

УДК 531/534

DOI 10.17223/19988621/42/9

Е.Л. Лобода, О.В. Матвиенко, М.В. Агафонцев, В.В. Рейно**ОЦЕНКА МАСШТАБОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ПЛАМЕНИ
ПРИ ДИФфуЗИОННОМ ГОРЕНИИ ДИЗЕЛЬНОГО ТОПЛИВА¹**

Представлены результаты математического моделирования течения в пламени, образующемся при горении дизельного топлива и экспериментальные оценки масштабов турбулентных вихрей в пламени, полученные с применением методов термографии. Путем сравнения результатов численного моделирования и экспериментальных данных показано хорошее согласование основных термодинамических параметров пламени и масштабов турбулентных вихрей в нем.

Ключевые слова: ИК-термография, пламя, горение, спектр, температура, турбулентность, математическое моделирование.

Диффузионное горение, образующееся при горении как в технологических устройствах, так и при природных пожарах, как правило, реализуется при турбулентном течении продуктов горения в пламени [1]. Турбулентность проявляется в виде переноса газообразных продуктов горения с различными скоростями, которые складываются из осредненной и пульсационной составляющих. Турбулентное горение является нестационарным процессом перемешивания газообразных продуктов горения со свежей смесью, которая воспламеняется вследствие роста температуры. Этот нестационарный процесс приводит к искривлению формы пламени, что приводит к увеличению площади ее поверхности и скорости сгорания.

При достаточно интенсивной турбулентности возникает дробление фронта пламени [2], что приводит к тому, что горение происходит в отдельных микрообъемах. Согласно гипотезе Сполдинга [3], в турбулентном пламени горение происходит в отдельных вихрях. В [3] также рассматривается дробление этих вихрей вследствие процессов диссипации на меньшие объемы, поверхности раздела которых с горячими газами достаточны для поддержания реакции.

Визуализацию этих объемов и турбулентных вихрей в пламени можно увидеть в работах с применением PIV-методов [4–6]. В работах [7–10] представлены результаты исследования турбулентной структуры пламени с применением PLIF (Planar laser-induced fluorescence) методов. Следует отметить, что этот метод позволяет визуализировать разрез в какой-то плоскости трехмерного физического явления. В [7–10] не анализируются размеры вихрей, а внутренние масштабы турбулентности оказывают существенное влияние на коэффициенты переноса [11] и на сам процесс горения, что можно видеть в работах, посвященных математическому моделированию [12–15].

В работе [16] представлены результаты экспериментальных измерений масштабов турбулентности по термограммам факела пламени, полученным в узком спектральном диапазоне, выбранном по излучению маркерных газов (пары воды и

¹ Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых № МД-5754.2015.1 и гранта РФФИ № 15-01-00513_a.

CO₂). В [1] на основе предположения о подобии пульсаций гидродинамических и термодинамических параметров приводится математическая связь масштабов турбулентности в пламени с характерными частотами пульсации температуры.

На основании вышеизложенного представляет интерес численное моделирование горения жидкого топлива, анализ масштабов пульсации температуры, скорости, распределение в пространстве масштабов турбулентности в пламени и сравнение с экспериментальными данными.

1. Описание математической модели

Для математической постановки задачи допустим, что течение в рассматриваемой области является осесимметричным; движение горючей смеси характеризуется наличием областей ламинарного, переходного и полностью турбулентного режима течения; скорость горения в турбулентных диффузионных пламенах определяется как химической кинетикой, так и процессами турбулентного смешения.

Для описания поля течения используются двумерные осесимметричные уравнения Рейнольдса, записанные относительно осредненных по времени составляющих скорости: u , v и давления p [17, 18]:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r}{\partial x} = 0; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} = \\ & = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} r \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] - (\rho - \rho_e) g; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v^2 r}{\partial r} = \\ & = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} r \left(2 \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] - \frac{\mu_{\text{eff}} v}{r^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где ρ – плотность, u – осевая скорость, v – радиальная скорость, x – осевая координата, p – давление, r – радиальная координата, μ_{eff} – эффективная динамическая вязкость, g – ускорение свободного падения, ρ_e – среднее значение плотности.

Характеристики турбулентности рассчитывались на основе двухпараметрической модели с использованием уравнений для кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ε [19] с учетом действия сил плавучести [20] и малости чисел Рейнольдса [21, 22]:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho k}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v k r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_k} r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + G_k + G_p - I - \rho \varepsilon; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v \varepsilon r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\mu_{\text{eff}}}{\sigma_\varepsilon} r \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + (f_1 G_k - f_2 \rho \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} + J, \quad (5)$$

$$G_k = \mu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\}, \quad G_p = -\frac{\mu_t}{\rho \sigma_k} \frac{\partial p}{\partial x} g,$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{\mu_t}{k} \left[\left(\frac{\partial k}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial r} \right)^2 \right], \quad f_2 = C_{2\varepsilon} (1 - C_{4\varepsilon} \exp(-\text{Re}_t^2)), \quad f_1 = C_{1\varepsilon} (1 + C_{3\varepsilon} \text{Ri}_{\text{st}}),$$

$$J = 2 \frac{\mu_t}{\rho} \left\{ \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right) \right]^2 + \left[\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right) \right]^2 \right\},$$

где k – турбулентная кинетическая энергия, t – координата времени, σ_k , σ_ε , f_1 , f_2 , $C_{1\varepsilon}$ – $C_{4\varepsilon}$ – константы модели турбулентности, G_k , G_ρ – коэффициенты модели, характеризующие прирост турбулентной кинетической энергии за счет градиента осредненного потока и сил плавучести соответственно, ε – скорость диссипации турбулентной энергии, I , J – функции источника в модели турбулентности, Re_t – турбулентное число Рейнольдса, Ri_{st} – стратификационное число Ричардсона, μ , μ_t – динамическая и турбулентная динамическая вязкость.

Турбулентная вязкость может быть рассчитана с использованием k – ε -модели турбулентности [17]:

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho k^2 \varepsilon^{-1}, \quad f_\mu = \exp \left[-\frac{3.4}{(1 + 0.02 \text{Re}_t)^2} \right].$$

Эффективная вязкость (μ_{eff}) определяется как сумма молекулярной (μ) и турбулентной вязкости (μ_t):

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_t.$$

Стратификационное число Ричардсона, а также турбулентное число Рейнольдса определяются следующим образом:

$$\text{Ri}_{\text{st}} = \frac{G_\rho}{G_k}, \quad \text{Re}_t = \frac{\rho k^2}{\mu \varepsilon}.$$

Для входящих в уравнения констант используются следующие значения:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92, \quad C_{3\varepsilon} = 0.8, \quad C_{4\varepsilon} = 0.3, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad \sigma_k = 1.$$

В настоящей работе рассматривается горение паров дизельного топлива в воздухе. Основную часть углеводородов дизельного топлива составляют жидкие алканы ($C_n H_{2n+2}$) с числом атомов углерода $5 \leq n \leq 18$, поэтому в качестве горючего рассматривались пары н-октана ($C_8 H_{18}$), н-декана ($C_{10} H_{22}$) и н-додекана ($C_{12} H_{26}$). Для моделирования процесса горения применяется схема:

$$1 \text{ кг горючего} + s \text{ кг окислителя} = (1 + s) \text{ кг продукта реакции} + Q.$$

Для описания конвекции, процессов тепломассообмена и горения помимо уравнения энергии использовались уравнения баланса массы компонентов с учетом протекания в потоке экзотермической реакции [23, 24]:

$$C_p \left(\frac{\partial \rho u T}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r T}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{\text{eff}} \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\lambda_{\text{eff}} r \frac{\partial T}{\partial r} \right] + Q \Phi, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho u M_{\Pi}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r M_{\Pi}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho D_{\text{eff}} \frac{\partial M_{\Pi}}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho D_{\text{eff}} r \frac{\partial M_{\Pi}}{\partial r} \right] - 0.5 \frac{W_{\Pi}}{W_{\text{ox}}} \Phi, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho u M_{\text{ox}}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r M_{\text{ox}}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho D_{\text{eff}} \frac{\partial M_{\text{ox}}}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho D_{\text{eff}} r \frac{\partial M_{\text{ox}}}{\partial r} \right] - \Phi; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho u M_{\text{pr}}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r M_{\text{pr}}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho D_{\text{eff}} \frac{\partial M_{\text{pr}}}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho D_{\text{eff}} r \frac{\partial M_{\text{pr}}}{\partial r} \right] + 0.5 \frac{W_{\text{pr}}}{W_{\text{ox}}} \Phi; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho u M_{\text{in}}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r M_{\text{in}}}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho D_{\text{eff}} \frac{\partial M_{\text{in}}}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\rho D_{\text{eff}} r \frac{\partial M_{\text{in}}}{\partial r} \right], \quad (10)$$

где C_p – коэффициент теплоемкости газовой фазы при постоянном давлении, T – температура, λ_{eff} – эффективный коэффициент теплопроводности, Q – тепловой эффект химической реакции, Φ – скорость химической реакции; M_{fl} , M_{ox} , M_{pr} , M_{in} – массовые концентрации горючего вещества, окислителя, продукта реакции, инертного продукта реакции соответственно, D_{eff} – эффективный коэффициент диффузии, W_{fl} , W_{ox} , W_{pr} – молярная масса горючего вещества, окислителя, продукта реакции соответственно.

В рамках кинетической модели скорость химической реакции описывается законом Аррениуса [1], что справедливо для ламинарного режима течения смеси топлива и окислителя:

$$\Phi_{\text{Ar}} = z_0 \rho M_{\text{fl}}^{\alpha} M_{\text{ox}}^{\beta} \exp \left(-\frac{E_A}{R_G T} \right),$$

где E_A – энергия активации, R_G – универсальная газовая постоянная, z_0 – параметр.

Параметры химической реакции приведены в таблице [25].

Таблица 1

Параметры химической реакции в законе Аррениуса

Топливо	$z_0 \cdot 10^{-6}$	α	β	$E_A/R_G \cdot 10^{-3}$
C_8H_{18}	14	0.25	1.5	15
$\text{C}_{10}\text{H}_{22}$	12	0.25	1.5	15
$\text{C}_{12}\text{H}_{26}$	11	0.25	1.5	15

Одним из путей получения более адекватных результатов при численном моделировании турбулентного горения является включение в математическую модель выражений, отвечающих за влияние пульсаций на процессы горения, а также рассмотрение эволюции в потоке среднеквадратичных значений пульсаций концентрации $\sqrt{\eta} = \sqrt{\langle M'_{\text{fl}} M'_{\text{fl}} \rangle}$, температуры $\sqrt{\theta} = \sqrt{\langle T' T' \rangle}$ и корреляции $\xi = \langle M'_{\text{fl}} T' \rangle$.

Для определения осредненных значений скорости химической реакции Φ используется подход, рассмотренный в [26] и развитый на случай двух переменных T и M_{fl} в предположении малости пульсаций $T'/T \ll 1$, $M'_{\text{fl}}/M_{\text{fl}} \ll 1$. В рамках этого подхода мгновенная скорость химической реакции раскладывается в ряд по осредненным значениям T и M_{fl} , и после отбрасывания членов третьего порядка

и выше, усредняются. В результате для осреднений скорости химической реакции справедливо выражение

$$\Phi_t = \Phi_{Ar} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 \Phi_{Ar}}{\partial T^2} \theta + \frac{\partial^2 \Phi_{Ar}}{\partial M_{fl}^2} \eta + 2 \frac{\partial^2 \Phi_{Ar}}{\partial M_{fl} \partial T} \xi \right].$$

Таким образом, скорость химической реакции становится не только функцией осредненной температуры и концентрации, но также зависит от среднеквадратичных значений пульсаций температуры, концентрации и их корреляции.

Для пульсационных характеристик θ , η , ξ уравнение переноса с использованием традиционных схем замыкания и в предположении равенства единице эффективного числа Льюиса $Le_{eff} = Pr_{eff}/Sc_{eff}$ запишутся как

$$C_p \left[\frac{\partial \rho u \theta}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r \theta}{\partial r} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_{eff} r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + 2Q \left[\frac{\partial \Phi_{Ar}}{\partial T} \theta + \frac{\partial \Phi_{Ar}}{\partial M_{fl}} \xi \right] + C_{1\epsilon} \lambda_t \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 \right] - C_{2\epsilon} Pr_t \rho \frac{\epsilon}{k} \theta, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho u \eta}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r \eta}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_{eff} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho D_{eff} r \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) + 2 \left[\frac{\partial \Phi_{Ar}}{\partial T} \xi + \frac{\partial \Phi_{Ar}}{\partial M_{fl}} \eta \right] + C_{1\epsilon} D_t \left[\left(\frac{\partial M_{fl}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial M_{fl}}{\partial r} \right)^2 \right] - C_{2\epsilon} Sc_t \rho \frac{\epsilon}{k} \eta, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u \xi}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r \xi}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_{eff} \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho D_{eff} r \frac{\partial \xi}{\partial r} \right) + \\ &+ 2 \left[Q \frac{\partial \Phi_{Ar}}{\partial T} \xi + Q \frac{\partial \Phi_{Ar}}{\partial M_{fl}} \eta - \frac{\partial \Phi_{Ar}}{\partial T} \theta - \frac{\partial \Phi_{Ar}}{\partial M_{fl}} \xi \right] + \\ &+ C_{1\epsilon} D_t \left[\left(\frac{\partial M_{fl}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial M_{fl}}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] - C_{2\epsilon} \sqrt{Pr_t Sc_t} \rho \frac{\epsilon}{k} \xi, \end{aligned} \quad (13)$$

где Sc , Sc_t – число Шмидта и турбулентное число Шмидта, D_t – турбулентный коэффициент диффузии, Pr_t – турбулентное число Прандтля.

Модель распада вихрей (Eddy Dissipation Model, EDM) разработана для описания турбулентных диффузионных пламен и основана на предположении, что химические реакции очень быстро приводят реагирующую смесь к равновесному состоянию [27]. Согласно этой модели, для инициации процесса горения достаточно, чтобы горючее и окислитель (обычно воздух) находились в одном контрольном объеме. В рамках этой модели скорость горения определяется следующим выражением:

$$\Phi_{EDM} = B \rho^2 \min[M_{ox}, 2M_{fl}] \frac{\epsilon}{k}.$$

В качестве критерия, характеризующего режим горения, можно использовать турбулентное число Дамкелера:

$$Da = z_0 \exp \left(-\frac{E_A}{R_G T} \right) \frac{k}{\epsilon}.$$

Если $Da \leq 0.5$, химическое реагирование определяется аррениусовской кинетикой, при $1 < Da$ – процессами турбулентного смешения, в диапазоне изменения числа Дамкелера $0.5 < Da < 1$ необходимо учитывать влияние турбулентных пульсаций на скорость горения [28]. Таким образом, скорость химической реакции Φ можно представить в виде

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_{Ar}, & Da \leq 0.5, \\ \Phi_t, & 0.5 < Da \leq 1, \\ \Phi_{EDM}, & 1 < Da. \end{cases}$$

Уравнение состояния Клапейрона – Менделеева устанавливает связь между температурой, давлением и плотностью горячей смеси и может быть представлено в виде

$$\rho = \frac{p}{RT} \left(\frac{M_{fl}}{W_{fl}} + \frac{M_{ox}}{W_{ox}} + \frac{M_{pr}}{W_{pr}} + \frac{M_{in}}{W_{in}} \right)^{-1}. \quad (14)$$

Температурная зависимость молекулярной динамической вязкости рассчитывалась с помощью формулы Сезерленда [29]. Для определения вязкости смеси газов использовалась формула Вилке [30].

Эффективные коэффициенты температуропроводности и диффузии газовой фазы определялись как

$$\lambda_{eff} = \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t}, \quad D_{eff} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right).$$

Для эффективных чисел Прандтля и Шмидта $Pr_{eff} = C_p \mu_{eff} / \lambda_{eff}$, $Sc_{eff} = \mu_{eff} / (\rho D_{eff})$ используется оценка $Pr_{eff} = 0.7$, $Sc_{eff} = 0.7$.

2. Методика решения

Представленные в предыдущем разделе уравнения характеризуют собой полную замкнутую систему уравнений, которая при соответствующих граничных условиях и известных свойствах потока определяет основные характеристики течения.

Уравнения (1) – (13) были решены численно с использованием метода конечного объема [29]. В соответствии с этим методом конечноразностные уравнения получают интегрированием дифференциальных уравнений по контрольным объемам, содержащим узлы конечноразностной сетки.

Численное решение проводилось с использованием шахматной сетки, причем узлы для осевой и радиальной составляющих скорости располагались в середине граней контрольных объемов для скалярных величин. Вычисления проведены на сетке с 2000 узлами в осевом направлении и 1700 узлами в радиальном. Вблизи стенок, а также в областях с большими градиентами скорости и концентрации проводилось сгущение сетки.

Уравнение неразрывности удовлетворялось с помощью алгоритма SIMPLEC [31]. Считалось, что сходимость итераций достигнута, если среднеквадратичная невязка для всех переменных не превышала 1%.

Для оценки точности вычислений была выполнена серия расчетов на последовательностях сгущающихся сеток. Результаты тестирования показали, что уменьшение шага базовой сетки в 2 раза по осевой и радиальной координатам приводит к изменению значений основных переменных не более чем на 1 %.

3. Экспериментальное определение масштабов турбулентности в пламени

Оценка масштабов турбулентности в пламени с применением термографии для разных видов топлив подробно изложена в [16]. Дизельное топливо, масса которого варьировалась от 20 до 50 г, диффузионно сжигалось в емкости диаметром 0.15 м. В качестве регистрирующего оборудования применялся тепловизор JADE J530SB с узкополосным фильтром с полосой пропускания 2.5–2.7 мкм. Выбор фильтра произведен на основе анализа спектра излучения пламени [32]. Все измерения производились в диапазоне температур 583 – 1773 К с частотой съемки 177 Гц. Разрешение матрицы тепловизора составляло 320×240 пикселей, фокусное расстояние 50 мм. Расстояние между тепловизором и исследуемым объектом составляло 2 м.

Коэффициент излучения пламени корректировался по сравнению с излучением АЧТ и с измерениями, температуры в пламени с помощью термопары типа ВР с диаметром спая 50 мкм и постоянной времени 0.1 с.

Используя подход, описанный в [33], с помощью Fast Fourier Transform (FFT) был получен спектр изменения температуры в пламени при диффузионном горении дизельного топлива. На рис. 1 представлены спектр изменения температуры.

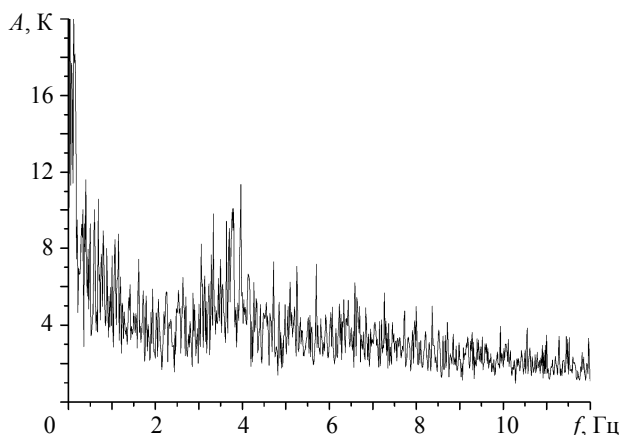


Рис. 1. Спектр изменения температуры в пламени при диффузионном горении дизельного топлива

Fig. 1. Temperature change spectrum in a diffusion flame of diesel fuel combustion

В дальнейшем с применением методики расчета масштабов турбулентности по спектру изменения температуры, описанному в [16], были определены по ярко выраженной частоте следующий масштаб турбулентности $b \pm \Delta b = 0.025 \pm 0.0055$ м и безразмерные характеристики течения: $Ri_t = 0.1846$, $Fr_t = 5.4183$.

Аналогично описанному в [16] также были измерены размеры температурных неоднородностей на мгновенных термограммах факела пламени.

Размер температурных неоднородностей определялся путем покадровой обработки результатов эксперимента. На рис. 2 показан набор мгновенных термограмм с выделением областей температурных неоднородностей с инструментами измерений их размеров. Оператор выбирал ярко выраженные температурные не-

однородности на термограмме (рис. 2) и при помощи программного обеспечения определял их размеры. Следует отметить, что температурные неоднородности имеют неправильную геометрическую форму, которая постоянно изменяется во времени. Кроме того, термограмма является проекцией на плоскость трехмерного полупрозрачного излучающего объекта. Поэтому выбиралось несколько направлений, в которых производилось определение размера рассматриваемой температурной неоднородности. В дальнейшем в качестве характерного размера бралась средняя величина. В результате измерений размеров температурных неоднородностей было установлено: $b_{\text{exp}} \pm \Delta b_{\text{exp}} = 0.019 \pm 0.006$ м.

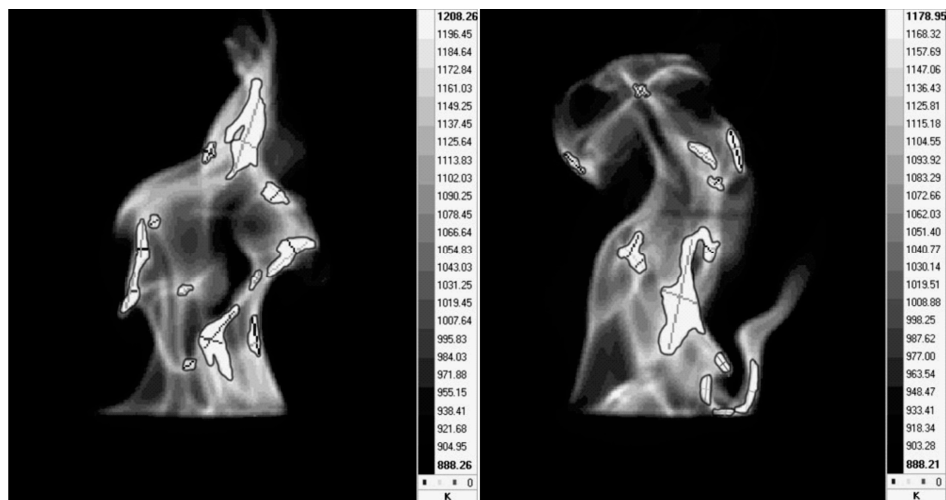


Рис. 2. Мгновенные термограммы пламени горения дизельного топлива

Fig. 2. Instant heat pattern of the flame of diesel fuel combustion

4. Сравнение результатов математического моделирования и экспериментальных данных

Основным характерным движением газа в потоке является подъем горючей смеси и продуктов сгорания и вызванные этим подъемом радиальные движения воздушных масс, приводящие к формированию восходящей свободно-вынужденной конвективной струи.

Всю область течения можно условно разделить на три участка: начальный, основной и инерционный. Начальный участок характеризуется наличием ядра постоянных скоростей. При этом интенсивность радиального течения определяется мощностью теплового источника. В результате вязкого взаимодействия потоков и диффузионного перемешивания на начальном участке образуется пограничный слой, в котором скорость течения вдоль оси струи меньше скорости в ядре. По мере подъема струя газа все больше разбавляется воздухом, ее поперечное сечение увеличивается, ядро постоянных скоростей сужается. На некоторой высоте граница слоя смешения достигает оси потока, ядро постоянных скоростей исчезает. Дальше струя газа перемешивается с воздухом по всему сечению.

Течение на основном участке характеризуется преобладающим воздействием выталкивающей силы, принимающей наибольшие значения в зоне горения. В результате этого происходит увеличение скорости в струе (рис. 3).

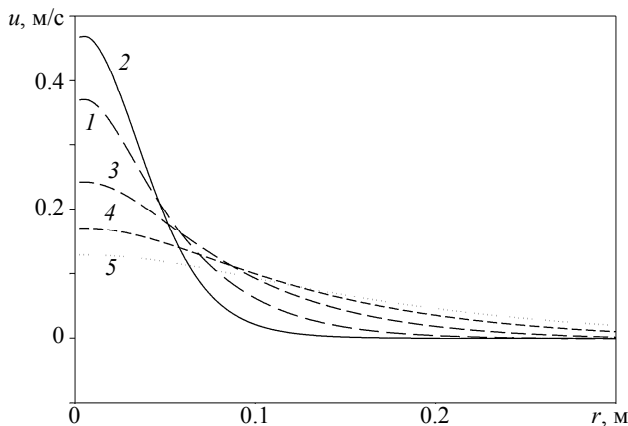


Рис. 3. Радиальное распределение осевой скорости.

$1 - x = 0.05$ м, $2 - 0.1$, $3 - 0.5$, $4 - 0.75$, $5 - 1$

Fig. 3. Radial distribution of the axial velocity.

$x = (1) 0.05$, $(2) 0.1$, $(3) 0.5$, $(4) 0.75$, and $(5) 1$ m

На инерционном участке течения по мере догорания горючих газов и смешения с окружающим воздухом температура в струе уменьшается. Роль выталкивающей силы становится пренебрежимо малой. Течение происходит по инерции, постепенно замедляясь в результате действия силы вязкости. Воздушные массы, составляющие факел, перемешиваются с окружающей средой, что приводит к дополнительному снижению скорости в струе и ее расширению. Стационарный факел постепенно рассеивается и прекращает свое существование.

На рис. 4, *a* показаны изолинии масштаба турбулентности в факеле и мгновенная термограмма факела пламени с выделенными зонами температурной неоднородности (области белого цвета с контуром) и инструментами программного обеспечения для определения их размеров (рис. 4, *б*). Выделенные зоны с повышенной температурой на рис. 4, *б* имеют среднестатистические размеры, которые соответствуют экспериментальным данным, приведенным в [16], где для случая горения дизельного топлива $b_{\text{exp}} = 0.019 \pm 0.006$ м. Как видно из рисунка, ламинарный режим сохраняется только на начальном участке течения. Пульсации и возмущения, если они существуют, малы по сравнению с параметрами осредненного течения. По мере подъема газовых масс в потоке нарастает неустойчивость, обусловленная совместным воздействием выталкивающей силы, приводящей к ускорению течения, а также силы вязкости, создающей на внешней границе конвективной струи зоны с высокими значениями градиента скорости. Анализ полученных результатов показывает, что основной вклад в турбулизацию течения вносят процессы взаимодействия восходящей струи с окружающими воздушными массами. Именно в зоне пограничного слоя возникают наибольшие сдвиговые напряжения, приводящие к генерации турбулентных пульсаций. На основном участке область турбулизированного течения, возникшая на границе струи, распространяется к ее оси, а также захватывает примыкающие к струе воздушные массы, которые вовлечены в движение в результате действия вязких сил. Интенсивность турбулентности на основном участке течения увеличивается с высотой. На инерционном участке течения скорость потока уменьшается, при этом вследствие процессов обмена импульсом и массы радиальное распределение осевой скорости

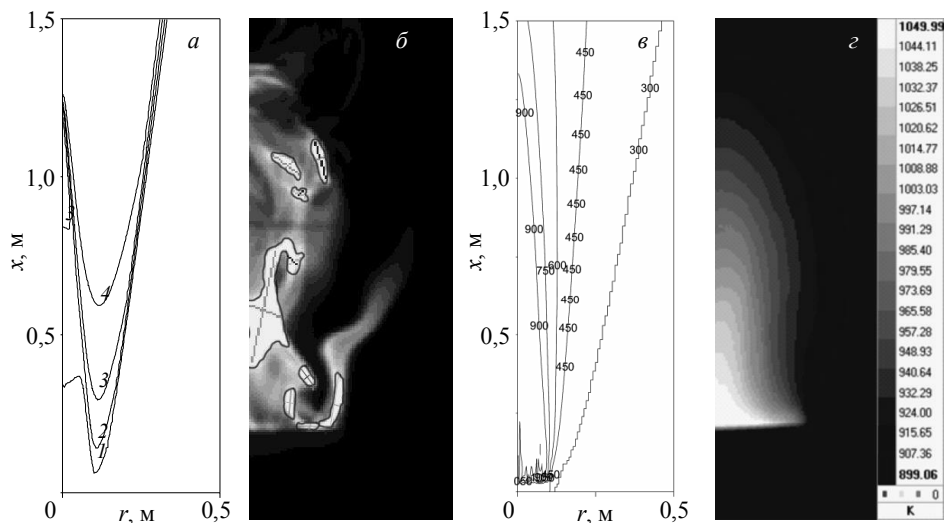


Рис. 4. Масштаб турбулентности (в результате численного моделирования (а): 1 – $b=0.01$ м, 2 – 0.015 , 3 – 0.02 , 4 – 0.02 ; термограмма мгновенного распределения температурных неоднородностей в факеле пламени (б)) и распределение средних температур в пламени и в его окрестности (в – результаты математического моделирования, г – осредненная по времени термограмма) в факеле $C_{10}H_{22}$

Fig. 4. Turbulence scale (as a result of the numerical simulation (а): $b = (1) 0.01$, (2) 0.015 , (3) 0.02 , and (4) 0.02 m; (б) heat pattern of the instant distribution of temperature inhomogeneities in the flame jet) and the distribution of the average temperatures in the flame and in its vicinity ((в) results of mathematical modeling and (г) time-averaged thermogram) in the flame jet of $C_{10}H_{22}$

становится более равномерным. Это приводит к уменьшению турбулентных возмущений и реламинаризации течения. Сравнивая изолинии масштабов турбулентности рис. 4, а со значениями b и b_{exp} из [16], можно сделать вывод о том, что для оценок масштабов турбулентности в реальных пламенах можно с хорошей достоверностью применять методику [16].

Распространение неизотермической турбулентной струи характеризуется не только нарастанием толщины слоя смешения, но и формированием неравномерного профиля осевой скорости. Таким образом, существует область, в которой скорость газа не превосходит нормальную скорость распространения пламени. Обычно эта область называется поджигающим кольцом и играет важную роль в стабилизации пламени [30]. От поджигающего кольца горение распространяется вниз по потоку. При этом от воспламенившихся периферийных слоев за счет турбулентной теплопроводности теплота передается внутренним слоям, вызывая их воспламенение, и одновременно сносится по потоку, формируя в отсутствие закрутки факел конусообразной формы (рис. 4). Сравнение рис. 4, в и г говорит об удовлетворительном согласовании результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

Горение в турбулентных диффузионных пламенах определяется не только химической кинетикой, но и процессами турбулентного перемешивания. В зависимости от масштаба турбулентности l и величины турбулентных пульсаций u' возможен различный механизм горения в турбулентных потоках [30]. Достаточно интенсивная турбулентность может вызвать не только искривление, но и дробление фронта ламинарного пламени на отдельные участки [2].

5. Заключение

В результате сравнительного анализа данных, полученных при помощи численного моделирования, с экспериментальными, можно сделать следующие выводы:

1. Течение на основном участке пламени характеризуется преобладающим воздействием выталкивающей силы, принимающей наибольшие значения в зоне горения. В результате этого происходит увеличение скорости газов в пламени.

2. Основной вклад в турбулизацию течения вносят процессы взаимодействия восходящей струи с окружающими воздушными массами. В зоне пограничного слоя возникают наибольшие сдвиговые напряжения, приводящие к образованию турбулентных возмущений.

3. На начальном участке течения вблизи «поджигающего кольца» амплитуда турбулентных пульсаций температуры достигает максимальных значений. Однако развитая турбулентность на этом участке течения еще не сформировалась, и сжигание газов идет в режиме ламинарного горения с искривленным фронтом пламени.

4. На основном участке течения на внешней границе струи происходит выгорание турбулентных молей горючего в режиме микрообъемного горения.

5. В зоне догорания основным фактором, определяющим режим горения, является процесс распада турбулентных вихрей.

6. Сравнение масштабов турбулентности, полученных экспериментально, с результатами численного моделирования дает хорошее количественное согласование, что дает возможность, используя методику [16], производить оценку масштабов турбулентности в реальных пламенах.

7. Пульсации температуры связаны с турбулентностью течения в пламени, и характерные частоты в спектре изменения температуры обусловлены масштабами турбулентных вихрей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lewis B., Elbe G. Combustion, Flames and Explosions of Gases. 3 ed. New York: Academic Press, 1987.
2. Libby P., Williams F.A. Turbulent Reacting Flows. London: Academic Press Inc, 1994. P. 1–43.
3. Spalding D. B. Mixing and chemical reaction in steady confined turbulent flames // Thirteenth Symposium (International) on Combustion. 1971. P. 649–657.
4. Shestakov M.V. et al. PIV study of large-scale flow organisation in slot jets // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2015. V. 51. P. 335–352.
5. Alekseenko S. V., Dulin V. M., Markovich D. M., Pervunin K. S. Experimental Investigation of Turbulence Modification in Bubbly Axisymmetric Jets // Journal of Engineering Thermophysics. 2015. V. 24. No. 2. P. 101–112.
6. Ануфриев И.С., Аникин Ю.А., Фильков А.И. и др. Исследование структуры закрученного потока в модели вихревой камеры сгорания методом лазерной доплеровской анемометрии // Письма в журнал технической физики. 2012. Т. 38. № 24. С. 39–45.
7. Li Z. S., Li B., Sun Z. W., Bai X. S., Alden M. Turbulence and combustion interaction: High resolution local flame front structure visualization using simultaneous single-shot PLIF imaging of CH, OH, and CH₂O in piloted premixed jet flame // Combust. Flame. 2010. V. 157. P. 1087–1096.
8. Kathryn N.G., Shen H., Randy A.P., Fuest F., Sutton J.A. A comparison of turbulent dimethyl ether and methane non-premixed flame structure // Proceedings of Combustion Institute. 2013. V. 34. P. 1447–1454.

9. Kazuhiro Y., Shinji I., Masahiro O. Local flame structure and turbulent burning velocity by joint PLIF imaging // *Proceeding of the Combustion Institute*. 2011. V. 33. P. 1285–1292.
10. Duwig C., Li B., Li Z.S., Alden M. High resolution imaging of flameless and distributed turbulent combustion // *Combust. Flame*. 2012. V. 159. P. 306–316.
11. Goh K.H.H., Geipel P., Lindstedt R.P. Turbulent transport in premixed flames approaching extinction // *Proceedings of the Combustion Institute*. 2015. V. 35. P. 1469–1476.
12. Damien P., Jorge A., Mouna E.H., Benedicte C. Analysis of the interaction between turbulent combustion and thermal radiation using unsteady coupled LES/DOM simulations // *Combustion and Flame*. 2012. V. 159. P. 1605–1618.
13. Vivien R.L., Paul G.A., Somesh P.R., et al. Direct numerical simulations of non-premixed ethylene-air flames: Local flame extinction criterion // *Combust. Flame*. 2014. V. 161. P. 2933–2950.
14. Peters N. Multiscale combustion and turbulence // *Proceedings of the Combustion Institute*. 2009. V. 32. P. 1–25.
15. Матвиенко О.В. Математическое моделирование теплообмена и условий воспламенения турбулентного потока реагирующего газа // *Инженерно-физический журнал*. 2016. Т. 89. № 1. С. 203–211.
16. Loboda E.L., Matvienko O.V., Vavilov V.P., Reyno V.V. Infrared thermographic evaluation of flame turbulence scale // *Infrared Physics & Technology*. 2015. V. 72. P. 1–7.
17. Piquet J. *Turbulent Flows: Models and Physics*. Berlin: Springer, 1999.
18. Егоров А.Г., Тизлов А.С., Ниязов В.Я., Архипов В.А., Матвиенко О.В. Исследование влияния закрутки спутного высокоскоростного потока воздуха на геометрические параметры алюминиево-воздушного факела // *Химическая физика*. 2014. Т. 33. № 10. С. 58–61.
19. Hanjalic K., Launder B. E., Schiestel R. Multiple time-scale concept in turbulent transport modeling // In *Turbulent Shear Flows II*, Springer Verlag. P. 36. 1980.
20. Abe K., Kondoh T., Nagano Y. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows – I. Flow field calculations // *Int. J. of Heat Mass Transfer*. 1994. V. 37. No. 1. P. 139–151.
21. Jones W. P., Launder B.E. The calculation of low Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence // *Int. J. of Heat Mass Transfer*. 1973. V. 16. P. 1119–1130.
22. Матвиенко О.В. Исследование теплообмена и формирования турбулентности во внутреннем закрученном потоке жидкости при низких числах Рейнольдса // *Инженерно-физический журнал*. 2014. Т. 87. № 4. С. 908–918.
23. Oran E.S., Boris J.P. *Numerical Simulation of Reactive Flow* // Elsevier Science Publishing Co. Inc., New York. 1987. P. 14.
24. Ушаков В.М., Матвиенко О.В. Численное исследование теплообмена и зажигания реакционноспособных стенок канала высокотемпературным потоком закрученного газа // *Инженерно-физический журнал*. 2005. Т. 78. № 3. С. 123–128.
25. Westbrook C.K., Dryer F.L. Chemical Kinetic Modeling of Hydrocarbon Combustion // *Prog. Energy Combust. Sci.* 1984. V. 10. 1–57.
26. Bray K. N. C., Champion M., Libby P. A. Swaminathan N. Finite rate chemistry and presumed PDF models for premixed turbulent combustion // *Combust. Flame*. 2006. V. 146. No. 4. P. 665–673.
27. Spalding D.B. *Mathematical Models of Turbulent Flames; A Review* // *Combust. Sci. Technol.* 1976. V. 13. No. 1–6. P. 3–25.
28. Гришин А.М., Матвиенко О.В., Руди Ю.А. Математическое моделирование горения газа в закрученной струе и формирования огненного смерча // *Инженерно-физический журнал*. 2009. Т. 82. № 5. С. 902–908.
29. Ferziger J.H., Perić M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer, 1996.
30. Warnatz J., Maas U., Dibble R.W. *Combustion*. Berlin: Springer, 1999.
31. Van Doormal J.P., Raithby G.D. Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows // *Numer. Heat Transfer*. 1984. V. 7. P. 147–163.

32. Лобода Е.Л., Рейно В.В., Агафонцев М.В. Выбор спектрального интервала для измерения полей температуры в пламени и регистрации экранированных пламенем высокотемпературных объектов с применением методов ИК-диагностики // Известия высших учебных заведений. Физика. 2015. Т. 58. № 2. С. 124–128.
33. Loboda E.L., Reyno V.V., Vavilov V.P. The Use of Infrared Thermography to Study the Optical Characteristics of Flames from Burning Vegetation // Infrared Physics and Technology. 2014. V. 67. P. 566–573.

Статья поступила: 16.03.2016 г.

Loboda E.L., Matvienko O.V., Agafontsev M.V., Reyno V.V. (2016) EVALUATION OF THE TURBULENCE SCALE IN A FLAME AT THE DIFFUSION COMBUSTION OF DIESEL FUEL. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 4(42). pp. 100–114

DOI 10.17223/19988621/42/9

Diffusion combustion generated during combustion both in technological devices and in natural fires is usually implemented during the turbulent flow of combustion products in the flame. Nonstationarity of the process leads to the distortion of the flame shape, which provides surface area extension and combustion rate increase. Turbulence scale and the magnitude of pulsation of the parameters significantly affect the combustion mechanism in turbulent flows. It should be noted that in turbulent conditions the scale of turbulent pulsations and the mixing intensity significantly affect the flame shape, the combustion speed, the thermodynamic parameters of the process, the combustion completeness, and efficiency.

The development of the thermography methods gives encouraging results for obtaining reliable temperatures of the flame. Thereby it is possible to visualize the temperature inhomogeneities. Based on the analysis of the flame radiation spectra with the application of high speed infrared cameras, it was found that the temperature in the flame changes repeatedly in time, and there are characteristic frequencies in the range of the temperature changes. These frequencies are caused by the movement of the flame temperature inhomogeneities associated with the structure of the flow.

This paper presents results of mathematical modeling of the current in the flame generated during diesel fuel combustion, and experimental estimates of the scale of turbulent eddies in the flame. The results were obtained using the SIMPLEC algorithm and thermography methods. The paper includes the description of the experimental design and data processing. A detailed description of the system of equations used for the mathematical modeling is presented. Comparing the results of numerical simulation and experimental data shows a good correlation of the basic thermodynamic parameters of the flame and the scale of turbulent eddies in it.

Keywords: IR thermography, flame, combustion, temperature, turbulence, mathematical modeling

LOBODA Egor Leonidovich (Doctor of Physics and Mathematics,
Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).
E-mail: loboda@mail.tsu.ru

MATVIENKO Oleg Victorovich (Doctor of Physics and Mathematics,
Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: matvolegv@mail.ru

AGAFONTSEV Mikhail Vladimirovich (Tomsk State University,
Tomsk, Russian Federation)
E-mail: kim75mva@gmail.com

REYNO Vladimir Vladimirovich (Institute of Atmospheric Optics, SB RAS,
Tomsk, Russian Federation)
E-mail: reyno@iao.ru

REFERENCES

1. Lewis B., Elbe G. (1987) *Combustion, flames and explosions of gases*. 3rd ed. New York: Academic Press.
2. Libby P., Williams F.A. (1994) *Turbulent reacting flows*. London: Academic Press Inc. pp. 1–43.
3. Spalding D.B. (1971) Mixing and chemical reaction in steady confined turbulent flames. *Thirteenth Symposium (International) on Combustion*. pp. 649–657.
4. Shestakov M.V. et al. (2015) PIV study of large-scale flow organisation in slot jets. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 51. pp. 335–352. DOI 10.1016/j.ijheatfluidflow.2014.10.027.
5. Alekseenko S.V., Dulin V.M., Markovich D.M., Pervunin K.S. (2015) Experimental investigation of turbulence modification in bubbly axisymmetric jets. *Journal of Engineering Thermophysics*. 24(2). pp. 101–112. DOI 10.1134/S1810232815020010.
6. Anufriev I.S., Anikin Yu.A., Fil'kov A.I., et al. (2013) Investigation into the structure of a swirling flow in a model of a vortex combustion chamber by laser doppler anemometry. *Technical Physics Letters*. 39(1). pp. 30–32. DOI 10.1134/S1063785013010045.
7. Li Z.S., Li B., Sun Z.W., Bai X.S., Alden M. (2010) Turbulence and combustion interaction: High resolution local flame front structure visualization using simultaneous single-shot PLIF imaging of CH, OH, and CH₂O in piloted premixed jet flame. *Combustion and Flame*. 157. pp. 1087–1096. DOI 10.1016/j.combustflame.2010.02.017.
8. Kathryn N.G., Shen H., Randy A.P., Fuest F., Sutton J.A. (2013) A comparison of turbulent dimethyl ether and methane non-premixed flame structure. *Proceedings of Combustion Institute*. 34. pp. 1447–1454. DOI 10.1016/j.proci.2012.06.183.
9. Kazuhiro Y., Shinji I., Masahiro O. (2011) Local flame structure and turbulent burning velocity by joint PLIF imaging. *Proceeding of the Combustion Institute*. 33. pp. 1285–1292. DOI 10.1016/j.proci.2010.06.087.
10. Duwig C., Li B., Li Z.S., Aldén M. (2012) High resolution imaging of flameless and distributed turbulent combustion. *Combustion and Flame*. 159. pp. 306–316. DOI 10.1016/j.combustflame.2011.06.018.
11. Goh K.H.H., Geipel P., Lindstedt R.P. (2015) Turbulent transport in premixed flames approaching extinction. *Proceedings of the Combustion Institute*. 35. pp. 1469–1476. DOI 10.1016/j.proci.2014.06.030.
12. Damien P., Jorge A., Mouna E.H., Benedicte C. (2012) Analysis of the interaction between turbulent combustion and thermal radiation using unsteady coupled LES/DOM simulations. *Combustion and Flame*. 159. pp. 1605–1618. DOI 10.1016/j.combustflame.2011.12.016.
13. Vivien R.L., Paul G.A., Somesh P.R. et al. (2014) Direct numerical simulations of non-premixed ethylene-air flames: Local flame extinction criterion. *Combustion and Flame*. 161. pp. 2933–2950. DOI 10.1016/j.combustflame.2014.05.016.
14. Peters N. (2009) Multiscale combustion and turbulence. *Proceedings of the Combustion Institute*. 32. pp. 1–25. DOI 10.1016/j.proci.2008.07.044.
15. Matvienko O.V. (2016) *Matematicheskoe modelirovanie teploobmena i usloviy vosplamneniya turbulentnogo potoka reagiruyushchego gaza* [Mathematical modeling of heat exchange and conditions of inflammation of a turbulent flow of a reactive gas]. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 89(1). pp. 203–211.
16. Loboda E.L., Matvienko O.V., Vavilov V.P., Reyno V.V. (2015) Infrared thermographic evaluation of flame turbulence scale. *Infrared Physics & Technology*. 72. pp. 1–7. DOI 10.1016/j.infrared.2015.07.001.
17. Piquet J. (1999) *Turbulent flows: models and physics*. Berlin: Springer.
18. Egorov A.G., Tizilov A.S., Niyazov V.Ya., Arkhipov V.A., Matvienko O.V. (2014) Effect of the swirl of cocurrent high-velocity air flow on the geometry of an aluminum-air flame. *Russian Journal of Physical Chemistry*. 8(5). pp. 712–715. DOI 10.1134/S1990793114050157.

19. Hanjalic K., Launder B. E., Schiestel R. (1980) Multiple time-scale concept in turbulent transport modeling. In *Turbulent Shear Flows II*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer. p. 36.
20. Abe K., Kondoh T., Nagano Y. (1994) A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows – I. Flow field calculations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 37(1). pp.139–151. DOI 10.1016/0017-9310(94)90168-6.
21. Jones W. P., Launder B. E. (1973) The calculation of low Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence. *Int. J. of Heat Mass Transfer*. 16. pp. 1119–1130.
22. Matvienko O.V. (2014) Heat transfer and formation of turbulence in an internal swirling fluid flow at low Reynolds numbers. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 87(4). pp. 940–950. DOI 10.1007/s10891-014-1092-3.
23. Oran E.S., Boris J.P. (1987) *Numerical simulation of reactive flow*. New York: Elsevier Science Publishing Co.
24. Ushakov V.M., Matvienko O.V. (2005) Numerical investigation of the heat exchange and firing of reactive channel walls by a high-temperature swirling-gas flow. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 78(3). pp 541–547. DOI 10.1007/s10891-005-0092-8.
25. Westbrook C.K., Dryer F.L. (1984) Chemical Kinetic Modeling of Hydrocarbon Combustion. *Prog. Energy Combust. Sci.* 10. pp. 1–57.
26. Bray K.N.C., Champion M., Libby P. A., Swaminathan N. (2006) Finite rate chemistry and presumed PDF models for premixed turbulent combustion. *Combustion and Flame*. 146(4). pp. 665–673. DOI 10.1016/j.combustflame.2006.07.001.
27. Spalding D.B. (1976) Mathematical Models of Turbulent Flames; A Review. *Combustion Science and Technology*. 13(1-6). pp. 3–25. DOI 10.1080/00102207608946727.
28. Grishin A.M., Matvienko O.V., Rudi Yu.A. (2009) Mathematical modeling of gas combustion in a twisted jet and of the formation of a fiery whirlwind. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 82(5). pp. 906-913. DOI 10.1007/s10891-009-0278-6.
29. Ferziger J. H., Perić M. (1996) *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer.
30. Warnatz J., Maas U., Dibble R.W. (1999) *Combustion*. Berlin: Springer.
31. Van Doormal J.P., Raithby G.D. (1984) Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*. 7. pp. 147–163.
32. Loboda E.L., Reyno V.V., Agafontsev M.V. (2015) Choice of a spectral range for measuring temperature fields in a flame and recording high-temperature objects screened by the flame using IR diagnostic methods. *Russian Physics Journal*. 58(2). pp. 278–282. DOI 10.1007%2Fs11182-015-0493-x.
33. Loboda E.L., Reyno V.V., Vavilov V.P. (2014) The use of infrared thermography to study the optical characteristics of flames from burning vegetation. *Infrared Physics and Technology*. 67. pp. 566–573. DOI 10.1016/j.infrared.2014.09.041.