

УДК 1(091)
DOI 10.17223/1998863X/30/17

К.А. Родин

ВИТГЕНШТЕЙН О ЛОГИЧЕСКОМ СЛЕДОВАНИИ*

Рассматривается семантическая теория логического следования раннего Витгенштейна, разбирается предложенная в Логико-Философском Трактате (ЛФТ) критика законов вывода, как не обосновывающих логического следования, проводится анализ понятия «оснований истинности» из констатации 5.101, предлагается аналогия между жергонновыми отношениями и внутренней структурой пропозиций в логическом пространстве языка.

Ключевые слова: основания истинности, логическое следование, внутренние отношения.

0. В ЛФТ отношения между пропозициями определяются через основания истинности. Основаниями истинности пропозиции s называются истинностные возможности аргументов истинности s , при выпадении которых s оказывается истинной (5.101). Для пропозиции «если p , то q »

p	q	$p \rightarrow q$
И	И	И
Л	И	И
И	Л	Л
Л	Л	И

основания истинности суть следующие истинностные возможности p и q : ИИ, ЛИ, ЛЛ (строки затемнены). Подразумевается, что пропозиция представляет собой истинностную функцию от элементарных пропозиций: в нашем случае «если p , то q » есть функция от пропозиций p и q . Далее ЛФТ определяет отношение логического следования. Пропозиция s следует из множества пропозиций X , если общие всем пропозициям из X основания истинности являются одновременно основаниями истинности s . Например, пропозиции p , $p \rightarrow q$ и q . Из таблиц истинности

p	p	q	
	И	И	И
	Л	И	Л
	И	Л	И
	Л	Л	Л

$p \rightarrow q$	p	q	
	И	И	И
	Л	И	И
	И	Л	Л
	Л	Л	И

* Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ. Проект №14-53-00001.

q	p	q
	И	И
	Л	И
	И	Л
	Л	Л

видно, что пропозиции p , $p \rightarrow q$ имеют общим основанием истинности ИИ (строки затемнены). Но ИИ есть основание истинности и в случае с пропозицией q . Поэтому и согласно определению истинность q следует из истинности p и $p \rightarrow q$ (см. подробнее: [1. С. 213]). Такое логическое следование является, само собой, семантическим, а не теоретико-доказательным понятием. В противном случае пропозиция определялась бы как следствие из некоторого множества пропозиций X , если бы она могла быть получена из X путем применения операторов, называемых правилами вывода.

1. Витгенштейн отрицает полезность «законов вывода» по той причине, что они не оправдывают, не обосновывают логического следования. Разберем соответствующую констатацию (5.132):

Если p следует из q , я могу заключить от q к p

Способ (die Art) вывода познается только из двух пропозиций.

Только они одни могут оправдать вывод (Nur sie selbst können den Schluß rechtfertigen).

Законы вывода, которые – по Расселу и Фреге – должны оправдывать выводы, не имеют смысла и были бы излишни.

Как уже много раз разбиралось в критической литературе, законы вывода включают здесь правила вывода плюс базовые законы логики. Обычно приводят в пример силлогизм: (1) все киты суть млекопитающие, (2) все млекопитающие суть позвоночные, следовательно, приходим к выводу, что (3) все киты суть позвоночные. Вывод будет оправданным, если к исходным посылкам добавить один логический закон:

$$((\forall x)(Fx \rightarrow Gx) \& (\forall x)(Gx \rightarrow Hx)) \rightarrow (\forall x)(Fx \rightarrow Hx) (*)$$

и применить правило вывода:

$$(4) ((\forall x)(x \text{ кит} \rightarrow x \text{ млекопитающее}) \& (\forall x)$$

$$(x \text{ млекопитающее} \rightarrow x \text{ позвоночное})) \rightarrow (\forall x)(x \text{ кит} \rightarrow x \text{ позвоночное})$$

(подстановка в логический закон)

$$\text{и исходные посылки (5) } (\forall x)(x \text{ кит} \rightarrow x \text{ млекопитающее}) \& (\forall x)$$

($x \text{ млекопитающее} \rightarrow x \text{ позвоночное}$) и, следовательно, по правилу вывода получаем

$$(6) (\forall x)(x \text{ кит} \rightarrow x \text{ позвоночное}) \text{ (modus ponens (4) и (5)).}$$

Благодаря добавленному логическому закону из истинности (1) и (2) ясно, что следует (3), а посредством правила *modus ponens* мы можем вывести (3) из исходных посылок.

Но возьмем две пропозиции «все киты суть млекопитающие» (А) и «все киты суть позвоночные» (Б). На вопрос об оправдании {А. Следовательно,

Б} существуют разные ответы. Ответ Аристотеля в том, что пропозиции, наряду с пропущенной посылкой, должны входить в правильный силлогизм. «Правильный» может быть заменено логическим законом (*). Стоики утверждали, что {А. Следовательно, Б} правомерно, если и только если несовместимы истинность А и ложность Б. Сегодня можно переформулировать так: {А. Следовательно, Б} правомерно, если и только невозможны одновременно истинность А и ложность Б, т.е. необходимо, чтобы при истинности А истинным было и Б (если А, то Б) (см. подробнее: [2]). По Витгенштейну же, следование имеет место, а вывод может быть сделан не тогда, когда пропозиции исполняют определенное условие (когда имеет место следование, условие, конечно, исполняется), но когда они находятся в определенном отношении друг к другу. Законы вывода, как и оправдание следования через определение правомерности {q. Следовательно, p}, излишни не в силу «ошибочности» или ущербности, но по причине того, что только непосредственно из самих пропозиций познается способ (die Art) вывода. Следование оправдано (имеет место), когда пропозиция-вывод уже содержится в той пропозиции, из которой следует, или, словами Витгенштейна, если p следует из q, смысл «p» содержится в смысле «q» (5.122). Смысл Б «все киты суть позвоночные» должен содержаться в смысле пропозиции «все киты суть млекопитающие». На некоторое время оставим без разъяснения понятие смысла.

2. Главным в исследовании логического следования в ЛФТ является понятие логической структуры предложения. Мы приведем несколько соответствующих констатаций:

5.13. Когда истинность одного предложения следует из истинности других предложений, мы можем видеть это из структуры предложений.

5.131. Если истинность одного предложения следует из истинности других, то это выражается теми отношениями, в которых находятся между собой формы этих предложений: нам не требуется ставить их в эти отношения, связывая предварительно друг с другом в одно предложение; напротив, эти отношения являются внутренними, и их существование есть немедленный результат существования этих предложений.

5.133. Все выводы происходят априори.

Небесмысленная пропозиция – согласно образной теории значения ЛФТ – на уровне логической структуры отображает возможное положение вещей (die Sachverhalt) и одновременно утверждает факт действительного существования данного положения вещей. Существование одного положения вещей может обуславливать определенную вероятность существования другого положения вещей. «Достоверность логического вывода есть предельный случай вероятности» (5.152). Если I_r – количество оснований истинности пропозиции «г», а I_{rs} – количество оснований истинности пропозиции «s», которые одновременно являются основаниями истинности пропозиции «г», тогда через $I_{rs}:I_r$ можно обозначить вероятность фактического существования отображенного в пропозиции «s» положения вещей при фактическом существовании положения вещей г. Логическое следование

пропозиции s из $г$ означает, что если утверждаемое в $г$ положение вещей действительно имеет место, т.е. $г$ – истинно, то с необходимостью s будет истинным (5.15). Из такого понимания природы логического следования трудно получить некоторые характеристики. Например, выводы происходят априори, так как осмысленное предложение соотносено с некоторым положением вещей, а различные положения вещей пересекаются в логическом пространстве, поэтому, если одно из них реализовалось и стало фактически существующим (что утверждается в некоторой пропозиции), сразу станет фактически существующим и следующее из него положение вещей. Логический вывод оправдывается, таким образом, внутренними отношениями между структурами пропозиций и основывается на полном совпадении оснований истинности. Можно сказать и по-другому. Если пропозиция $р$ следует из пропозиции q , остается только – кроме прямого выведения $р$ из утверждения q – сделать внутреннюю взаимосвязь структур пропозиций очевидной. В следующем разделе мы рассмотрим, каким образом внутренняя связь между пропозициями может быть показана. Важно, однако, что осуществление вывода одной пропозиции из другой не зависит ни от чего, что было бы внешним по отношению к «правильной» системе обозначения.

Из того, что выводы происходят априори, в ЛФТ утверждается принципиальное различие между логическим следованием и причинной связью. Здесь показательны следующие констатации:

5.135. Никак невозможно из существования некоторого положения вещей заключить о существовании другого, полностью отличного от первого.

5.136. Причинной связи, которая оправдывает подобный вывод, не существует.

Если положения вещей настолько различны, что не пересекаются в логическом пространстве, они не могут быть связаны отношением логического следования. Как раз очевидный пример такой не-связанности – причинная связь события настоящего и события будущего: «События будущего не могут быть выведены из событий настоящего. Суеверие есть не что иное, как вера в причинную связь» (5.1361). Смысл любой пропозиции – это то, что пропозиция, будучи образом, отображает, т.е. возможное положение вещей. Пропозиция как бы оккупирует определенный регион логического пространства, где она сосуществует с другими потенциальными регионами. В логическом пространстве не возникает новых пересечений, только реализуются отдельные положения вещей и положения вещей, мгновенно следующие из них. Итак, рассмотрение внутреннего отношения следования имеет в ЛФТ приоритет над исследованием законов вывода, а проблемы теории вероятности «важнее» проблем теории доказательства.

3. В констатации 5.13 утверждается, что следование истинности одной пропозиции из истинности других усматривается из структуры пропозиций. Пожалуй, данное утверждение наиболее неясно. Пропозиции обозначаются в ЛФТ через таблицы истинности или линейно – например, для $р \rightarrow q$ будет: (ИИЛИ)($р, q$) – и с помощью рисунка (соотв.: 4.442, 5.101, 6.1203) (см. подробнее о способах обозначения в работе [3. С. 50–52]). Ни один способ обо-

значения не отображает структуры пропозиций. Возникает вопрос, каким образом должно усмотреть следование некоторого q из p . В качестве пояснения к тезису 5.13 имеются констатации 5.131 и 5.1311:

Если истинность одного предложения следует из истинности других, то это выражается отношениями, в которых находятся между собой формы предложений: нам не требуется ставить предложения в эти отношения, составляя из них одно предложение, напротив, отношения являются внутренними и их существование есть непосредственный результат существования предложений.

Если мы заключаем от $p \vee q$ и $\sim p$ к q , то отношение между формами предложений « $p \vee q$ » и « $\sim p$ » здесь затемняется способом обозначения. Но если мы, например, вместо « $p \vee q$ » напомним « $p|q$.l. $p|q$ » и вместо « $\sim p$ » напомним « $\neg p$ » ($p|q$ = ни p ни q), то внутренняя связь станет очевидной.

Но здесь никак не объясняется, каким образом, например, положение вещей «все киты суть млекопитающие» обуславливает положение «все киты суть позвоночные». Тем не менее задача, которая стояла перед Витгенштейном, заключалась, по-видимому, в том, чтобы убедить нас: если одна пропозиция следует из другой, мы должны сделать на уровне обозначения внутренние отношения между пропозициями очевидными.

Замена знака « $\sim p$ » знаком « $\neg p$ » должна быть связана с представлением о логическом пространстве возможных положений вещей, потому что только в логическом пространстве отношения между пропозициями являются внутренними – со всеми соответствующими характеристиками, которые мы обсуждали выше. Предположим, что знак « $\neg p$ » указывает на то, что в логическом пространстве есть определенное место, где есть не- p . В противном случае отрицание p не имело бы смысла, так как факту не- p не соответствовало бы никакое возможное положение вещей. Пропозиция p также соответствует положению вещей и связана с имеющейся возможностью, что положение вещей, определенное, существует или не существует. В качестве высказанного предложение « p » одновременно утверждает существование положения вещей p и показывает его возможность. И обратно: отрицая p , мы отрицаем тот факт, что p сбылось, и одновременно отражаем возможность существования положения вещей не- p . По нашему мнению, в том, чтобы показать одновременно внутренний (связаны с логическим пространством) и внешний характер отрицания элементарного предложения, и заключается замена знака « $\sim p$ » знаком « $\neg p$ ». « $\neg p$ » означает, что в логическом пространстве мира/языка есть такое место, где есть не- p (существует такое возможное положение вещей, не- p , благодаря которому мы утверждаем, что не существует такого факта, как p). $p|q$.l. $p|q$ показывает, что в логической структуре есть такое место, где нет места для того, чтобы одновременно не было ни p ни q . Само собой, из того, что в логическом пространстве есть место, где есть не- p , и нет места, где бы одновременно не было ни p ни q , следует, что при истинности, выпадении, реализации не- p истинным будет и q . Положение вещей при этом не меняется в зависимости от существования или несуществования того или иного факта (см. также (1.21)). Так, возможно говорить о структуре определенного региона логического пространства, где

речь о структуре определенного региона логического пространства, где имеют место соответствующие положения вещей.

Можно и в других случаях использовать штрих Шеффера. Заменяем « $p \rightarrow q$ » на

$((p) | (q)) | ((p) | (q))$, что можно словами выразить так: в логическом пространстве есть место, где невозможно, чтобы одновременно не было q и было p .

Отношения структур для двух элементарных пропозиций заданы в констатации 5.101, но каждое из отношений имеет место только при соблюдении всех оснований истинности, поэтому если для пропозиции « $p \rightarrow q$ » ИИ, ЛИ, ЛЛ суть основания истинности, то в логическом пространстве они все должны иметь место, иначе неверно, что «если p , то q ».

Из работы Ю. Сметанина приведем схемы жергонновых отношений [4. С. 145]:

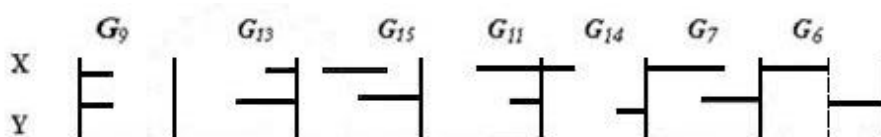


Рис. 1. Расширенные (с учетом универсума – U) жергонновы отношения

В случае, когда $(X \neq \emptyset)(Y \neq \emptyset)(X \subset U)(Y \subset U)$, материальную импликацию приравнивают к отношению множеств из $G13$ и $G9$. Но положения вещей (здесь мы используем *die Sachverhalt* как метафору) там и там – разные. Булевы переменные x, y являются характеристическими функциями множеств X, Y , и их значение (истина/ложь), соответственно, имеет прообраз. Для отношения $G9$ или $G13$, если $x=0$ и $y=1$, то значение не обязательно 1, как это обстоит для импликации, значение операции здесь – i (может быть). Получается, что пропозиции «из x следует y » соответствует только одно жергонново отношение – $G13$ (для $G9$, если $x=0$ и $y=0$, то и значение равно 0). Ю. Сметанин: «Рассматривая примеры парадоксов, логики не учитывают свойство материальной импликации, данное по умолчанию как смысл логической операции алгебры логики, определенной на индикаторах множеств X и Y » [4. С. 149]. Имеются в виду «парадоксы» материальной импликации. Ю. Сметанин предлагает считать, что операция имеет место только когда «исполняются» все «значения» конституэнт $XY, X'Y, XY', X'Y'$ – подмножеств X и Y . Так, для $G13$: $XY \neq \emptyset, XY' = \emptyset, X'Y \neq \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$. Аналогичная идея заложена в понятии оснований истинности. Мы можем сопоставить истинностные функции из констатации 5.101 с жергонновыми отношениями (жергонновых отношений 15, мы не привели схемы 8 отношений, когда множество X , или Y , или оба пустые, или занимают универсум рассмотрения целиком, понятно, что противоречие – p и не- p и q и не- q – не представимо через отношение множеств):

Конституэнты для жергоннова отношения $G13$: $XY \neq \emptyset, XY' = \emptyset, X'Y \neq \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$, а истинностные значения элементарных пропозиций p и q соответственно: ИИ, ЛИ, ЛЛ. Таким образом, можно сделать вывод: ЛФТ утверждает, что внутренние отношения между нелогическими пропозициями заданы

структурой, напоминающей одно из жергонновых отношений. Для пропозиций А и Б (киты) до фактической истинности пропозиции «все киты суть млекопитающие» из положения вещей «некто есть млекопитающее» следует, что «некто есть позвоночное» (из-за соотнесенности данных положений вещей в логическом пространстве). Пример не учитывает, что А и Б – не элементарные пропозиции, однако в общем случае нам кажется, что более наглядной иллюстрации, чем жергонновы отношения, привести нельзя.

Жергонново отношение	Конституэнты	Истинностная функция: (****)(p,q)	Расшифровка
G15	$XY \neq \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y \neq \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$	ИИИИ	Тавтология (если p, то p; если q, то q). [$p \rightarrow p, q \rightarrow q$]
G14	$XY = \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y \neq \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$	ЛИИИ	Словами: не оба: p и q. [$\sim(p \cdot q)$]
G11	$XY \neq \emptyset, XY' = \emptyset,$ $X'Y \neq \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$	ИЛИИ	Если q, то p. [$q \rightarrow p$]
G13	$XY \neq \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y = \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$	ИИЛИ	Если p, то q. [$p \rightarrow q$]
G7	$XY \neq \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y = \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$	ИИИЛ	p или q. [$p \vee q$]
G10	$XY = \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y \neq \emptyset, X'Y' = \emptyset$	ЛИИЛ	не q. [$\sim q$]
G12	$XY = \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y = \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$	ЛИЛИ	не p. [$\sim p$]
G6	$XY = \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y \neq \emptyset, X'Y' = \emptyset$	ЛИИЛ	p или q, но не оба вместе. [$p \sim q: \vee : q \sim p$]
G9	$XY \neq \emptyset, XY' = \emptyset,$ $X'Y = \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$	ИЛЛИ	Если p, то q и если q, то p. [$p \equiv q$]
G3	$XY \neq \emptyset, XY' = \emptyset,$ $X'Y \neq \emptyset, X'Y' = \emptyset$	ИЛИЛ	p
G5	$XY \neq \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y = \emptyset, X'Y' = \emptyset$	ИИЛЛ	q
G8	$XY = \emptyset, XY' = \emptyset,$ $X'Y = \emptyset, X'Y' \neq \emptyset$	ЛЛЛИ	Ни p, ни q. [$\sim p \cdot \sim q$ или $p \wedge q$]
G2	$XY = \emptyset, XY' = \emptyset,$ $X'Y \neq \emptyset, X'Y' = \emptyset$	ЛЛИЛ	p и не q. [$p \cdot \sim q$]
G4	$XY = \emptyset, XY' \neq \emptyset,$ $X'Y = \emptyset, X'Y' = \emptyset$	ЛИЛЛ	q и не p. [$q \cdot \sim p$]
G1	$XY \neq \emptyset, XY' = \emptyset,$ $X'Y = \emptyset, X'Y' = \emptyset$	ИЛЛЛ	q и p. [$q \cdot p$]

4. Что «q» следует из пропозиций «p» и « $p \rightarrow q$ » – видно из пропозиций. Возможно объединить данные пропозиции в тавтологию, тем самым дополнительно продемонстрировав следование «q» из «p» и « $p \rightarrow q$ » (6.1221). Такой принцип работает для всех логических, т. е. бессодержательных и отражающих структуру языка, пропозиций. В случае содержательных пропозиций

следование задается через условия истинности и, соответственно, через отношения положений вещей в логическом пространстве языка.

В заключение отметим, что понятие логического следования из ЛФТ интересно скорее не само по себе, но в качестве примера к более сложному понятию внутренних отношений. Внутренние отношения имеют существенное значение в философии языка, философии математики и – косвенным образом – в этике Витгенштейна.

Литература

1. McGinn M. *Elucidating the Tractatus. Wittgenstein's Early Philosophy of Logic and Language*. Oxford University Press, 2006.
2. Sundholm G. Inference versus Consequence // *Synthese*. 2012. Vol. 187. Issue 3. P. 943–956.
3. Cerezo M. *The Possibility of Language. Internal Tensions in Wittgenstein's Tractatus*. Stanford CSLI Publications, 2005.
4. Сметанин Ю.М. Анализ парадоксов материальной импликации в ортогональном базисе силлогистики // Вестник Удмурт. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки. 2011. № 4. С. 144–162.
5. Витгенштейн Л. *Логико-философский трактат*. М.: Канон+, 2008.

Rodin Kirill A. Tomsk State University (Tomsk, Russian Federation).

DOI 10.17223/1998863X/30/17

LUDWIG WITTGENSTEIN ON THE CONCEPT OF LOGICAL CONSEQUENCE

Keywords: truth-grounds, logical consequence, internal relations.

The aim of this article is to analyze the early Wittgenstein's concept of logical consequence. Wittgenstein rejects Frege and Russell's views about some real laws of inference which can supposedly justify our moving from one proposition that is accepted as true to another. On the contrary – as postulates in 5.132 – if one proposition follows from another then only these two propositions themselves without any laws of inference can justify the inference. In order to show what does it means I consider the notion of truth-grounds. Truth-grounds of a proposition are by definition those truth-possibilities of its truth-arguments that make it true. And I argue that in cases of propositions from statement 5.101 which are truth-functions of two elementary propositions the best illustration of how does their truth-grounds can determine their structures is so-called Gergonne's relations. I argue that basing on exactly such structures Wittgenstein rejects «laws of inference». Valid inference from q to p , as Wittgenstein sees it, is a matter of p being contained in q – and also depends on truth-grounds and particular structures in logical space.

References

1. McGinn, M. (2006) *Elucidating the Tractatus. Wittgenstein's Early Philosophy of Logic and Language*. Oxford University Press.
2. Sundholm, G. (2012) Inference versus Consequence. *Synthese*. 187 (3). pp. 943-956. DOI: 10.1007/s11229-011-9901-0
3. Cerezo, M. (2005) *The Possibility of Language. Internal Tensions in Wittgenstein's Tractatus*. Stanford CSLI Publications.
4. Smetanin, Yu.M. (2011) Analiz paradoksov material'noy implikatsii v ortogonal'nom bazise sillogistiki [An analysis of the paradoxes of material implication in the orthogonal basis of syllogistic]. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye nauki – The Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer Science*. 4. pp. 144-162.
5. Wittgenstein, L. (2008) *Logiko-filosofskiy traktat* [Tractatus Logico-Philosophicus]. Translated from German. Moscow: Kanon+.