

А.С. Жагорова, М.Н. Рыжкова
Муромский институт ФГОУ ВО «Владимирский государственный университет
им. А.Г. и Н.Г. Столетовых», г. Муром, Россия

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ СЛОЖНОСТИ ЗАДАНИЙ ПО РАЗДЕЛУ «АЛГЕБРА ЛОГИКИ»

Предлагается методика определения сложности тестовых заданий по разделу дискретной математики «Алгебра логики». На основе оценок экспертов определяются факторы, которые наиболее сильно влияют на сложность задания, на основе методов корреляционного анализа определяется степень влияния этих факторов на сложность. Предлагается методика назначения уровня сложности задания и проводится исследование разработанной методики. Разработанная методика хорошо согласуется с интуитивными представлениями преподавателей о сложности заданий и может быть использована для оценивания знаний в вузе.

Ключевые слова: сложность тестовых заданий, корреляционный анализ, методика определения сложности.

Введение

Алгебра логики изучается студентами всех технических направлений подготовки в рамках курсов дискретной математики, информатики, логики и т.п. При оценивании знаний студентов по алгебре логики используются задания на составление таблицы истинности или упрощение логических выражений. Однако при составлении заданий необходимо учитывать сложность выражений. На сегодняшний день не существует объективной методики оценивания трудности заданий по алгебре логики. На практике преподаватели используют интуитивные правила оценивания трудности задания: например, чем больше количество переменных и различных операций в задании, тем выше сложность задания.

Цель исследования: разработка методики определения сложности задания.

Для реализации поставленной цели должны быть выполнены следующие задачи:

1) на основе существующих заданий по алгебре логики определить факторы, которые наиболее сильно влияют на сложность задания;

2) разработать методику определения сложности заданий.

В процессе разработки методики будет использован корреляционный анализ для оценивания влияния различных составляющих задания на его трудность.

1. Корреляционный анализ заданий по алгебре логики

Для того чтобы определить зависимость уровня сложности заданий от различных факторов, рас-

смотрим задания, используемые в Муромском институте для итоговой аттестации студентов направления подготовки «Прикладная математика и информатика» по дисциплине «Дискретная математика». Выделим ряд факторов, от которых может зависеть сложность задания, введем обозначения:

X_1 – количество знаков в задании,
 X_2 – количество переменных в задании,
 X_3 – число операций в задании,
 X_4 – количество операций «Конъюнкция»,
 X_5 – количество операций «Дизъюнкция»,
 X_6 – количество операций «Штрих Шеффера»,
 X_7 – количество операций «Сумма по модулю 2»,
 X_8 – количество операций «Импликация»,
 X_9 – количество операций «Стрелка Пирса»,
 X_{10} – количество операций «Отрицание».

Рассмотрим следующий пример:
 $(x \vee y) \wedge (y \wedge \vee x)$.

Здесь X_1 – количество знаков в задании – 13, включая скобки; X_2 – количество переменных в задании – 2 (x и y); X_3 – число операций в задании – 4; X_4 – количество операций «Конъюнкция» – 2; X_5 – количество операций «Дизъюнкция» – 2; остальные операции отсутствуют, поставим 0.

Сложность задания была определена экспертами (преподавателями) в соответствии с интуитивными правилами:

1) чем больше количество переменных и различных операций в задании, тем выше сложность задания;

2) сложность задания необходимо увеличивать, если в задании встречается отрицание, относящееся к операциям, а не к переменным,

Таблица 1

Статистические данные

Задача	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	Y
1	5	1	2	1	1	0	0	0	0	0	2
2	5	2	2	2	0	0	0	0	0	0	3
3	13	2	4	2	2	0	0	0	0	0	5
4	9	2	5	0	0	0	1	1	0	2	7
5	13	3	6	1	0	0	0	1	0	2	10
6	14	2	8	0	0	0	1	0	1	3	10
7	19	3	8	0	0	0	0	3	1	2	12
8	24	3	13	0	0	1	0	1	1	5	15
9	34	4	14	3	6	0	0	2	0	3	16
10	35	4	18	2	7	0	0	0	2	7	20

в соответствии с этим задания, содержащие операции «Штрих Шеффера», «Сумма по модулю 2» и «Стрелка Пирса» имеют большую сложность, нежели задания с элементарными операциями.

Сведем результаты анализа остальных заданий в табл. 1.

Анализ факторов будем проводить методом корреляционного анализа. Корреляционный анализ – метод обработки статистических данных, позволяющий обнаружить зависимость между несколькими случайными величинами [1]. Корреляция – статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми). Математической мерой корреляции двух случайных величин служит коэффициент корреляции.

Коэффициенты корреляции r посчитаем по формуле

$$r_i = \frac{\overline{X_i Y} - \bar{X}_i \bar{Y}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum X_i^2 - (\bar{X}_i)^2} \sqrt{\frac{1}{n} \sum Y^2 - (\bar{Y})^2}},$$

где i – номер фактора; n – число исследуемых заданий.

Поскольку исследуемых заданий достаточно мало, то есть вероятность, что обнаруженная взаимосвязь случайна, поэтому для исключения таких факторов используем корреляционную поправку:

$$s_i = \frac{1 - r_i^2}{\sqrt{n - 1}}.$$

Воспользуемся условием, если

$$\left| \frac{r_i}{s_i} \right| \geq 3,$$

то связь не случайна, иначе не будем учитывать взаимосвязь понятий.

Результаты расчета сведем в табл. 2.

Результаты расчетов показали, что взаимосвязь со сложностью задания наблюдается у таких факторов, как X_1 – количество знаков в задании, X_2 – количество переменных в задании, X_3 – число операций в задании, X_5 – количество операций «Дизъюнкция», X_9 – количество операций «Стрелка Пирса», X_{10} – количество операций «Отрицание».

Таблица 2

Результаты расчета

Задача	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	Y
1	5	1	2	1	1	0	0	0	0	0	2
2	5	2	2	2	0	0	0	0	0	0	3
3	13	2	4	2	2	0	0	0	0	0	5
4	9	2	5	0	0	0	1	1	0	2	7
5	13	3	6	1	0	0	0	1	0	2	10
6	14	2	8	0	0	0	1	0	1	3	10
7	19	3	8	0	0	0	0	3	1	2	12
8	24	3	13	0	0	1	0	1	1	5	15
9	34	4	14	3	6	0	0	2	0	3	16
10	35	4	18	2	7	0	0	0	2	7	20
r	0,95	0,92	0,98	0,10	0,62	0,30	-0,13	0,37	0,72	0,92	
s	0,03	0,05	0,01	0,33	0,20	0,30	0,33	0,29	0,16	0,05	
r/s	28,18	17,53	71,82	0,31	3,03	0,98	-0,41	1,27	4,50	18,59	

2. Методика назначения уровня сложности задания

Прежде чем разрабатывать методику назначения уровня сложности задания, необходимо заметить, что часть значимых показателей можно объединить (в соответствии с величиной коэффициента корреляции) в две различные группы (рис. 1).

Естественно предположить, что факторы, коэффициенты корреляции которых больше 0,9 (объединенные в группу 1), оказывают большее влияние на уровень сложности, чем факторы, объединенные в группу 2. Для учета этого введем два коэффициента: $A_1 = 2$ и $A_2 = 1$ для 1-й и 2-й групп факторов соответственно.

Для расчета сложности задания используем методику:

1) для i -го задания подсчитаем суммарное количество знаков в задании, количество переменных в задании, число операций в задании и количество операций «Отрицание» (факторы группы 1):

$$S_1 = X_{1i} + X_{2i} + X_{3i} + X_{10i};$$

2) для i -го задания подсчитаем суммарное количество операций «Дизъюнкция» и количество операций «Стрелка Пирса» (факторы группы 2):

$$S_2 = X_{5i} + X_{9i};$$

3) рассчитаем сложность задания Y по формуле

$$Y = A_1 S_1 + A_2 S_2;$$

4) для сравнения с оценками сложности задания, сделанными экспертами, пронормируем все значения сложности и приведем к шкале от 0 до 20:

$$Y_n = \frac{20Y}{Y_{\max}}.$$

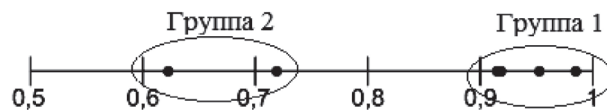


Рис. 1. Две группы коэффициентов корреляции на шкале от 0,5 до 1

3. Исследование разработанной методики

Для каждой приведенной в табл. 1 задачи сделаем расчет сложности заданий по разработанной методике, результаты расчетов сведем в табл. 3.

Сравнение рассчитанных по разработанной методике значений сложности с экспертными оценками показало, что погрешность выставления сложности по методике не превышает среднеквадратичного отклонения (5,5) экспертных оценок. Это позволяет сделать вывод о том, что методика может быть использована для оценки сложности заданий по алгебре логики.

Заключение

Целью проведенной работы была попытка разработать методику объективного определения трудности заданий по алгебре логики. Анализ заданий по алгебре логики позволил определить, что на трудность наиболее сильно влияют: количество знаков в задании, количество переменных в задании, число операций в задании, количество операций «Дизъюнкция», количество операций «Стрелка Пирса», количество операций «Отрицание».

В результате проведенных исследований была разработана методика оценивания сложности заданий по алгебре логики, которая позволяет объективно подсчитать уровень трудности заданий в интервале от 0 до 20 единиц. Такая широкая

Таблица 3

Расчет сложности заданий по разработанной методике

Задача	Y_3	S_1	S_2	Y	Y_n	Y_n
1	2	8	1	17	2,481752	2
2	3	9	0	18	2,627737	3
3	5	19	2	40	5,839416	6
4	7	18	0	36	5,255474	5
5	10	24	0	48	7,007299	7
6	10	27	1	55	8,029197	8
7	12	32	1	65	9,489051	9
8	15	45	1	91	13,28467	13
9	16	55	6	116	16,93431	17
10	20	64	9	137	20	20

градация дает возможность более объективно оценивать знания студентов.

Разработанная методика хорошо согласуется с интуитивными представлениями преподавателей о сложности заданий и может быть использована для оценивания знаний в вузе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кramer Г.* Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

Zhagrova A.S., Ryzhkova M.N.

Murom Institute (branch) of the Vladimir state University named after A.G. and N.G. Stoletov, Murom, Russia

METHOD OF DETERMINATION OF TASK COMPLEXITY ON «ALGEBRA OF LOGIC»

Keywords: test complexity, correlation analysis, complexity determination method.

There are two types of tasks for evaluation of students' knowledge on algebra of logic. It consists in drawing up the truth table and logical expressions simplification. However, it is important to take into account the task complexity. Nowadays there is no objective method for determination of task complexity on algebra of logic. In practice, teachers use intuitive rules for task complexity evaluation, for example, the larger the number of variables and various operations the task indicates, the greater task complexity is.

The article discusses the factors that can influence the degree of tasks complexity on algebra of logic, such as the number of variables and various operations in the task, as well as the presence of certain logic operations. The article gives the analysis of some practical tasks on algebra of logic used for students on "Applied Mathematics and Computer Science" in Murom Institute (branch) of Vladimir State University named after A.G. and N.G. Stoletovs (Murom, Russian Federation). The analysis helped to reveal the degree of these factors influence to the task complexity.

The calculation results showed that there is the relationship between the task complexity and such factors as the number of characters in a task, the number of variables in a task, the number of operations in a task, the number of disjunction operations, number of Peirce function, the number of negation operations. All these factors were divided into two groups in accordance with the correlation of coefficient value. The factors in the first group have high correlation of coefficient value, so they have high degree of influence. The factors in the second group have low correlation of coefficient value, so they have low degree of influence. There are two corrections of coefficients which should be taken into account.

REFERENCES

1. *Kramer G.* Matematicheskie metody statistiki. – M.: Mir, 1975. – 648 s.