

УДК 532.529:662.62

DOI 10.17223/19988621/36/10

О.В. Матвиенко, А.О. Андропова**ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ
ВБЛИЗИ ПОДВИЖНОЙ СТЕНКИ**

Проведено исследование движения частицы в окрестности подвижной стенки. Результаты расчетов показывают, что увеличение частоты колебания пластины ω увеличивает частоту изменения скорости частицы. С ростом ω колебательный режим изменения скорости частицы наблюдается в более тонком слое, прилегающем к пластине. С увеличением диаметра частиц увеличивается их инерционность. Амплитуда колебаний частицы уменьшается с увеличением частоты колебаний пластины.

Ключевые слова: *механика жидкости, частицы, дисперсная фаза, подвижная стенка, осаждение.*

Процессы извлечения из воздуха взвешенных частиц включают, как правило, осаждение частиц на сухие или смоченные поверхности и удаление осадков с поверхностей осаждения [1]. В пылеуловителях и сепарационных устройствах применяют следующие способы отделения взвешенных частиц от взвешивающей среды: осаждение в гравитационном поле, осаждение под действием сил инерции, а также осаждение в центробежном поле [2]. Осаждение под действием гравитационных сил происходит из-за различной кривизны траектории движения составляющих выброса (газа и частиц), вектор скорости движения которого направлен горизонтально. Для этого необходимо создать соответствующий режим движения загрязненного газа в аппарате с учетом размера частиц и их плотности. Инерционное осаждение основано на том, что частицы аэрозоля и взвешивающая среда ввиду значительной разности плотностей обладают различной инерцией [3]. Инерционное осаждение происходит путем резкого изменения направления вектора скорости движения выброса, при этом твердые частицы под действием инерционных сил, двигаясь по инерции в прежнем направлении, отделяются от газовой среды и попадают в приемный бункер. При центробежном разделении выбросу придается вращательное движение внутри циклонного аппарата, при этом твердые частицы отбрасываются центробежной силой на периферию аппарата к его стенке, так как центробежное ускорение в циклоне на несколько порядков больше ускорения силы тяжести, что позволяет удалить из выброса даже весьма мелкие частицы [4].

Целью настоящей работы является исследование движения одиночной частицы в потоке жидкости, вблизи плоской стенки, которая совершает в своей плоскости гармонические колебания.

Поле течения жидкости

Задача о движении жидкости вблизи колеблющейся в своей плоскости стенки известна как вторая задача Стокса [5]. Пусть неограниченная плоская стенка совершает в своей плоскости прямолинейные гармонические колебания. Ось x расположим в плоскости стенки, а ось z направим перпендикулярно к стенке. Так как

жидкость прилипает к стенке, то колебания последней приводят к тому, что жидкость на самой стенке ($z = 0$) обладает некоторой скоростью, меняющейся по закону $U_x(0, t) = U_0 \cos(\omega t + \alpha)$.

Движение жидкости вблизи стенки описывает дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями, имеющими следующий вид:

$$\text{для } t \leq 0: \quad U_x(z, t) = 0, \quad (2)$$

$$\text{для } t > 0: \quad z = 0, \quad U_x(0, t) = U_0 \cos(\omega t + \alpha); \quad (3)$$

$$z \rightarrow \infty, \quad U_x(\infty, t) = 0. \quad (4)$$

Решение дифференциального уравнения (1) с условиями (2) – (4) имеет вид

$$U_z(z, t) = U_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}z\right) \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}z + \alpha\right). \quad (5)$$

Таким образом, жидкость вблизи стенки совершает колебательное движение с убывающей по мере удаления от стенки амплитудой $U_0 \exp(-\eta)$, причем колебание слоя жидкости, находящегося от стенки на расстоянии z , имеет по сравнению с колебанием стенки смещение по фазе $\eta = z\sqrt{\omega/2\nu}$ в направлении, противоположном движению стенки.

На рис. 1 изображены кривые распределения скоростей для различных моментов времени. Два слоя, находящиеся один от другого на расстоянии $2\pi\sqrt{2\nu/\omega}$, колеблются в одинаковой фазе. Это расстояние можно рассматривать как своего рода длину волны колебания. Слой жидкости, приводимый стенкой в колебательное движение, имеет толщину $\delta \sim \sqrt{\nu/\omega}$. Следовательно, он тем тоньше, чем больше частота колебаний и чем меньше кинематическая вязкость.

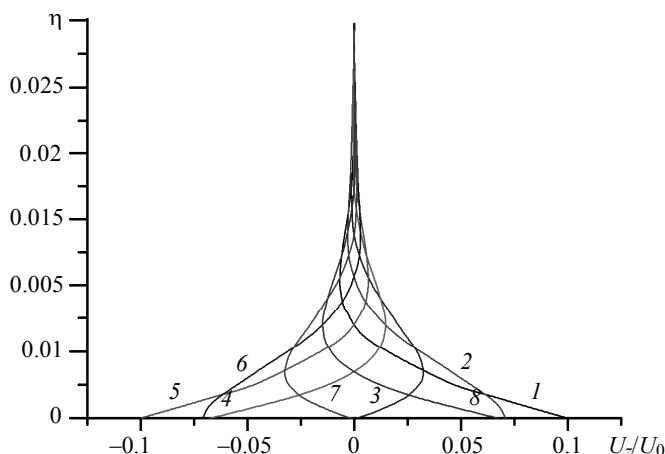


Рис. 1. Распределение скоростей вблизи плоской стенки, совершающей колебания в собственной плоскости (кр. 1 – 0°; кр. 2 – 45°; кр. 3 – 90°; кр. 4 – 135°; кр. 5 – 180°; кр. 6 – 225°; кр. 7 – 270°; кр. 8 – 315°)

Уравнения движения частицы

Уравнение движения центра масс одиночной частицы можно записать в виде

$$\rho V \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i, \quad (6)$$

где ρ – средняя плотность частицы; V – ее объем; $\sum_{i=1}^N \mathbf{F}_i$ – главный вектор внешних действующих сил.

Рассмотрим более подробно систему сил, действующих на частицу. Силу тяжести можно определить по формуле

$$\mathbf{F}_G = \rho V \mathbf{g}. \quad (7)$$

Наличие локального градиента давления приводит к появлению силы, направленной в сторону градиента давления [2, 6]:

$$\mathbf{F}_p = - \int_s p \mathbf{n} ds = - \int_V \text{grad}(p) dV \approx - \text{grad}(p) V. \quad (8)$$

Градиент давления, создаваемый статическим давлением равен $\text{grad}(p) = -\rho_e \mathbf{g}$. Складывая силу тяжести и силу, вызванную градиентом статического давления, получим выталкивающую силу Архимеда [3, 7]:

$$\mathbf{F}_A = (\rho - \rho_e) V \mathbf{g}. \quad (9)$$

Сила, связанная с неоднородностью касательных напряжений τ , имеет вид [2]

$$\mathbf{F}_\tau = \int \text{div}(\tau) dV \approx \text{div}(\tau) V, \quad (10)$$

где τ – тензор касательных напряжений.

Сила сопротивления в однородном потоке газа определяется как [3, 8]:

$$\mathbf{F}_D = - \frac{C_D}{8} \pi d_p^2 \rho_e |\mathbf{v} - \mathbf{v}_e| (\mathbf{v} - \mathbf{v}_e), \quad (11)$$

где C_D – коэффициент сопротивления; d_p – диаметр частицы; \mathbf{v}_e – скорость несущей среды.

При ускоренном движении частицы силы аэродинамического сопротивления будут отличаться от сил, свойственных стационарному течению. В частности, возникает сила, связанная с необходимостью привести в ускоренное движение вытесненные частицей массы несущей среды. Эта сила, называемая силой присоединенных масс, связана с относительным ускорением следующей формулой [8]:

$$\mathbf{F}_{vm} = \frac{C_{vm}}{6} \pi d_p^3 \rho_e \left[\frac{D\mathbf{v}_e}{Dt} - \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right], \quad (12)$$

где $C_{vm} = 0.5$ – коэффициент присоединенных масс.

Уравнения Навье – Стокса [9, 10], описывающие движения несущей среды, позволяют определить связь между градиентом давления, сдвиговыми напряжениями и характеристиками движения потока:

$$\rho_e \frac{D\mathbf{v}_e}{Dt} = - \text{grad}(p) + \text{div}(\tau) + \rho_e \mathbf{g}. \quad (13)$$

Комбинируя это выражение с формулой для силы присоединенных масс и с законом движения, окончательно получим уравнение движения одиночной частицы в форме Буссинеска – Бассе – Озеена [2]:

$$\rho V (1 + C_{vm}) \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_D + (1 + C_{vm}) \rho_e V \frac{D\mathbf{v}_e}{Dt} + \frac{(\rho - \rho_e)}{\rho} \mathbf{F}_G. \quad (14)$$

Для расчета траекторий движения капли приведенная выше система уравнений дополняется следующими кинематическими соотношениями:

$$\frac{dx_p}{dt} = v_x, \quad \frac{dy_p}{dt} = v_y, \quad \frac{dz_p}{dt} = v_z, \quad (15)$$

где x_p , y_p , z_p – координаты частицы в декартовой системе координат.

Коэффициент аэродинамического сопротивления

Коэффициент сопротивления одиночной твердой частицы C_D в простейшем случае является однозначной функцией относительного числа Рейнольдса $Re = \rho |\mathbf{v} - \mathbf{v}_e| d / \mu$, построенного по плотности частицы, ее относительной скорости, диаметру и динамической вязкости жидкости. Зависимость $C_D(Re)$ в этом случае называется стандартной кривой сопротивления и имеет четыре характерных участка (режима обтекания).

При низких числах Рейнольдса $Re < 1$ поток практически симметричен относительно плоскости симметрии, ортогональной к направлению движения, так как инерциальные силы слишком малы, чтобы воспрепятствовать смыканию линий тока позади частицы.

Для этого режима решение уравнения Навье – Стокса в пренебрежении и инерциальными членами дает формулу Стокса: $C_D = 24/Re$.

С ростом Re увеличивается влияние сил инерции и картина обтекания теряет симметрию. При значениях числа Рейнольдса, лежащих в диапазоне $Re \sim 10 - 25$ потока, и за частицей образуется зона с замкнутыми линиями тока или со стационарным кольцевым вихрем. При дальнейшем увеличении Re до 300–700 вихревые кольца, образующиеся в отрывной зоне, срываются и уносятся вслед, а на их месте возникают новые.

В переходной области кривая сопротивления описывается различными формулами. В частности, стандартную кривую сопротивления можно аппроксимировать степенными зависимостями Бабухи – Шрайбера [2]:

$$C_D = \frac{A}{Re^n},$$

$$A = 26.3, \quad n = 0.8 \quad \text{для} \quad 1 < Re < 10,$$

$$A = 12.3, \quad n = 0.5 \quad \text{для} \quad 10 < Re < 1000.$$

При $Re > 10^3$ картина обтекания в некоторой степени стабилизируется, что в первом приближении приводит к независимости C_D от Re : $C_D \approx 0.44 = \text{const}$.

При $Re > 1.5 \cdot 10^5$ имеет место кризис сопротивления, который характеризуется резким падением значений коэффициента сопротивления и связан с турбулизацией пограничного слоя и резким смещением точки отрыва в кормовую область. Этот эффект впервые обнаружил Эйфель.

Для расчета коэффициента сопротивления в этом диапазоне чисел Рейнольдса можно использовать формулы, приведенные в [3]:

$$C_D = \begin{cases} 28.18 - 5.3 \lg \text{Re} & \text{для } 1.5 \cdot 10^5 < \text{Re} \leq 2 \cdot 10^5, \\ 0.1 \lg \text{Re} - 0.46 & \text{для } 2 \cdot 10^5 < \text{Re} \leq 5 \cdot 10^5, \\ 0.19 - 4 \cdot 10^{-4} \text{Re}^{-1} & \text{для } 5 \cdot 10^5 \leq \text{Re}. \end{cases}$$

Взаимодействие частицы со стенками сосуда, в котором она движется, зависит от формы, начального движения и ориентации частицы, а также от геометрических особенностей стенок. Для частицы, двигающейся вблизи стенки, сила сопротивления зависит от расстояния от частицы до поверхности. Бреннер [11] изучил сопротивление, испытываемое частицей, двигающейся по направлению к стенке в условиях ползущего течения. Коэффициент сопротивления частицы, центр которой удален от поверхности на расстояние h , в первом приближении может быть рассчитан по формуле

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} \left(1 + \frac{d}{2h} \right).$$

При движении частицы параллельно стенке также необходимо модифицировать силу сопротивления. При больших расстояниях до стенки Факсен [11] установил:

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} \left[1 - \frac{9}{16} \left(\frac{d}{2h} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{d}{2h} \right)^3 - \frac{45}{256} \left(\frac{d}{2h} \right)^4 - \frac{1}{16} \left(\frac{d}{2h} \right)^5 \right]^{-1}.$$

Анализ результатов

Рассмотрим гравитационное осаждение частицы вблизи колеблющейся стенки. На рис. 2 показана зависимость скорости осаждения частицы U_z различного диаметра от высоты z .

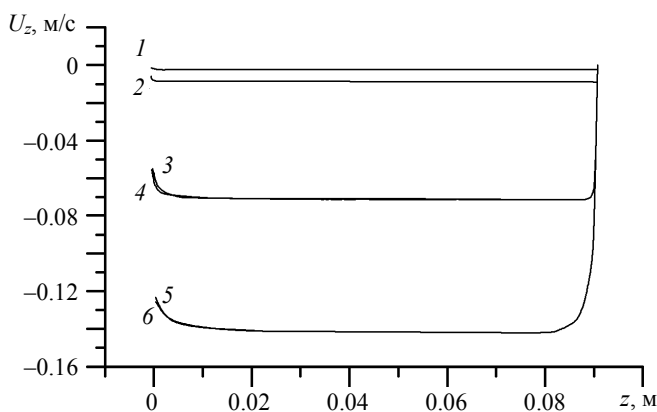


Рис. 2. Зависимость скорости осаждения частицы различного диаметра от высоты: кр. 1 – $d = 50$ мкм, $\alpha = [0, \pi/2, 3\pi/2]$; кр. 2 – $d = 100$ мкм, $\alpha = [0, \pi/2, \pi, 3\pi/2]$; кр. 3 – $d = 500$, $\alpha = [0, \pi]$; кр. 4 – $d = 500$ мкм, $\alpha = [\pi/2, 3\pi/2]$; кр. 5 – $d = 1000$ мкм, $\alpha = [0, \pi]$; кр. 6: $d = 1000$ мкм, $\alpha = [\pi/2, 3\pi/2]$. $U_0 = 0.1$ м/с; $\omega = 0.1 \text{ с}^{-1}$

Из рисунка видно, что существуют три характерных участка осаждения частиц. На первом участке происходит достаточно резкое изменение скорости частицы от начального значения до стационарной скорости осаждения. Затем частица движется с постоянной скоростью. При приближении к стенке происходит торможение частицы, связанное с наличием твердой преграды. С уменьшением размера частицы области нестационарного движения (начальная и пристеночная) сокращаются.

На рис. 3 представлены изменения горизонтальной составляющей скорости U_x малых частиц ($d = 50$ мкм) в зависимости от времени для разных частот колебания пластины ω и углов α .

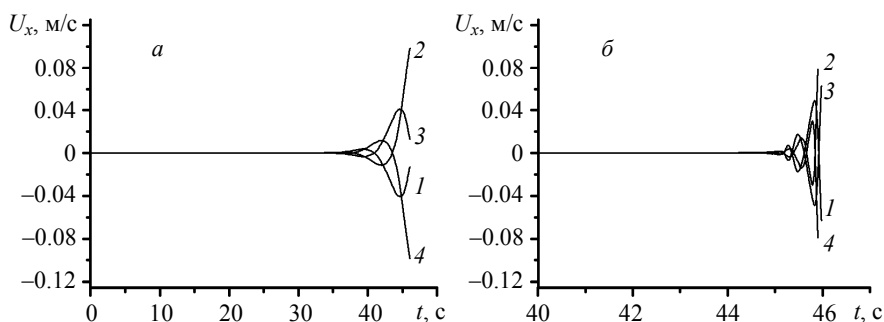


Рис. 3. Изменение горизонтальной компоненты скорости частицы со временем, $d = 50$ мкм, $U_0 = 0.1$ м/с: а – $\omega = 0.1$ с⁻¹, б – $\omega = 10$ с⁻¹ (кр. 1 – 0°; кр. 2 – 90°; кр. 3 – 180°; кр. 4 – 270°)

Анализ рисунков показывает, что горизонтальная составляющая скорости частицы, находящейся на некоторой высоте z в некоторый момент времени t близки к скорости жидкости на той же высоте и в тот же момент времени. Это свидетельствует о малой инерционности частиц малого диаметра. При $z > 2\pi\sqrt{2\nu/\omega}$ горизонтальная компонента скорости близка к нулю. При $z < 2\pi\sqrt{2\nu/\omega}$ изменение горизонтальной скорости частицы приобретает гармонический характер с возрастающей амплитудой. Увеличение частоты колебания пластины увеличивает частоту изменения скорости частицы. Однако с ростом ω колебательный режим изменения скорости частицы наблюдается в более тонком слое, прилегающем к пластине. С увеличением диаметра частиц увеличивается их инерционность. Амплитуда колебания частицы уменьшается. При этом увеличение колебания пластины приводит к уменьшению частоты и амплитуды частицы.

Перейдем к рассмотрению траекторий движения частиц ($d = 50$ мкм, рис. 4). Как видно из рисунков, на начальном этапе частица движется прямолинейно, затем по мере приближения к стенке начинает совершать гармонические колебания с возрастающей амплитудой. Амплитуда колебания частиц, а также область, в которой происходят эти колебания, уменьшается с увеличением частоты колебания стенки. Такой же эффект наблюдается и при увеличении диаметра частицы (рис. 5). Отдельный случай, $\omega = 0$, соответствует движению частиц в окрестности плоской стенки движению с постоянной скоростью U_0 . В этом случае траектории движения частиц прямолинейны (рис. 5).

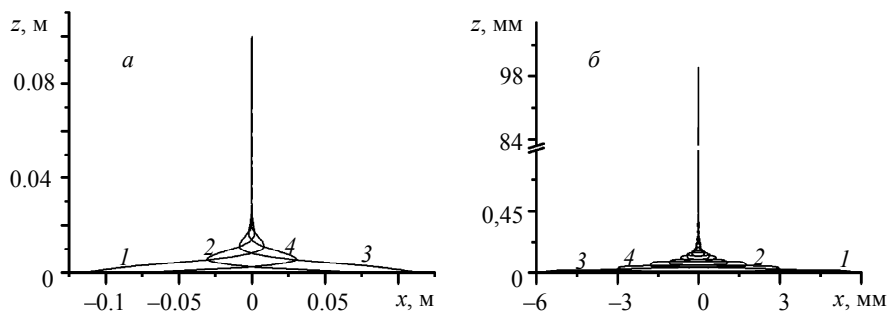


Рис. 4. Траектория движения частицы, $d = 50 \text{ мкм}$, $U_0 = 0.1 \text{ м/с}$:
 $a - \omega = 0.1 \text{ с}^{-1}$, $b - \omega = 10 \text{ с}^{-1}$ (кр. 1 – 0° ; кр. 2 – 90° ; кр. 3 – 180° ; кр. 4 – 270°)

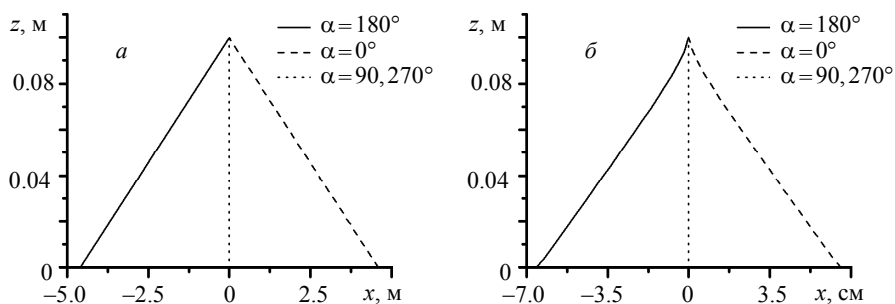


Рис. 5. Траектория движения частицы, $U_0 = 0.1 \text{ м/с}$, $\omega = 0 \text{ с}^{-1}$:
 $a - d = 50 \text{ мкм}$, $b - d = 1000 \text{ мкм}$

Таким образом, проведенные исследования показывают, что с ростом ω колебательный режим изменения скорости частицы наблюдается в более тонком слое, прилегающем к пластине. С увеличением диаметра частиц увеличивается их инерционность. Амплитуда колебания частицы уменьшается, при этом увеличение колебания пластины приводит к уменьшению частоты и амплитуды частицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Ya. Multiphase Flows with Droplets and Particles. CRC Press., 1998. 472 p.
2. Островский Г.М. Прикладная механика неоднородных сред. СПб.: Наука, 2000. 359 с.
3. Кутепов А.М., Полянин Л.Д., Запрянов З.Д. и др. Химическая гидродинамика: справочное пособие. М.: Бюро Квантум, 1996.
4. Матвиенко О.В., Евтюшкин Е.В. Математическое исследование сепарации дисперсной фазы в гидроциклоне при очистке вязкопластических буровых растворов // Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 2. С. 230–238.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
6. Матвиенко О.В., Ушаков В.М., Евтюшкин Е.В. Математическое моделирование турбулентного переноса дисперсной фазы в турбулентном потоке // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2004. № 6. С. 50–54.
7. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Агафонцева М.В. Исследование динамики пузырька в закрученном потоке нелинейно-вязкой жидкости // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2012. № 4 (37). С. 144–156.
8. Rubinow S.I., Keller J.B. The transverse force on spinning sphere moving in a viscous fluid // J. Fluid Mech. 1965. V. 22. P. 385–400.

9. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. *Bubbles, drops and particles*. N.Y.: Academ Press, 1978. 380 p.
10. Матвиенко О.В., Данейко А.М. Исследование ударного взаимодействия частиц в потоке // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56. № 9/3. С. 190–192.
11. Хэппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976.

Статья поступила 08.04.2015 г.

Matvienko O.V., Andropova A.O. STUDYING THE PARTICLE MOTION IN A FLUID FLOW IN THE VICINITY OF A MOVABLE WALL

DOI 10.17223/19988621/36/10

In this paper, an investigation of the particle motion in the vicinity of a movable wall is carried out. The numerical results show that an increase in the plate oscillation frequency ω increases the frequency of variation in the particle velocity. With an increase in ω , the oscillation mode of the variation in the plate velocity is observed in a thinner layer adjacent to the plate. With an increase in the particle diameter, the inertia of the particles increases. The amplitude of particle oscillations decreases with increasing frequency of plate oscillations.

Keywords: mechanics of fluid, particles, dispersed phase, movable wall, deposition.

MATVIENKO Oleg Viktorovich (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: matvolegv@mail.ru

ANDROPOVA Antonina Olegovna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: a.o.andropova@gmail.com

REFERENCES

1. Crowe C., Sommerfeld M., Tsuji Ya. *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. CRC Press., 1998. 472 p.
2. Ostrovskiy G.M. *Prikladnaya mekhanika neodnorodnykh sred*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000. 359 p. (in Russian)
3. Kutepov A.M., Polyani L.D., Zapryanov Z.D. i dr. *Khimicheskaya gidrodinamika: spravochnoe posobie*. Moscow, Byuro Kvantum Publ., 1996. (in Russian)
4. Matvienko O.V., Evtyushkin E.V. Matematicheskoe issledovanie separatsii dispersnoy fazy v gidrotsiklone pri ochistke vyazkoplasticheskikh burovnykh rastvorov. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal*, 2011, vol. 84, no. 2, pp. 230–238. (in Russian)
5. Shlikhting G. *Teoriya pogranichnogo sloya*. Moscow, Nauka Publ., 1974. (in Russian)
6. Matvienko O.V., Ushakov V.M., Evtyushkin E.V. Matematicheskoe modelirovanie turbulentnogo perenosa dispersnoy fazy v turbulentnom potoke. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta*, 2004, no. 6, pp. 50–54. (in Russian)
7. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Agafontseva M.V. Issledovanie dinamiki puzyr'ka v zakruchennom potoke nelineynoy vyazkoy zhidkosti. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta*, 2012, no. 4 (37), pp. 144–156. (in Russian)
8. Rubinow S.I., Keller J.B. The transverse force on spinning sphere moving in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.*, 1965, vol. 22, pp. 385–400.
9. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. *Bubbles, drops and particles*. N.Y., Academ Press, 1978. 380 p.
10. Matvienko O.V., Daneyko A.M. Issledovanie udarnogo vzaimodeystviya chastits v potoke. *Izv. vuzov. Fizika*, 2013, vol. 56, no. 9/3, pp. 190–192. (in Russian)
11. Khappel' Dzh., Brenner G. *Gidrodinamika pri malykh chislakh Reynol'dsa*. Moscow, Mir Publ., 1976. (in Russian)