

УДК 1: 001; 001.8

В.А. Суровцев, И.А. Эннс**Ф.П. РАМСЕЙ И ИНТУИЦИОНИЗМ Г. ВЕЙЛЯ¹**

Рассматривается эволюция взглядов Рамсея на философию математики. Показано, что он отходит от программы логицизма в основаниях математики и развивает взгляды, близкие «умеренному» интуиционизму Г. Вейля, что, в частности, проявляется в изменении точки зрения на общие и экзистенциальные утверждения, которые более не рассматриваются как сокращения для конъюнкции и дизъюнкции, но трактуются как вариативные гипотетические выражения.

Ключевые слова: логицизм, интуиционизм, общие и экзистенциальные утверждения, вариативные гипотетические выражения.

В рецензии на посмертно опубликованный сборник трудов Ф.П. Рамсея [1] Б. Рассел, касаясь представленных там архивных материалов, в частности, писал: «Эти материалы в основном состоят из заметок, не предназначенных для публикации, что затрудняет их прочтение, поскольку они могли бы быть объяснены только в готовящейся публикации. Все эти материалы датированы 1929 г. и демонстрируют тенденцию в направлении взглядов Брауэра. Например, второй материал интерпретирует общие пропозиции как ‘вариативные гипотетические выражения’ (variable hypothetical). Они, если я правильно понял, вообще не являются пропозициями в обычном смысле, но ‘выводом, который мы в любое время готовы сделать’» [2. Р. 481]. Изменение во взглядах Рамсея констатирует и Р. Брейтуейт, который был редактором данного сборника. В предисловии к нему он писал, что Рамсей в 1929 г. «обратился к финитистской точке зрения, которая отрицает существование какой-либо бесконечной совокупности» [3. Р. XII]. Эти утверждения свидетельствуют о том, что Рамсей в последних работах отходит от логицизма в основаниях математики, существенно меняя точку зрения на ряд основных положений, которые лежали в её основе. Оценки Рассела и Брейтуейта указывают на то, что взгляды Рамсея эволюционировали в направлении интуиционизма или, по крайней мере, в направлении той точки зрения, которая ограничивает представление о бесконечности в качестве допустимого понятия логики. Такие оценки указывают на то, что Рамсея нельзя однозначно рассматривать лишь как представителя реализма в основаниях математики, поскольку, в тенденции, его взгляды претерпевают существенные изменения. И эти изменения меняют образ Рамсея с реалиста на сторонника тех взглядов, к которым в ранних работах он относился критически².

¹ Работа выполнена при поддержке РГНФ (грант № 11-03-00039а), РФФИ (грант № 12-06-00078-а) и в рамках государственного задания Минобрнауки РФ на проведение научных исследований (тематический план НИР Томского государственного университета) № 6.4832.2011.

² Эти изменения во взглядах Рамсея предпочитают не замечать. Образ Рамсея как реалиста в основаниях математики в современной литературе вполне сложился. И здесь нельзя не согласиться с

В рукописях Рамсея нельзя найти последовательной экспозиции этих изменений. Более того, его последние работы были посвящены не основаниям математики, но философским проблемам других областей знания, в частности структуре научной теории и исследованию причинности. Однако в текстах 1929 г. «Теории» и «Общие пропозиции и причинность» можно обнаружить те изменения, о которых говорят Рассел и Брейтуэйт и которые применяются к решению ряда отдельных проблем.

Так, во втором из указанных текстов Рамсей относительно общих пропозиций, например, утверждает, что выражения вроде «Все люди смертны» не являются конъюнкциями. Они лишь имеют определённое сходство с конъюнкциями, что обусловлено, во-первых, тем, что логическая запись вида $'(x) . \phi x'$ может выразить то, что относится к конечным классам (в том числе и классу людей), и, следовательно, в принципе может быть заменена конечной конъюнкцией вроде $'\phi a . \phi b . \phi c \dots'$ (при условии, что мы можем перечислить все элементы класса, сопоставив им соответствующие индивидуальные константы). Во-вторых, если мы спрашиваем об условиях верификации выражений вида $'(x) . \phi x'$, то мы всегда склоняемся к тому, чтобы указать, что его истинность или ложность зависит от истинности или ложности выражений вида $'\phi a'$, $'\phi b'$, $'\phi c' \dots$. В-третьих, выражением $'(x) . \phi x'$ мы пользуемся лишь «из-за недостатка символической способности» [5. С. 186] в случае бесконечного или даже необозримого класса.

Все эти аргументы относятся к тому случаю, когда к подобным выражениям мы подходим объективно, ориентируясь на условия их истинности и ложности, но «когда мы смотрим на них субъективно, они отличаются совершенно» [5. С. 185]. Рамсей утверждает, что выражение $'(x) . \phi x'$ отличается от конъюнкции, во-первых, уже тем, что «его состав никогда не используется как конъюнкция; мы никогда не используем его в качестве мысли о классе, за исключением его применения к конечному классу» [5. С. 185], поскольку сопровождающая это использование достоверность может относиться только к отдельным случаям или к конечному классу этих отдельных случаев, но не может характеризовать даже случаи конечных, но необозримых классов, не говоря уже о бесконечных классах. Во-вторых, бесконечный или необозримый класс мы не можем выразить, перечисляя отдельные случаи, а следовательно, даже не можем записать $'(x) . \phi x'$ как конъюнкцию.

Радикальный вывод Рамсея из этих аргументов заключается в том, что если выражение вида $'(x) . \phi x'$ «не конъюнкция, то оно вообще не пропозиция, и встаёт вопрос, каким образом оно вообще может быть верным или ошибочным» [5. С. 186]. Ответ Рамсея заключается в том, что выражения такого рода являются *вариативными гипотетическими выражениями* (variable hypothetical), не подлинными пропозициями, которые являются истинными или ложными, но утверждениями, «выражающими вывод, который мы в любое время готовы сделать, а не изначальную уверенность» [5. С. 185]. С точки зрения Рамсея, $'(x) . \phi x'$ выражает готовность сделать вывод от $'(x) . \phi x'$ к $'\phi a'$, например от «Все люди смертны» к «Герцог Веллингтон смертен».

М. Мэрион: «Тем не менее по большей части, эти изменения игнорируются. И преобладающие взгляды на Рамсея, что неверно, связывают его с крайним платонизмом» [4. Р. 91].

При этом только «Герцог Веллингтон смертен» выражает подлинную пропозицию, которая может быть истинной или ложной. Но «Все люди смертны» всегда выходит за рамки того, что «мы знаем или хотим» [5. С. 185], это выражение не является подлинной пропозицией, являющейся истинной или ложной, но лишь подкрепляет нашу степень уверенности в способности сделать соответствующий вывод.

Подобный подход резко контрастирует с тем, что об общих пропозициях, под влиянием Витгенштейна, Рамсей писал в «Основаниях математики», работе, написанной в 1925 г. и считающейся крайнем выражением математического платонизма: «Записывая $(x) . fx$, мы утверждаем логическое произведение всех пропозиций формы fx ; записывая $(\exists x) . fx$, мы утверждаем их логическую сумму. Так, $(x) . x$ – человек подразумевало бы «Каждый является человеком»; $(\exists x) . x$ – человек – «Существует нечто, являющееся человеком». В первом случае мы допускаем лишь возможность того, что все пропозиции формы x – человек являются истинными; во втором случае мы лишь исключаем возможность того, что все пропозиции формы x – человек являются ложными» [5. С. 21]. Нетрудно заметить, что эта цитата вполне выражает то, что выше характеризовалось как объективный подход к общности. Но даже если на них смотреть субъективно, т.е. как на то, что связано с нашей степенью уверенности, то Рамсей также изменил свою точку зрения. Например, в работе «Факты и пропозиции» (1927 г.), где Рамсей адаптирует некоторый вариант прагматизма, условия верификации атомарной пропозиции p связываются с «любым множеством действий, для полезности которых p является необходимым условием», при этом данное множество действий «может быть названо верой в p и, поэтому, быть истинным, если p , т.е. если эти действия являются полезными» [5. С. 106]. Логическая форма уверенности определяет её каузальные свойства, и с этим, например, связано функционирование отрицания. Так, отсутствие уверенности в ' p ' и уверенность в его отрицании вызывают одни и те же следствия, поскольку и то, и другое выражает одну и ту же установку. Как пишет Рамсей: «Мне кажется, что эквивалентность между верой в ' $\neg p$ ' и неверием в ' p ' должна определяться с точки зрения причинности; для этих двух обстоятельств общими являются многие из их причин и многие из их следствий» [5. С. 108]. Подобный подход применим и к более сложным случаям, касающимся бинарных логических операций, таких как дизъюнкция и конъюнкция. Здесь степень усложнения по сравнению с отрицанием роли практически не играет, поскольку также отталкивается от системы истинностных оценок, принятых в рамках пропозициональной логики. Так, относительно дизъюнкции Рамсей пишет: «Верить в p или q значит выражать согласие со следующими возможностями: p – истинно и q – истинно, p – ложно и q – истинно, p – истинно и q – ложно, и выражать несогласие с оставшейся возможностью: p – ложно и q – ложно. Сказать, что чувство веры относительно предложения выражает такую установку, значит сказать, что уверенность имеет определённые каузальные свойства, изменяющиеся вместе с установкой, т.е. с её изменением некоторые возможности выводятся из строя, а некоторые, так сказать, всё ещё остаются с нами» [5. С. 110]. Более сложный случай должны были бы представлять утверждения общности. Но и здесь Рамсей, следуя Витгенштейну, рассмат-

ривает общие пропозиции как логическое произведение или логическую сумму атомарных пропозиций. Касаясь общих пропозиций он, в частности, пишет: «Относительно них я принимаю точку зрения м-ра Витгенштейна, что ‘Для всех x , fx ’ должно рассматриваться как эквивалент логического произведения всех значение ‘ fx ’, т.е. комбинации fx_1 и fx_2 и fx_3 и ..., и что ‘Существует x , такой что fx ’ подобным же образом есть их логическая сумма. В связи с такими символами мы можем различить, во-первых, элемент общности, входящий особым способом в аргументы истинности, которые не перечисляются как ранее, но определяются как все значения некоторой пропозициональной функции, и, во-вторых, функционально-истинностный элемент, который является логическим произведением в первом случае и логической суммой во втором» [5. С. 112]. Таким образом, даже при субъективном рассмотрении во взглядах на общность он использует, хоть и производный от Витгенштейна, но всё-таки логицистский подход.

Здесь возникает вопрос, почему, с точки зрения Рассела и Брейтуэта, изменение взглядов Рамсея в рукописных материалах 1929 г. на утверждения общности свидетельствует о его движении в сторону интуиционизма и финитизма? Ответ заключается в оценке характера логической формы выражений общности, которые теперь рассматриваются как *вариативные гипотетические выражения*. Как уже указывалось, в рукописи «Общие пропозиции и причинность» они более не рассматриваются как то, что является истинным или ложным и может быть представлено в виде конъюнкции или дизъюнкции частных случаев. Рамсей вообще отказывается рассматривать их как пропозиции, предпочитая считать их тем, что подкрепляет нашу степень уверенности при переходе к частным случаям.

Действительно, при оценке частных случаев уверенность в приписывании определённого свойства определённому предмету может основываться на том, что атомарные пропозиции являются истинными или ложными, именно на этом основывается уверенность в вынесении суждений вроде «Сократ – человек» или «Буцефал – человек». На этом принципе могут основываться и случаи, касающиеся конечного и обозримого класса, когда не возникает проблем с перечислением его элементов, а, значит, они могут быть выражены конечной и обозримой совокупностью атомарных пропозиций, представленных в виде их конечной и обозримой конъюнкции или дизъюнкции. Случаи подобных пропозиций, как считает Рамсей, «встречаются человеку всякий раз, когда он образует её истинностную функцию, т.е. дизъюнктивно обосновывает случаи её истинности или ложности» [5. С. 186]. Но совершенно иное происходит при попытке оценить утверждения общности. Уверенность здесь не сводится к рассмотрению частных случаев на основе того, что каждое утверждение о них является истинным или ложным, так как все такие утверждения невозможно рассмотреть. Значит, принятие общего утверждения в качестве обоснованного не сводится к верификации отдельных пропозиций, соотносящихся с ним в качестве утверждения отдельных случаев.

Такой пример нам демонстрируют законы природы, которые, являясь утверждениями общности, никогда не могут быть представлены в виде конъюнкции или дизъюнкции всех отдельных случаев. Здесь, как считает Рамсей, уверенность уже не связывается с условиями истинности отдельных пропо-

зиций, говорящих о частных событиях, но имеет принципиально иной характер. А именно, если закон природы выразить в форме утверждения общности вида $(x) . \phi x$, то должна рассматриваться не альтернатива между $(x) . \phi x$ и $\sim (x) . \phi x$, т.е. вопрос о верификации общего и противоречащего ему утверждения, но должны рассматриваться аргументы в пользу принятия какой-то из этих альтернатив, что должно оказывать влияние на нашу степень уверенности в большем или меньшем их правдоподобии. При этом сколь угодно большой массив свидетельств в пользу выражения $(x) . \phi x$ отнюдь не влечёт его принятие, поскольку все возможные свидетельства всё равно не могут быть перечислены. Однако и непринятие $(x) . \phi x$ вовсе не влечёт истинности его отрицания, т.е. истинности $\sim (x) . \phi x$ или, что эквивалентно, $(\exists x) . \sim \phi x$.

Приведём собственный пример. Пусть в качестве закона природы мы предлагаем утверждение «Все люди смертны». Мы могли бы попытаться свести это общее утверждение к верификации отдельных его примеров вроде «Сократ умер», «Платон умер», «Аристотель умер» ... и т.д. Однако в этом списке приписывание данного свойства не может быть конечным, хотя этот список и может быть обозрим. Действительно, я сам являюсь элементом этого списка (и, слава Богу, ещё жив), его элементами являются множество других людей, которые ещё не умерли. Поэтому верификация отдельных примеров ещё не является свидетельством в пользу верификации общего утверждения. Вполне возможно, что это общее утверждение объективно истинно, но это не означает, что я его принимаю. Более того, я вполне могу его не принимать. Моё собственное убеждение может ни в коей мере не согласоваться с условиями истинности отдельных утверждений, принимаемых в пользу его верификации. Для иллюстрации воспользуемся повестью Л.Н. Толстого «Смерть Ивана Ильича»: «В глубине души Иван Ильич знал, что он умирает, но он не только не привык к этому, но просто не понимал, никак не мог понять этого. Тот пример силлогизма, которому он учился в логике Кизеветера: Кай – человек, люди смертны, потому Кай смертен, казался ему во всю его жизнь правильным только по отношению к Каю, но никак не к нему. То был Кай – человек, вообще человек, и это было совершенно справедливо; но он был не Кай и не вообще человек, а он всегда был совсем особенное от всех других существо... И Кай точно смертен, и ему правильно умирать, но мне Ване, Ивану Ильичу, со всеми моими чувствами, мыслями, – мне это другое дело» [6]. Хотя всем своим существом Иван Ильич отказывается принять суждение «Всё люди смертны» во всей своей общности, очевидно, что вряд ли он считает за истинное суждение о существовании какого-то бессмертного человека. Таким образом, принятие того или иного общего утверждения напрямую не связано с признанием его истинным и не основывается на признании истинности его отдельных примеров. Считать утверждение общности истинным, основываясь на точке зрения функций истинности, – это одно, принять или не принять утверждение общности – это другое.

Как утверждает Рамсей, непринятие $(x) . \phi x$ в качестве «закона ни в коей мере не влечёт ложность закона, т.е. не влечёт $(\exists x) . \sim \phi x$ » [5. С. 186], т.е. если мы не принимаем того, что все элементы некоторого класса обладают данным свойством, то это отнюдь не означает, что существует такой элемент,

который не обладает данным свойством. В этом как раз и состоит его позиция. Если я отказываюсь принимать какой-то закон, это отнюдь не влечёт его ложности, поскольку в этом случае я могу основываться не на соображениях об условиях истинности или ложности конъюнкции, что было бы в том случае, если выражения общности однозначно можно было бы к ней свести, но на каких-то других соображениях, ведущих к иной степени уверенности. В этом случае при оценке общих утверждений мы не должны исходить из того, что истинной должна оказаться одна из альтернатив $'(x) \cdot \phi x'$ или $'(\exists x) \cdot \sim \phi x'$, а это приводит к тому, что неверной оказывается равносильность $'(x) \cdot \phi x \equiv \sim (\exists x) \cdot \sim \phi x'$, принимаемая в классической кванторной логике. Последнее указывает на то, что Рамсей ограничивает применимость закона исключённого третьего только случаем атомарных пропозиций, не принимая его для утверждений общности.

Ограничение на применение принципа исключённого третьего всегда связывается с позицией интуиционизма. И здесь приведённые выше замечания Рассела вполне оправданы. Следует, правда, заметить, что Рамсей не вообще отказывается от данного принципа, но отказывается применять его к утверждениям общности, т.е. на уровне кванторной логики, не считая их пропозициями, т.е. тем, что может быть истинным или ложным, сохраняя его значимость для атомарных пропозиций, т.е. на уровне пропозициональной логики. Эта позиция отличается от позиции Брауэра, который вообще отрицал значимость принципа исключённого третьего. Скорее точка зрения Рамсея зависима от взглядов Г. Вейля, развивающего 'умеренный' интуиционизм, также ограничивая действие принципа исключённого третьего только рамками пропозициональной логики¹.

Оценивая свой вклад в программу интуиционизма и отличая её от общего подхода Брауэра, в работе «О новом кризисе основ математике» (1921 г.) Г. Вейль пишет, что на его собственный счёт относится то, что «общие и экзистенциальные положения не являются вовсе суждениями в собственном смысле слова, не утверждают никакого обстояния, а являются указаниями на суждения или же абстракциями суждений» [9. С. 120]. Как следует понимать это утверждение? Его следует рассматривать как раз в рамках принимаемых Г. Вейлем ограничений на использование принципа исключённого третьего.

Отказывая экзистенциальным и общим утверждениям в статусе того, что может быть истинным или ложным, Вейль апеллирует к тому, как они употребляются относительно свойств элементов натурального ряда, противопоставляя их единичным утверждениям. Приписывание некоторого свойства отдельным элементам натурального ряда вполне осмысленно, что приводит к истинным или ложным суждениям (Urtheil), но утверждения о существова-

¹ Рамсей был хорошо знаком со взглядами Вейля, на что указывает, в частности, то, что, рассматривая позицию интуиционизма в работе «Математическая логика» (1926 г.) [5. С. 65–80], он в основном опирается на работы Вейля, а не Брауэра. Н.-Е. Салин указывает на то, что в архиве Рамсея содержится конспект работы Вейля «О новом кризисе основ математики», в котором упор сделан на аспектах квантификации и, хотя время создания конспекта относится ко времени, более раннему, чем изменения во взглядах Рамсея, точка зрения Вейля, несомненно, оказала на него влияние [7. Р. 73]. У. Майер также считает, что на Рамсея значительное влияние оказал Вейль, в особенности во взглядах на квантификацию в рамках научной теории, где взгляды первого есть обобщение процедур квантификации, принимаемых вторым [8. Р. 244].

нии числа, обладающего определённым свойством, лишено смысла, поскольку предполагает перечисление всех элементов натурального ряда, что невозможно в силу его бесконечности. Например, утверждение «2 – чётное число» – это настоящее, выражающее определённое состояние дел суждение. В противоположность этому экзистенциальные утверждения вообще не являются суждениями в собственном смысле этого слова, так как не устанавливают некоторое фактическое состояние дел и не могут быть истинными или ложными. Таковым, например, является экзистенциальное утверждение «Существует чётное число», поскольку предполагаемая им ‘бесконечная логическая сумма’, если экзистенциальное утверждение уподобляется дизъюнкции отдельных примеров, а именно, «1 чётна, или 2 чётно, или 3 чётно, или ... *in infinitum*», неосуществима. Действительно, последнее суждение, в отличие от первого, опирается на возможность перечисления всех элементов относительно предполагаемого свойства, что в принципе невозможно. Мы знаем, что чётные числа есть, но это опирается на знание того, что есть отдельные чётные числа, например 2, но отнюдь не на заявление о том, что они вообще существуют. В этом отношении утверждение «2 – чётное число» и утверждение «Существует чётное число» принципиально различны; первое является истинным суждением, поскольку соответствующее свойство относительно данного числа установлено, а второе вообще невозможно рассматривать как суждение, поскольку его истинность или ложность зависит от перечисления всех элементов натурального ряда, что невозможно. Как пишет Вейль, «мнение, будто твердо определено, обладает ли какое-нибудь число свойством F или нет, опирается только на следующее представление. Числа 1, 2, 3, ... могут быть по очереди, одно за другим испытаны в отношении свойства F . Если мы встретим при этом число, обладающее свойством F , то дальнейший просмотр для ряда можно прекратить. Ответ в этом случае гласит: да. Если же подобного перерыва не наступает, т.е. если *после законченного пересмотра* бесконечного числового ряда не было найдено ни одного числа рода F , ответ гласит: нет. Но мысль о таком законченном пересмотре членов бесконечного ряда бессмысленна» [9. С. 105].

Таким образом, Вейль отказывается сводить экзистенциальные утверждения к бесконечным дизъюнкциям частных примеров. Относительно каждого дизъюнкта можно утверждать его истинность или ложность. Но экзистенциальное утверждение всё равно оказывается необоснованным, поскольку оно не сводится к такой дизъюнкции. При этом, даже если все рассмотренные нами дизъюнкты являются ложными, это не даёт нам права утверждать, что ложным является общее утверждение, поскольку мы в принципе не можем рассмотреть их все, и, вполне возможно, что мы просто не дошли в нашем рассмотрении до соответствующего случая. Исследование отдельных случаев не может привести к общим утверждениям обо всех числах. Как пишет Вейль: «Не исследование отдельных чисел, а только исследование *сущности числа* может доставить мне общие суждения о числах. Только *действительно имевшее место* нахождение определенного числа, обладающего свойством F , может дать мне право на ответ: да, и – так как я не могу перебрать все числа – только усмотрение того, что обладание свойством $\sim F$ лежит в существовании числа, дает мне право на ответ: нет. Сам Бог не имеет иных осно-

ваний для решения этого вопроса. *Но обе эти возможности уже не противостоят друг другу как утверждение и отрицание – ни отрицание одной, ни отрицание другой не имеет реального смысла*» [9. С. 105].

Однако это не означает, что утверждения общности вообще не имеют никакого применения. Действительно, ответ ‘да’ возникает тогда, когда мы заканчиваем просмотр некоторой последовательности, обнаруживая число, обладающее свойством F . В этом случае коллизия разрешается, и мы можем сказать, что некоторые числа обладают этим свойством, а общее утверждение о его невыполнимости необоснованно. Здесь всё зависит от возможностей и способностей математика найти соответствующий элемент натурального ряда. Тем не менее относительно просмотра любой последовательности мы можем сказать, что её просмотр либо закончится, либо не закончится. И возможности и способности математика здесь уже не имеют значения. Так или иначе, он должен руководствоваться этой альтернативой. А возможность утверждения подобной альтернативы уже предполагает употребление общих и экзистенциальных выражений. Собственно говоря, альтернатива переходит с уровня суждения об определённом свойстве, которое может быть или не быть у некоторого числа, на уровень ‘усмотрения’ математиком сущности числа. Это усмотрение как раз и может результироваться в выражениях вроде ‘Существует число ...’ или ‘Все числа ...’.

Но сами эти выражения ни в коем случае не являются подлинными суждениями, которые могут быть истинными или ложными, они лишь свидетельствуют о когнитивной установке использующего их математика, который ‘путём внутренних усилий’ стремится ‘узреть их внутреннюю очевидность’. Математик, конечно, применяет выражения общности, но лишь с той целью, чтобы обосновать собственные усилия в поисках того или иного примера, который обосновывал бы приписывание или отрицание некоторого свойства. И здесь функция утверждений общности становится совершенно иной. Относительно экзистенциальных утверждений Вейль, в частности, пишет: «В конце концов я нашёл для себя спасительное слово. *Экзистенциальное суждение* – вроде: “существует чётное число” – *не есть вообще суждение в собственном смысле слова, устанавливающее некоторое обстояние*, экзистенциальное обстояние суть пустая выдумка логиков. “2 – число чётное” – вот это действительно, выражающее определённое обстояние суждение, фраза же “существует чётное число” есть лишь полученная из этого суждения *абстракция суждения* (Urtheilsabstrakt)» [9. С. 105].

Для того чтобы прояснить данное утверждение, Вейль приводит интересную аналогию. Представим себе карту, которая указывает на сокрытое сокровище. В этом случае единичное суждение, выражающее действительное состояние дел, указывало бы на то, где это сокровище сокрыто, но экзистенциальное утверждение (в случае, если мы его сводим к бесконечной дизъюнкции вроде: «Сокровище здесь, или там, или там, или ...») в лучшем случае побуждало бы нас к поискам, свидетельствуя о том, что сокровище где-то есть. Оно в лучшем случае было бы только стимулом организовать раскопки, не более. Однако это ‘не более’, с другой стороны, свидетельствует о том, что и ‘не менее’, поскольку оно ограничивает регион поисков. Пока мы не реализуем действительный поиск и не найдём сокровище, эта карта вообще

не имеет никакого значения, она лишь указывает на то, где можно искать. Но если поиски удались, то сама карта приобретает значение, поскольку из её общих указаний удалось вывести тот частный случай, который привёл к успеху. Таким образом, 'абстракция суждения' есть вывод из того, что является чем-то вполне определённым. Только потому, что поиски удались, мы можем свидетельствовать об успешной применимости карты. Наличие карты побуждает нас организовать поиск, но лишь нахождение того, что нам нужно, свидетельствует о её полезности. То же самое относится к обоснованности математических суждений. Утверждение о существовании некоторого элемента натурального ряда, обладающего свойством F , может свидетельствовать только о том, что поиск какого-то определённого элемента увенчался успехом. В этом случае данное утверждение является своего рода картой без определённого указания, где этот элемент можно найти. Главное в том, что если такой элемент найден, то и утверждение о существовании подобных элементов вполне обосновано. Карта получает значение, она становится вполне обоснованной в глазах тех, кто использует её в качестве путеводителя. Тогда карта выступает в качестве некоторого закона, ограничивающего поиски там, где можно искать. Только тогда, когда можно найти закон, правило, однозначно определяющее поиски данного элемента, карта приобретает значение.

Доказательство существования определённого элемента числового ряда, обладающего некоторым свойством, если это доказательство основано на законах, определяющих построение числового ряда, только и даёт нам право утверждать, что из демонстрации конкретного числа, удовлетворяющего свойству F , следует, что такое число существует. При этом главное в том, что такое число приведено, а уж правило построения таких чисел имеет производный характер. Закон, определяющий построение таких чисел, произведен, уже хотя бы потому, что такое число приведено в качестве примера. Пример здесь имеет определяющее значение. Вывод, что такой пример существует, – производное¹. Смысл такого производного примера заключается в том, что мы можем абстрагироваться от конкретного, полученного нами примера, и

¹ Воспользуемся примером, приведённым М. Мэрином: «Понять идею Вейля может помочь элементарный пример, вроде теоремы Эвклида о бесконечности простых чисел. Теорема утверждает, что 'простых чисел больше любого заданного их количества'. Классическое доказательство строится как *reduction ad absurdum*. Начинаем с предположения, что существует наибольшее простое число p_n . Следовательно, можно перечислить все простые числа: $p_1 \dots p_n$. Затем определяем число $N: N = [p_1 \times p_2 \times p_3 \times \dots \times p_n] + 1$. Число N является либо простым, либо составным. Если оно простое, то мы приходим к противоречию, поскольку оно было бы больше, чем все простые числа, меньшие или равные p_n , и простых чисел было бы больше чем n . Если оно является составным, то оно должно было бы без остатка делиться на простое число. Но этот простой делитель не может быть простым числом, меньшим или равным p_n , поскольку они оставляли бы в остатке 1. Следовательно, должно быть другое простое число, большее чем p_n . С точки зрения Вейля, утверждение 'существует простое число x , такое, что $n < x \leq N$ ' выражает собственно суждение, поскольку N остаётся в рамках конечной области. Кроме того, доказательство даёт нам достаточно информации для того, чтобы найти следующее простое число. Но если область бесконечна, как в случае утверждения 'существует простое число, такое, что $n < x$ ', демонстрация невозможна и утверждение не может быть интерпретировано как сокращение для бесконечной дизъюнкции: $n + 1$ является простым $\vee n + 2$ является простым $\vee n + 3$ является простым $\vee n + 4$ является простым $\vee \dots$, и если говорящий не знает уже какого-то особого числа $x > n$, относительно которого он может показать, что оно является простым, он не находится в ситуации, чтобы утверждать $\exists x F(x)$, поскольку это было бы неоправданным утверждением» [4. P. 86].

утверждать только то, что такой пример мы можем привести. Если я утверждаю, что существует чётное число, то это есть следствие, что суждение «2 – чётное число» является истинным. Это касается любых числовых последовательностей. Приписывание некоторого свойства определённого его члену всегда предшествует общему утверждению о существовании такого члена. Утверждение о существовании такого члена может иметь основание только тогда, когда такой член мы можем привести в качестве примера, в качестве члена определённой последовательности. Но мы не всегда это можем сделать. И Вейль это подтверждает: «Действительно, мы говорили выше, когда речь шла о числовых последовательностях и об определяющих их до бесконечности законах: если нам удалось построить закон со свойством F , то мы вправе утверждать, что существуют законы вида F ; право утверждать это нам может дать только уже *удавшееся* построение; о *возможности* построения нет и речи. Но что же это за суждение, которое, взятое само по себе, лишено всякого смысла, и получает *смысл* лишь на основании проведённого доказательства, только и гарантирующего истинность суждения? Это вовсе не суждение, это **абстракция суждения** (Urtheilsabstrakt)» [9. С. 106]

Что в таком случае означает ‘абстракция суждения’? Абстракция суждения есть основание сделать вывод. Этот вывод основывается только на том, что из установленной истинности или ложности суждения о конкретном случае можно вывести обоснованность утверждения о существовании. Так, истинное суждение «2 – чётное число» позволяет сделать вывод, что чётные числа существуют. В свою очередь, утверждение о существовании является основанием предполагать, что искомое свойство может быть вообще предписано числам натурального ряда. В противном случае оно не имеет никакого значения. Эта абстракция является лишь свидетельством того, что мы всегда можем получить конкретный пример, хотя бы уже тот, из которого это экзистенциальное утверждение было получено. Причём этот вывод сам по себе не имеет значимого характера, поскольку он зависит не от того, что объективно есть, но от того, что мы готовы объективно принять. Таким образом, экзистенциальные утверждения являются абстракциями суждения в том смысле, что они могут быть выведены из единичных суждений, но сами по себе они не имеют никакого значения, в частности, нельзя утверждать их истинность или ложность. Экзистенциальные утверждения получают значения только в рамках вывода следующего вида: $\phi a \rightarrow (\exists x) . \phi x$ ¹.

Подобные рассуждения касаются и общих утверждений. Как говорит Вейль, «...точно так же общее высказывание “Каждое число обладает свойством F ” (например, “Для каждого числа m мы имеем $m + 1 = 1 + m$ ”) не является вовсе действительным суждением, а только общим **указанием на суждение** (Anweisungen auf Urteile). Если я имею дело с каким-либо отдельным числом, например с числом 17, то из этого указания на суждение я могу вывести действительное суждение, именно, $17 + 1 = 1 + 17$ » [9. С. 106]. Аналогия, которую приводит Вейль, уподобляет общие утверждения твёрдой обо-

¹ На то, что экзистенциальные и общие утверждения у Вейля должны рассматриваться не сами по себе, но только в рамках вывода подобного рода, первым обратил внимание У. Майер [8. Р. 245] и [10. Р. 177].

лочке, в которую заключены плоды. Конечно, оболочка имеет значение, но не сама по себе. Для того, чтобы ‘вкусить плод познания’, оболочку следует разломать и извлечь из неё плоды. Таким образом, общие утверждения являются указанием на суждения в том смысле, что из них вытекает многообразие единичных суждений, но утверждать, что они истины сами по себе, не имеет смысла. Как и экзистенциальные утверждения, они получают своё значение только в рамках вывода следующего вида: $(x) . \phi x \rightarrow \phi a$.

Подчёркивая сходство в функционировании экзистенциальных и общих утверждений, Вейль тем не менее фиксирует и различия: «Общие суждения, которые я выше называл указаниями на суждения, разделяют с собственными суждениями то свойство, что они самодовлеющи, они даже содержат в себе бесконечную полноту действительных суждений. В этом отношении мы должны поставить общие суждения в один ряд с суждениями действительными. Конечно, в отличие от последних мы не будем говорить об общих суждениях, что они истины, мы будем охотнее выражаться так: они правомерны, они содержат правовое основание для всех ‘реализующихся’ из них сингулярных суждений. Наоборот, какое-нибудь экзистенциальное суждение, взятое само по себе, есть *ничто*; если суждение, из которого извлечена подобная абстракция суждения, забыто нами или утеряно, то действительно *ничего* не остаётся (если не иметь в виду, как мы говорили выше, стимула разыскать суждение)» [9. С. 107] Однако несмотря на различия в способах функционирования, пожалуй, для Вейля они сходны в главном. По сути дела, он отказывается общим и экзистенциальным утверждениям в объективной оценке. Они не могут быть истинными или ложными сами по себе, они вообще не могут быть истинными или ложными, поскольку применение общих и экзистенциальных утверждений зависит от когнитивной установки использующего их математика. Общее утверждение есть лишь основание для истинностной оценки суждения, говорящего об отдельном примере. Как такое оно не является совершенно неважным или бесполезным, оно оправдывает переход к суждению о единичном случае и в этом своём качестве всё-таки оправдано как основание вывода. Но здесь главную роль играет когнитивная установка, намерение использовать общее утверждение как основание истинностной оценки вытекающего из него действительного суждения. Точно так же когнитивная установка оказывает решающую роль при использовании экзистенциальных утверждений. Если невозможно привести пример единичного суждения и, стало быть, производного от него экзистенциального суждения, то это отнюдь не означает, что всеобщее значение имеет общее утверждение. Даже если ‘ничего’ не остаётся, это не даёт основания для того, чтобы делать вывод о том, что известно всё, поскольку, по крайней мере, может оставаться ‘стимул разыскать суждение’.

Из такого подхода к общим и экзистенциальным утверждениям вытекают важные для логической теории следствия. Несмотря на формальное сходство приведённых выше формул $\phi a \rightarrow (\exists x) . \phi x$ и $(x) . \phi x \rightarrow \phi a$ с правилами классической кванторной логики, мы получаем систему, более слабую, чем классическая кванторная логика. Связано это с тем, что подобные правила у Вейля есть реализация определённой когнитивной установки, которая делает неприменимыми многие принципы классической логики, поскольку общим и

экзистенциальным утверждениям отказывается в значимости самим по себе. Он, в частности, пишет: «Наше учение об общих и экзистенциальных суждениях не носит вовсе расплывчато-неопределенного характера, это ясно хотя бы потому, что из него тотчас же вытекают важные, строго логические выводы. И, в первую очередь, тот вывод, что совершенно бессмысленно отрицать подобные суждения, вывод, с которым отпадает возможность применения к этим суждениям аксиомы исключительного третьего» [9. С. 107]. Действительно, если математик не располагает примером ϕa и, следовательно, не может сделать вывод, что $(\exists x) . \phi x$, это не означает, что он должен утверждать $\sim \phi a$, и ещё в меньшей степени это должно заставлять его принять общее утверждение $(x) . \sim \phi x$. Так же и наоборот, отсутствие примера $\sim \phi a$, а значит отсутствие вывода $(\exists x) . \sim \phi x$, не означает, что математик склонен к тому, чтобы принять общее утверждение $(x) . \phi x$. А это означает, что $(\exists x) . \phi x$ и $(x) . \sim \phi x$ (так же как и $(x) . \phi x$ и $(\exists x) . \sim \phi x$) не противостоят друг другу как утверждение и отрицание. Тем самым не выполняются фундаментальные эквивалентности классической кванторной логики, а именно, $\sim(\exists x) . \phi x \equiv (x) . \sim \phi x$ и $\sim(x) . \phi x \equiv (\exists x) . \sim \phi x$, и принцип исключённого третьего оказывается неверным.

Нетрудно заметить, что взгляды Рамсея образца 1929 г. с точки зрения проведённого выше анализа производны от взглядов Г. Вейля. Параллелизм особенно очевиден в подходе к принципу исключённого третьего и в трактовке значимости когнитивной установки того, кто оценивает утверждения общности. Здесь приведём одну цитату из рукописи Рамсея «Формальная структура интуиционистской математики», в которой по существу выражена представленная выше точка зрения Вейля и которая лишней раз свидетельствует, что Рамсею импонирует именно умеренный интуиционизм: «Мы не можем интерпретировать общую математическую пропозицию как бесконечную функцию истинности её примеров... Мы не можем сказать: “Либо такой ряд либо существует, либо нет”, если мы некоторым образом не ограничим его длину, как, например, когда мы говорим: “Я либо нашёл такой ряд, либо нет”. Тогда представляется, что общая математическая пропозиция не соответствует суждению, как ему соответствует единичная пропозиция, хотя с помощью подстановки оно ведёт к таким суждениям и функциям истинности любого конечного числа таких суждений. Когда мы доказали такую пропозицию, мы можем, конечно, высказать суждение, что доказали её (и суждение, что любой её пример является истинным), но это не эквивалентно самой пропозиции, например, “Я не доказал p ” не есть то же самое “Я доказал не- p ”» [11. Р. 204]. Отсутствие доказательства не свидетельствует в пользу того, что есть опровергающий пример, первое и второе не являются противоречием, поскольку доказательство должно свидетельствовать о наличии примера, а его отсутствие может свидетельствовать только о том, что такое доказательство мы не в состоянии привести. В работе «Общие пропозиции и причинность» Рамсей, вполне с соответствием приведённой выше цитате, утверждает: «Неизвестная истина в теории чисел не может интерпретироваться как (неизвестная) пропозиция, истинная для всех чисел, но как доказанная или доказуемая пропозиция. Доказуемость, в свою очередь, подразумевает доказуемость для любого числа шагов и, согласно финитистским принципам, это

число должно быть некоторым образом ограничено, например, до человеческого возможного» [5. С. 190].

Представленные выводы Рамсея относительно принципа исключённого третьего полностью совпадают с выводами Вейля, одинаково рассматривается и значение когнитивной установки. В самом деле, множество примеров, подтверждающих утверждение общности не приводит к оценке общего утверждения как истинного, поскольку в перспективе может обнаружиться опровергающий пример. Когнитивная установка может только руководствоваться большей или меньшей степенью уверенности в том, что такой пример можно привести. Как утверждает Рамсей: «Фактическое согласие и несогласие возможны относительно любого аспекта точки зрения человека и не обязательно принимают простую форму ‘ p ’ и ‘не- p ’. Многие предложения выражают когнитивные установки, не будучи пропозициями, и различие между тем, чтобы сказать ‘да’ или ‘нет’ относительно когнитивной установки, не является различием между тем, чтобы сказать ‘да’ или ‘нет’ относительно пропозиции» [5. Р. 187]. Общее утверждение лишь свидетельствует о том, что вывод относительно частного случая мотивирован.

И здесь именно в духе Вейля трактует Рамсей общие пропозиции, когда утверждает: «Вариативные гипотетические выражения являются не суждениями (judgments), но правилами для вынесения суждения (judging): “Если мне встретится ϕ , я буду рассматривать его как ψ ”. Последнее нельзя отрицать, но с ним может не соглашаться тот, кто его не приемлет» [5. С. 189]. Общие утверждения лежат в основании вывода, что нечто обстоит так, как я с этим согласен. Моё согласие с общим состоянием дел как раз и служит для того, что я с уверенностью вывожу отсюда частные случаи.

Утверждение общности здесь играет роль того, на что можно сослаться при отсутствии других аргументов. Из общего утверждения мы лишь выводим то, к чему склоняет нас собственная убеждённость. Степень убеждённости не увеличивается возрастом примеров. Точно так же сомнение не опровергает убеждённость, пока нет опровергающего примера. Здесь не играет роли, чья это убеждённость, математика (в случае Вейля) или того, кто никогда не решал никаких уравнений. Установки на общность утверждений у Рамсея есть следствие привычки и «не включают никакой загадочной идеи, помимо идеи привычки» [5. С. 189]. Привычка склоняет нас к принятию общих утверждений, но эти последние ничего не значат сами по себе, они получают значение только в применении относительно частных выводов¹. Так,

¹ На этом акцентируют внимание Р. Холтон и Х. Прайс: «В современной терминологии мы можем сказать, что точка зрения Рамсея заключается в том, что принять обобщение – значит овладеть двойной установкой – быть склонным к уверенности одного сорта, тогда как некто принимает уверенность другого сорта, и произнести некоторое предложение. Он стремится сказать, что, поскольку они не являются суждениями (judgments), общие предложения нельзя отрицать. Однако с ними можно не соглашаться в том смысле, что некто может ошибаться, принимая рассматриваемую установку» [12. Р. 330]. Считая, что здесь определяющую роль играет когнитивная установка, а не правила классической логики, Р. Холтон и Х. Прайс утверждают, что в некотором смысле Рамсей превосходит проблему следования правилу, поставленную Витгенштейном в *Философских исследованиях*. Диспозиционная установка тем не менее вряд ли адекватна пониманию данной проблемы у Витгенштейна. Например, С. Крипке считает, что диспозиционная установка в отношении следования правилу как раз и была основной критической темой Витгенштейна [13]. Тем не менее позиция Рамсея, несомненно, оказала влияние на Витгенштейна, о чём последний пишет в предисловии к *Философским исследова-*

Рамсей пишет: «Верить, что все люди смертны, – что же это означает? Отчасти говорить так, отчасти верить в отношении любого подвернувшегося x , что если он – человек, то он смертен. Общая уверенность включает (а) общую формулировку, (б) привычку к единичному убеждению. Они, конечно, связаны. Склонность выводится из формулировки согласно психологическому закону, который формирует значение ‘все’» [5. С. 188]. ‘Общая формулировка’ здесь имеет определяющее значение. От ‘общей формулировки’ мы как раз и переходим к частному случаю. Мотивы Г. Вейля здесь очевидны, поскольку, по сути дела, общие утверждения Рамсей рассматривает только в контексте вывода. Сами по себе утверждения общности не имеют никакого значения, они лишь принимают участие в обоснованном выводе, вроде $(x) \cdot \phi x \rightarrow \phi a$. Здесь оценка частного случая неразрывно связана с общим утверждением. Имея привычку принимать общее утверждение, мы принимаем и все вытекающие из неё следствия.

С этим утверждением у Рамсея связана и трактовка закона причинности: «Утверждая каузальный закон, мы утверждаем не факт, не бесконечную конъюнкцию, не конъюнкцию универсалий, но вариативное гипотетическое выражение, которое, строго говоря, вообще не является пропозицией, но является формулой, из которой мы выводим пропозиции» [5. С. 197]. Каузальная связь объясняется через привычку делать определённые выводы, если есть когнитивные основания, т.е. убеждённость в том, что нечто должно обстоять так, а не иначе. В этом случае апелляция к привычке представляет Рамсея как адепта прагматизма, поскольку оценка истинности или ложности полученного вывода связывается не с тем, что есть на самом деле, а с тем, что мы принимаем в силу привычки, основанной на уверенности в полезности или бесполезности последующего действия¹.

дованиям: «Вновь занявшись философией шестнадцать лет назад, я был вынужден признать, что моя первая книга содержит серьёзные ошибки. Понять эти ошибки – в той мере, в какой я сам едва ли смог бы это сделать, – мне помогла критика моих идей Фрэнком Рамсеем, в бесчисленных беседах с которым я обсуждал их множество раз в течение двух последних лет его жизни» [14. С. 78]. Интуитионистский подход к логике с вытекающими отсюда следствиями, видимо, и послужил отходу Рамсея от позиций логицизма и отказу Витгенштейна от своих ранних взглядов, о чём пишет Н.-Е. Салин [7].

¹ Прагматизм Рамсея сам по себе представляет обширную и интересную тему. Как указывалось выше, прагматистскую позицию Рамсей выказывает уже в статье «Факты и пропозиции» (1927 г.), правда, там он ещё представляет себя как сторонника логицизма и трактует общие и экзистенциальные утверждения в духе Витгенштейна как сокращения для конъюнкций и дизъюнкций. Однако уже в работе «Об истине», составленной публикаторами из рукописей 1927–1929 гг., Рамсей, касаясь верификации утверждений с теоретическими терминами, пишет, что «эти, так называемые пропозиции не выражают суждений и, на наш взгляд, не демонстрируют исключение из того, что единичные суждения являются истинными или ложными; но они интересны в качестве демонстрации того, что значительный корпус предложений, который, по видимости выражает суждения и с которым обращаются согласно законам формальной логики, может вообще не выражать суждений» [15. Р. 34]. С учётом того, что в этом тексте Рамсей стоит на позициях прагматизма, а выражения с теоретическими терминами он впоследствии начинает трактовать как утверждения с квантификацией, можно сказать, что здесь в определённом смысле намечается попытка синтеза прагматизма с интуитионизмом, что в конечном счёте приводит ко взглядам 1929 г. на общие предложения и теоретические термины. Как пишет У. Майер: «Интуитионистский подход Рамсея к теориям вполне совместим с прагматическим понятием истины как *согласия* теории с экспериментальными наблюдениями. На самом деле, интуитионистский подход Вейля к теориям есть по существу прагматическая теория истины и наоборот» [10. Р. 166].

Неизвестно, какую форму в конечном счёте приняла бы и в какой степени была бы связана с той или иной версией интуиционизма философия математики позднего Рамсея¹. Выражение «поздний Рамсей» относительно человека, прожившего всего 26 лет, звучит достаточно странно, тем не менее очевидно эволюция его взглядов от «раннего реализма и платонизма» к признанию значимости когнитивной установки при приемлемости тех или иных способов рассуждения. Полагаем, что если бы Рамсей успел написать ещё одну работу по основаниям математики, она имела бы совершенно иной характер, чем работы, опубликованные до 1928 г.

Литература

1. *Ramsey F.P.* The Foundation of Mathematics and Other Logical Essays. London: Routledge and Kegan Paul, 1931.
2. *Russell B.* Critical Notice on «The Foundation of Mathematics and Other Logical Essays» by F.P. Ramsey // *Mind*. 1931. Vol. 40, № 160. P. 476–482.
3. *Braithwaite R.* Editor Introduction // Ramsey F.P. “The Foundation of Mathematics and Other Logical Essays”. London: Routledge and Kegan Paul, 1931. P. IX–XIV.
4. *Marion M.* Wittgenstein, Finitism and the Foundations of Mathematics. Oxford: Clarendon Press, 1998.
5. *Рамсей Ф.П.* Философские работы. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2003.
6. *Толстой Л.Н.* Собрание сочинений в двадцати томах. М.: Художественная лит-ра, 1964. Т. 12.
7. *Sahlin N.-E.* ‘HE IS NO GOOD FOR MY WORK’: On the Philosophical Relations between Ramsey and Wittgenstein // *Knowledge and Inquiry: Essays on Jaakko Hintikka’s Epistemology and Philosophy of Science*. Rodopi, Amsterdam, 1997. P. 61–84.
8. *Majer U.* Ramsey’s Conception of Theories: an Intuitionistic Approach // *History of Philosophy Quarterly*. 1989. Vol. 6, № 2, P. 233–258.
9. *Вейль Г.* О философии математики. М.: КомКнига, 2005.
10. *Majer U.* Ramsey’s Theory of Truth and the Truth of Theories: A Synthesis of Pragmatism and Intuitionism in Ramsey’s Last Philosophy // *Theoria*. 1991. Vol. LVII. Part 3. P. 162–195.
11. *Ramsey F.P.* Notes on Philosophy, Probability and Mathematics. Napoli: Bibliopolis, 1991.
12. *Holton R., Price H.* Ramsey on Saying and Whistling: A Discordant Note // *Nous*. 2003. Vol. 37. Issues 2, P. 325–341.
13. *Крунке С.* Витгенштейн о правилах и индивидуальном языке. М.: Канон +, 2010.
14. *Витгенштейн Л.* Философские исследования // Витгенштейн Л. Философские работы. М.: Гнозис, 1994. Ч. 1.
15. *Ramsey F.P.* On Truth. – Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1991.

¹ Например, Р. Холтон и Х. Прайс, ссылаясь на некоторые пассажи из рукописи Рамсея «Бесконечность в теориях» 1929 г. [см. 11], считают, что они «несут весьма формалистский оттенок, и в них Рамсей демонстрирует тот же самый подход к общим суждениям, который имеет место в *Общих пропозициях и причинности*. Мы принимаем это как хорошее свидетельство в пользу того, что Рамсей прежде всего мотивирован формалистским, а не интуиционистским подходом» [12. P. 332]. Однако различная квалификация взглядов Рамсея образца 1929 г. как формалиста, близкого Д. Гилберту, или интуициониста, следующего Г. Вейлю, не отменяет того факта, что он отходит от логицизма.