

Н.А. Чинчикеева, А.В. Шваб

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛА ПРИ ДВИЖЕНИИ ВЫСОКОКОНЦЕНТРИРОВАННОЙ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЫ¹

Представлены результаты математического моделирования движения плотного слоя и нестационарного переноса тепла в аппаратах порошковой технологии. Рассмотрены физические особенности течения высококонтрированной гранулированной среды. Показано, что использование условий частичного скольжения среды на стенке и применение уравнений Навье – Стокса позволяет адекватно опытным данным описывать гидродинамику и теплообмен плотного слоя гранулированной среды.

Ключевые слова: нестационарное течение, гранулированная среда, скольжение, трение, теплообмен, амплитуда, период.

Физическая и математическая постановка задачи

В настоящее время широко применяются пневматические циркуляционные аппараты для перемешивания, сушки, дозирования и транспортирования зернистых материалов при высокой концентрации компонентов смеси. Поэтому актуальной задачей является разработка математических моделей, описывающих гидродинамику и тепломассообмен высококонтрированных гранулированных материалов.

В работе рассматривается течение плотного слоя в плоском канале шириной H , в котором на внутренней поверхности расположены ребра для интенсификации процесса переноса тепла и массы (рис. 1, а).

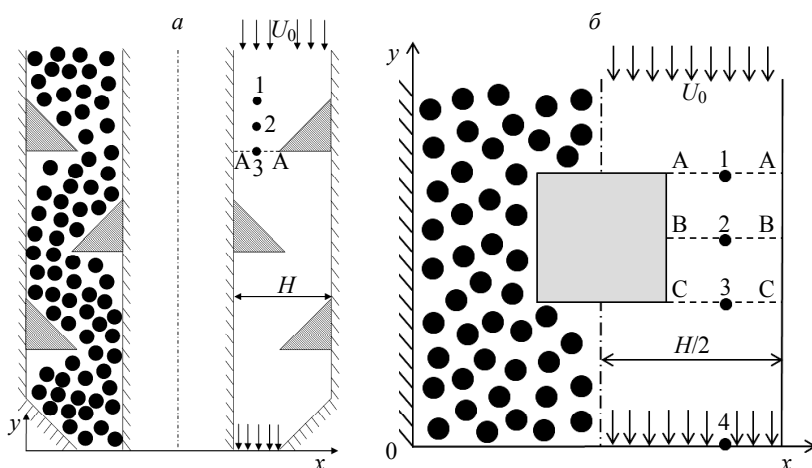


Рис. 1. Геометрия исследуемой области

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 13-08-00372-А.

Гранулированная среда, имеющая температуру T_0 , поступает сверху в плоский канал с постоянной скоростью U_0 и затем нагревается за счет обтекания горячих препятствий, расположенных в камере смешения, причем боковые наклонные стенки имеют периодически изменяемую температуру по гармоническому закону $T_w - T_0 = T_1 - T_0 + A(T_1 - T_0)\sin(2\pi t/t_0)$. Здесь t_0 – период колебаний температуры стенки, t – текущее время и $A = \text{const}$. Внешние стенки канала и горизонтальные стенки обтекаемого тела считаются теплоизолированными.

Экспериментальные и теоретические исследования [1, 2] показывают, что для описания динамики гранулированной среды можно использовать законы механики сплошной среды. В частности, для описания хорошо сыпучей высококонцентрированной среды в первом приближении можно использовать динамику вязкой несжимаемой жидкости при условии правильной постановки граничных условий на твердой стенке. В качестве граничного условия для движущегося потока воспользуемся условием частичного скольжения среды по стенке, которое можно записать в виде

$$-\left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_w = \beta U_w; U_n = 0, \quad (1)$$

где U_w , U_n – тангенциальная и нормальная составляющие вектора скорости по направлению к стенке; n – нормаль; β – коэффициент скольжения среды на стенке, который изменяется от нуля (условие полного скольжения) до бесконечности (условие прилипания).

Для описания движения хорошо сыпучей гранулированной среды воспользуемся вязкими уравнениями Навье – Стокса, безразмерная форма которых получена с использованием масштаба скорости U_0 , ширины канала H , плотности среды ρ и перепада температур $(T_1 - T_0)$. В результате система уравнений в безразмерных переменных примет вид

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial \tau} + \frac{\partial u_x^2}{\partial x} + \frac{\partial u_x u_y}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right); \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial \tau} + \frac{\partial u_x u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_y^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial u_x \Theta}{\partial x} + \frac{\partial u_y \Theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} \right). \quad (5)$$

Здесь $\text{Pr} = \nu/\alpha$ и $\text{Re} = U_0 H/\nu$ – критерии Прандтля и Рейнольдса, которые характеризуются как некоторые эффективные критерии, значения которых определяются из сопоставления с опытными данными [3].

Вводя вихрь и функцию тока по зависимостям

$$\Omega = \frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x}; \quad u_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}; \quad u_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x},$$

систему уравнений (2) – (4) можно представить в эквивалентной форме в переменных вихрь – функция тока:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = \Omega; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial u_x \Omega}{\partial x} + \frac{\partial u_y \Omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right). \quad (7)$$

Численное решение полученной системы уравнений проводится при следующих граничных условиях. Для получения единственного решения воспользуемся граничными условиями, представленными в безразмерной форме. На входе в канал из условия $u_y = -1$, для функции тока получаем $\Psi = x$, $\Omega = 0$ и $\Theta = 0$. На выходе из рассматриваемой области для искомых функций используются условия Неймана ($\partial/\partial y = 0$). На левой стенке канала $\Psi = 0$ и на правой стенке канала $\Psi = \text{const}$. Значения вихря на стенках в соответствии с уравнением (6) определяется путем разложения функции тока в ряд Тейлора вблизи стенки с учетом условия скольжения (1). В результате получим

$$\Omega_\omega = \frac{2(\Psi_{\omega+1} - \Psi_\omega)}{\Delta n^2} \left(\frac{\beta}{\beta + 2/\Delta n} \right).$$

При условии прилипания среды на стенке ($\beta \rightarrow \infty$) имеем условие Тома, а при условии полного скольжения среды на стенке – $\Omega_\omega = 0$.

На стенках смесительной камеры используется условие частичного скольжения среды, а на нижних горизонтальных стенках – условие полного скольжения. На всех стенках для температуры используется условие отсутствие теплового потока $\partial\Theta/\partial n = 0$, за исключением наклонных стенок обтекаемого тела, на которых ставятся условия периодического изменения температуры, которое в безразмерной форме имеет вид $\Theta = 1 + A \sin(2\pi\tau/\text{Ho})$, где $\text{Ho} = t_0 U_0 / H$ – критерий гомотронности и $\tau = t U_0 / H$ – безразмерное время, причем критерий гомотронности можно выразить через критерий Фурье: $\text{Ho} = \text{Fo} \cdot \text{Re} \cdot \text{Pr}$. Здесь критерий Фурье имеет вид $\text{Fo} = t_0 \alpha / H^2$, где α – коэффициент температуропроводности.

Для достоверности проводимого исследования дополнительно решалась задача о движении плотного слоя в плоском канале при обтекании препятствия виде квадрата (рис. 1, б). Уравнения имели аналогичный вид (6), (7), а в качестве граничных условий использовались условия частичного скольжения [4].

Метод решения обоих задач проводился с помощью эволюционного метода установления по времени и неявного обобщенного метода переменных направлений [5].

Результаты расчетов

Сравнение полученного решения при движении плотного слоя с опытными данными [3] для геометрии рис. 1, б представлено на рис. 2, где изображено распределение вертикальной скорости в зависимости от координаты x в сечениях, показанных пунктиром (А–А, В–В, С–С) на рис. 1, б при $\text{Re} = 0.25$ и $\beta = 0.5$.

На рис. 3 представлено распределение изолиний функции тока для установившегося режима течения гранулированной среды в смесительной камере (рис. 1, а). На рис. 4 показано распределение изотермических линий при периодическом изменении температуры на наклонных стенках в различные моменты времени: $\tau = 0.630$ (а), $\tau = 0.756$ (б), $\tau = 1.01$ (в).

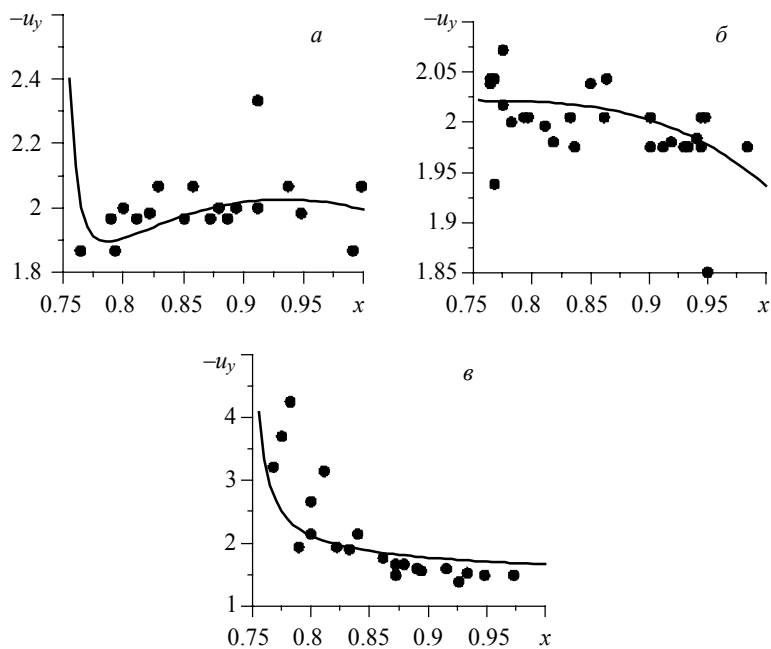


Рис. 2. Сравнение полученного решения с опытными данными [3]

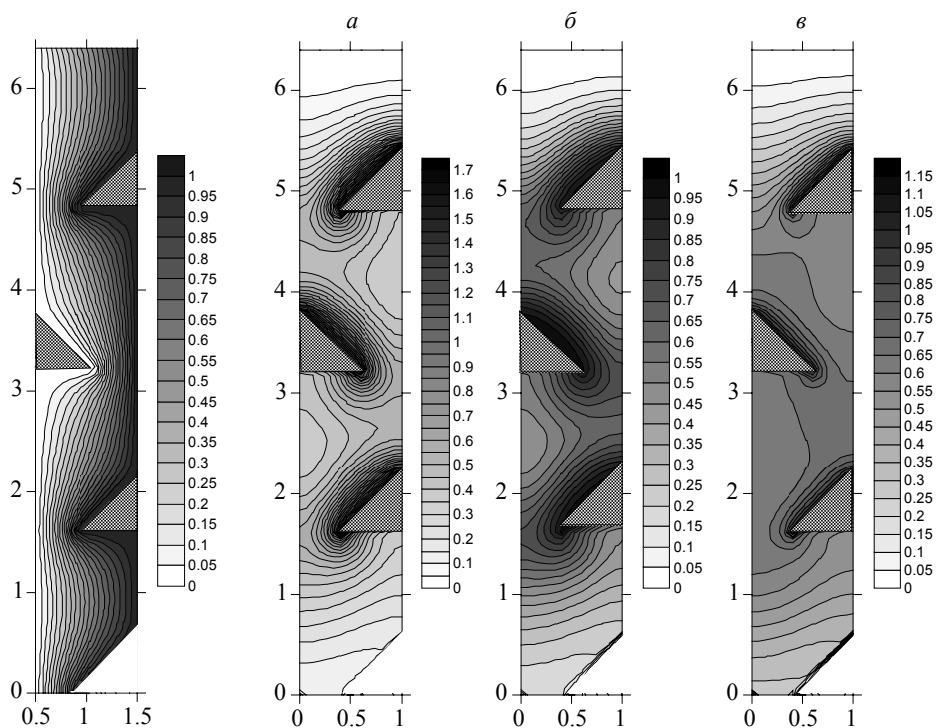


Рис. 3. Распределение линий тока

Рис. 4. Распределение изотерм в различные моменты времени

Изменение температуры по времени в различных точках смесительной камеры (1–3, рис. 1, *a*) показано на рис. 5 при следующих параметрах: $A = 0.5$, $Pr = 10$, $Re = 0.25$, $\beta = 0.5$. Из этого графика видно, что вниз по потоку происходит более интенсивный нагрев зернистого слоя и увеличивается амплитуда колебаний температуры. Влияние интенсивности изменения температуры в зависимости от координаты x в сечении А–А (рис. 1, *a*) в различные моменты времени показано на рис. 6. Кривая 1 – $\tau = 2.52$, кривая 2 – $\tau = 2.58$, кривая 3 – $\tau = 2.65$.

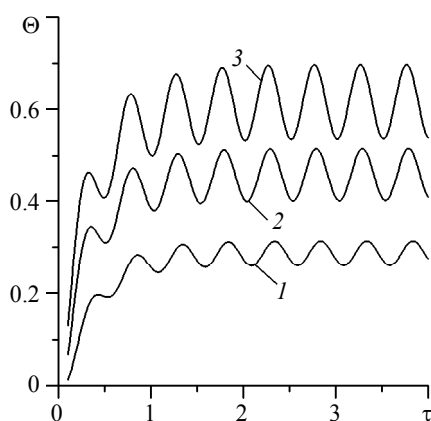


Рис. 5. Распределение температуры в зависимости от времени в трех точках пространства (рис. 1, *a*)

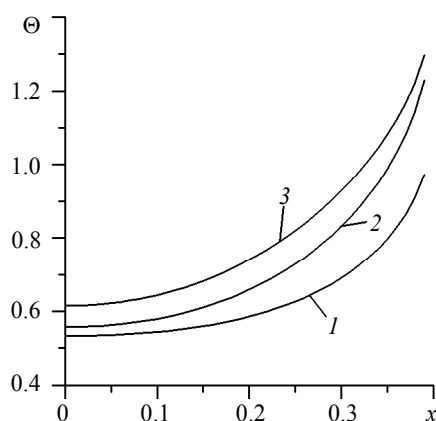


Рис. 6. Распределение температуры в поперечном сечении А–А в различные моменты времени

Заключение

Представленное теоретическое исследование гидродинамики и теплообмена плотного слоя в смесительной камере может быть использовано для анализов процессов смешения, сушки и других технологических процессов в аппаратах порошковой технологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Механика* гранулированных сред: Теория быстрых движений: сб. статей: пер. с англ. / сост. И.В. Ширко. М.: Мир, 1985. 280 с.
2. Шваб А.В., Марценко М.С., Рыжих Ю.Н. Моделирование гидродинамики и процесса усреднения гранулированной среды в аппаратах порошковой технологии // ИФЖ. 2011. Т. 84. № 4. С. 676–681.
3. Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М.: Энергия, 1970.
4. Чинчикеева Н.А., Шваб А.В. Моделирование нестационарного переноса тепла в потоке высококонцентрированной гранулированной // Наука. Технологии. Инновации. Новосибирск: НГТУ, 2013. С. 172–175.
5. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.

Статья поступила 01.07.2015 г.

Chinchikeeva N.A., Shvab A.V. MODELING OF UNSTEADY HEAT TRANSFER AT MOTION HIGHLY CONCENTRATED GRANULAR MEDIUM

DOI 10.17223/19988621/37/9

The paper presents the results of mathematical modeling of dense layer motion and unsteady heat transfer apparatus of powder technology. The physical features of the flow of a highly concentrated granular medium are analyzed. It is shown that the application of the Navier–Stokes equations and the use of partial slip conditions of the medium on the wall adequately describe the hydrodynamics and heat transfer of granular medium. This was verified by comparing numerical results with experimental data.

Keywords: unsteady flow, granular medium, sliding, friction, heat transfer, amplitude, period.

CHINCHIKEEVA Natalia Aleksandrovna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: chinchikeeva@gmail.com

SHVAB Alexander Veniaminovich (Professor, Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: avshvab@inbox.ru

REFERENCES

1. *Mekhanika granulirovannykh sred: Teoriya bystrykh dvizheniy*: sb. statey / sost. I.V. Shirko. Moscow, Mir, 1985. 280 p. (in Russian)
2. Shvab A.V., Martsenko M.S., Ryzhikh Yu.N. Modelirovanie gidrodinamiki i protsessa usredneniya granulirovannoy sredy v apparatakh poroshkovoy tekhnologii. *IFZh*, 2011, vol. 84, no. 4, pp. 676–681. (in Russian)
3. Gorbis Z.R. *Teploobmen i gidromekhanika dispersnykh skvoznykh potokov*. Moscow, Energiya Publ., 1970. (in Russian)
4. Chinchikeeva N.A., Shvab A.V. Modelirovanie nestatsionarnogo perenosa tepla v potoke vysokokontsentrirrovannoy granulirovannoy. *Nauka. Tekhnologii. Innovatsii*. Novosibirsk, NGTU Publ., 2013, pp. 172–175. (in Russian)
5. Patankar C. *Chislennyye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti*. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1984. (in Russian)