

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 537.874.6

А.Г. Дмитренко, Р.И. Уринов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ НА СТРУКТУРЕ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ИМПЕДАНСНОГО И МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТЕЛ

Метод дискретных вспомогательных источников использован для моделирования в резонансной частотной области электромагнитного рассеяния на структуре, состоящей из импедансного и магнитодиэлектрического тел. Приведены некоторые результаты моделирования, касающиеся влияния отклонения формы структуры от осесимметричной на бистатистические сечения рассеяния.

Ключевые слова: электромагнитное рассеяние; метод дискретных источников; импедансное тело; магнитодиэлектрическое тело; сечение рассеяния.

Изучение электромагнитных полей, рассеянных структурами, состоящими из нескольких тел различной физической природы, размеры которых сравнимы с длиной волны падающего на структуру поля, имеет большое значение для решения ряда практически важных проблем, возникающих в радиолокации, радионавигации, дефектоскопии, антенной технике и других областях. К таким проблемам относятся, например, проблема радиолокационной заметности объектов, проблема идентификации объектов, проблема электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств и др. Особый интерес представляет случай, когда расстояние между телами структуры много меньше длины волны.

Корректная (с учётом электромагнитного взаимодействия тел) постановка исследований подобного рода приводит к необходимости решения граничных задач теории рассеяния на системах тел. Для задач рассматриваемого класса речь идёт о нахождении решений уравнений Максвелла, удовлетворяющих заданным граничным условиям на поверхностях тел и условиям излучения на бесконечности. В подавляющем большинстве случаев получить аналитическое решение таких задач не удаётся, поэтому используются различные численные методы. Например, в [1] для решения задачи электромагнитного рассеяния на двух и трёх диэлектрических сферах использован метод граничных элементов, а в [2] для решения подобной задачи использован метод интегральных уравнений.

В последние годы применительно к решению задач электромагнитного рассеяния на группах тел существенно развит метод дискретных источников [3–5]. В этом методе неизвестное поле в рассматриваемой области и на её границах представляют в виде конечной линейной комбинации полей некоторой системы источников, размещённых вне этой области. Такая конструкция удовлетворяет системе уравнений Максвелла и условиям излучения (где это необходимо). Коэффициенты линейной комбинации определяются путём удовлетворения граничным условиям на поверхности рассеивателя. В силу своей идейной простоты метод удобен в качестве основы для построения решений задач электромагнитного рассеяния как на одиночных телах, так и на группах тел.

В данной работе предложенный в [5] вариант метода дискретных источников использован для моделирования электромагнитного рассеяния на структуре, состоящей из импедансного и магнитодиэлектрического тел. Приведены некоторые результаты моделирования, касающиеся влияния отклонения формы структуры от осесимметричной на бистатистические сечения рассеяния.

1. Формулировка задачи

В безграничной однородной изотропной среде D_e с диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ_e и μ_e расположена структура, состоящая из непересекающихся импедансного и магнитоди-

электрического тела (рис. 1). Импедансное тело D ограничено гладкой поверхностью S , а магнитоэлектрическое тело D_i – гладкой поверхностью S_i и характеризуется диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ_i и μ_i . Структура возбуждается стационарным электромагнитным полем $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$. Требуется найти рассеянное поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в области D_e .

Кроме поля $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в D_e , внутри магнитоэлектрического тела существует поле $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$, которое также является неизвестным.

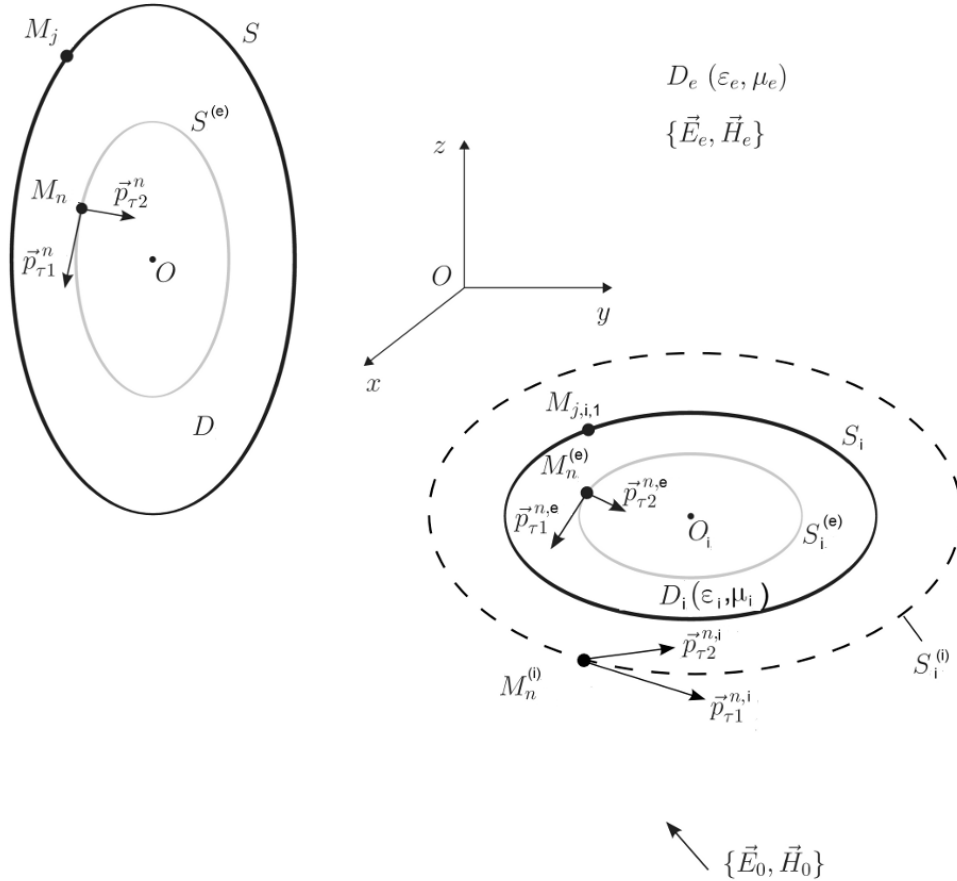


Рис. 1. Геометрия задачи

Поля $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ и $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ должны удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\nabla \times \vec{E}_e = i\omega\mu_e \vec{H}_e, \quad \nabla \times \vec{H}_e = -i\omega\epsilon_e \vec{E}_e \text{ в } D_e, \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E}_i = i\omega\mu_i \vec{H}_i, \quad \nabla \times \vec{H}_i = -i\omega\epsilon_i \vec{E}_i \text{ в } D_i \quad (2)$$

и граничным условиям

$$\vec{n} \times \vec{E}_e - Z(\vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{H}_e)) = -\vec{n} \times \vec{E}_0 + Z(\vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{H}_0)) \text{ на } S, \quad (3)$$

$$\vec{n}_i \times (\vec{E}_i - \vec{E}_e) = \vec{n}_i \times \vec{E}_0, \quad \vec{n}_i \times (\vec{H}_i - \vec{H}_e) = \vec{n}_i \times \vec{H}_0 \text{ на } S_i. \quad (4)$$

Кроме того, поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в D_e должно удовлетворять условиям излучения

$$\{\sqrt{\epsilon_e} \vec{E}_e; \sqrt{\mu_e} \vec{H}_e\} \times \vec{R} / R + \{\sqrt{\mu_e} \vec{H}_e; -\sqrt{\epsilon_e} \vec{E}_e\} = O(R^{-1}), R \rightarrow \infty. \quad (5)$$

В выражениях (1)–(5) \vec{n} – единичный вектор нормали к поверхности S , ограничивающей импедансное тело; \vec{n}_i – единичный вектор нормали к поверхности S_i , ограничивающей магнитоэлектрическое тело; $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; $\vec{a} \times \vec{b}$ – векторное произведение; Z – поверхностный импеданс, $\text{Re } Z \geq 0$.

2. Модель рассеянного поля

Модель рассеянного поля строится следующим образом. Введем внутри импедансного тела D вспомогательную поверхность $S^{(e)} = K^{(e)}S$, подобную поверхности рассеивателя S в смысле гомотетии с центром в точке O . Если поверхность S является центральной, центр гомотетии выбираем так, чтобы он совпадал с центром поверхности. Коэффициент гомотетии (подобия) $K^{(e)}$ характеризует удаление вспомогательной поверхности от поверхности импедансного тела, его значения лежат в интервале $0 < K^{(e)} < 1$ (при $K^{(e)} = 0$ вспомогательная поверхность стягивается в точку, при $K^{(e)} = 1$ она совпадает с поверхностью тела).

Аналогично внутри магнитоэлектрического тела D_i введем вспомогательную поверхность $S_i^{(e)} = K_i^{(e)}S_i$, подобную поверхности рассеивателя S_i .

Выберем на вспомогательной поверхности $S^{(e)}$ внутри импедансного тела конечную совокупность точек $\{M_n\}_{n=1}^N$ и в каждой точке M_n разместим пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\vec{p}_{\tau_1}^n = p_{\tau_1}^n \vec{e}_{\tau_1}^n$, $\vec{p}_{\tau_2}^n = p_{\tau_2}^n \vec{e}_{\tau_2}^n$, ориентированными вдоль единичных направлений $\vec{e}_{\tau_1}^n, \vec{e}_{\tau_2}^n$, выбранных в плоскости, касательной к $S^{(e)}$ в точке M_n , и излучающих в однородную среду с параметрами ϵ_e и μ_e .

Аналогично выберем на вспомогательной поверхности $S_i^{(e)}$ внутри магнитоэлектрического тела конечную совокупность точек $\{M_n^{(e)}\}_{n=1}^{N^{(e)}}$ и в каждой точке $M_n^{(e)}$ разместим пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\vec{p}_{\tau_1}^{n,e} = p_{\tau_1}^{n,e} \vec{e}_{\tau_1}^{n,e}$, $\vec{p}_{\tau_2}^{n,e} = p_{\tau_2}^{n,e} \vec{e}_{\tau_2}^{n,e}$, ориентированными вдоль единичных направлений $\vec{e}_{\tau_1}^{n,e}, \vec{e}_{\tau_2}^{n,e}$, выбранных в плоскости, касательной к $S_i^{(e)}$ в точке $M_n^{(e)}$, и излучающих в однородную среду с параметрами ϵ_e и μ_e .

Представим неизвестное рассеянное поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в D_e в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей:

$$\begin{aligned} \vec{E}_e(M) &= (i/\omega\epsilon_e) \left\{ \sum_{n=1}^N \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_n) + \sum_{n=1}^{N^{(e)}} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,e}) \right\}, \\ \vec{H}_e(M) &= \sum_{n=1}^N \nabla \times \vec{\Pi}_n + \sum_{n=1}^{N^{(e)}} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,e}, \\ \vec{\Pi}_n &= \Psi_e(M, M_n) \vec{p}_{\tau}^n, \quad \vec{\Pi}_{n,e} = \Psi_e(M, M_n^{(e)}) \vec{p}_{\tau}^{n,e}, \\ \Psi_e(M, M_n) &= \exp(ik_e R_{MM_n}) / (4\pi R_{MM_n}), \quad \Psi_e(M, M_n^{(e)}) = \exp(ik_e R_{MM_n^{(e)}}) / (4\pi R_{MM_n^{(e)}}), \\ \vec{p}_{\tau}^n &= p_{\tau_1}^n \vec{e}_{\tau_1}^n + p_{\tau_2}^n \vec{e}_{\tau_2}^n, \quad \vec{p}_{\tau}^{n,e} = p_{\tau_1}^{n,e} \vec{e}_{\tau_1}^{n,e} + p_{\tau_2}^{n,e} \vec{e}_{\tau_2}^{n,e}, \quad M \in D_e. \end{aligned} \tag{6}$$

Здесь $k_e = \omega\sqrt{\epsilon_e\mu_e}$ – волновое число в среде D_e ; R_{MM_n} – расстояние от точки M_n на $S^{(e)}$ до точки M в D_e ; $R_{MM_n^{(e)}}$ – расстояние от точки $M_n^{(e)}$ на $S_i^{(e)}$ до точки M в D_e ; $p_{\tau_1}^n, p_{\tau_2}^n (n = \overline{1, N})$ и $p_{\tau_1}^{n,e}, p_{\tau_2}^{n,e} (n = \overline{1, N^{(e)}})$ – неизвестные комплексные постоянные (дипольные моменты); N – число точек размещения диполей на вспомогательной поверхности $S^{(e)}$ внутри импедансного тела; $N^{(e)}$ – число точек размещения диполей на вспомогательной поверхности $S_i^{(e)}$ внутри диэлектрического тела.

Для представления поля $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ внутри диэлектрического тела введем вспомогательную поверхность $S_i^{(i)}$, охватывающую это тело. Вспомогательная поверхность $S_i^{(i)}$ также выбирается подоб-

ной поверхности тела S_i : $S_i^{(i)} = K_i^{(i)} S_i$, $K_i^{(i)} > 1$. Выберем на вспомогательной поверхности $S_i^{(i)}$ конечную совокупность точек $\{M_n^{(i)}\}_{n=1}^{N^{(i)}}$, в каждой из которых разместим пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\vec{p}_{\tau_1}^{n,i} = p_{\tau_1}^{n,i} \vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$, $\vec{p}_{\tau_2}^{n,i} = p_{\tau_2}^{n,i} \vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$. Единичные векторы $\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}, \vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$ выбраны в плоскости, касательной к $S_i^{(i)}$ в точке $M_n^{(i)}$. Предполагается, что диполи, размещенные на $S_i^{(i)}$, излучают в однородную среду с параметрами ε_i, μ_i .

Представим неизвестное поле $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ внутри диэлектрического тела в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей:

$$\begin{aligned} \vec{E}_i(M) &= (i/\omega\varepsilon_i) \sum_{n=1}^{N^{(i)}} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,i}), \quad \vec{H}_i(M) = \sum_{n=1}^{N^{(i)}} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,i}, \\ \vec{\Pi}_{n,i} &= \Psi_i(M, M_n^{(i)}) \vec{p}_{\tau}^{n,i}, \quad \vec{p}_{\tau}^{n,i} = p_{\tau_1}^{n,i} \vec{e}_{\tau_1}^{n,i} + p_{\tau_2}^{n,i} \vec{e}_{\tau_2}^{n,i}, \\ \Psi_i(M, M_n^{(i)}) &= \exp(ik_i R_{MM_n^{(i)}}) / (4\pi R_{MM_n^{(i)}}), \quad M \in D_i. \end{aligned} \quad (7)$$

В (7) $k_i = \omega\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}$; $R_{MM_n^{(i)}}$ – расстояние от точки $M_n^{(i)}$ на вспомогательной поверхности $S_i^{(i)}$ до точки M в D_i ; $N^{(i)}$ – число точек размещения диполей на $S_i^{(i)}$; $p_{\tau_1}^{n,i}, p_{\tau_2}^{n,i} (n = \overline{1, N^{(i)}})$ – неизвестные дипольные моменты.

Представление для полей (6)–(7) удовлетворяет уравнениям Максвелла (1)–(2). Кроме того, поле (6) удовлетворяет условиям излучения (5). Для того чтобы удовлетворить граничным условиям (3)–(4), необходимо соответствующим образом выбрать дипольные моменты $p_{\tau_1}^n, p_{\tau_2}^n (n = \overline{1, N})$, $p_{\tau_1}^{n,e}, p_{\tau_2}^{n,e} (n = \overline{1, N^{(e)}})$ и $p_{\tau_1}^{n,i}, p_{\tau_2}^{n,i} (n = \overline{1, N^{(i)}})$.

Используем для этого метод коллокаций. Суть этого метода заключается в поточечном удовлетворении граничным условиям на некоторых дискретных множествах точек, выбранных на поверхностях S и S_i .

Пусть $M_j (j = \overline{1, 2, \dots, L})$ – точки коллокации на поверхности S импедансного тела, а $M_{j,i} (j' = \overline{1, 2, \dots, L_i})$ – точки коллокации на поверхности S_i диэлектрического тела; L – число точек коллокации на S , L_i – число точек коллокации на S_i . Тогда для определения неизвестных $p_{\tau_1}^n, p_{\tau_2}^n (n = \overline{1, N})$, $p_{\tau_1}^{n,e}, p_{\tau_2}^{n,e} (n = \overline{1, N^{(e)}})$ и $p_{\tau_1}^{n,i}, p_{\tau_2}^{n,i} (n = \overline{1, N^{(i)}})$ получим следующую систему линейных алгебраических уравнений с комплексной матрицей размером $(2L + 4L_i)$ на $(2N + 2(N^{(e)} + N^{(i)}))$:

$$\begin{aligned} \vec{n}^j \times \vec{E}_e^j - Z(\vec{n}^j \times (\vec{n}^j \times \vec{H}_e^j)) &= -\vec{n}^j \times \vec{E}_0^j + Z(\vec{n}^j \times (\vec{n}^j \times \vec{H}_0^j)), \quad j = \overline{1, L}, \\ \vec{n}_i^{j'} \times (\vec{E}_i^{j'} - \vec{E}_e^{j'}) &= \vec{n}_i^{j'} \times \vec{E}_0^{j'}, \quad \vec{n}_i^{j'} \times (\vec{H}_i^{j'} - \vec{H}_e^{j'}) = \vec{n}_i^{j'} \times \vec{H}_0^{j'}, \quad j' = \overline{1, L_i}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\vec{n}^j, \vec{E}_e^j, \vec{H}_e^j$ и \vec{E}_0^j, \vec{H}_0^j – значения компонент рассеянного (6) и возбуждающего полей в точках коллокации j на поверхности импедансного тела; $\vec{n}_i^{j'}, \vec{E}_e^{j'}, \vec{H}_e^{j'}$ и $\vec{E}_i^{j'}, \vec{H}_i^{j'}$ – значения компонент рассеянного поля (6) и поля (7) в точке коллокации j' на поверхности магнитоэлектрического тела; $\vec{E}_0^{j'}, \vec{H}_0^{j'}$ – компоненты возбуждающего поля в этой же точке. Решение системы (8) находим путём минимизации функции

$$\begin{aligned} \Phi &= \sum_{j=1}^L \left| \vec{n}^j \times (\vec{E}_e^j - \vec{E}_0^j) - Z(\vec{n}^j \times (\vec{n}^j \times (\vec{H}_e^j - \vec{H}_0^j))) \right|^2 + \\ &+ \sum_{j'=1}^{L_i} \left\{ \left| \vec{n}_i^{j'} \times (\vec{E}_i^{j'} - \vec{E}_e^{j'} - \vec{E}_0^{j'}) \right|^2 + \frac{\mu_e}{\varepsilon_e} \left| \vec{n}_i^{j'} \times (\vec{H}_i^{j'} - \vec{H}_e^{j'} - \vec{H}_0^{j'}) \right|^2 \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

методом сопряжённых градиентов.

После решения задачи минимизации, т.е. определения неизвестных дипольных моментов $p_{\tau_1}^n, p_{\tau_2}^n (n = \overline{1, N})$, $p_{\tau_1}^{n,e}, p_{\tau_2}^{n,e} (n = \overline{1, N^{(e)}})$ и $p_{\tau_1}^{n,i}, p_{\tau_2}^{n,i} (n = \overline{1, N^{(i)}})$, необходимые характеристики рассеянного поля определяем из (6). В частности, для компонент рассеянного поля в дальней зоне имеем

$$\begin{aligned} E_{e,\theta}(M) &= (\mu_e / \varepsilon_e)^{1/2} H_{e,\varphi}(M) = (\exp(ik_e R) / k_e R) D_\theta(\theta, \varphi) + O(R^{-2}), \\ E_{e,\varphi}(M) &= -(\mu_e / \varepsilon_e)^{1/2} H_{e,\theta}(M) = (\exp(ik_e R) / k_e R) D_\varphi(\theta, \varphi) + O(R^{-2}), \end{aligned} \quad (10)$$

где компоненты диаграммы рассеяния $D_\theta(\theta, \varphi)$ и $D_\varphi(\theta, \varphi)$ определены выражениями

$$\begin{aligned} D_\theta(\theta, \varphi) &= (i\omega k_e \mu_e / 4\pi) \left\{ \sum_{n=1}^N G_n(\theta, \varphi) [(\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_1^n + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta_1^n - \sin \theta \cos \gamma_1^n) p_{\tau_1}^n + \right. \\ &\quad + (\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_2^n + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta_2^n - \sin \theta \cos \gamma_2^n) p_{\tau_2}^n] + \\ &\quad + \sum_{n=1}^{N^{(e)}} G_n^e(\theta, \varphi) [(\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_1^{n,e} + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta_1^{n,e} - \sin \theta \cos \gamma_1^{n,e}) p_{\tau_1}^{n,e} + \\ &\quad + (\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_2^{n,e} + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta_2^{n,e} - \sin \theta \cos \gamma_2^{n,e}) p_{\tau_2}^{n,e}] \}, \\ D_\varphi(\theta, \varphi) &= (i\omega k_e \mu_e / 4\pi) \left\{ \sum_{n=1}^N G_n(\theta, \varphi) [(\cos \varphi \cos \beta_1^n - \sin \varphi \cos \alpha_1^n) p_{\tau_1}^n + \right. \\ &\quad + (\cos \varphi \cos \beta_2^n - \sin \varphi \cos \alpha_2^n) p_{\tau_2}^n] + \\ &\quad + \sum_{n=1}^{N^{(e)}} G_n^e(\theta, \varphi) [(\cos \varphi \cos \beta_1^{n,e} - \sin \varphi \cos \alpha_1^{n,e}) p_{\tau_1}^{n,e} + (\cos \varphi \cos \beta_2^{n,e} - \sin \varphi \cos \alpha_2^{n,e}) p_{\tau_2}^{n,e}] \}, \\ G_n(\theta, \varphi) &= \exp\{-ik_e (\sin \theta \cos \varphi x_n + \sin \theta \sin \varphi y_n + \cos \theta z_n)\}, \\ G_n^e(\theta, \varphi) &= \exp\{-ik_e (\sin \theta \cos \varphi x_{n,e} + \sin \theta \sin \varphi y_{n,e} + \cos \theta z_{n,e})\}, \end{aligned} \quad (11)$$

в которых $\cos \alpha_1^n, \cos \beta_1^n, \cos \gamma_1^n$ и $\cos \alpha_2^n, \cos \beta_2^n, \cos \gamma_2^n$ – направляющие косинусы единичных векторов $\vec{e}_{\tau_1}^n$ и $\vec{e}_{\tau_2}^n$; $\cos \alpha_1^{n,e}, \cos \beta_1^{n,e}, \cos \gamma_1^{n,e}$ и $\cos \alpha_2^{n,e}, \cos \beta_2^{n,e}, \cos \gamma_2^{n,e}$ – направляющие косинусы единичных векторов $\vec{e}_{\tau_1}^{n,e}$ и $\vec{e}_{\tau_2}^{n,e}$; x_n, y_n, z_n – декартовы координаты точки M_n ; $x_{n,e}, y_{n,e}, z_{n,e}$ – декартовы координаты точки $M_n^{(e)}$; θ и φ – общепринятые угловые сферические координаты точки наблюдения M .

Контроль точности решения осуществляем путём вычисления относительного значения функции (9) на сетке точек, промежуточных по отношению к точкам коллокации, выбираемых на поверхностях S и S_i импедансного и магнитодиэлектрического тел:

$$\Delta = (\Phi' / \Phi_0)^{1/2}, \quad (12)$$

где Φ' – значение функции (9) на указанной выше совокупности точек; Φ_0 – значение соответствующей нормы падающего поля на этой же совокупности точек, определяемое выражением

$$\Phi_0 = \sum_{j=1}^L |\vec{n}^j \times \vec{E}_0^j - Z(\vec{n}^j \times (\vec{n}^j \times \vec{H}_0^j))|^2 + \sum_{j=1}^{L'_i} \left\{ \left| \vec{n}_i^j \times \vec{E}_0^j \right|^2 + \frac{\mu_e}{\varepsilon_e} \left| \vec{n}_i^j \times \vec{H}_0^j \right|^2 \right\},$$

в которых L – число промежуточных точек на поверхности импедансного тела, а L'_i – число промежуточных точек на поверхности магнитодиэлектрического тела.

3. Результаты моделирования

На основании изложенного выше метода была создана программа для расчёта компонент рассеянного поля и контроля точности полученного решения. Предполагалось, что тела, образующие рассеивающую структуру, являются трёхосными эллипсоидами. Входными величинами программы являются координаты их центров, ориентация их осей в глобальной системе координат, величины их полуосей в

длинах волн, значение нормированного импеданса импедансного эллипсоида $Z' = Z/(\mu_e/\varepsilon_e)^{1/2}$, относительные значения $\varepsilon' = \varepsilon_i/\varepsilon_e$ и $\mu' = \mu_i/\mu_e$ диэлектрической и магнитной проницаемостей магнитоэлектрического эллипсоида, возбуждающее поле $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, параметр подобия $K^{(e)}$, числа точек размещения диполей N и точек коллокации L для импедансного эллипсоида, а также параметры подобия $K_i^{(e)}$, $K_i^{(i)}$, числа точек размещения диполей $N^{(e)}$, $N^{(i)}$ и точек коллокации L_i для магнитоэлектрического эллипсоида.

Координаты точек размещения вспомогательных диполей и точек коллокации, а также направляющие косинусы касательных направлений, вдоль которых ориентированы диполи и поставлены граничные условия, первоначально вычисляются в локальной системе координат, связанной с соответствующим эллипсоидом, а затем осуществляется пересчет этих величин в глобальную систему отсчета. Минимизацию функции (9) осуществляем методом сопряженных градиентов; итерационный процесс останавливается при условии, если относительное изменение функции на каждой из десяти последних итераций не превышает 0,001.

Разработанная программа позволяет исследовать характеристики рассеяния широкого класса структур, содержащих импедансное (в частности, идеально проводящее) и магнитоэлектрическое тела. Например, для структуры, показанной на рис. 2, было исследовано влияние отклонения формы структуры от осесимметричной на бистатистические сечения рассеяния

$$\sigma(\theta, \varphi) = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \left[|E_{e,\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |E_{e,\varphi}(\theta, \varphi)|^2 \right] / |\vec{E}_0|^2. \quad (13)$$

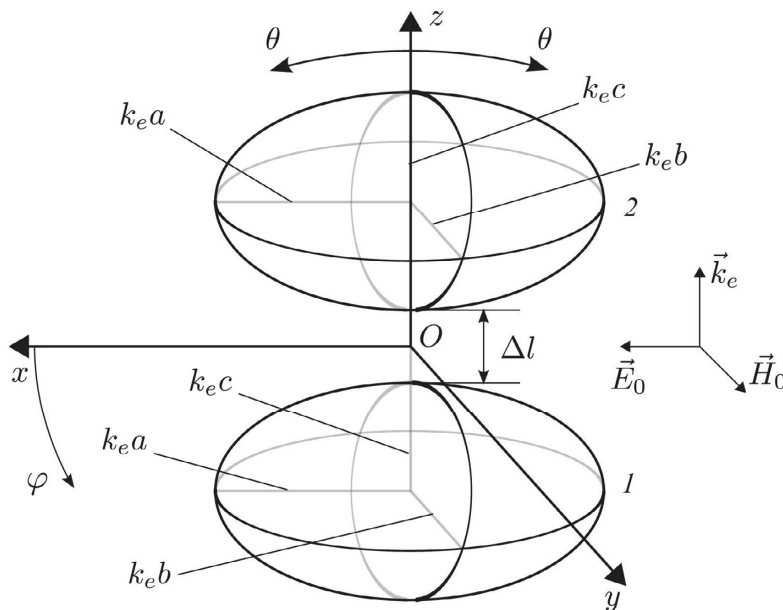


Рис. 2. Структура, состоящая из импедансного и диэлектрического эллипсоидов с одинаковыми геометрическими параметрами и центрами, расположенными на одной оси

Структура состоит из импедансного 1 и диэлектрического 2 ($\mu_i' = 1$) эллипсоидов с одинаковыми геометрическими параметрами, т.е. одинаковыми значениями полуосей $k_e a, k_e b, k_e c$. Центры эллипсоидов расположены на оси z декартовой системы координат $Oxyz$ симметрично относительно ее начала. Наименьшее расстояние между поверхностями эллипсоидов Δl равно $0,01\lambda$. Полуоси эллипсоидов $k_e a, k_e b, k_e c$ ориентированы соответственно вдоль осей x, y, z . Структура возбуждается линейно поляризованной волной, распространяющейся вдоль оси z с вектором \vec{E}_0 , ориентированным вдоль оси x .

Алгоритм исследований заключался в следующем. Первоначально предполагалось, что структура обладает осевой симметрией, т.е. оба эллипсоида являются сфероидами ($k_e a = k_e b$). Затем последова-

тельно изменялось значение полуоси k_{ea} ; значения полуосей k_{eb} и k_{ec} сохранялись при этом неизменными. Для каждого случая рассчитывались бистатистические сечения рассеяния.

Некоторые результаты, характеризующие изменения сечений рассеяния при малых отклонениях формы структуры от осесимметричной, представлены на рис. 3–5. Рис. 3 относится к случаю, когда эллипсоид 1 характеризуется нормированным поверхностным импедансом $Z' = 0,1 - 0,1i$, а эллипсоид 2 – относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon'_i = 2$; рис. 4, 5 относятся к случаям, когда эллипсоид 1 характеризуется тем же значением импеданса Z' , а эллипсоид 2 – относительными значениями диэлектрической проницаемости ε' , равными 4 и 10 соответственно. Результаты приведены в E -плоскости, т.е. в плоскости, содержащей векторы \vec{E}_0 и \vec{k}_e (плоскость xOz). В сферической системе координат эта плоскость состоит из двух полуплоскостей: $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$.

Кривые 1 на рис. 3–5 относятся к случаю осесимметричной структуры, когда полуоси каждого из эллипсоидов принимают значения $k_{ea} = k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$. Кривые 2 относятся к случаю, когда значение полуоси k_{ea} увеличено на 5%, т.е. равно 4,2, а кривые 3 – к случаю, когда значение полуоси k_{ea} увеличено на 10%, т.е. равно 4,4; значения остальных полуосей оставались без изменения. Таким образом, в последних двух случаях структура теряет осевую симметрию. По оси абсцисс отложено значение угла θ , по оси ординат – значение сечения рассеяния (13), нормированное на квадрат длины волны и выраженное в децибелах. В E -плоскости кривые симметричны относительно оси z , поэтому на рисунках показаны сечения рассеяния только в полусечении $\varphi = 180^\circ$.

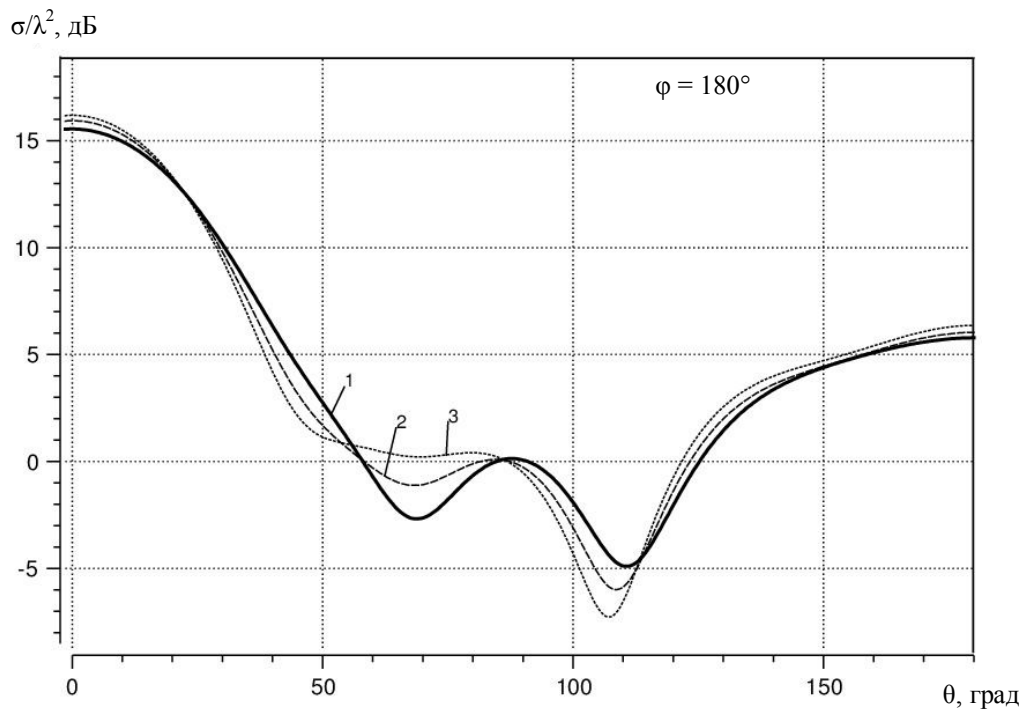


Рис. 3. Бистатистические сечения рассеяния в E -плоскости структуры, характеризуемой импедансом $Z' = 0,1 - 0,1i$ и относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon'_i = 2$ при различных длинах полуоси k_{ea} .
Кривая 1 соответствует $k_{ea} = k_{eb} = 4,0$ и $k_{ec} = 2,0$; кривая 2 – $k_{ea} = 4,2$, $k_{eb} = 4,0$ и $k_{ec} = 2,0$;
кривая 3 – $k_{ea} = 4,4$, $k_{eb} = 4,0$ и $k_{ec} = 2,0$

При моделировании параметры метода были следующими:

$$K^{(e)} = K_i^{(e)} = 0,6, \quad K_i^{(i)} = 4, \quad N = N^{(e)} = N^{(i)} = 256, \quad L = L_i = 512.$$

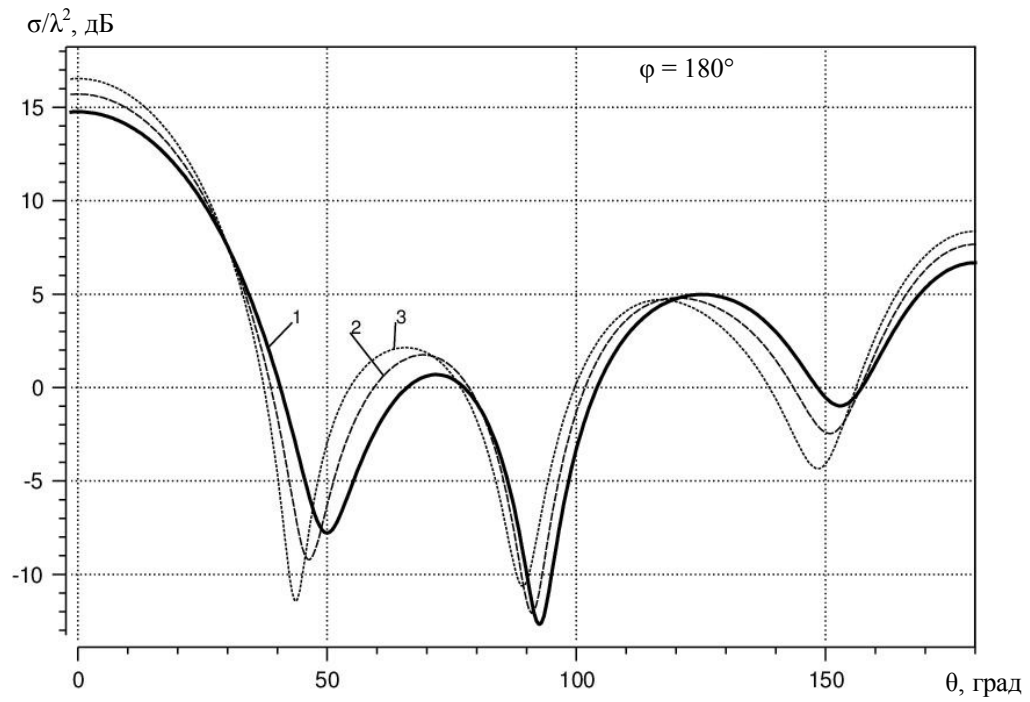


Рис. 4. Бистатические сечения рассеяния в E -плоскости структуры, характеризуемой импедансом $Z' = 0,1 - 0,1i$ и относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon'_i = 4$ при различных длинах полуоси $k_e a$.
Кривая 1 соответствует $k_e a = k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$; кривая 2 – $k_e a = 4,2$, $k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$; кривая 3 – $k_e a = 4,4$, $k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$

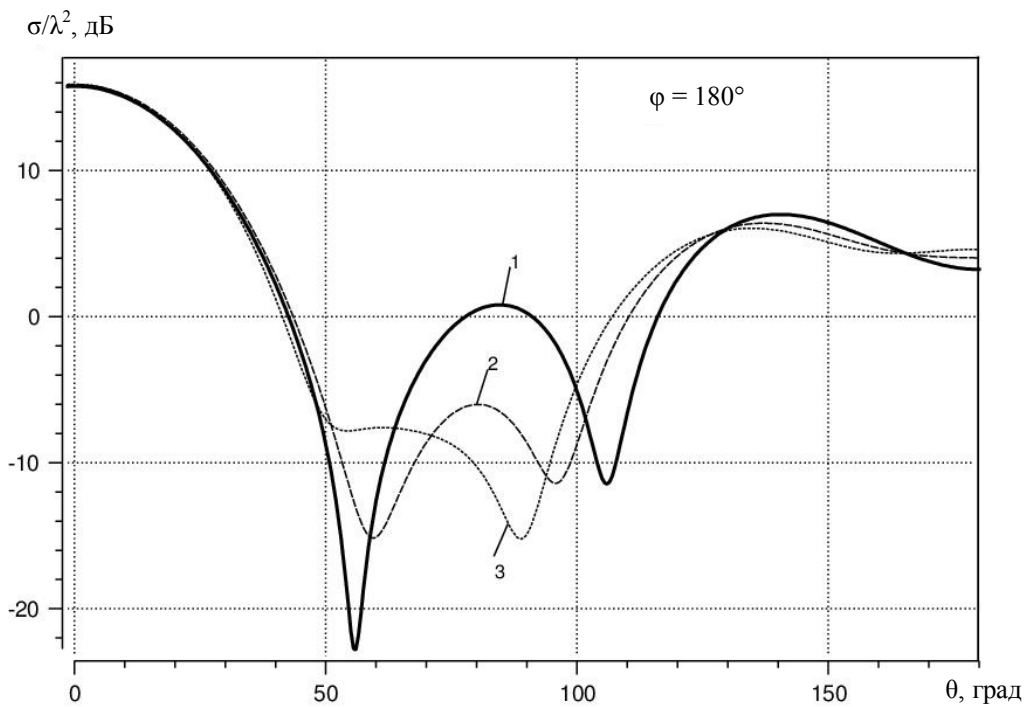


Рис. 5. Бистатические сечения рассеяния в E -плоскости структуры, характеризуемой импедансом $Z' = 0,1 - 0,1i$ и относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon'_i = 10$ при различных длинах полуоси $k_e a$. Кривая 1 соответствует $k_e a = k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$; кривая 2 – $k_e a = 4,2$, $k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$; кривая 3 – $k_e a = 4,4$, $k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$

Точки размещения диполей на вспомогательных поверхностях и точки коллокации на поверхностях импедансного и диэлектрического тел распределены следующим образом. В локальных системах координат в каждом из шестнадцати полусечений $\varphi = \text{const}$, отстоящих одно от другого на угловое расстояние $\Delta\varphi = 22,5^\circ$, равномерно по углу θ выбраны шестнадцать точек размещения диполей. Для точек коллокации алгоритм их расположения по углу θ выбран таким же, как для точек размещения диполей, но выбраны они как в полусечениях $\varphi = \text{const}$, определенных для точек размещения диполей, так и посередине между ними. Многочисленные вычислительные эксперименты показали, что указанное выше взаимное расположение точек размещения диполей и точек коллокации обеспечивает наивысшую скорость сходимости итерационного процесса.

Анализ результатов, представленных на рис. 3–5, позволяет сделать следующие выводы. Во всех рассмотренных случаях небольшие отклонения формы структуры от осесимметричной в наименьшей степени влияют на сечения рассеяния в направлениях $0^\circ < \theta < 30^\circ$, прилегающих к направлению прямого рассеяния ($\theta = 0^\circ$). В направлениях прямого рассеяния изменение σ/λ^2 при изменении полуоси $k_e a$ в рассмотренных пределах не превышает 2дБ. В таких же пределах изменяется сечение обратного рассеяния в направлениях $160^\circ < \theta < 180^\circ$, прилегающих к направлению обратного рассеяния ($\theta = 180^\circ$). Для остальных направлений рассеяния во всех рассмотренных случаях при отклонении формы структуры от осесимметричной наблюдается существенное перераспределение энергии рассеянного поля в пространстве, которое определяется величиной относительной диэлектрической проницаемости.

Заключение

Таким образом, в данной работе на основе метода дискретных источников построена модель поля, рассеянного структурой, состоящей из импедансного и магнитодиэлектрического тел. С использованием граничных условий получена система линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных параметров модели. Приведены некоторые результаты моделирования, касающиеся влияния отклонения формы структуры от осесимметричной на бистатистические сечения рассеяния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hall W.S., Mao X.Q. Boundary element method calculation for coherent electromagnetic scattering from two and three dielectric spheres // *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 1995. V. 15. P. 313–320.
2. Sharkawy M.H., Demir V., Elsherbeni A.Z. Plane wave scattering from three dimensional multiple objects using the iterative multiregion technique based on the FDFD method // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2006. V. 54, No. 2. P. 666–673.
3. Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численный метод анализа электромагнитного рассеяния структурами из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел // *Радиотехника и электроника*. 2001. Т. 46, № 3. С. 217–282.
4. Дмитренко А.Г., Уринов Р.И. Рассеяние электромагнитной волны на структуре из конечного числа трехмерных импедансных тел // *Известия вузов. Радиофизика*. 2012. Т. 55, № 4. С. 299–308.
5. Дмитренко А.Г., Уринов Р.И. Рассеяние электромагнитной волны на структуре из конечного числа трехмерных импедансных и магнитодиэлектрических тел // *Известия вузов. Радиофизика*. 2014. Т. 57. (в печати).

Дмитренко Анатолий Григорьевич, д-р физ.-мат. наук, профессор. E-mail: dmitr@fpmk.tsu.ru

Уринов Радик Истамович. E-mail: rad_d@sibmail.com

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 1 декабря 2014 г.

Dmitrenko Anatoly G., Urinov Radik I. (Tomsk State University, Russian Federation).

Simulations of electromagnetic scattering from a structure consisting of impedance and magnetodielectric bodies.

Keywords: electromagnetic scattering; discrete sources method; impedance body; magnetodielectric body; scattering cross-section.

The problem of electromagnetic scattering from a structure consisting of impedance and magnetodielectric bodies is solved in the resonance frequency range by means of the discrete sources method. The gist of the used method is the following. The unknown scattered field in the outer medium is represented as a sum of the fields of auxiliary elementary electric dipoles located on the auxiliary surfaces introduced inside each body. The form of auxiliary surface is similar to the form of body's surface, and electric dipoles are orient-

ed tangentially to the auxiliary surfaces. The unknown field inside of a magnetodielectric body is represented as a sum of the fields of auxiliary elementary electric dipoles located on the auxiliary surfaces, which enclose a magnetodielectric bodies. The form of auxiliary surface is similar to the surface form of a magnetodielectric body, and dipoles are oriented tangentially to the auxiliary surface. The chosen representations of the fields satisfy to Maxwell's equations and radiation conditions. To find the unknown dipole moments of the auxiliary dipoles, we use the boundary conditions on the surfaces of the impedance and magnetodielectric bodies. The above method we have implemented as a computer software for calculating the scattered-field components. We present some results concerning the influence of structure form's deviations from the axisymmetric form on the scattering cross-section.

REFERENCES

1. Hall W.S., Mao X.Q. Boundary element method calculation for coherent electromagnetic scattering from two and three dielectric spheres. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 1995, vol. 15, pp. 313-320. DOI: 10.1016/0955-7997(95)00041-L
2. Sharkawy M.H., Demir V., Elsherbeni A.Z. Plane wave scattering from three dimensional multiple objects using the iterative multiregion technique based on the FDFD method. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2006, vol. 54, no. 2, pp. 666-673. DOI: 10.1109/TAP.2005.863129
3. Dmitrenko A.G., Kolchin V.A. Chislennyy metod analiza elektromagnitnogo rasseyaniya strukturami iz konechnogo chisla trekhmernykh ideal'no provodyashchikh tel [A numerical method for the analysis of electromagnetic scattering by structures consisting of a finite number of three dimensional perfectly conducting bodies]. *Radiotekhnika i elektronika*, 2001, vol. 46, no. 3, pp. 217-282.
4. Dmitrenko A.G., Urinov R.I. Scattering of an electromagnetic wave by a structure consisting of a finite number of three-dimensional impedance bodies. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2012, vol. 55, no. 4, pp. 299-308. DOI: 10.1007/s11141-012-9366-0
5. Dmitrenko A.G., Urinov R.I. Scattering of an electromagnetic wave by a structure consisting of a finite number of three-dimensional impedance and magnetodielectric bodies. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2014, vol. 57. (to be published).