

УДК 534.21
DOI 10.17223/19988621/34/8

С.В. Рикконен, С.В. Пономарев, А.В. Азин

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ¹

Предложен подход к математическому моделированию пакетного пьезоактюатора с учетом массы и механических потерь движения пьезопластин на основе аналоговых электрических схем замещения. Данный подход допустим для решения одномерных задач и может быть полезен для предварительных расчетов колебательных систем микролинейных пакетных пьезопреобразователей.

Ключевые слова: *пьезопривод, пьезоэлемент, система, частотные характеристики, аналоговая электрическая схема замещения.*

В настоящее время становится актуальной задача минимизации массогабаритных показателей всех элементов космической техники, это относится и ко всем электроприводам функционирования оборудования космических аппаратов (КА). Существенной альтернативой электромеханических устройств являются микролинейные пьезоприводы (МЛП). Замена всех приводов в КА на МЛП является не только технической задачей, но и существенным импортозамещением в важной отрасли страны.

Пьезопреобразователь состоит из пьезокерамического материала, на который нанесены два металлических электрода (рис. 1). Электрическое поле сигнала, приложенное к электродам, вызывает колебания пьезоэлектрика с амплитудой, составляющей малую долю длины волны.

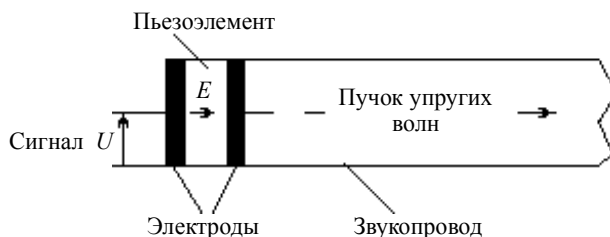


Рис. 1. Структура пьезопреобразователя упругих волн

Анализ работы такого преобразователя может быть проведен двумя способами. Первый состоит в непосредственном расчете мощности упругих волн с использованием уравнений распространения волн в каждой среде с учетом соответствующих граничных условий. Второй способ основан на представлении колебательной системы электрической схемой замещения, а затем к ней применяются законы Кирхгофа.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России, уникальный идентификатор RFMEFI57814X0060.

Целью работы является математическое моделирование работы колебательной системы пакетного пьезоактюатора способом аналоговых электрических схем замещения.

Систему, изображенную на рис. 1, можно представить с помощью эквивалентной электрической схемы [1]. Такая схема составляется из отдельных цепей, соответствующих каждому элементу системы, причем механические силы и виброскорости заменяются электрическими напряжениями и токами (рис. 2).

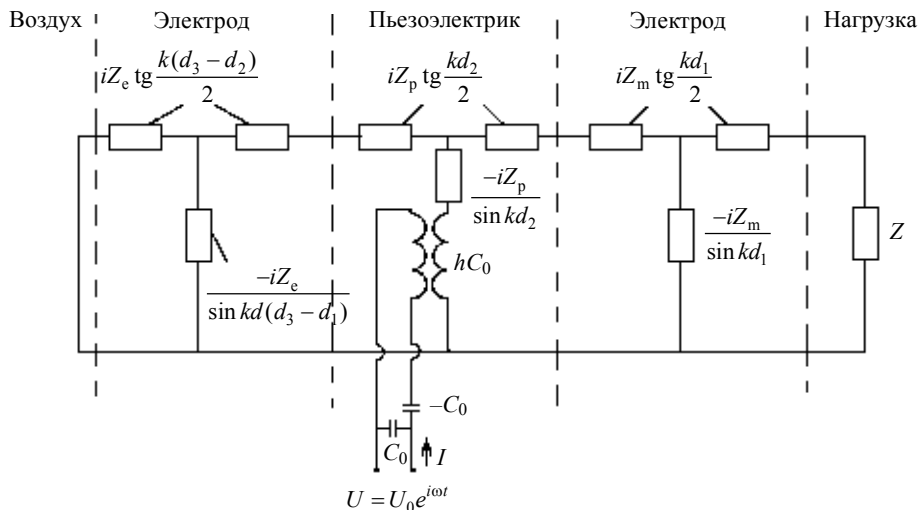


Рис. 2. Эквивалентная схема пьезоэлектрического преобразователя, работающего на частотах больших 100 МГц

Акустический импеданс пьезокерамики.

$$Z_p = c_p A / V = c_p K A / \omega, \text{ кг/с}, \quad (1)$$

где c_p – модуль Юнга; A – площадь пьезоэлемента; V – скорость распространения волны; $K = 2\pi f / V$, 1/м; C_0 – ёмкость пьезоэлемента:

$$C_0 = \varepsilon^S A / d, \text{ Ф}, \quad (2)$$

где d – толщина пьезоэлемента, м; ε^S – диэлектрическая проницаемость, Ф/м.

Частотный диапазон МЛП такой, что длина волны значительно больше толщины электродов, и поэтому влияние электродов на распространение упругих волн можно не учитывать, [1, с. 259]. Толщина электрода равна

$$d_{эл} = 2-3 \text{ мкм.}$$

$$f_p = 1 \text{ ГГц, } V = 6330 \text{ м/с,}$$

$$\lambda/2 = V / (2 \cdot f_p) = 6330 / (2 \cdot 10^9) = 3,2 \text{ мкм.}$$

На частотах $f = 100 \text{ кГц}$

$$\lambda = 63 \text{ мм} \gg d_{эл}.$$

Поэтому в электрической схеме замещения элементы, отвечающие за движение электродов, не учитываем, а Z_e и Z_m приравняем к нулю.

Для микролинейных пьезопроводов применяются пакетные пьезоактюаторы и электрическая схема замещения (рис. 2) должна быть повторена n раз, последовательно по количеству пластин (рис. 3).

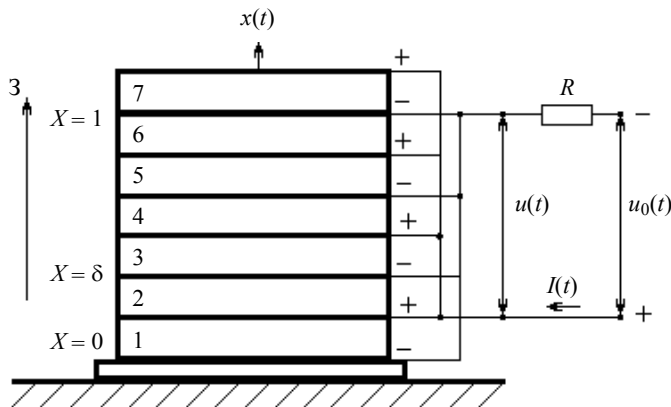


Рис. 3. Эквивалентная схема пьезоэлектрического преобразователя пакетного типа, пакет состоит из 7 пластин

Построим математическую модель составного (пакетного) пьезоактюатора при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению (рис. 4).

Сила возмущения одной пластины пьезоэлемента [2].

$$F = (d_{33} E_{33} A) / S_{33}^E, \quad (3)$$

где $d_{33} = 410 \cdot 10^{-12}$ – пьезоэлектрический модуль, Кл/Н, м/В; $E_{33} = U/d = 0,55 \cdot 10^{+5}$ – напряженность электрического поля, В/м; $A = 100 \cdot 10^{-6}$ – площадь, м²; $S_{33}^E = 17,5 \cdot 10^{-12}$ – упругая податливость, м²/Н.

Допущения, принятые при составлении схемы замещения [1, с. 276]:

- в схемах замещения пакета пластин масса пластин пьезоэлементов отсутствует;
- в пакете образуются только упругие волны;
- длина волны существенно больше толщины электродов – электроды в движении не участвуют;
- частотные характеристики исследуются в режиме «короткого замыкания» (выходной конец пьезоактиватора механически свободен от нагрузки и имеет максимальные амплитуды колебаний);
- механические потери на движение пластин внутри пьезоактюатора не учитываются.

Преобразование следует проводить по соотношениям, связывающим механические проводимости $g = 1/Z$ с силами F . Применяются правила преобразования параллельных электрических цепей [3, с.48].

$$g_3 = \sum_{n=1}^{n=m} g_n; \quad (4)$$

$$F_3 = \frac{\sum_{n=1}^{n=m} F_n g_n}{\sum_{n=1}^{n=m} g_n}. \quad (5)$$

Преобразуем электрическую схему к двухполюснику с эквивалентным сопротивлением и эквивалентной силой. Для построения частотных характеристик системы и определения резонансных частот применим режим короткого замыкания (рис. 5).

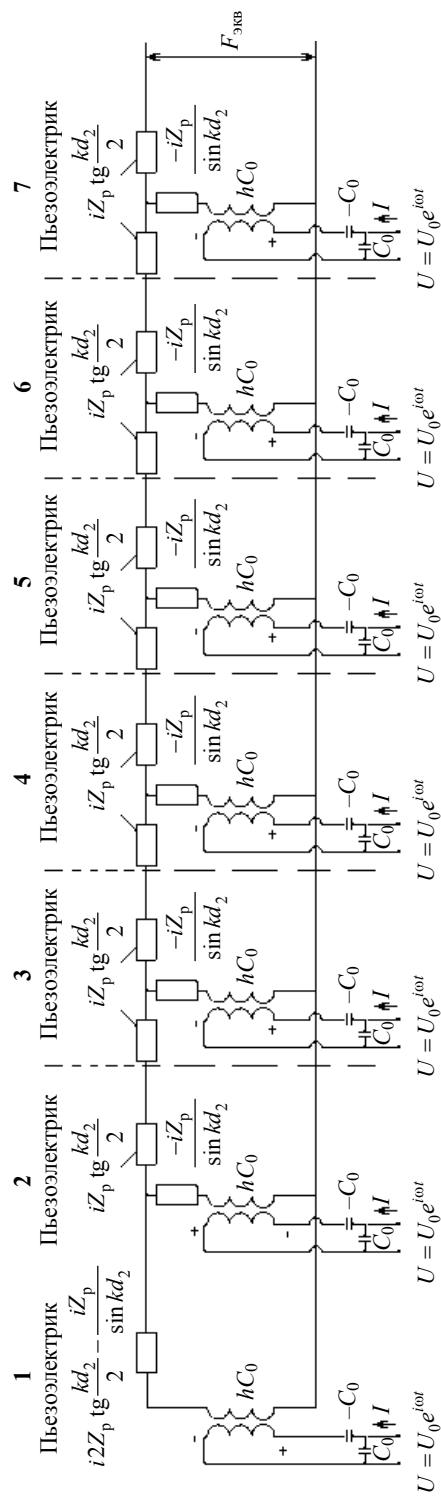


Рис. 4. Схема замещения пакетного пьезоэлектрика, состоящего из 7-и пьезопластин при продольных колебаниях, без учета массы пьезопластин и механических потерь. Режим XX – выходные концы системы разомкнуты, виброскорость нагрузки равна нулю

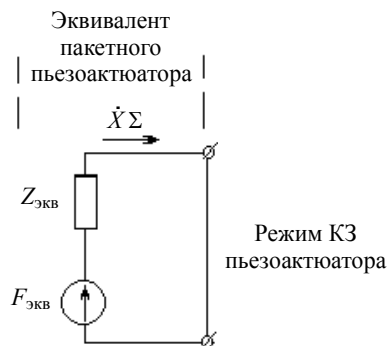


Рис. 5. Эквивалентная схема замещения пакетного пьезоэлектрика, состоящего из 7 пьезопластин, без учета массы пьезопластин и механических потерь. Режим КЗ

Режим короткого замыкания в аналоговых электрических цепях характеризуется максимальными виброскоростями и вибросмещениями. Нагрузка на пьезоактюатор отсутствует, в схеме замещения выходные клеммы замкнуты накоротко. Согласно методике [4], рассчитаем и построим частотные характеристики эквивалентного сопротивления, эквивалентной силы пьезоактюатора, силы на отдельных пластинах пьезоактюатора и амплитуды вибросмещения выходной поверхности излучения. Расчеты проводим согласно схемы, представленной на рис. 5.

Для конкретного примера используем параметры пьезоактюатора АПМ-2-7, ОАО «Элпа»: количество пластин – 7 шт., вес – 6,5 г (вес пакета пластин 6,9 г), длина – 20 мм, $C_0 = 3$ мкФ, $U = 100$ В, вибросмещение – 14 ± 15 %

мкм, $F_b = 1200$ Н, $f_0 = 10$ кГц. Результаты расчета представлены на рис. 6.

Вибросмещение торца пьезоактюатора в режиме КЗ:

$$X(\omega) = F_{\text{экр}}(\omega) / \{Z_{\text{экр}}(\omega) \cdot \omega\}. \quad (6)$$

Параметры схемы замещения (рис. 4) носят ёмкостной характер, так как в механической схеме присутствуют только упругие элементы. Однако из-за сложности схемы эквивалентные сопротивления показывают наличие резонансных частот. А частотные характеристики эквивалентных сил внутри пьезопакета показывают наличие резонансов от пластины к пластине. Силы внутри пьезоактюатора значительно превышают эквивалентную силу на выходном торце пакета. Количество резонансов соответствует количеству пластин в пьезоактюаторе. Резонансная рабочая частота выбирается по частотной характеристике вибросмещения по минимальным значениям (учитывая ограничения по быстродействию пьезокерамики). Резонансная рабочая частота равна 77 кГц.

Для получения более достоверной картины вибрационных колебаний необходимо в электрической схеме замещения учесть инерционную массу пластин пьезоэлемента и механические потери при движении пластин в пространстве.

Схема замещения пакетного пьезоэлектрика, состоящего из 7 пьезопластин, с учетом массы пьезопластин и механических потерь

Допущения, принятые при составлении полной схемы замещения (рис. 7):

- в пакете образуются только одномерные упругие и инерционные волны;
- сила возбуждения единична $F_b = 1$;
- частотные характеристики исследуем в режиме короткого замыкания;
- длина волны существенно больше толщины электродов – электроды в движении не участвуют;

$$X_m = i\omega M_{\text{пл}} / 2, \quad Z_1 = -iZ_p / (\sin kd_2), \quad Z_2 = iZ_p \operatorname{tg}(kd_2/2). \quad (7)$$

Коэффициент активных механических потерь движения пьезопластин $R_{\text{пл}}$ учитывался при определении механических сопротивлений каждой пластины (на схеме замещения не показан, чтобы не усложнять рисунок).

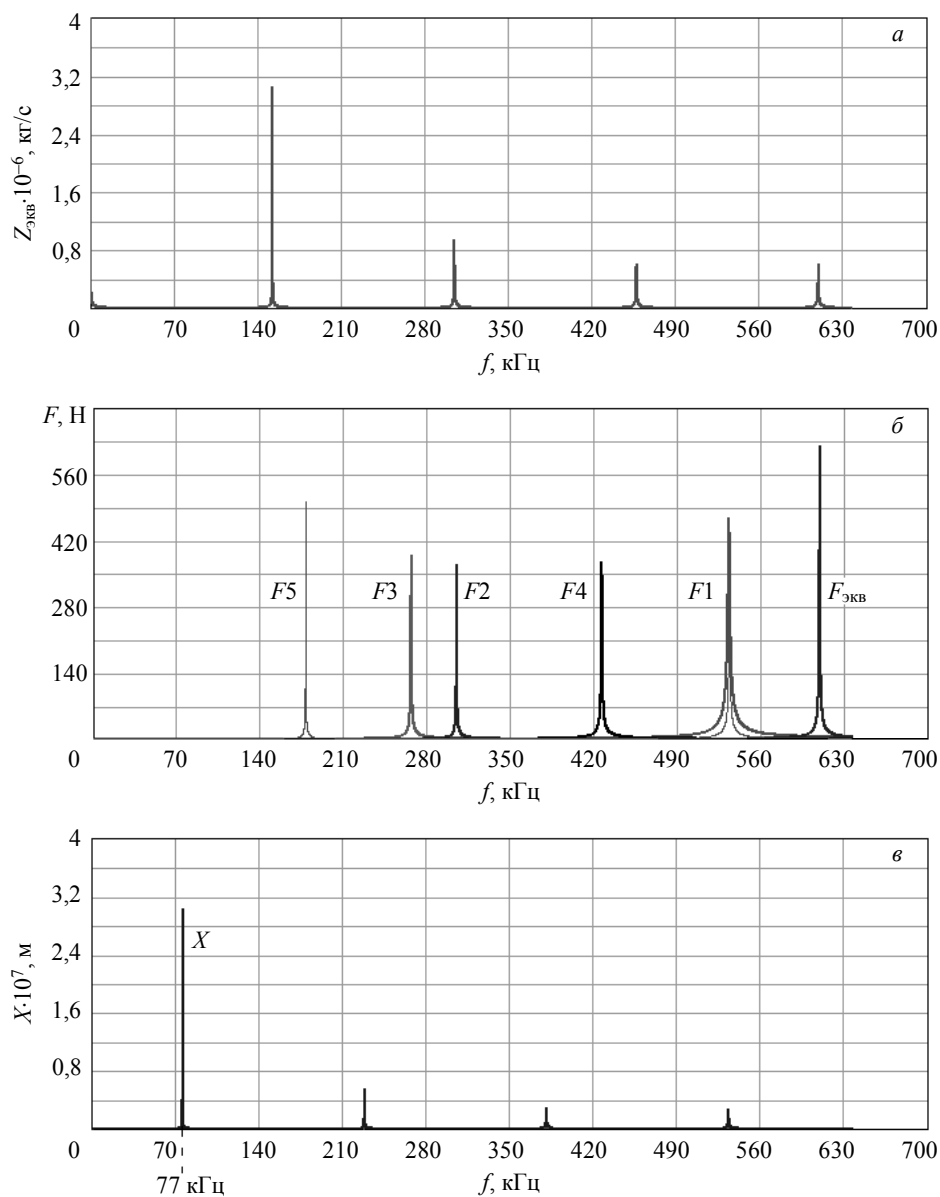


Рис. 6. Частотные характеристики пакетного пьезоэлектрика без учета массы пьезопластин и механических потерь, $n = 7$, $F = 1$ Н, режим КЗ; *a* – частотная характеристика эквивалентного сопротивления, $Z_{\text{эKB}}$; *б* – частотная характеристика внутренних сил пьезоактюатора ($F1 - F5$), частотная характеристика эквивалентной силы пьезоактюатора ($F_{\text{эKB}}$); *в* – частотная характеристика вибросмещения, X

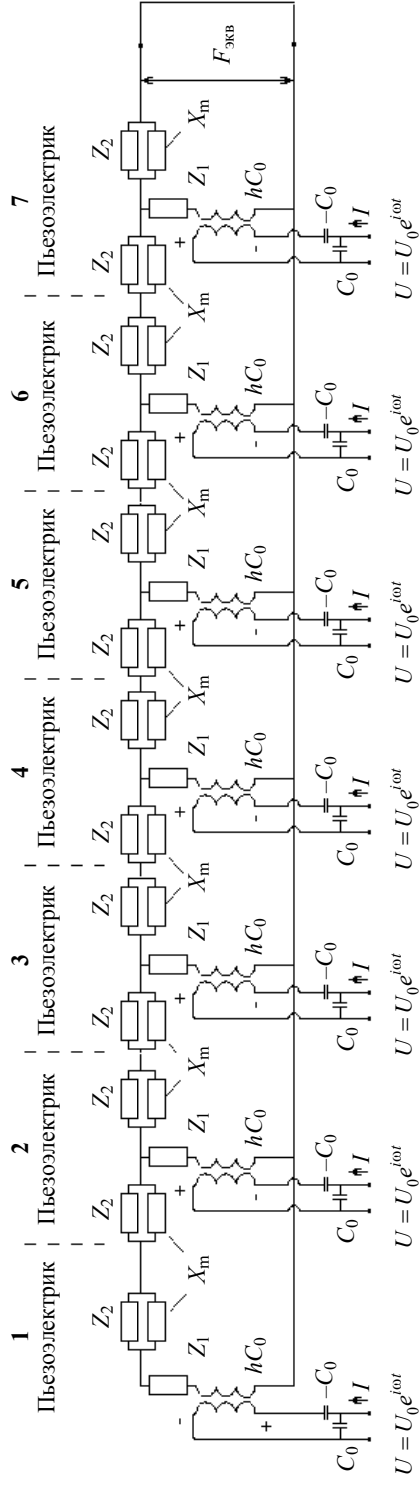


Рис. 7. Полная схема замещения пакетного пьезоэлектрика, с учетом массы пьезопластин и механических потерь, $n = 7$, режим КЗ

Массу одной пластины пакетного пьезоактюатора принимаем

$$M_{пл} = 6,9 \cdot 10^{-3} / 7 = 0,87 \cdot 10^{-3}, \text{ кг.}$$

Коэффициент механических потерь – $R_{пл} = 10,2$, кг/с. Результаты расчета представлены на рис. 8.

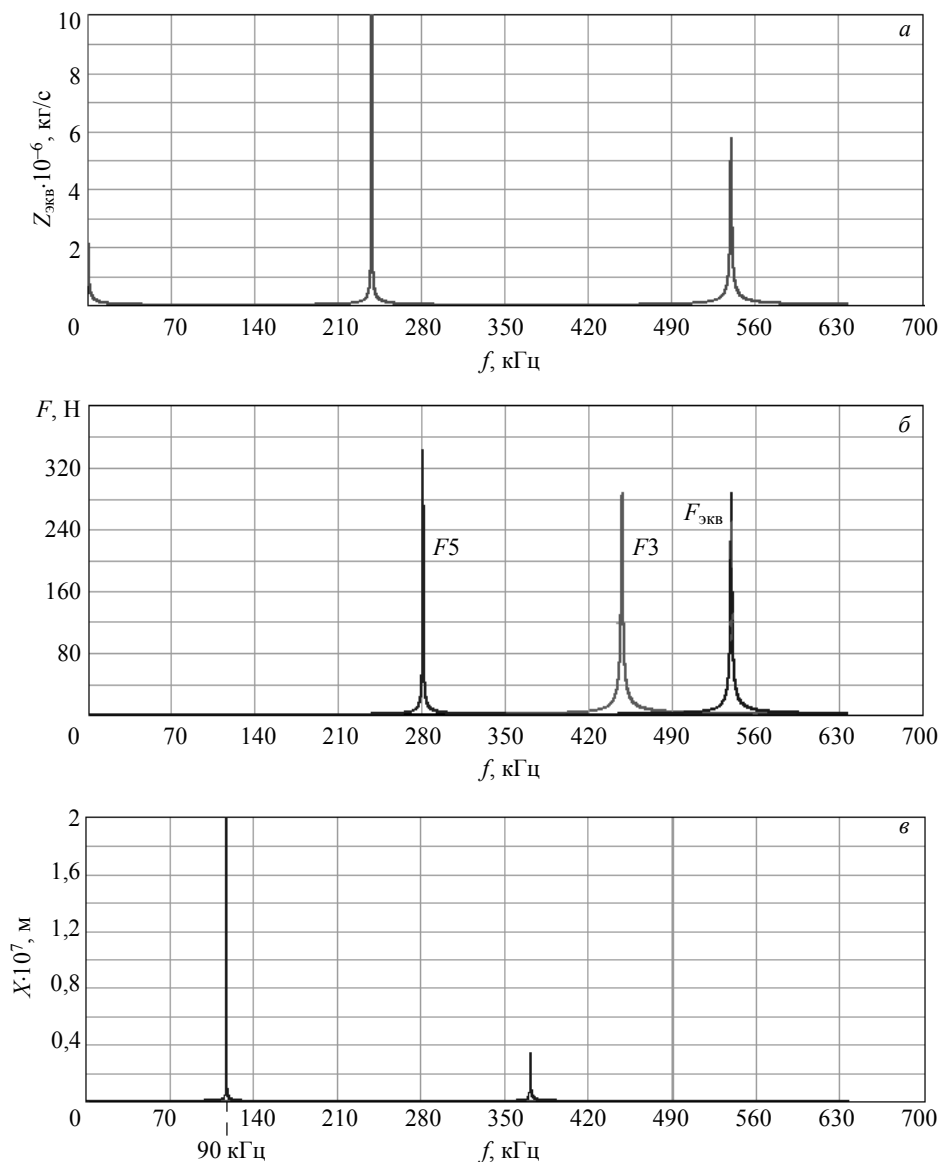


Рис. 8. Частотные характеристики пакетного пьезоактюатора с учетом массы пластин и механических потерь. $n = 7$, $F = 1$ Н, режим КЗ; *a* – частотная характеристика эквивалентного сопротивления, $Z_{эв}$; *б* – частотная характеристика внутренних сил пьезоактюатора ($F1 - F5$), частотная характеристика эквивалентной силы пьезоактюатора ($F_{эв}$); *в* – частотная характеристика виброперемещения, X

Виброскорость торца пьезоактюатора в режиме КЗ

$$V_{\text{наг}}(\omega) = F_{\text{экв}}(\omega) / Z_{\text{экв}}(\omega). \quad (8)$$

Сила на зажимах пьезоактюатора

$$F_{\text{н}}(\omega) = F_{\text{экв}}(\omega) - Z_{\text{экв}}(\omega) \cdot V_{\text{наг}}(\omega). \quad (9)$$

Учет масс пластин и коэффициентов механических потерь несколько изменил частотные характеристики, снизилось количество резонансов внутри пакетного пьезоактюатора, резонансная частота увеличилась до 90 кГц.

Выводы

1. Предложен подход к математическому моделированию пакетного пьезоактюатора с учетом массы и механических потерь движения пьезопластин.

2. Для одномерных задач, целесообразно применять математическое моделирование колебательных систем пакетного пьезоактюатора, основанное на аналоговых электрических схемах замещения с учетом массы и механических потерь движения пьезопластин.

3. Частотные характеристики схем замещения с учетом масс и потерь существенно отличаются от частотных характеристик схем замещения колебательной системы без учета масс и потерь.

4. Для более точного анализа колебательной системы необходимо использовать полную аналоговую электрическую схему замещения.

5. Частотные характеристики сил показывают наличие резонансов внутри пакета. Все пьезопластины резонируют на своей частоте, а амплитуда сил на отдельных пьезоэлементах может превышать результирующую силу всего пакета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. М.: Наука, 1982. 424 с.
2. Афонин С.М. Многомерная структурно-параметрическая модель составного пьезодвигателя наноперемещений // Вестник машиностроения. 2007. № 1. С. 3–13.
3. Круг К.А. Основы электротехники. М.: Гос. энерг. изд-во, 1952. 431 с.
4. Пономарев С.В., Рикконен С.В., Азин А.В. Анализ работы пьезопривода по частотным характеристикам механоакустической колебательной системы // Изв. вузов. Физика. 2014. № 8/2. Т. 57. С. 196–202.

Статья поступила 11.02.2015 г.

Rikkonen S., Ponomarev S., Azin A. SIMULATION OF OSCILLATORY PROCESSES IN A PIEZOELECTRIC TRANSDUCER

DOI 10.17223/19988621/34/8

It is now an urgent task to minimize the weight and size of all the elements of space technology; this applies to all electric drives functioning in the spacecraft equipment. A significant alternative to electromechanical devices are microlinear piezoactuators. Replacing all the drives in the spacecraft by microlinear piezoactuators is not only a technical objective but also a significant import substitution in an important industry sector of the country.

The analysis of such a transducer can be performed in two ways. The first method is to calculate the power of elastic waves using the equations of wave propagation in each medium with appropriate boundary conditions. The second method is based on the representation of the oscillating system in the form of electrical circuits, and application of Kirchhoff's laws. In this paper, an approach to the mathematical modeling of a batch piezoactuator with allowance for the mass and mechanical losses of piezoplate motion based on analog electrical equivalent circuit are pro-

posed. This approach is valid for the solution of one-dimensional problems and can be useful for preliminary calculations of oscillating systems of microlinear batch piezoelectric transducers.

According to the study it was determined that:

- frequency characteristics of the analog electrical equivalent circuit with allowance for masses and losses significantly differ from those of the analog electrical equivalent circuit of the oscillating system without regard to masses and losses;

- for a more accurate analysis of the vibration system, it is necessary to use a complete analog electrical equivalent circuit;

- frequency characteristics of forces show the presence of resonances inside of the batch piezoelectric transducer. All piezoplates resonate at different frequencies and the amplitude of forces on the individual piezoelectric elements can exceed the resultant force of the entire batch piezoelectric transducer.

Keywords: piezodrive, piezoelectric element, system, the frequency response, analog electrical equivalent circuit, import replacement

RIKKONEN Sergey Vladimirovich (Candidate of Technical Sciences, Assoc. Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: rik2@yandex.ru

PONOMAREV Sergey Vasilevich (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: psv@niipmm.tsu.ru

AZIN Anton Vladimirovich (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: antonazin@niipmm.tsu.ru

REFERENCES

1. D'elezan E., Ruaye D. *Uprugie volny v tverdykh telakh*. Moscow, Nauka Publ., 1982. 424 p. (in Russian)
2. Afonin S.M. Mnogomernaya strukturno-parametricheskaya model' sostavnogo p'ezodvigatelya nanoperemeshcheniy. *Vestnik mashinostroeniya*, 2007, no. 1, pp. 3–13. (in Russian)
3. Krug K.A. *Osnovy elektrotekhniki*. Moscow, Gos. energ. izd-vo, 1952. 431 p. (in Russian)
4. Ponomarev S.V., Rikonen S.V., Azin A.V. Analiz raboty p'ezoprivoda po chastotnym kharakteristikam mekhanoakusticheskoy kolebatel'noy sistemy. *Izv. vuzov. Fizika*, 2014, vol. 57, no. 8/2, pp. 196–202. (in Russian)