на рис. 1, для исходного устройства $F(x)$. В СВК выделяется несколько функциональных блоков. Схема сжатия (СЖ) образована каскадом сумматоров по модулю $M = 2$ (элементов XOR) и предназначена для формирования трехбитного вектора $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$. При этом сжимаются сигналы от пар выходов (f_1, f_4) , (f_2, f_5) , (f_3, f_6) . Эти пары назовем парами сжимаемых выходов (ПСЖ-выходами), а сигналы на них – ПСЖ-сигналами. Блок логического дополнения (БЛД) предназначен для преобразования вектора $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$ в кодовое слово равновесного кода. Для этого в нем используются блок контрольной логики $G(x)$ и блок коррекции сигналов (БКС). Блок контрольной логики формирует специальные контрольные функции, предназначенные для формирования сигналов коррекции разрядов вектора $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$. Блок коррекции сигналов включает в себя элементы преобразования XOR, требующиеся для получения кодового слова выбранного кода. Для контроля соответствия кодового слова выбранному коду устанавливается тестер TSC (totally self-checking checker). Тестер имеет два выхода z^0 и z^1 , на которых формируется контрольный сигнал: наличие парафазного сигнала $\langle 01 \rangle$ или $\langle 10 \rangle$ говорит об исправности устройства, нарушение же парафазности и формирование сигнала $\langle 00 \rangle$ или $\langle 11 \rangle$ свидетельствует о присутствии ошибки в вычислениях.

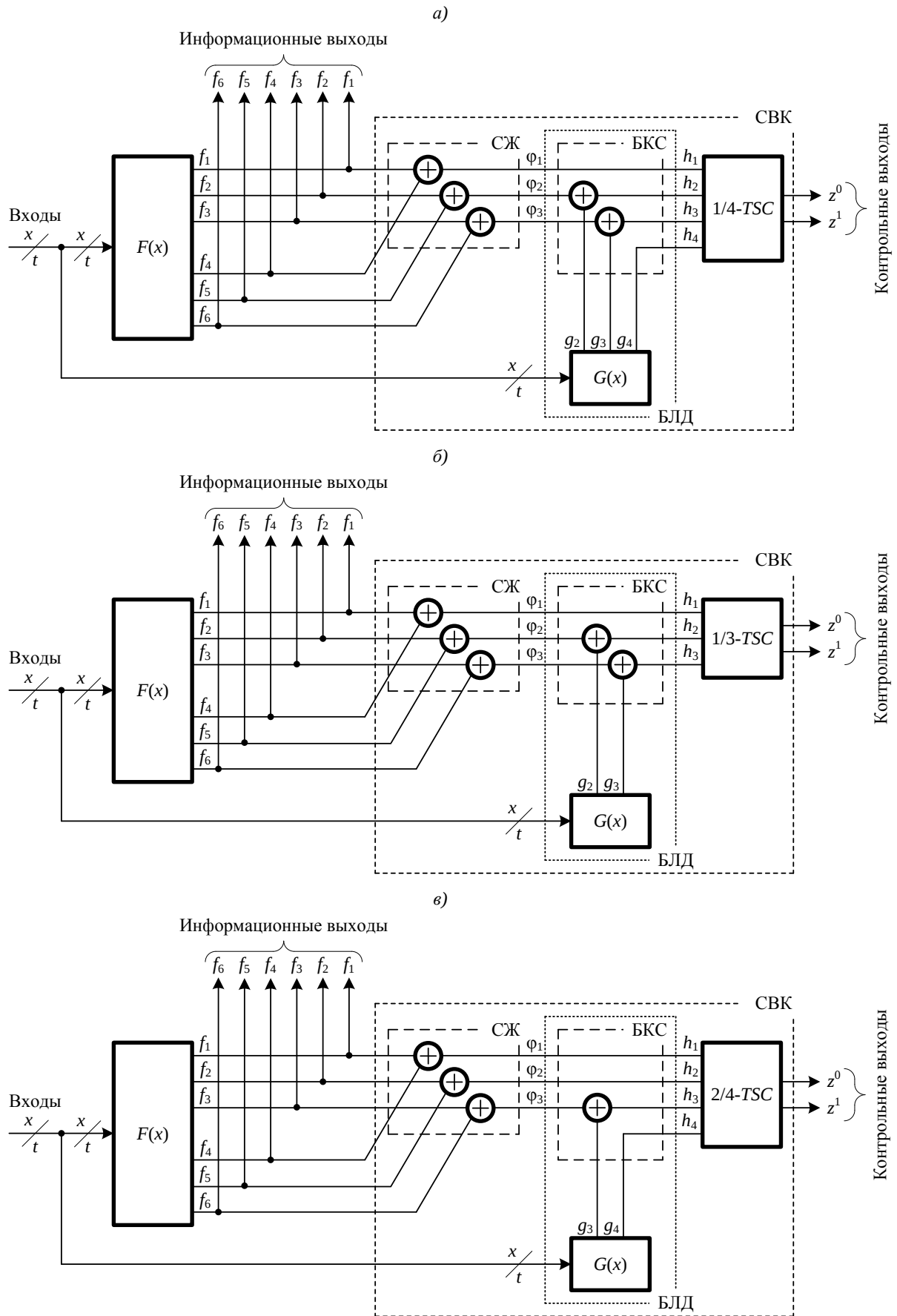


Рис. 1. Базовые структуры организации СВК

Fig. 1. Basic structures of the integrated check circuits organization

На рис. 1, а приведен способ преобразования трехбитного вектора $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$ в четырехбитный вектор $\langle h_4 h_3 h_2 h_1 \rangle$, принадлежащий равновесному коду «1 из 4» (1/4-коду). На рис. 1, б дан вариант преобразования трехбитного вектора $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$ в трехбитный вектор $\langle h_3 h_2 h_1 \rangle$, принадлежащий равновесному 1/3-коду. На рис. 1, в приведен способ преобразования трехбитного вектора $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$ в четырехбитный вектор $\langle h_4 h_3 h_2 h_1 \rangle$, принадлежащий равновесному 2/4-коду. Особенностью СВК, изображенных на рис. 1, а, в, является то, что в них подразумевается дополнение вектора $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$ до четырехбитного вектора $\langle h_4 h_3 h_2 h_1 \rangle$ прямым подключением одного из выходов блока контрольной логики к входам тестера [21].

Установим особенности обнаружения ошибок в СВК, организованных по структурам, приведенным на рис. 1, а также преимущества и недостатки каждого из предлагаемых способов.

2. Особенности обнаружения ошибок

Различные варианты преобразований сигналов в СВК на основе равновесных кодов представлены на рис. 2–4. Данные примеры охватывают разнообразные случаи формирования сигналов на входах тестера. Если в СВК на основе 1/3-кода неважно, на каком из входов тестера сформирован сигнал логической единицы, то для схем на основе 1/4- и 2/4-кодов это существенно. Для схемы на основе 1/4-кода существует два случая – формирование единичного значения на входе тестера с преобразованием сигналов от блока $F(x)$ (рис. 3, а) и формирование единичного значения на входе тестера, подключенном напрямую к блоку $G(x)$ (рис. 3, б). Для схемы на основе 2/4-кода также существует два случая – формирование одного из единичных значений на входе тестера, подключенном напрямую к блоку $G(x)$ (рис. 4, а), и формирование на этом входе нулевого сигнала (рис. 4, б). Далее поясним, почему это важно.

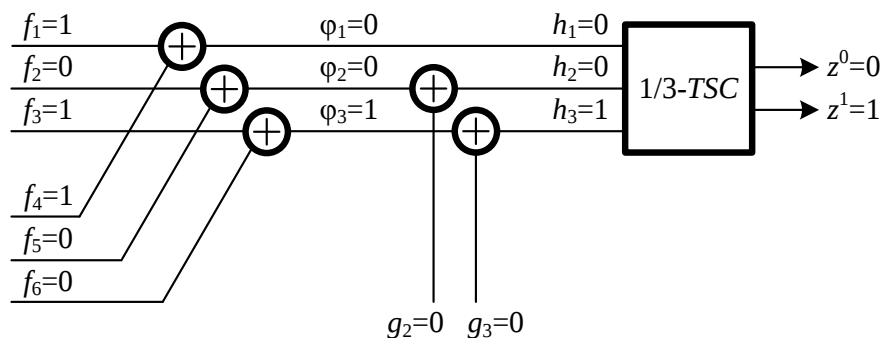


Рис. 2. Преобразования сигналов в СВК на основе 1/3-кода
Fig. 2. Conversion of signals into integrated check circuits based on 1/3-code

Рассмотрим варианты формирования сигналов, показанные на рис. 2, 3, а, 4, а). Определим, в каких случаях ошибки окажутся обнаруженными в СВК, а в каких – нет.

Заметим, что ошибка будет необнаруживаемой только в том случае, если переведет кодовое слово, принадлежащее выбранному равновесному коду, в кодовое слово, также принадлежащее ему. В рассматриваемых структурах ошибка не будет обнаружена в том случае, если она вызовет двукратное искажение в кодовом векторе $\langle \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \rangle$, причем будет искажаться та функция, которая дает на входе тестера единичное значение, и та функция, которая дает на входе тестера нулевое значение. Для всех трех рассматриваемых структур характеристики ошибок с позиции их обнаружения в СВК будут одинаковыми (за исключением особого случая использования 1/4-кода).

В СВК на основе 1/3- и 1/4-кода ошибка не будет обнаружена, если исказятся те функции, которые приводят к трансляции ошибки на два входа тестера, на одном из которых в исправном состоянии формируется нулевое значение, а на втором – единичное. Для СВК на основе 2/4-кода ситуация оказывается аналогичной, поскольку для формирования кодового слова 2/4-кода при ошибках на вы-

ходах блока $F(x)$ и при сформированном единичном значении на входе тестера, подключенном напрямую к блоку $G(x)$, необходима трансляция искажения на два входа тестера, на которых при исправной работе формировались нулевое и единичное значения. Определим, какие именно это ошибки.

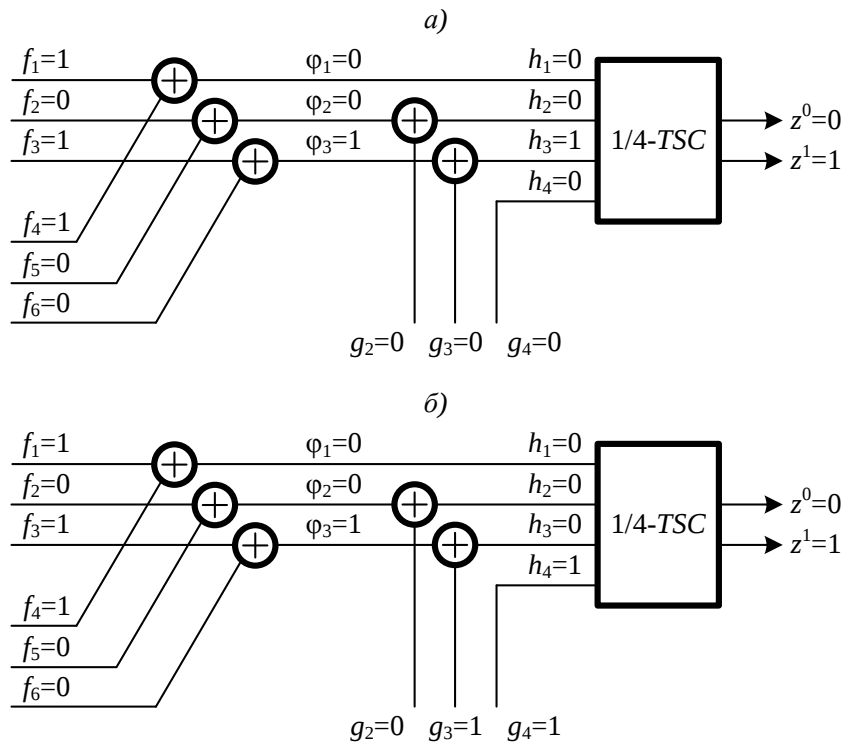


Рис. 3. Преобразования сигналов в СВК на основе 1/4-кода
Fig. 3. Conversion of signals into integrated check circuits based on 1/4-code

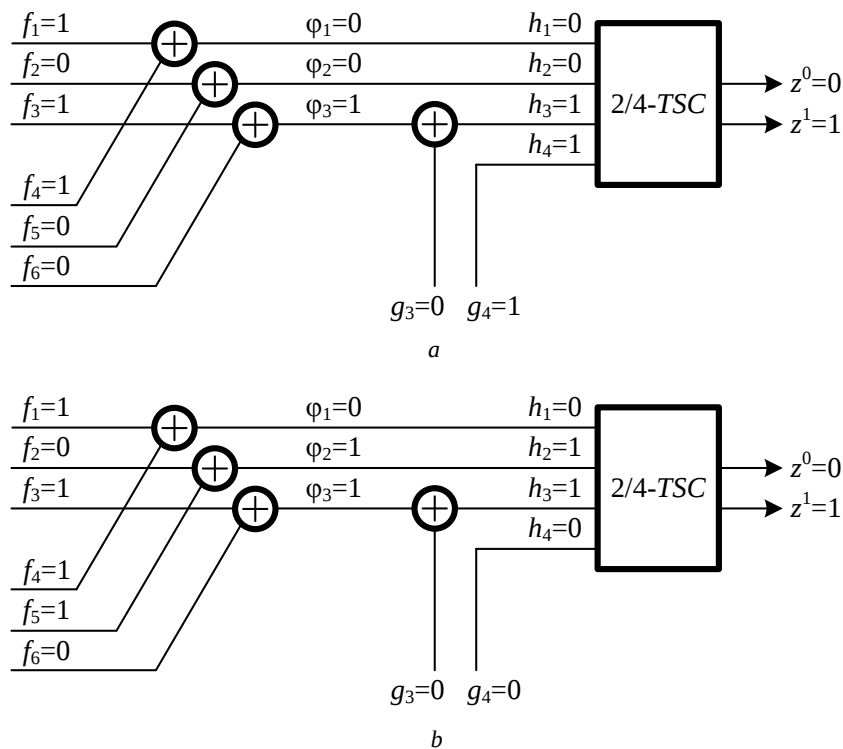


Рис. 4. Преобразования сигналов в СВК на основе 2/4-кода
Fig. 4. Conversion of signals into integrated check circuits based on 2/4-code

Выделим ПСЖ-выходы и ПСЖ-сигналы. Так как выходы сжимаются только парами, то ошибка в информационном векторе может оказаться необнаруживаемой только в том случае, если она имеет четную кратность. Ошибки с нечетными кратностями будут транслироваться на нечетное количество выходов СЖ: если ошибка возникнет на трех выходах первой группы $\{f_1, f_2, f_3\}$ или на трех выходах второй группы $\{f_4, f_5, f_6\}$, то она транслируется в виде трехкратной ошибки в векторе $\langle \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \rangle$ и вызовет трехкратную ошибку в векторе $\{h_1, h_2, h_3\}$; если ошибка возникает на ПСЖ-выходах и на каком-либо из других выходов, то она будет транслирована в вектор $\langle \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \rangle$ в виде либо однократной, либо трехкратной ошибки. Все эти ошибки обнаружатся тестером соответствующего кода. Определим, какие из ошибок четной кратностью не будут обнаружены в СВК.

Рассмотрим множество двукратных ошибок на выходах блока $F(x)$. Число таких ошибок равно $C_6^2 = 15$. Двукратная ошибка не будет обнаружена в СВК, если она возникнет на выходах одной из трех пар ПСЖ-выходов (число вариантов таких ошибок равно $C_3^1 = 3$). Также двукратная ошибка не будет обнаружена в СВК, если возникнет на том выходе блока $F(x)$, с которого сигнал транслируется на вход тестера с единичным значением при исправной работе, а также на одном из остальных выходов блока $F(x)$, не составляющим пару для первого выхода. Число выходов, с которых сигнал транслируется на вход тестера с единичным значением, при исправной работе равно двум (число вариантов искажений $C_2^1 = 2$), а число оставшихся выходов равно четырем. Это дает $2 \times 4 = 8$ необнаруживаемых двукратных ошибок. Итак, в классе необнаруживаемых оказывается 11 двукратных ошибок. Остальные 4 двукратные ошибки будут обнаружены.

Обратимся к четырехкратным ошибкам на выходах блока $F(x)$. Их число равно $C_6^4 = 15$. Четырехкратная ошибка не будет обнаружена, если она возникнет на выходах двух пар ПСЖ-выходов (число вариантов искажений равно $C_3^2 = 3$). Также четырехкратная ошибка не будет обнаружена, если она возникнет на выходах одной ПСЖ-пары, не дающей единицы на входе тестера при исправной работе (число вариантов выбора пар равно $C_2^1 = 2$), при этом исказится один из выходов, с которых сигнал транслируется на вход тестера с единичным значением (число вариантов равно $C_2^1 = 2$), и один из двух оставшихся выходов, с которых сигнал транслируется на вход тестера с нулевым значением. Число таких ошибок равно $2 \times 2 \times 2 = 8$. Итого имеется 11 необнаруживаемых четырехкратных ошибок и 4 подобные ошибки будут обнаружены.

Шестикратная ошибка на выходах блока $F(x)$ одна ($C_6^6 = 1$). Она не будет обнаружена в СВК, так как полностью скомпенсируется в схеме сжатия.

Таким образом, в СВК не будет обнаружено 23 ошибки четной кратностью (74,19% ошибок четной кратностью) и будет обнаружено 8 ошибок четной кратностью (25,81% ошибок четной кратностью). В табл. 1 дана характеристика всех возможных ошибок четной кратностью.

Таблица 1

Характеристика ошибок на выходах блока основной логики

Двукратные ошибки		
$f_1 f_2 - \text{О}$	$f_2 f_3 - \text{Н}$	$f_3 f_5 - \text{Н}$
$f_1 f_3 - \text{Н}$	$f_2 f_4 - \text{О}$	$f_3 f_6 - \text{Н}$
$f_1 f_4 - \text{Н}$	$f_2 f_5 - \text{Н}$	$f_4 f_5 - \text{О}$
$f_1 f_5 - \text{О}$	$f_2 f_6 - \text{Н}$	$f_4 f_6 - \text{Н}$
$f_1 f_6 - \text{Н}$	$f_3 f_4 - \text{Н}$	$f_5 f_6 - \text{Н}$
Четырехкратные ошибки		
$f_1 f_2 f_3 f_4 - \text{Н}$	$f_1 f_2 f_5 f_6 - \text{Н}$	$f_2 f_3 f_4 f_5 - \text{Н}$
$f_1 f_2 f_3 f_5 - \text{Н}$	$f_1 f_3 f_4 f_5 - \text{Н}$	$f_2 f_3 f_4 f_6 - \text{О}$
$f_1 f_2 f_3 f_6 - \text{О}$	$f_1 f_3 f_4 f_6 - \text{Н}$	$f_2 f_3 f_5 f_6 - \text{Н}$
$f_1 f_2 f_4 f_5 - \text{Н}$	$f_1 f_3 f_5 f_6 - \text{О}$	$f_2 f_4 f_5 f_6 - \text{Н}$
$f_1 f_2 f_4 f_6 - \text{Н}$	$f_1 f_4 f_5 f_6 - \text{Н}$	$f_3 f_4 f_5 f_6 - \text{О}$
Шестикратные ошибки		
$f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 - \text{Н}$		

Аналогичные результаты получаются для структуры на основе 2/4-кода в случае, показанном на рис. 4, б. Однако ошибка будет обнаруживаемой в том случае, если она приведет к искажению на входах тестера, на которых при исправной работе формировались нулевое и единичное значения. Число обнаруживаемых ошибок четной кратностью будет равным числу обнаруживаемых ошибок для случая рис. 4, а.

Уникальным является случай рис. 3, б. В нем единственное единичное значение, формируемое на входах тестера 1/4-кода, появляется на том входе, сигнал на который приходит непосредственно с блока $G(x)$ без преобразования (формируется без работы блока $F(x)$). При такой реализации в СВК будет обнаружена любая ошибка на выходах блока $F(x)$, которая не окажется скомпенсированной в схеме сжатия. Скомпенсируются только $C_3^1 = 3$ двукратные ошибки (ошибки на выходах каждой из пар ПСЖ-выходов), $C_3^2 = 3$ четырехкратные ошибки (ошибки на выходах двух пар ПСЖ-выходов из трех) и единственная ($C_3^3 = 1$) шестикратная ошибка. Таким образом, не будет обнаружено 7 ошибок четной кратностью (22,58% ошибок четной кратностью) и будет обнаружено 24 ошибки четной кратностью (77,42% ошибок четной кратностью).

Этот уникальный случай может быть эффективно использован при построении СВК. Для обеспечения полной самопроверяемости тестера 1/4-кода потребуется формирование хотя бы по разу каждого из кодовых векторов множества $\{0001, 0010, 0100, 1000\}$. Учитывая, что использование кодового вектора, появляющегося в случае формирования единицы на входе тестера, подключенном напрямую к блоку $G(x)$, дает преимущество в обнаружении ошибок на выходах блока $F(x)$, можно при построении СВК наиболее часто использовать именно этот вектор, а все остальные кодовые векторы 1/4-кода формировать гораздо реже. Это позволит сократить потенциальное число необнаруживаемых в СВК ошибок.

3. Использование 1/n-кодов

Следует отметить возможность применения при организации предложенным способом СВК, организованных по 1/n кодам. В этом случае схема сжатия и блок коррекции сигналов синтезируются по структурам, представленным на рис. 5. В данных структурах при четном числе выходов блока $F(x)$ для сжатия сигналов используется $\frac{m}{2}$ элементов сложения по модулю $M = 2$, и все выходы образуют $\frac{m}{2}$ пар ПСЖ-выходов. При нечетном числе выходов блока $F(x)$ для сжатия сигналов используется $\frac{m}{2} - 1$ элемент сложения по модулю $M = 2$, и все выходы образуют $\frac{m}{2} - 1$ пары ПСЖ-выходов и один свободный выход, который непосредственно подключается к входам блока коррекции сигналов. В блоке коррекции сигналов один из выходов схемы сжатия может не преобразовываться. Поэтому данный блок включает в себя $\frac{m}{2} - 1$ элементов сложения по модулю $M = 2$ в случае четного значения m и $\frac{m-1}{2}$ элементов сложения по модулю $M = 2$ в случае нечетного значения m .

С использованием приведенных на рис. 5 структур можно синтезировать СВК для логических схем с любым числом выходов. В табл. 2 приведены виды кодов для произвольных значений m , а также отмечен состав схем сжатия и блоков коррекции сигналов.

Следует, однако, отметить, что при использовании 1/n-кодов для контроля всех выходов существует проблема обеспечения полной самопроверяемости тестера 1/n-TSC [18]. Упрощение процесса реализации схемы контроля в таком случае достигается путем выделения нескольких контролируемых групп выходов, установкой более простых тестеров равновесных кодов с уменьшенной длиной кодовых слов и объединением контрольных выходов отдельных схем контроля на входах самопроверяемого компаратора [22].

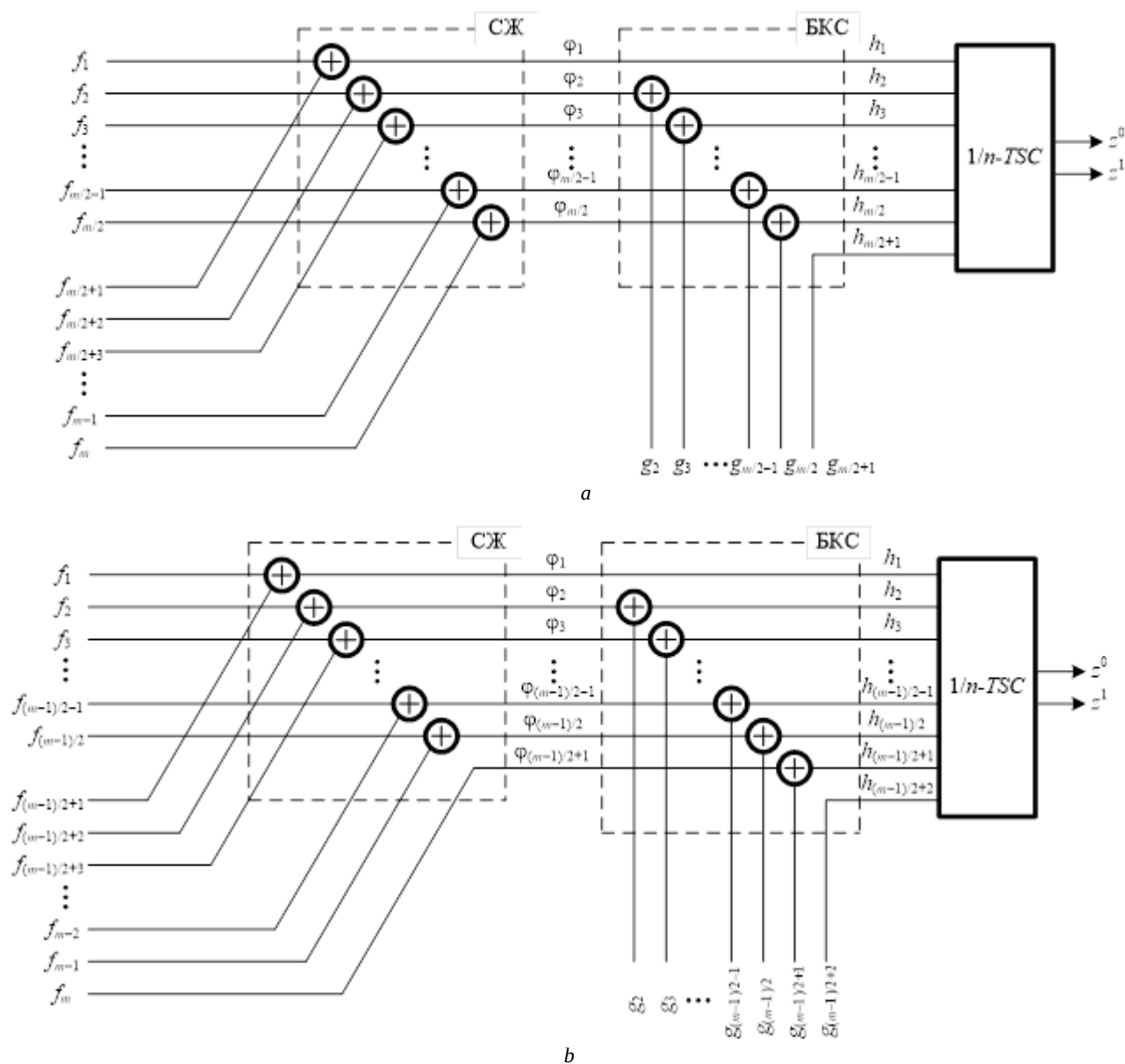


Рис. 5. Организация СВК по 1/n-кодам: а – при четном числе выходов контролируемого устройства;

б – при нечетном числе выходов контролируемого устройства

Fig. 5. Organization of integrated check circuits by 1/n-codes: а – with an even number of outputs of the controlled device;

б – with an odd number of outputs of the controlled device

Таблица 2

Характеристика СВК для схем с произвольным числом выходов

m	Код	Число XORсв СЖ	Число XORсв БКС
4	1/3-код	2	1
5	1/4-код	2	2
6	1/4-код	3	2
7	1/5-код	3	3
8	1/5-код	4	3
9	1/6-код	4	4
10	1/6-код	5	4
...	...	...	...
Нечетное m	$1/\left(\frac{m+1}{2}+1\right)$ -код	$\frac{m-1}{2}$	$\frac{m-1}{2}$
Четное m	$1/\left(\frac{m}{2}+1\right)$ -код	$\frac{m}{2}$	$\frac{m}{2}-1$

4. Особенности выбора групп сжимаемых выходов

Исследования показывают, что можно схемотехническими способами добиться невозможности компенсации сигналов при сжатии выходов. Следующий способ, основанный на поиске групп независимых выходов, позволяет решить проблему маскировки ошибок на сжимаемых выходах.

Пример 1. *Случай с полным покрытием выходов устройства группами независимых выходов.*

Рассмотрим пример комбинационного устройства, приведенного на рис. 6.

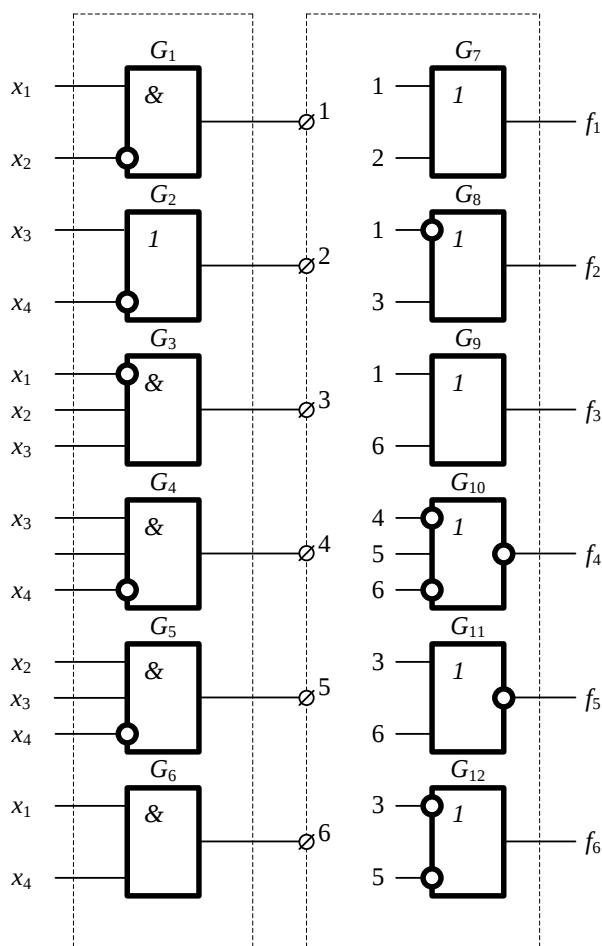


Рис. 6. Исходное комбинационное устройство к примеру 1

Fig. 6. The original combinational device for example 1

Установим пары зависимых и независимых выходов заданной комбинационной схемы, для чего составим матрицу, приведенную в табл. 3. На пересечении столбца и строки ставится знак покрытия (например, знак «×»). Если в одном столбце находится более одного знака покрытия, то выходы, в строках которых стоит данный знак, являются зависимыми, и от соответствующего столбцу логического элемента имеются пути к ним.

Таблица 3

Матрица зависимости элементов первого каскада схемы устройства и его выходов

f_i	G_j					
	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
f_1	×	×				
f_2	×		×			
f_3	×					×
f_4				×	×	×
f_5			×			×
f_6			×		×	

Из полученной матрицы необходимо найти все пары зависимых и независимых выходов (З-пары и Н-пары). Строго говоря, для решения поставленной задачи требуется найти только Н-пары. Однако удобно все пары классифицировать на две категории при работе с матрицей зависимости выходов и элементов. Для этого из рассмотрения исключаются все столбцы матрицы, имеющие только по одному знаку покрытия, а затем по столбцам анализируются те пары выходов, напротив которых стоит знак покрытия. Например, рассмотрим столбец G_1 : из него следует, что З-парами являются следующие пары выходов: (f_1, f_2) , (f_1, f_3) , (f_2, f_3) . Аналогично выделяются З-пары для столбцов G_3 , G_5 и G_6 . Перечень полученных пар, а также все остальные пары выходов, которые являются Н-парами, приведен в табл. 4.

Таблица 4

Классификация пар выходов комбинационного устройства

З-пары	Н-пары
(f_1, f_2)	$(f_1, f_4) - A$
(f_1, f_3)	$(f_1, f_5) - B$
(f_2, f_3)	$(f_1, f_6) - C$
(f_3, f_4)	$(f_2, f_4) - D$
(f_3, f_5)	$(f_2, f_5) - E$
(f_4, f_5)	$(f_2, f_6) - F$
(f_4, f_6)	$(f_3, f_6) - G$
(f_5, f_6)	

Здесь следует отметить, что общее количество пар равно C_m^2 , где m – число выходов устройства. Среди Н-пар могут присутствовать такие пары выходов, которые образуют «тройки», «четверки» независимых выходов и т.д. Для установления такой особенности сравниваются выходы пар – если в «тройке» выходов все выходы попарно независимы, то и «тройка» выходов будет независима. Далее сравнения повторяются для «четверки» выходов и т.д. Методика аналогична описанной в [23]. Необходимо также обратить внимание читателя и на то, что при выделении трех и более выходов в группы сжимаемых выходов возникают условия для формирования необнаруживаемых ошибок с нечетной кратностью на выходах схемы сжатия. Тем не менее всегда могут быть выделены пары сжимаемых выходов вместо большего их количества.

Далее составляется таблица покрытия выходов заданного устройства Н-парами (табл. 5).

Таблица 5

Таблица покрытий

f_i	Буквы покрытия						
	A	B	C	D	E	F	G
f_1	×	×	×				
f_2				×	×	×	
f_3							×
f_4	×			×			
f_5		×			×		
f_6			×			×	×

Находится покрытие всех выходов минимальным количеством букв, для чего составляется и минимизируется выражение типа «конъюнкция дизъюнкций»: каждая дизъюнкция соответствует строке – записывается дизъюнкция тех букв, для которых в рассматриваемой строке указан знак покрытия. Для табл. 3 имеем:

$$\begin{aligned}
 W &= (A \vee B \vee C)(D \vee E \vee F)G(A \vee D)(B \vee E)(C \vee F \vee G) = \\
 &= G(A \vee BD \vee CD)(E \vee BD \vee BF) = GAE \vee GABF \vee GBD \vee GCDE.
 \end{aligned}$$

В выражении W , записанном в виде дизъюнкции конъюнкций, каждая конъюнкция соответствует возможному покрытию выходов Н-парами. Выберем вариант покрытия GAE , которому соответствуют пары: $G - (f_3, f_6)$, $A - (f_1, f_4)$ и $E - (f_2, f_5)$.

Следует отметить, что при минимизации может оказаться так, что сразу несколько выходов входит в две и более пары. В этом случае в целях минимизации числа элементов преобразования при синтезе схемы контроля из всех пар, кроме одной, исключаются повторяющиеся выходы. Еще один случай – когда все выходы не удастся покрыть Н-парами. Тогда оставшиеся выходы следует обозначить новыми буквами (каждому выходу присвоить свою букву) и добавить в логическое выражение W . Соответствующий пример приведем несколько позже.

Обратимся к особенностям структуры схемы встроенного контроля.

Получив покрытие выходов Н-группами, мы можем синтезировать схему сжатия: выходы каждой Н-группы становятся сжимаемыми выходами (СЖ-выходами). В рассматриваемом варианте имеется три пары СЖ-выходов. Далее выбирается способ контроля, например по равновесному коду «1 из 4» (1/4-коду) (рис. 7).

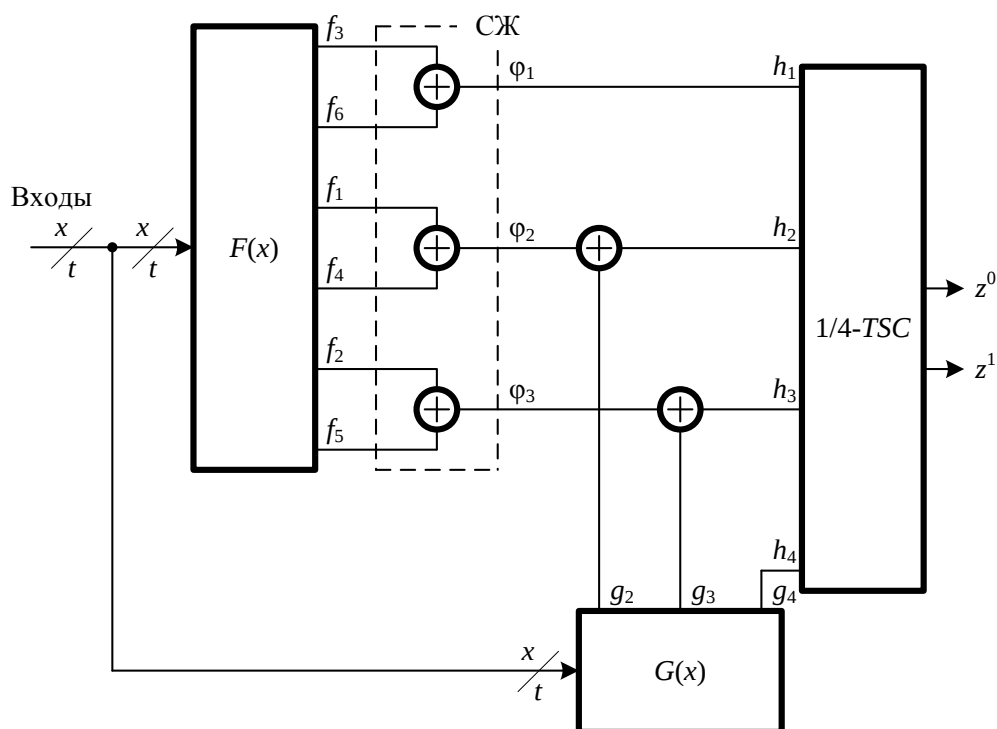


Рис. 7. Схема встроенного контроля по 1/4-коду для примера 1
Fig. 7. Integrated check circuits by 1/4-code for example 1

Так как предложенный способ организации схемы сжатия позволяет сжимать сигналы с независимых выходов, на элементах преобразования никогда не будет происходить компенсации сигналов. Однако возможно проявление искажений сразу же на двух и более выходах самой схемы сжатия, а значит, существует возможность возникновения многократной ошибки на входах тестера. К примеру, ошибка на выходе элемента G_6 приведет к тому, что возникнут ошибки на входах элементов G_9 , G_{10} и G_{11} , входы которых являются выходами f_3 , f_4 и f_5 устройства. Это гипотетически может приводить к формированию двух- и трехкратной ошибки на входах тестера. Аналогично ошибка на выходе элемента G_5 приведет возникновению ошибки на входах элементов G_{10} и G_{12} , входы которых являются выходами f_4 и f_6 устройства. Это создает условия для возникновения двукратной ошибки на входах тестера. Могут быть приведены и другие примеры.

Пример 2. Случай с неполным покрытием выходов устройства группами независимых выходов.

Рассмотрим пример комбинационного устройства, приведенного на рис. 8. Проведение процедуры поиска Н-пар по описанной выше методике позволило выделить две Н-пары – (f_1, f_6) и (f_2, f_5) . Выходы же f_3 и f_4 являются зависимыми. Для исключения возможностей компенсации сигналов на элементах «сжатия» эти выходы следует разделять.

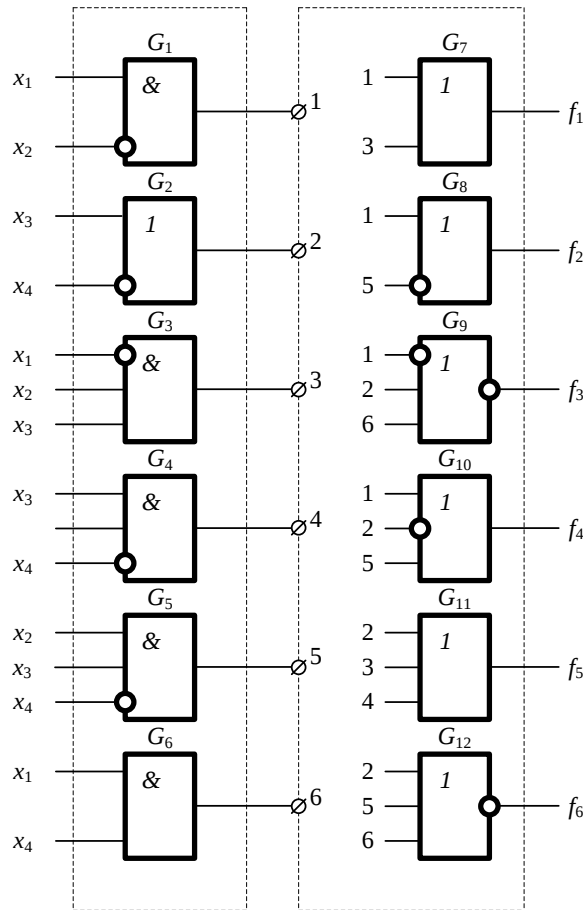


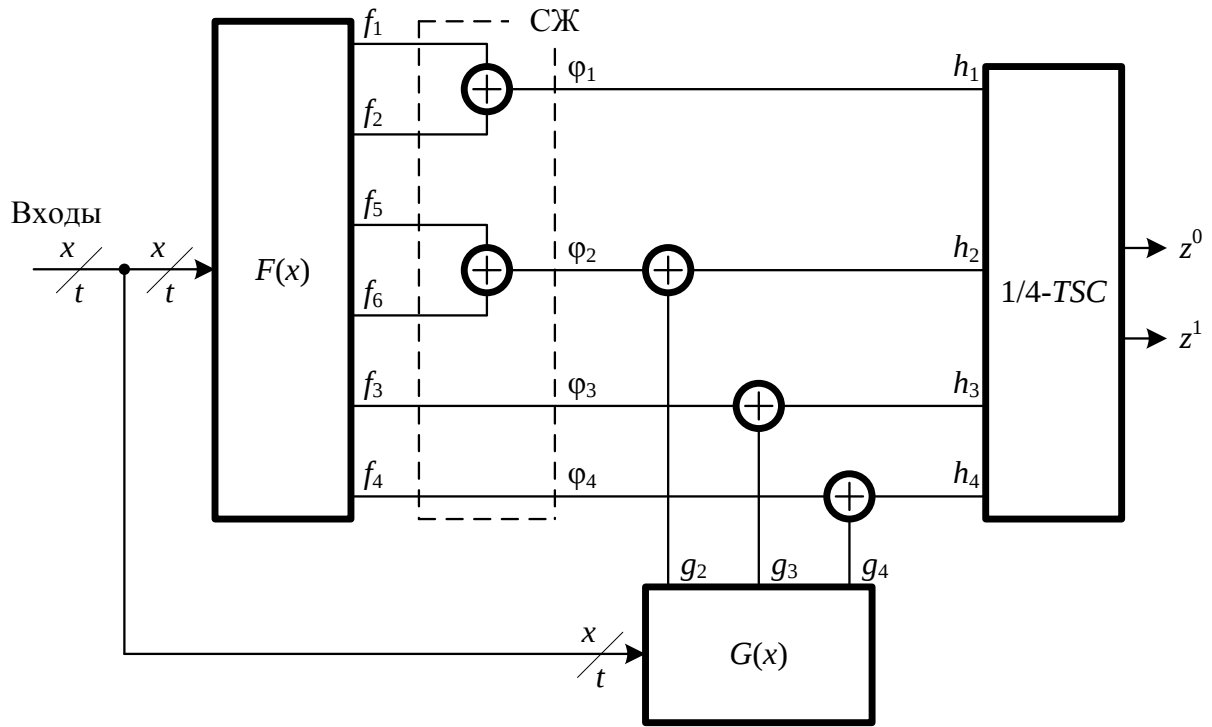
Рис. 8. Исходное комбинационное устройство к примеру 2
Fig. 8. The original combinational device for example 2

Варианты организации схем встроенного контроля для данного случая приведены на рис. 9. Следует отметить, что вариант, приведенный на рис. 9, а имеет более простой тестер, чем вариант, приведенный на рис. 9, б. Кроме того, блок контрольной логики $G(x)$ для первой структуры имеет три выхода, тогда как для второй – четыре выхода. Однако вариант на рис. 9, б позволяет воспользоваться предлагаемой в статье особенностью структуры с использованием сжимаемых выходов и увеличить количество обнаруживаемых на выходах контролируемого объекта ошибок. Эффективность такого подхода, однако, решается отдельно в каждом конкретном случае.

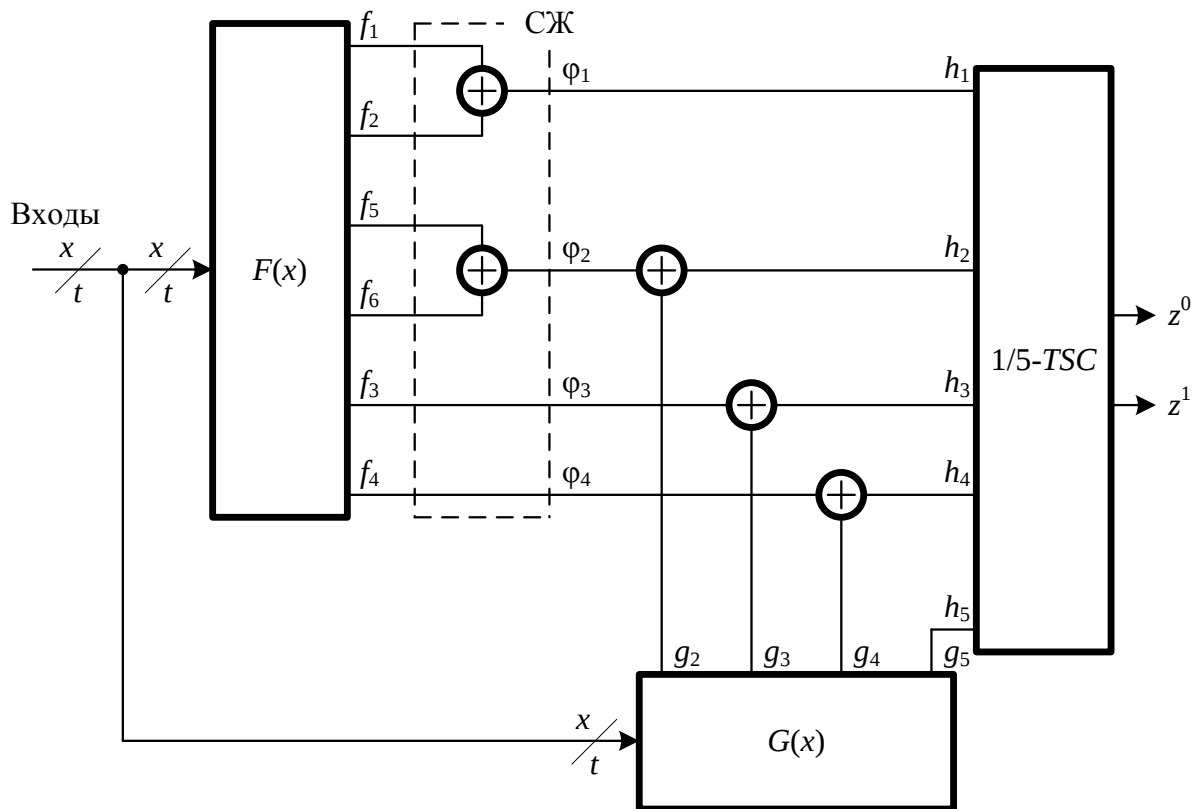
5. Эксперименты с контрольными схемами

Предлагаемый в статье подход во многих случаях дает возможность построения гораздо более простой СВК, чем по известному методу дублирования, что связано с использованием более простого блока для вычисления контрольных функций.

В ходе исследований были проведены эксперименты с рядом комбинационных схем из тестовых наборов LGSynth'89 и MCNCBenchmarks [24]. Для проведения экспериментов число вариаций СВК было ограничено: выбрана базовая структура для сжатия сигналов с 8 выходов попарно в четыре сигнала с последующим преобразованием с помощью трех элементов XOR в кодовое слово 1/4-кода (рис. 10). Выходы комбинационных схем $F(x)$ разбивались на q групп по 8 выходов в каждой, остальные выходы дублировались. Результаты экспериментов с контрольными комбинационными схемами с числом выходов $m \geq 8$ представлены в табл. 6. Для каждой схемы $F(x)$ указано число входов (n_{in}) и выходов (n_{out}), а также сложность $L_{F(x)}$ технической реализации в условных единицах системы SIS [25]. Сложность блока контрольной логики приводится в столбце $L_{G(x)}$. В столбце L_{CED} приведены показатели сложности технической реализации устройства с СВК.



a



b

Рис. 9. Варианты схем встроенного контроля для устройства из примера 2
Fig. 9. Variants of integrated check circuits for the device from example 2

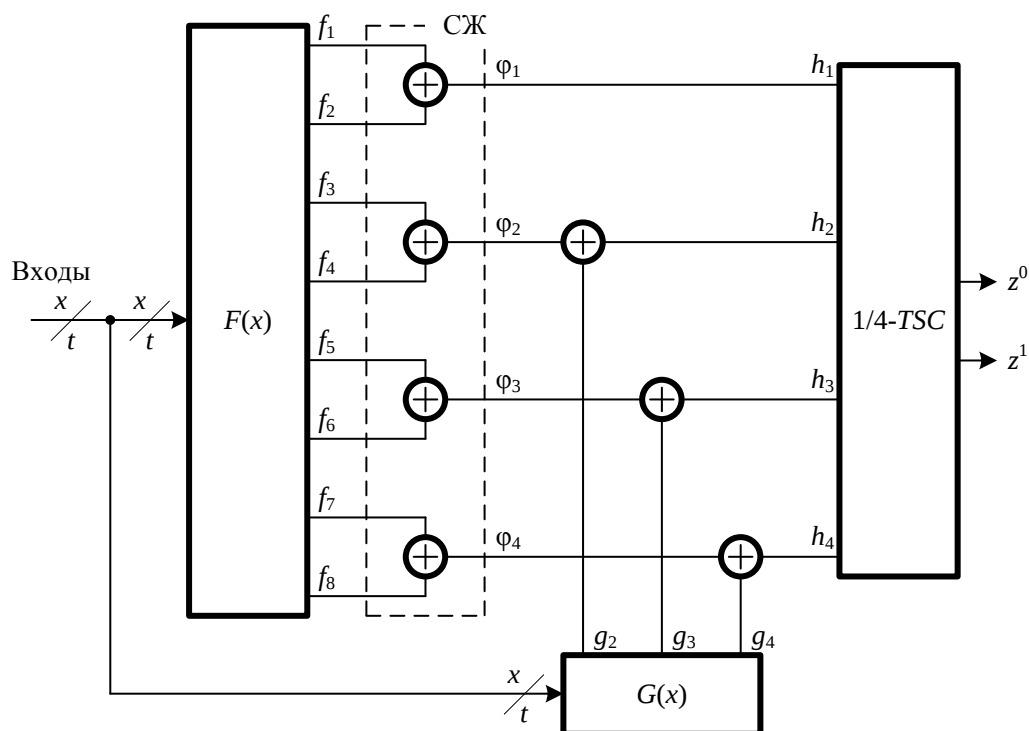


Рис. 10. Базовая структура организации схемы встроенного контроля по 1/4-коду с предварительным сжатием сигналов
 Fig. 10. The basic structure of the organization of the integrated check circuits by 1/4-code with pre-compression of signals

Таблица 6

Результаты экспериментов с контролем групп выходов на основе 1/4-кода

№	Схема	n_{in}/n_{out}	$L_{F(x)}$	q	$L_{G(x)}$	L_{CED}	$\mu, \%$
1	cm138a	6/8	41	1	27,9	105	60,3
2	pcle	19/9	102	1	111,9	262	85,1
3	5xp1	7/10	169	1	154,5	384	84,2
4	cm42a	4/10	41	1	35,1	136	68
5	cu	14/11	90	1	74,3	236	76,1
6	decod	5/16	62	2	28,5	175	54
7	ldd	9/19	114	2	90,6	327	72,4
8	sct	19/15	109	1	96,2	332	82,1
9	unreg	36/16	152	2	154	446	89,3
10	cht	47/36	262	4	290	952	97,2
11	ttt2	24/21	300	2	265	714	83,6
12	tcon	17/16	49	2	60,3	249	84,4
13	term1	34/10	230	1	188	480	83,1
14	count	35/16	210	2	197	491	79,5
15	c8	28/18	214	2	199	536	82,7
16	lal	26/19	139	2	140	457	89,1
17	x1	51/35	456	4	434,5	1109	81,1
18	vda	17/39	810	4	783,3	1812	85,2
19	pm1	16/13	69	1	42	212	71
Среднее значение							79,4

Эффективность применения рассматриваемого подхода оценивалась по сравнению с использованием дублирования для этих целей. В столбцах φ и μ приведены значения относительных показателей для оценки сложности технической реализации СВК:

$$\varphi = \frac{L_{G(x)}}{L_{F(x)}} \cdot 100\%, \quad \mu = \frac{L_{CED}}{L_D} \cdot 100\%,$$

где L_D – показатель сложности технической реализации системы дублирования для заданного устройства.

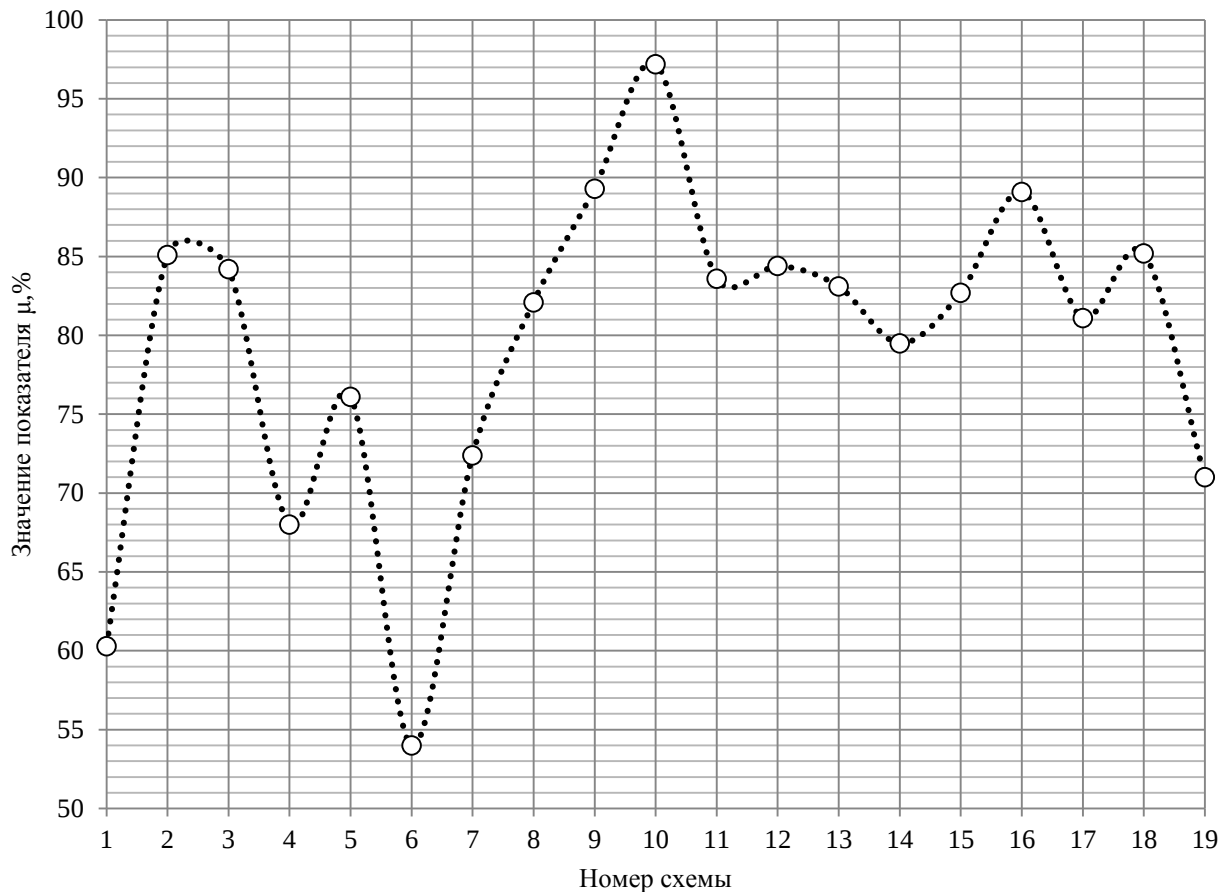


Рис. 11. Сравнение показателей μ для СВК, синтезированных по рассматриваемому методу
 Fig. 11. Comparison of indicators μ for integrated check circuits, synthesized by the considered method

Для всех контрольных комбинационных схем получен показатель μ менее 100%, что свидетельствует о более простой реализации, чем по методу дублирования. Среднее значение $\mu = 79,4\%$. Для наглядности на рис. 11 показано значение показателя μ для всех рассмотренных схем.

Использование СВК, в которой не преобразуется один из сигналов, может дать еще большее уменьшение показателя μ . Следует, однако, отметить, что не всегда использование предложенного подхода может дать эффект по сравнению с применением дублирования. Функции исходного устройства $F(x)$ могут быть простыми и, соответственно, более простым может оказаться применение стандартного подхода с дублированием. При синтезе устройств с обнаружением неисправностей необходимо предварительно проводить оценку эффективности реализации по предложенному методу в сравнении с дублированием и выбирать наилучший способ.

Заключение

Представленный в настоящей работе подход к организации СВК на основе метода логического дополнения позволяет за счет использования схемы сжатия выбирать равновесный код с меньшей длиной кодовых слов, чем при известном подходе без применения схемы сжатия. Это, в свою очередь, дает возможность уменьшения сложности технической реализации СВК за счет использования более простых тестеров равновесных кодов. Кроме того, следует отметить неоспоримые преимущества предлагаемого подхода к организации СВК, заключающиеся в том, что удастся строить СВК, обнаруживающие большее количество ошибок, чем СВК по известному коду паритета. Это следует из того факта, что в предложенных структурах обнаруживается некоторая доля ошибок четной кратностью, тогда как кодом паритета не обнаруживается любая ошибка четной кратностью. При этом

в схеме сжатия и блоке коррекции сигналов используется точно такое же число элементов сложения по модулю $M = 2$. Усложнение предлагаемой схемы по сравнению со схемой контроля по паритету связано только со сложностью тестера равновесного кода.

Использование при организации СВК такого подхода, при котором один из выходов блока контрольной логики $G(x)$ подключается на вход тестера без преобразования, позволяет существенно повысить число обнаруживаемых ошибок на выходах блока основной логики $F(x)$. Особое место среди всех равновесных кодов, как показано в статье, занимает 1/4-код. Его использование при контроле трехбитных векторов, поступающих со схемы сжатия, вместо 1/3-кода позволяет значительно повысить обнаруживающую способность СВК. При этом, если единичное значение формируется на не-преобразуемом выходе блока $G(x)$, удастся обнаруживать любые ошибки на выходах блока $F(x)$, кроме ошибок на парах ПСЖ-выходов. Таким образом, в схеме контроля по 1/4-коду можно значительно повысить обнаруживающую способность за счет формирования единичного значения преимущественно на выходе блока контрольной логики, подключаемом непосредственно к одному из входов тестера. Для построения полностью самопроверяемого комбинационного устройства при этом необходимо обеспечивать формирование полных множеств тестовых комбинаций для элементов сложения по модулю $M = 2$ в схеме сжатия и блоке коррекции сигналов, а также на входах тестера; кроме того, следует учитывать особенности реализации блока контрольной логики при использовании метода логического дополнения [26].

Представленный в статье подход, по нашему мнению, является перспективным при разработке самопроверяемых цифровых устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Согомонян Е.С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М. : Радио и связь, 1989. 208 с.
2. Goessel M., Graf S. Error Detection Circuits. London : McGraw-Hill, 1994. 261 p.
3. Mitra S., McCluskey E.J. Which Concurrent Error Detection Scheme to Choose? // Proceedings of International Test Conference, 2000, USA, Atlantic City, NJ, 03–05 October 2000. P. 985–994.
4. Drozd O., Romankevich V., Kuznetsov M., Drozd M., Mertynyuk O. Using Natural Version Redundancy of FPGA Projects in Area of Critical Applications // Proceedings of IEEE 11th International Conference on Dependable Systems, Services and Technologies (DESSERT), 14–18 May 2020. Kyiv, Ukraine. DOI: 10.1109/DESSERT50317.2020.9125050.
5. Babeshko E., Illiashenko O., Kharchenko V., Ruchkiv E. Safety and Reliability Assessment of NPP Instrumentation and Control Systems Considering Different Communication Architectures // Nuclear and Radiation Safety. 2020. Is. 2 (86). P. 38–43.
6. Mertynyuk O., Drozd O., Stepova H., Martynyuk D. Multi-Level Method of Behavioral Online Testing of Distributed Information Systems // Proceedings of 10th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS), 18–21 September 2019, Metz, France. DOI: 10.1109/IDAACS.2019.8924427.
7. Дрозд А.В., Харченко В.С., Антошук С.Г., Дрозд Ю.В., Дрозд М.А., Сулима Ю.Ю. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / под ред. А.В. Дрозда и В.С. Харченко. Харьков : Нац. аэрокосмический ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», 2012. 614 с.
8. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. М. : Наука, 2020. Т. 1: Классические коды Бергера и их модификации. 383 с.
9. Piestrak S.J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław : Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. 111 p.
10. Микони С.В. Общие диагностические базы знаний вычислительных систем. СПб. : СПИИРАН, 1992. 234 с.
11. Nikolos D., Kavousianos X. Modular TSC Checkers for Bose-Lin and Bose Codes // Proceedings of the 17th IEEE VLSI Test Symposium. April 25–29, 1999. Dana Point. USA. P. 354–360.
12. Matrosova A., Ostrovsky V., Levin I., Nikitin K. Designing FPGA based Self-Testing Checkers for m-out-of-n Codes // Proceedings of the 9th IEEE International On-Line Testing Symposium (IOLTS'03). 7–9 July 2003. Kos Island, Greece. P. 49–53.
13. Гессель М., Морозов А.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Логическое дополнение – новый метод контроля комбинационных схем // Автоматика и телемеханика. 2003. № 1. С. 167–176.
14. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New methods of concurrent checking; Ed. 1. Dordrecht : Springer Science + Business Media B.V., 2008, 184 p.
15. Das D.K., Roy S.S., Dmitiriev A., Morozov A., Gössel M. Constraint Don't Cares for Optimizing Designs for Concurrent Checking by 1-out-of-3 Codes // Proceedings of the 10th International Workshops on Boolean Problems, Freiburg. Germany, September, 2012. P. 33–40.
16. Lala P.K. Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design. San Francisco : Morgan Kaufmann Publishers, 2001. 216 p.

17. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Пивоваров Д.В. Синтез самопроверяемых схем встроенного контроля на основе метода логического дополнения до равновесного кода «2 из 4» // Информатика. 2018. Т. 15, № 4. С. 71–85.
18. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Pivovarov D.V. Synthesis of built-in self-test control circuits based on the method of boolean complement to constant-weight 1-out-of-n codes // Automatic Control and Computer Sciences. 2019. V. 53, is. 6. P. 481–491.
19. Freiman C.V. Optimal error detection codes for completely asymmetric binary channels // Information and Control. 1962. V. 5, is. 1. P. 64–71.
20. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Синтез схемы встроенного контроля для многовыходных комбинационных устройств на основе логического дополнения и сжатия сигналов // Известия вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 7. С. 581–597.
21. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В., Пивоваров Д.В. Метод синтеза систем диагностирования на основе логического дополнения с уменьшенным числом элементов преобразования // Известия вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 12. С. 1039–1052.
22. Nikolos D. Self-Testing Embedded Two-Rail Checkers // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. 1998. V. 12, is. 1/2. P. 69–79.
23. Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В. Синтез самопроверяемых комбинационных устройств на основе выделения специальных групп выходов // Автоматика и телемеханика. 2018. № 9. С. 79–94.
24. Collection of Digital Design Benchmarks. URL: <http://ddd.fit.cvut.cz/prj/Benchmarks/>
25. Sentovich E.M., Singh K.J., Lavagno L., Moon C., Murgai R., Saldanha A., Savoj H., Stephan P.R., Brayton R.K., Sangiovanni-Vincentelli A. SIS: a System for Sequential Circuit Synthesis / Electronics Research Laboratory, Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California. Berkeley, 1992. 45 p.
26. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Pivovarov D.V. The Synthesis Conditions of Completely Self-Testing Embedded-Control Circuits Based on the Boolean Complement Method to the «1-out-of-m» Constant-Weight Code // Automatic Control and Computer Sciences. 2020. V. 54, is. 2. P. 89–99.

Поступила в редакцию 3 сентября 2020 г.

Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.I., Osadchy G.V. (2021) THE SYNTHESIS OF INTEGRATED CHECK CIRCUITS BASED ON THE BOOLEAN COMPLEMENT METHOD WITH THE PRELIMINARY COMPRESSION OF THE OPERATING FUNCTIONS SIGNALS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 54. pp. 97–115

DOI: 10.17223/19988605/54/12

Modern devices and control systems are increasingly implemented on the basis of microelectronic and microprocessor technology, which includes a large number of elementary components with their dense location relative to each other. The natural aging of components, external destabilizing factors, electromagnetic and radiation effects, etc. lead to the occurrence of failures and resistant faults. The use of microelectronic and microprocessor devices in critical application systems requires the fault parry, high fault-tolerance and survivability. The methods of the checkable and self-checking digital devices synthesis are widely used for this purpose in the control systems development.

Often, the synthesis of self-checking digital devices uses methods of coding theory and, directly, uniform block codes with low redundancy. Their use in many cases makes it possible to synthesize simpler self-checking devices than in duplication. The traditional structure of a self-checking device is a structure that includes a source block, an additional block that generates the values of special check functions, as well as a checker that checks the correspondence of the values of the operating functions of the source block and the check functions of the additional block. However, the author's research shows that an alternative structure that implements the idea of Boolean complement has more «flexibility». In this structure, in addition to the source and additional blocks, a cascade of transformation elements (two-input elements of addition by modulo two) is also used. It makes it possible to convert the values of all (or part) of the operating functions of the source block into the code word of the preselected uniform binary code, or into the values of functions belonging to one of the classes of Boolean functions, for example, the class of self-dual functions. The Boolean complement method due to a large number of variations in signal transformations on the correction elements makes it possible to get a large number of the additional block implementations, as well as more simply provide the self-checking of the integrated check circuit itself (conversion elements and the checker).

In this paper, the reader's attention is focused on the application of the preliminary signal compression with subsequent control of the vector of compressed functions based on constant-weight codes in the organization of integrated check circuits using the Boolean complement method. In this case, it is assumed to use the basic structure, which is constructed for six outputs of the controlled device. Signals from six outputs are compressed on three elements of addition by modulo two and make it possible to form a three-bit vector of compressed functions $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$. Then the vector $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$ is converted using the Boolean complement block to a four-bit vector $\langle h_4 h_3 h_2 h_1 \rangle$, which belongs to the constant-weight code «1-out-of-4» and is fed to the inputs of the checker of this code. In this case, the h_4 function is formed directly by an additional block without any special transformation. This approach to the organization of the integrated check circuit makes it possible not only to minimize the number of check subcircuits from the "six" outputs of the source block, but also to significantly increase the detection ability of the structure. This is achieved by most frequently generating

one value at the input h_4 of the tester and zero values at the other inputs, because in this case any distortion in the vector $\langle \varphi_3 \varphi_2 \varphi_1 \rangle$ will be fixed by the checker.

The authors show why the new structure will have an improved detection ability compared to other methods of the integrated check circuit synthesis using the Boolean complement method.

The article also provides the generalized structures for the organization of integrated check circuits based on constant-weight code “1-out-of- n ”.

The article severally highlights the features of selecting the groups of compressed outputs and a method that makes it possible to select the groups of compressed outputs in such a way that each such group eliminates masking errors on the inputs of elements of addition by modulo two. The method is based on searching for groups of dependent and independent outputs to compress the signals only in groups of independent outputs. The article describes a structured approach to searching for groups of compressed outputs. Examples are provided to illustrate this approach.

According to the authors, the use of the Boolean complement method with the scheme of preliminary compression of the signals is promising for solving problems of synthesis of self-checking digital systems.

Keywords: integrated control circuit; Boolean complement; signals compression scheme; constant-weight code “1-out-of- n ”; constant-weight code “1-out-of-3”; constant-weight code “1-out-of-4”; constant-weight code “2-out-of-4”; totally self-checking structures.

EFANOV Dmitry Viktorovich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Russian University of Transport, Moscow, Russian Federation; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation).
E-mail: TrES-4b@yandex.ru

SAPOZHNIKOV Valery Vladimirovich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, St. Petersburg, Russian Federation).
E-mail: port.at.pgups@gmail.com

SAPOZHNIKOV Vladimir Vladimirovich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, St. Petersburg, Russian Federation).
E-mail: at.pgups@gmail.com

OSADCHY German Vladimirovich (Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, St. Petersburg, Russian Federation).
E-mail: osgerman@mail.ru

REFERENCES

1. Sogomonyan, E.S. & Slabakov, E.V. (1989) *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivye sistemy* [Self-checking devices and fault-tolerant systems]. Moscow: Radio i svyaz'.
2. Goessel, M. & Graf, S. (1994) *Error Detection Circuits*. London: McGraw-Hill.
3. Mitra, S. & McCluskey, E.J. (2000) Which concurrent error detection scheme to choose? *Proceedings of International Test Conference*. Atlantic City, NJ. October 3–5, 2000. pp. 985–994.
4. Drozd, O., Romankevich, V., Kuznetsov, M., Drozd, M. & Mertynyuk, O. (2020) Using natural version redundancy of FPGA projects in area of critical applications. *Proceedings of IEEE 11th International Conference on Dependable Systems, Services and Technologies (DESSERT)*. May 14–18, 2020. Kyiv. DOI: 10.1109/DESSERT50317.2020.9125050
5. Babeshko, E., Illiashenko, O., Kharchenko, V. & Ruchkiv, E. (2020) Safety and Reliability Assessment of NPP Instrumentation and Control Systems Considering Different Communication Architectures. *Nuclear and Radiation Safety*. 2(86). pp. 38–43. DOI: 10.32918/nrs.2020.2(86).05
6. Mertynyuk, O., Drozd, O., Stepova, H. & Martynyuk, D. (2019) Multi-Level Method of Behavioral Online Testing of Distributed Information Systems. *Proceedings of 10th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS)*. September 18–21, 2019. Metz, France. DOI: 10.1109/IDAACS.2019.8924427
7. Drozd, A.V., Kharchenko, V.S., Antoshchuk, S.G., Drozd, Yu.V., Drozd, M.A. & Sulima, Yu.Yu. (2012) *Rabochee diagnostirovanie bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem* [On-line testing of the safe instrumentation and control systems]. Kharkov: National Aerospace University.
8. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, Vl.V. & Efanov, D.V. (2020) *Kody s summirovaniem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya* [Sum codes for technical diagnostics systems]. Vol. 1. Moscow: Nauka.
9. Piestrak, S.J. (1995) *Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes*. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej.
10. Mikoni, S.V. (1992) *Obshchie diagnosticheskie bazy znaniy vychislitel'nykh sistem* [General Diagnostic Knowledge Bases of Computing Systems]. St. Petersburg: SPIRAS.
11. Nikolos, D. & Kavousianos, X. (1999) Modular TSC checkers for bose-lin and bose codes. *Proceedings of the 17th IEEE VLSI Test Symposium*. April 25–29, 1999. Dana Point, USA. pp. 354–360.
12. Matrosova, A., Ostrovsky, V., Levin, I. & Nikitin, K. (2003) Designing FPGA based self-testing checkers for m-out-of-n codes. *Proceedings of the 9th IEEE International On-Line Testing Symposium (IOLTS'03)*. July 7–9, 2003. Kos Island, Greece. pp. 49–53.

13. Goessel, M., Morozov, A.V., Sapozhnikov, V.V. & Sapozhnikov, V.I. (2003) Logic Complement, a New Method of Checking the Combinational Circuits. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 1. pp. 167–176. DOI: 10.1023/A:1021884727370
14. Gössel, M., Ocheretny, V., Sogomonyan, E. & Marienfeld, M. (2008) *New Methods of Concurrent Checking*. 1st ed. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V.
15. Das, D.K., Roy, S.S., Dmitiriev, A., Morozov, A. & Gössel, M. (2012) Constraint Don't Cares for Optimizing Designs for Concurrent Checking by 1-out-of-3 Codes. *Proceedings of the 10th International Workshops on Boolean Problems*. Freiburg, Germany. September, 2012. pp. 33–40.
16. Lala, P.K. (2001) *Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design*. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers.
17. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Pivovarov, D.V. (2020) The Self-Checking Integrated Control Circuits Synthesis Based on The Boolean Complement Method to "2-out-of-4" Constant-Weight Code. *Informatika – Informatics*. 15(4). pp. 71–85.
18. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Pivovarov, D.V. (2019) Synthesis of Built-in Self-Test Control Circuits Based on the Method of Boolean Complement to Constant-Weight 1-out-of-n Codes. *Automatic Control and Computer Sciences*. 53(6). pp. 481–491. DOI: 10.3103/S014641161906004X
19. Freiman, C.V. (1962) Optimal Error Detection Codes for Completely Asymmetric Binary Channels. *Information and Control*. 5(1). pp. 64–71. DOI: 10.1016/S0019-9958(62)90223-1.
20. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Efanov, D.V. (2020) Synthesis of a Built-In Control Circuit for Multi-Output Combinational Devices Based on Logical Complement and Signal Compression. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie – Journal of Instrument Engineering*. 63(7). pp. 581–597. DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-7-581-597
21. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I., Efanov, D.V. & Pivovarov, D.V. (2019) Method of Diagnostic System Synthesis Based on Boolean Complement with Reduced Number of Correction Elements. *Journal of Instrument Engineering*. 62(12). pp. 1039–1052. DOI: 10.17586/0021-3454-2019-62-12-1039-1052
22. Nikolos, D. (1998) Self-Testing Embedded Two-Rail Checkers. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*. 12(1/2). pp. 69–79. DOI: 10.1023/A:1008281822966
23. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. & Sapozhnikov, V.I. (2018) Synthesis of Self-Checking Combination Devices Based on Allocating Special Groups of Outputs. *Avtomatika i telemekhanika – Automation and Remote Control*. 79(9). pp. 1609–1620. DOI: 10.1134/S0005117918090060
24. *Collection of Digital Design Benchmarks*. [Online] Available from: <http://ddd.fit.cvut.cz/prj/Benchmarks/>.
25. Sentovich, E.M., Singh, K.J., Lavagno, L., Moon, C., Murgai, R., Saldanha, A., Savoj, H., Stephan, P.R., Brayton, R.K. & Sangiovanni-Vincentelli, A. (1992) *SIS: A System for Sequential Circuit Synthesis*. Technical Report No. UCB/ERL M92/41. May 1992. Electronics Research Laboratory, Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Berkeley.
26. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. & Pivovarov, D.V. (2020) The Synthesis Conditions of Completely Self-Testing Embedded-Control Circuits Based on the Boolean Complement Method to the "1-out-of-m" Constant-Weight Code. *Automatic Control and Computer Sciences*. 54(2). pp. 89–99.

ХРОНИКИ: МЕМУАРЫ, ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ, ПЕРСОНАЛИИ

DOI: 10.17223/19988605/54/13

ПАМЯТИ ВЛАДИМИРА ВАЛЕНТИНОВИЧА ДОМБРОВСКОГО

21 января 2021 года на 70-м году жизни скончался Владимир Валентинович Домбровский – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой информационных технологий и бизнес-аналитики Института экономики и менеджмента (ИЭМ ТГУ), профессор кафедры прикладной математики Института прикладной математики и компьютерных наук (ИПМКН ТГУ), Почетный работник высшего профессионального образования РФ, член редакционного совета журнала «Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика».

Владимир Валентинович всю свою жизнь посвятил университету и внес большой вклад в развитие образования по прикладной математике и экономике. В 1973 г. он окончил факультет прикладной математики и кибернетики (ФПМК) ТГУ. В 1977 г. завершил обучение в аспирантуре. С 1977 г. – младший научный сотрудник, с 1985 г. – старший научный сотрудник Сибирского физико-технического института им. акад. В.Д. Кузнецова, с 1988 г. – старший преподаватель, с 1990 г. – доцент, с 1992 г. – профессор кафедры прикладной математики ФПМК ТГУ. С 1985 г. – кандидат технических наук, с 1992 г. – доктор технических наук.

В.В. Домбровский читал в ТГУ лекционные курсы «Управление большими системами», «Вычислительная математика», «Экономико-математические методы и модели», «Математические методы финансового анализа», «Эконометрика», «Исследование операций в экономике», «Управление инвестициями» и др.

Одно из направлений научной работы В.В. Домбровского связано с разработкой математических методов конструирования систем управления динамическими объектами большой размерности («большими системами»). Им предложены оригинальные методы синтеза систем управления пониженного порядка для динамических объектов, подверженных воздействию случайных возмущений, позволяющие уменьшить вычислительные затраты и реализовать их в рамках ограниченного аппаратного обеспечения. На основе полученных результатов был решен ряд практических задач навигации и управления подвижными объектами высокой размерности (начальная выставка гиросtabilизированной платформы, управление движением самолета).

Другое направление научной деятельности В.В. Домбровского связано с разработкой финансово-экономических моделей, анализом финансовых операций и управлением инвестициями в условиях неопределенности, решением проблемы оптимального выбора инвестиционного портфеля, оптимальным управлением запасами, применением эконометрических методов для прогнозирования экономических показателей. Он подготовил 6 кандидатов наук.

В.В. Домбровский опубликовал свыше 150 научных статей, монографию и несколько учебных пособий. Многие из его статей размещены в международных и российских журналах с высоким импакт-фактором. В 2020 г. Владимир Домбровский выступил экспертом в первом выпуске научного дайджеста ТГУ, посвященного экономике, с темой «Перспективы влияния искусственного интеллекта на экономику». Выступление включало обзор мировых новостей и ресурсов об искусственном интеллекте (ИИ, Artificial Intelligence, AI).

Владимир Валентинович принимал активное участие в жизни и развитии кафедры прикладной математики ИПМКН ТГУ и кафедры информационных технологий и бизнес-аналитики ИЭМ ТГУ, заведующим которой он был с 1995 г. В 2020 г. кафедра информационных технологий и бизнес-аналитики отметила 25-летие со дня основания в составе экономического факультета ТГУ. Кафедра успешно готовит бизнес-аналитиков для сфер цифровой экономики, финансов, бизнеса, менеджмента, студенты в процессе учебы осваивают самые разные методы: хранение и обработка больших данных (BigData), интеллектуальный анализ и визуализация данных, машинное обучение, анализ и управление рисками и многие другие. В связи с появлением нового профиля – бизнес-аналитика – под руководством В.В. Домбровского была проделана большая работа по созданию программ новых дисциплин, обеспечивающих подготовку специалистов мирового уровня. Владимир Валентинович совместно с сотрудниками кафедры участвовал в организации лаборатории мирового уровня – Международной лаборатории статистики стохастических процессов и количественного финансового анализа.

В 2020 г. Владимир Валентинович Домбровский награжден медалью «За доблестный труд в Томском государственном университете» II степени. В 2018 г. он получил благодарность Администрации Томской области, в 2013 г. награжден почетной грамотой Администрации города Томска, в 2004 г. – юбилейной медалью «400 лет городу Томску», в 2003 г. – нагрудным знаком «Почетный работник высшего профессионального образования РФ», в 1998 г. награжден медалью «За заслуги перед Томским государственным университетом».

Долгая память о Владимире Валентиновиче Домбровском – крупном ученом, одном из организаторов экономического образования в ТГУ и замечательном человеке – сохранится в памяти его учеников и коллег.

*Институт прикладной математики и компьютерных наук.
Редколлегия журнала «Вестник Томского государственного университета.
Управление, вычислительная техника и информатика».
Кафедра прикладной математики*

DOI: 10.17223/19988605/54/14

ПАМЯТИ ФЕЛИКСА ПЕТРОВИЧА ТАРАСЕНКО



1 января 2021 года на 89-м году жизни умер Феликс Петрович Тарасенко, доктор технических наук, профессор кафедры системного анализа и математического моделирования ИПМКН ТГУ, академик МАНВШ, член-корреспондент РАЕН, Заслуженный деятель науки РФ, Почетный работник Высшего профессионального образования РФ, Заслуженный профессор Томского государственного университета.

Жизнь Феликса Петровича тесно связана с Томским государственным университетом. В 1950 г. он поступил на радиофизический факультет ТГУ и, закончив обучение с отличием, продолжил свою деятельность в качестве аспиранта, ассистента, доцента, заведующего кафедрой электронной вычислительной техники и автоматики (1960–1964), кафедрой статистической радиофизики (1964–1965), отделом кибернетики СФТИ (1970–1977), кафедрой теоретической кибернетики (1977–1998), декана Международного факультета управления (1992–2013).

Основная научная деятельность Ф.П. Тарасенко была связана с проблемами теории информации, кибернетики, непараметрической и робастной статистики, системного анализа. Ф.П. Тарасенко – основоположник научной школы, развивающейся в двух направлениях: «Непараметрические и робастные статистические методы в кибернетике», «Статистический анализ данных и разработка моделей социально-экономических систем». Им подготовлено 7 докторов и 36 кандидатов наук. Феликс Петрович был членом Научного совета АН СССР по кибернетике, Советского комитета по автоматическому управлению ИФАК, Рабочей группы по советско-американскому сотрудничеству по кибернетике АН СССР.

Ф.П. Тарасенко внес существенный вклад в развитие Томской области и г. Томска. В 1970-х гг. он входил в комплексную научно-техническую группу по созданию автоматизированной системы

управления хозяйством Томской области. На рубеже веков принимал участие в разработке законодательной основы научно-инновационных процессов в сотрудничестве с ТО СО РАН и вузами Томска. В рамках Международного факультета управления ТГУ организовал подготовку высококвалифицированных специалистов по государственному и муниципальному управлению. Он был инициатором создания, первым президентом и активным участником Ротарианского клуба в г. Томске, председателем Томского отделения Всероссийского фонда образования, инициатором создания научно-образовательного канала на томском телевидении. Осуществлял научное руководство работ по оценке перспектив нефтегазоносных районов Томской области (2000–2001) и научное руководство работы по теме «Отработка методики разработки программ социально-экономического развития муниципальных образований на примере Томского района» (2003). Оказывал благотворительную помощь ряду томских детских и медицинских учреждений. Результаты его работы были отмечены бронзовой медалью ВДНХ.

Ф.П.Тарасенко являлся главным редактором научно-практического журнала «Проблемы управления в социальных системах», издаваемого в ТГУ. В течение почти 40 лет входил (часто возглавляя его) в оргкомитет Всесоюзной (позднее Международной) школы-семинара по непараметрическим и робастным статистическим методам в кибернетике. В 1967–1968 гг. как эксперт ЮНЕСКО был лектором Дар-эс-Саламского университета в Танзании. Он являлся членом Американского математического общества. Его биография включена в справочники «Кто есть кто в мире», «Кто есть кто в России». В 1994 г. Американским биографическим институтом назван человеком года. Награжден орденом Трудового Красного Знамени, медалями, нагрудными знаками, в том числе Золотой медалью Лауреата премии им. В.М. Глушкова, нагрудными знаками «За заслуги перед городом Томском» и «Отличник высшей школы».

Феликс Петрович был необычайно интересным и обаятельным человеком, с широким кругозором по разным направлениям науки: кибернетике, теории информации, статистике, философии, системному анализу, моделированию систем и т.д. Общение с ним всегда доставляло огромное удовольствие и глубокое удовлетворение.

Светлая и добрая память о Феликсе Петровиче навсегда останется в сердцах всех, кто его знал.

*Институт прикладной математики и компьютерных наук.
Редколлегия журнала «Вестник Томского государственного университета.
Управление, вычислительная техника и информатика».
Кафедра системного анализа и математического моделирования*

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АЛЕКСАНДРОВА Анна Сергеевна – кандидат технических наук, доцент кафедры оборудования и автоматизации химических процессов Пермского национального исследовательского политехнического университета. E-mail: boyarshinovaann@gmail.com

АЛЕШИН Виктор Сергеевич – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Московского технического университета связи и информатики. E-mail: abc082012@yandex.ru

АЛИЕВА Саадат Тофик кызы – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической кибернетики Бакинского государственного университета (Азербайджан). E-mail: saadata@mail.ru

ВЕТКИНА Анна Васильевна – студент Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: anyavetkina@stud.tsu.ru

ГОРЦЕВ Александр Михайлович – профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой прикладной математики Национального исследовательского Томского государственного университета.

E-mail: a-gortsev@mail.ru

ДУШИН Сергей Викторович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Института проблем управления РАН (г. Москва). E-mail: s.dushin@inbox.ru

ЕФАНОВ Дмитрий Викторович – доцент, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте Российского университета транспорта, профессор Высшей школы транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. E-mail: TrES-4b@yandex.ru

КАЗАНЦЕВ Владимир Петрович – доцент, доктор технических наук, профессор кафедры микропроцессорных средств автоматизации Пермского национального исследовательского политехнического университета. E-mail: kvppgtu2012@yandex.ru, kvppgtu@mail.ru

КИМ Константин Станиславович – аспирант Института прикладной математики и компьютерных наук Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: kks93@rambler.ru

КУРОВ Игорь Юрьевич – младший научный сотрудник Института проблем управления РАН (г. Москва). E-mail: kurov.igor@gmail.com

ЛЕВОНЕВСКИЙ Дмитрий Константинович – научный сотрудник Санкт-Петербургского Федерального исследовательского центра Российской академии наук. E-mail: DLewonewski.8781@gmail.com

МОГИЛЬНИКОВ Андрей Вячеславович – студент Пермского национального исследовательского политехнического университета. E-mail: mogilnikov.andrej@mail.ru

НЕЖЕЛЬСКАЯ Людмила Алексеевна – доцент, доктор физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики Института прикладной математики и компьютерных наук Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: ludne@mail.ru

НЕПОМНЯЩАЯ Анна Шмилевна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (г. Новосибирск). E-mail: anep@ssd.sccc.ru

ОСАДЧИЙ Герман Владимирович – старший преподаватель кафедры автоматики и телемеханики на железных дорогах Санкт-Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. E-mail: osgerman@mail.ru

ПЕРЕПЕЛКИН Евгений Александрович – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения. E-mail: eap@list.ru

ПЕРШИНА Анна Александровна – аспирант кафедры прикладной математики Института прикладной математики и компьютерных наук Национального исследовательского Томского государственного университета. E-mail: ann.shitina@gmail.com

РАБОТНИКОВ Михаил Алексеевич – магистрант кафедры оборудования и автоматизации химических процессов Пермского национального исследовательского политехнического университета. E-mail: rabotnikov@pstu.ru

САВЕЛЬЕВ Антон Игоревич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского Федерального исследовательского центра Российской академии наук. E-mail: saveliev.ais@yandex.ru

САПОЖНИКОВ Валерий Владимирович – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и телемеханики на железных дорогах Санкт-Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. E-mail: port.at.pgups@gmail.com

САПОЖНИКОВ Владимир Владимирович – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и телемеханики на железных дорогах Санкт-Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. E-mail: at.pgups@gmail.com

СМАГИН Валерий Иванович – профессор, доктор технических наук, профессор Национального исследовательского Томского государственного университета, профессор Томского государственного университета радиоэлектроники и систем управления. E-mail: vsm@mail.tsu.ru

СНЫТНИКОВА Татьяна Валентиновна – младший научный сотрудник Института вычислительной математики и математической геофизики СО РАН (г. Новосибирск). E-mail: snytnikovat@ssd.sccc.ru

ФАРХАДОВ Маис Паша оглы – доктор технических наук, заведующий лабораторией Института проблем управления РАН (г. Москва). E-mail: mais@ipu.ru

ЦИЦИАШВИЛИ Гурами Шалвович – профессор, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института прикладной математики Дальневосточного отделения РАН (г. Владивосток). E-mail: guram@iam.dvo.ru

ШАВРИН Сергей Сергеевич – доктор технических наук, профессор Московского технического университета связи и информатики. E-mail: sss@mtuci.ru

ШМИДТ Игорь Альбертович – доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры микропроцессорных средств автоматизации Пермского национального исследовательского политехнического университета. E-mail: shmidt@msa.pstu.ac.ru

ШУМИХИН Александр Георгиевич – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры оборудования и автоматизации химических процессов Пермского национального исследовательского политехнического университета. E-mail: shumichin@gmail.com

Научный журнал

**ВЕСТНИК
ТОМСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА**

**УПРАВЛЕНИЕ,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА
И ИНФОРМАТИКА**

**TOMSK STATE UNIVERSITY
JOURNAL OF CONTROL AND COMPUTER SCIENCE**

2021. № 54

Редактор Е.Г. Шумская
Оригинал-макет Е.Г. Шумской
Редакторы-переводчики: Г.М. Кошкин; В.Н. Горенинцева
Дизайн обложки Л.Д. Кривцовой

Подписано к печати 29.03.2021 г. Формат 60х84^{1/8}.
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 14,9.
Тираж 250 экз. Заказ № 4617. Цена свободная.

Дата выхода в свет 31.03.2021 г.

Журнал отпечатан на полиграфическом оборудовании
Издательства Томского государственного университета
634050, г. Томск, Ленина, 36
Тел. 8(382-2)–52-98-49; 8(382-2)–52-96-75
Сайт: <http://publish.tsu.ru>; E-mail: rio.tsu@mail.ru