

УДК 539.3

DOI 10.17223/19988621/43/10

Б.А. Худаяров, Ф. Тураев

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГОГО ТРУБОПРОВОДА С ЖИДКОСТЬЮ

Приведена математическая модель задачи о нелинейных колебаниях вязкоупругого трубопровода с протекающей через неё жидкостью. С помощью метода Бубнова – Галеркина математическая модель задачи сводится к решению системы обыкновенных интегродифференциальных уравнений, решаемая численным методом исключения слабосингулярных особенностей в интегральных и интегродифференциальных уравнениях. Установлено, что для выявления влияния вязкоупругих свойств материала конструкций на колебания трубопровода, необходимо использовать слабосингулярные ядра наследственности типа Абеля.

Ключевые слова: математическая модель, вязкоупругость, интегродифференциальные уравнения, алгоритм, трубопровод.

В настоящее время нефтегазовая промышленность часто сталкивается с проблемами ремонта, реконструкции и восстановления трубопроводов из-за воздействия на них различных внешних факторов. Одним из путей решения данной проблемы является применение современных, ресурсосберегающих, экологически безопасных технологий, к которым можно отнести использование неметаллических, в частности полимерных композиционных материалов [1–3].

Целью данной работы является создание математической модели, численного алгоритма и компьютерной программы для решения задачи о нелинейных колебаниях вязкоупругих тонкостенных трубопроводов большого диаметра на базе теории оболочек [4, 5].

Рассмотрим поведение тонкой круговой вязкоупругой цилиндрической оболочки, внутри которой с постоянной скоростью U движется идеальная жидкость.

Используя в [5] и полагая $k_x = 0$, $k_y = \frac{1}{R}$, $y = R\theta$, уравнение колебаний вязкоупругой цилиндрической оболочки с учетом геометрической нелинейности запишем

$$\begin{aligned} (1-R^*) \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta} + \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + L_1(w) \right\} - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, \\ (1-R^*) \left\{ \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial \theta} + L_2(w) \right\} - \rho \frac{1-\mu^2}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0, \\ D(1-R^*) \nabla^4 w + L_3^*(u, v, w) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= q, \end{aligned} \quad (1)$$

где μ – коэффициент Пуассона, E – модуль упругости, ρ – плотность материала;

h – толщина оболочки; R^* – интегральный оператор вида $R^*\varphi(t) = \int_0^t R(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau$;

$R(t-\tau)$ – ядро релаксации;

$$L_1(w) = -\frac{\mu}{R} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2R^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\mu}{2R^2} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}, \quad k_x = 0, \quad k_y = \frac{1}{R}, \quad y = R\theta;$$

$$L_2(w) = -\frac{1}{R^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{1}{R^3} \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{1+\mu}{2R} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\mu}{2R} \frac{\partial w}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2};$$

$$\begin{aligned} L_1^*(u, v, w) = & (1-R^*) \frac{Eh}{1-\mu^2} \left\{ -\frac{\mu}{R} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R^2} - \frac{\mu}{2R} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{R^3} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right\} - \\ & - \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} (1-R^*) \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\mu w}{R} \right] + \frac{(1-\mu)}{2R} \frac{\partial w}{\partial \theta} (1-R^*) \left(\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} - \\ & - \frac{Eh}{1-\mu^2} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta} (1-R^*) \left[\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w}{R} \right] + \frac{(1-\mu)}{2} \frac{\partial w}{\partial x} (1-R^*) \left(\frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\}, \end{aligned}$$

где q – давление жидкости на стенку трубопровода.

Решение систем нелинейных интегродифференциальных уравнений в частных производных (1) при различных граничных условиях и при наличии сингулярных ядер наследственности представляет собой значительные математические трудности. Поэтому естественным способом решения этих систем является дискретизация по пространственным переменным и получение системы разрешающих нелинейных ИДУ относительно функций времени.

Приближенное решение системы (1) будем искать в виде

$$\begin{aligned} u(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M u_{nm}(t) \cos \frac{n\pi x}{L} \sin(m\theta), \\ v(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M v_{nm}(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \cos(m\theta), \\ w(x, \theta, t) &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M w_{nm}(t) \sin \frac{n\pi x}{L} \sin(m\theta). \end{aligned} \quad (2)$$

Подставляя (2) в систему (1) и применяя метод Бубнова – Галёркина, получим систему интегродифференциальных уравнений (ИДУ):

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{kl} + (1-R^*) \left\{ \left(k^2 \pi^2 \delta^2 \gamma^2 + \frac{1-\mu}{2} l^2 \delta^2 \right) u_{kl} - \frac{1-\mu}{2} kl \pi \gamma \delta^2 v_{kl} + \right. \\ \left. + \mu \delta^2 \gamma^2 k \pi w_{kl} + \sum_{n,i=1}^N \sum_{r=1}^M \left(\frac{ni^2 \pi^2}{2} \gamma^3 \delta + \frac{1-\mu}{2} \frac{nr^2}{2} \gamma \delta \right) \bar{\Delta}_{1klmnr} w_{nm} w_{ir} - \right. \\ \left. - \frac{1+\mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{r=1}^M \frac{imr}{2} \gamma \delta \bar{\Delta}_{2klmnr} w_{nm} w_{ir} \right\} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \ddot{v}_{kl} + (1 - R^*) \left\{ \left[\frac{1-\mu}{2} k^2 \pi^2 \delta^2 \gamma^2 + l^2 \delta^2 \right] v_{kl} - \frac{1+\mu}{2} kl \pi \gamma \delta^2 u_{kl} - l \delta^2 w_{kl} - \right. \\ & - \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{mr^2}{2\pi} \delta \bar{\Delta}_{3klmnr} w_{nm} w_{ir} + \frac{1+\mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{inr\pi}{2} \gamma^2 \delta \bar{\Delta}_{4klmnr} w_{nm} w_{ir} - \\ & \left. - \frac{1-\mu}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M \frac{i^2 m \pi}{2} \gamma^2 \delta \bar{\Delta}_{3klmnr} w_{nm} w_{ir} \right\} = 0; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & (1 + \Phi_{\alpha l}^*) \ddot{w}_{kl} + (1 - R^*) \left\{ \left(\frac{1}{12} [k^2 \pi^2 \gamma^2 + l^2]^2 + \delta^2 \right) w_{kl} + \pi \mu \gamma \delta^2 k u_{kl} - l \delta^2 v_{kl} - \right. \\ & - \frac{\delta}{4\pi} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M mr \bar{\Delta}_{5klmnr} w_{nm} w_{ir} - \frac{\pi \mu \gamma^2 \delta}{4} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M ni \bar{\Delta}_{6klmnr} w_{nm} w_{ir} \left. \right\} + \\ & + \frac{1-\mu}{4} \gamma \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M w_{nm} n (1 - R^*) \left[\gamma \pi i r v_{ir} - r^2 u_{ir} \right] \bar{\Delta}_{6klmnr} + \\ & + \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} (1 - R^*) \left[i r \mu \gamma u_{ir} - \frac{r^2}{\pi} v_{ir} + \frac{r}{\pi} w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{5klmnr} + \\ & + \frac{1-\mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m w_{nm} (1 - R^*) \left[i r \gamma u_{ir} - \gamma^2 i^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{5klmnr} - \\ & - \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n w_{nm} (1 - R^*) \left[i r \mu \gamma^2 \pi v_{ir} - i^2 \gamma^3 \pi^2 u_{ir} - \mu \pi i \gamma^2 w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{6klmnr} - \\ & - \frac{1-\mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n m w_{nm} (1 - R^*) \left[r \gamma u_{ir} - i \gamma^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{7klmnr} - \\ & - \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M m^2 w_{nm} (1 - R^*) \left[i \mu \gamma u_{ir} - \frac{r}{\pi} v_{ir} + \frac{1}{\pi} w_{ir} \right] \frac{\delta}{2} \bar{\Delta}_{8klmnr} - \\ & - \frac{1-\mu}{4} \delta \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n m w_{nm} (1 - R^*) \left[r \gamma u_{ir} - i \gamma^2 \pi v_{ir} \right] \bar{\Delta}_{7klmnr} - \\ & - \frac{\delta}{2} \sum_{n,i=1}^N \sum_{m,r=1}^M n^2 w_{nm} (1 - R^*) \left[i \gamma^3 \pi^2 u_{ir} - \mu r \gamma^2 \pi v_{ir} + \mu \gamma^2 \pi w_{ir} \right] \bar{\Delta}_{8klmnr} - \\ & - \delta^2 M^{*2} \gamma^2 M_E^2 k^2 \pi^2 \Phi_{\alpha l}^* w_{kl} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{nm}(0) &= u_{0nm}, \quad \dot{u}_{nm}(0) = \dot{u}_{0nm}, \quad v_{nm}(0) = v_{0nm}, \quad \dot{v}_{nm}(0) = \dot{v}_{0nm}, \\ w_{nm}(0) &= w_{0nm}, \quad \dot{w}_{nm}(0) = \dot{w}_{0nm}. \end{aligned}$$

Далее к системе (3), описывающей нелинейные задачи о колебаниях вязкоупругих трубопроводов, применен численный метод [6–8]. Следующим этапом численного метода является регуляризация системы ИДУ (3) с сингулярными ядра-

ми. С помощью замены переменных

$$t - \tau = z^{1/\alpha}, \quad 0 \leq z \leq t^\alpha \quad (0 < \alpha < 1)$$

интеграл при ядре Колтунова – Ржаницына с особенностью следующего вида:

$$A \int_0^t (t - \tau)^{\alpha-1} \exp(-\beta(t - \tau)) w(\tau) d\tau,$$

записывается как

$$\frac{A}{\alpha} \int_0^{t^\alpha} \exp(-\beta z^{1/\alpha}) w(t - z^{1/\alpha}) dz.$$

Заметим, что после замены переменных подынтегральная функция относительно z становится регулярной. Полагая затем $t = t_i$, $t_i = i\Delta t$, $i = 1, 2, \dots$ ($\Delta t = \text{const}$ – шаг интерполяции) и заменяя интегралы некоторыми квадратурными формулами (в частности, по формуле трапеции), имеем

$$\frac{A}{\alpha} \sum_{k=0}^i B_k \exp(-\beta t_k) w_{i-k},$$

где коэффициенты

$$B_0 = \frac{\Delta t^\alpha}{2}; \quad B_i = \frac{\Delta t^\alpha (i^\alpha - (i-1)^\alpha)}{2}; \quad B_k = \frac{\Delta t^\alpha ((k+1)^\alpha - (k-1)^\alpha)}{2}, \quad k = \overline{1, i-1}.$$

На основе этого метода описан алгоритм численного решения системы (3). Интегрируя систему (3) два раза по t , можно записать ее в интегральной форме и с помощью рационального преобразования исключим сингулярные особенности интегрального оператора R^* . Затем, полагая $t = t_i$, $t_i = ih$, $i = 1, 2, \dots$ ($h = \text{const}$) и заменяя интегралы квадратурными формулами трапеций для вычисления $u_{ikl} = u_{kl}(t_i)$, $v_{ikl} = v_{kl}(t_i)$ и $w_{ikl} = w_{kl}(t_i)$, получим рекуррентные формулы для ядра Колтунова – Ржаницына $\left(R(t) = A \cdot \exp(-\beta t) \cdot t^{\alpha-1}, \quad 0 < \alpha < 1 \right)$.

Таким образом, согласно численному методу относительно неизвестных получим систему алгебраических уравнений. Для решения системы используется метод Гаусса. На базе разработанного алгоритма создан пакет прикладных компьютерных программ.

Результаты вычислений, полученные для следующих числовых значений основных параметров трубопровода: $\mu = 0.32$; $E = 2 \cdot 10^6$ кг/см²; $\rho = 7.8$, представлены в виде графиков. На рис. 1–4 приведены графики перемещений W , U , V в зависимости от времени t соответственно. Расчеты показали, что при решении данных задач в разложении метода Бубнова – Галеркина достаточно удерживать 10 первых гармоник ($N = 2$; $M = 5$), так как дальнейшее увеличение количества членов не оказывает существенного влияния на амплитуду колебания вязкоупругой цилиндрической оболочки.

На рис. 1 сопоставлены кривые изменения во времени перемещений W (рис. 1, а), U (рис. 1, б), V (рис. 1, в) срединной точки упругой ($A = 0$ – кривая 1) и вязкоупругой трубопроводов типа цилиндрических оболочек ($A = 0.05, 0.1$ – кривые 2, 3). Как видно из рисунка, учет вязкоупругих свойств материала трубопровода приводит к затуханию колебательного процесса, при этом, хотя решение упругой и вязкоупругой задач в начальный период времени мало отличаются друг от друга, с течением времени вязкоупругие свойства оказывают существенное влияние.

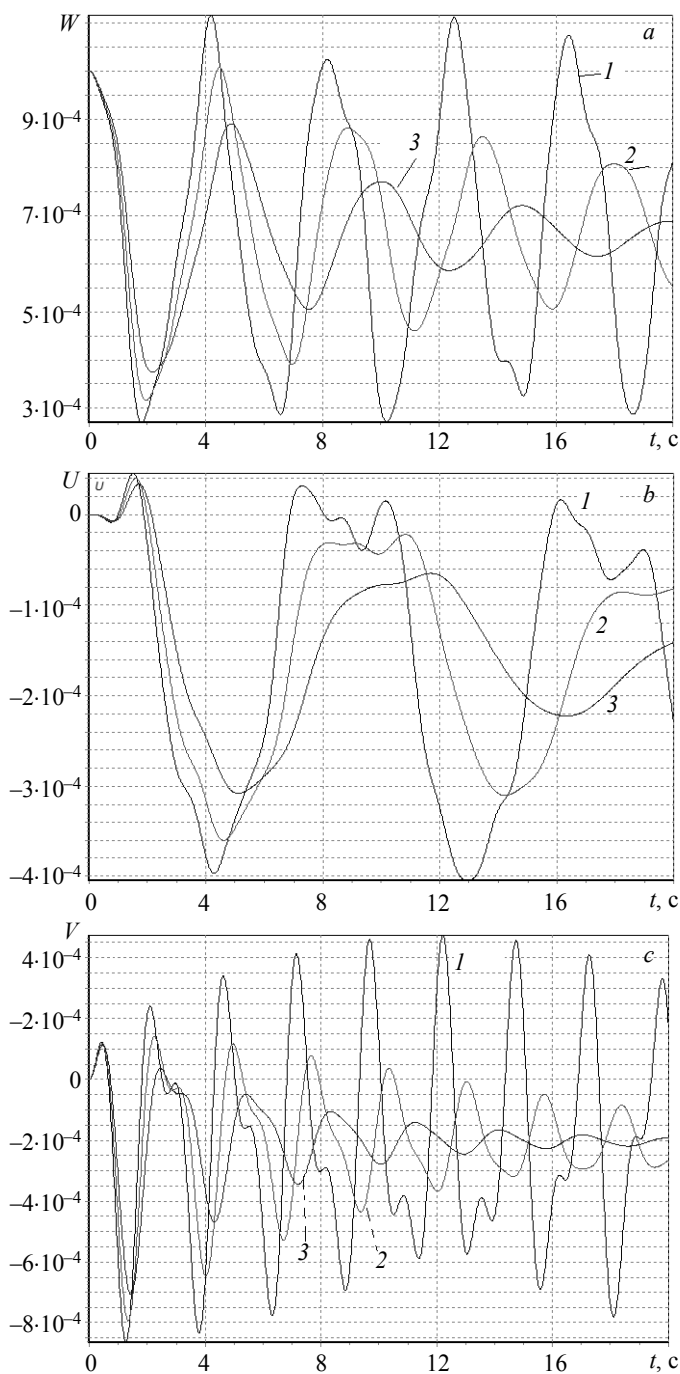


Рис. 1. Зависимости перемещений от времени при $A = 0$ (1), $A = 0.05$ (2), $A = 0.1$ (3); $\alpha = 0.25$; $\beta = 0.005$; $\gamma = 0.02$; $\delta = 1.2$; $\rho = 7.8$; $E = 2 \cdot 10^6$; $N = 2$; $M = 5$; $M_1 = 0.1$.
Fig. 1. Displacement as a function of time at $A = 0$ (1), $A = 0.05$ (2), $A = 0.1$ (3); $\alpha = 0.25$; $\beta = 0.005$; $\gamma = 0.02$; $\delta = 1.2$; $\rho = 7.8$; $E = 2 \cdot 10^6$; $N = 2$; $M = 5$; $M_1 = 0.1$

Влияние реологического параметра α на колебательный процесс показано на рис. 2. Из рисунка видно, что увеличение значения этого параметра приводит к увеличению амплитуды и частоты колебания.

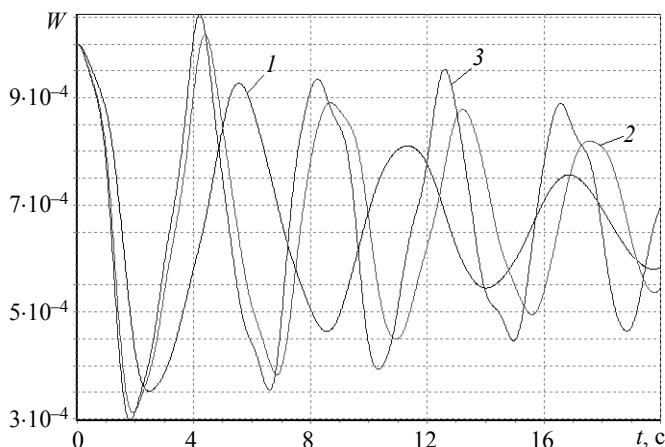


Рис. 2. Зависимость прогиба от времени при $\alpha = 0.1$ (1), $\alpha = 0.3$ (2), $\alpha = 0.7$ (3); $A = 0.05$; $\beta = 0.005$; $\gamma = 0.02$; $\rho = 7.8$; $E = 2 \cdot 10^6$; $N = 2$; $M = 5$; $M_1 = 0.1$, $\delta = 1.2$

Fig. 2. Deflection as a function of time at $\alpha = 0.1$ (1), $\alpha = 0.3$ (2), $\alpha = 0.7$ (3); $A = 0.05$; $\beta = 0.005$; $\gamma = 0.02$; $\rho = 7.8$; $E = 2 \cdot 10^6$; $N = 2$; $M = 5$; $M_1 = 0.1$, $\delta = 1.2$

Изучено также влияние геометрического параметра γ , равного отношению радиуса R к длине L трубопровода (рис. 3). Вычисления проводились для вязкоупругих труб с относительной длиной $\gamma = R/L$, изменяющейся в пределах от 0.01 до 0.5. Из рисунка видно, что увеличение этого параметра приводит к уменьшению частоты колебаний и одновременно к увеличению амплитуды изгибных перемещений W трубопровода.

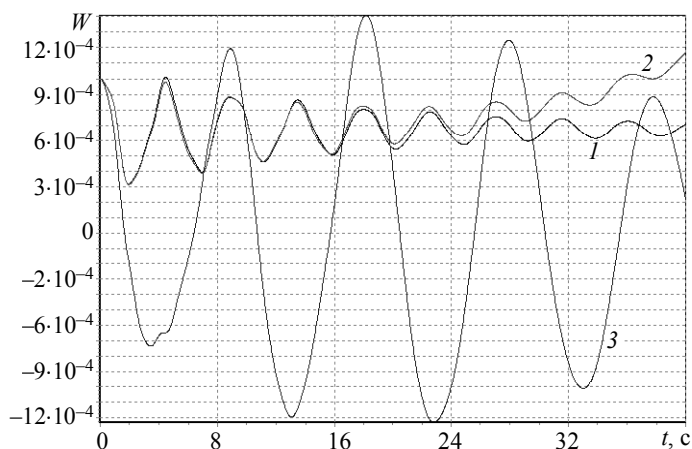


Рис. 3. Зависимость прогиба от времени при $\gamma = 0.01$ (1), $\gamma = 0.05$ (2), $\gamma = 0.5$ (3); $A = 0.05$; $\alpha = 0.25$; $\beta = 0.005$; $\delta = 1.2$; $\rho = 7.8$; $E = 2 \cdot 10^6$; $N = 2$; $M = 5$; $M_1 = 0.1$

Fig. 3. Deflection as a function of time at $\gamma = 0.01$ (1), $\gamma = 0.05$ (2), $\gamma = 0.5$ (3); $A = 0.05$; $\alpha = 0.25$; $\beta = 0.005$; $\delta = 1.2$; $\rho = 7.8$; $E = 2 \cdot 10^6$; $N = 2$; $M = 5$; $M_1 = 0.1$

На рис. 4 изображены кривые зависимости прогиба W от времени вязкоупругого трубопровода при различных значениях параметра $\delta = R/h$. Вычисление проводилось для вязкоупругих труб с относительной толщиной $\delta = R/h$, изменяемой в пределе от 1.1 до 5. Анализ указанных кривых позволяет сделать вывод, что уменьшению толщины трубопровода способствует повышение частоты колебаний. На рис. 4 наблюдается довольно заметное увеличение амплитуды прогиба трубопровода в случае $\delta = 5$ (кривая 3).

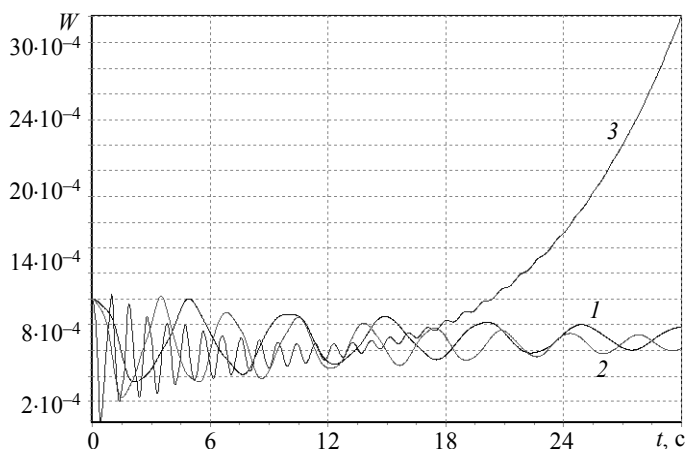


Рис. 4. Зависимость прогиба от времени при $\delta = 1.1$ (1), $\delta = 1.5$ (2), $\delta = 5$ (3); $A = 0.05$; $\alpha = 0.25$; $\beta = 0.005$; $\gamma = 0.02$; $\rho = 7.8$; $E = 2 \cdot 10^6$; $N = 2$; $M = 5$; $M_1 = 0.1$

Fig. 4. Deflection as a function of time at $\delta = 1.1$ (1), $\delta = 1.5$ (2), $\delta = 5$ (3);

$A = 0.05$; $\alpha = 0.25$; $\beta = 0.005$; $\gamma = 0.02$; $\rho = 7.8$; $E = 2 \cdot 10^6$; $N = 2$; $M = 5$; $M_1 = 0.1$

Необходимо отметить, что алгоритм предлагаемого метода позволяет детально исследовать влияние реологических параметров вязкости на характер колебательной устойчивости вязкоупругих трубопроводов, в частности при исследовании свободных колебаний трубопроводов на базе теории идеально-упругих оболочек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аношкин А.Н., Зуйко В.Ю., Иванов С.Г. Расчет напряженно-деформированного состояния и прогнозирование прочности полимерных армированных труб газового назначения // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2007. № 6(56). С. 419–426.
2. Ягубов Э.З. Использование высокопрочных стеклопластиковых труб в нефтяной промышленности // Нефтяное хозяйство. 2001. № 6. С.68–70.
3. Ягубов Э.З., Цхадая Н.Д., Якубов З.Х. Многоканальные трубопроводы для транспортировки нефтегазовых сред и восстановление изношенных нефтегазопроводов // Научные труды. 2013. № 1. С. 57–63.
4. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости. М.: Наука, 1979. 320 с.
5. Григолюк Э.И., Мамай В.И. Нелинейное деформирование тонкостенных конструкций. М.: Наука, Физматлит, 1997. 272 с.
6. Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегродифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат, 1987. 269 с.
7. Худаяров Б.А., Бандурин Н.Г. Нелинейный флаттер вязкоупругих ортотропных цилиндрических панелей // Математическое моделирование. РАН. 2005. Т. 17. № 10. С. 79–86.

8. Бадалов Ф.Б., Худаяров Б.А., Абдукаримов А. Исследование влияния ядра наследственности на решение линейных и нелинейных динамических задач наследственно-деформируемых систем // Проблемы машиностроения и надежности машин. Российская академия наук. 2007. № 4. С. 107–110.

Статья поступила 26.05.2016 г.

Khudayarov B.A., Turaev F. (2016) NUMERICAL SIMULATION OF NONLINEAR OSCILLATIONS OF A VISCOELASTIC PIPELINE WITH FLUID. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 5(43). pp. 90–98

DOI 10.17223/19988621/43/10

In this paper, mathematical models of nonlinear dynamic problems with fluid and gas flows through pipelines have been developed based on the Boltzmann – Volterra integral models with weakly singular hereditary kernels. Using the Bubnov–Galerkin method for the boundary conditions, the resulting nonlinear integrodifferential equations with partial derivatives are reduced to solving systems of nonlinear ordinary integrodifferential equations with both constant and variable coefficients as functions of time. It is proposed to investigate oscillating processes occurring in a pipeline by a numerical algorithm for solving the nonlinear integrodifferential equations with weakly singular hereditary kernels, which is convenient for a computer implementation. On the basis of the developed computational algorithm, a complex of computer application programs allowing one to explore a completely new class of mathematic simulation problems, such as an oscillatory process of viscoelastic thin-walled pipelines with a large diameter, in terms of the shell theory is designed. The influence of a singularity in the hereditary kernels on oscillations of the construction with viscoelastic properties has been numerically investigated. When simulating the nonlinear problems, a number of new dynamic effects were explored. It was found that the determination of the effect of viscoelastic properties of the construction material on vibrations of the pipeline with a flowing liquid requires applying weakly singular hereditary kernels with an Abel type singularity.

Keywords: mathematical model, viscoelasticity, integrodifferential equations, algorithm, pipeline.

KHUDAYAROV Bakhtiyar Alimovich (Doctor of Technical Sciences, Tashkent Institute of Irrigation and Melioration, Tashkent, Uzbekistan).

E-mail: bakht-flpo@yandex.ru

TURAEV Fozil Zhurakulovich (Tashkent Institute of Irrigation and Melioration, Tashkent, Uzbekistan).

E-mail: khudayarovba@umail.uz

REFERENCES

1. Anoshkin A.N., Zuyko V.Yu., Ivanov S.G. (2007) Raschet napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i prognozirovaniye prochnosti polimernykh armirovannykh trub gazovogo naznacheniya [Stress-strain analysis and strength prediction of metal-reinforced thermoplastic gas pipes]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya – Vestnik of Samara State University. Natural Science Series*. 6(56). pp. 419–426.
2. Yagubov E.Z. (2001) Ispol'zovanie vysokoprochnykh stekloplastikovykh trub v nefteyanoy promyshlennosti [The use of high-strength glass-reinforced plastic pipes in oil industry]. *Nefteyanoe khozyaystvo – Oil Industry Journal*. 6. pp. 68–70.
3. Yagubov E.Z., Tskhadaya N.D., Yakubov Z.Kh. (2013) Mnogokanal'nye truboprovody dlya transportirovki neftegazovykh sred i vosstanovlenie iznoshennykh neftegazoprovodov [Multichannel pipelines for transportation of oil and gas media and restoration of depreciated oil and gas pipelines]. *Nauchnye trudy*. 1. pp. 57–63.
4. Vol'mir A.S. (1979) *Obolochki v potoke zhidkosti i gaza. Zadachi gidrouprugosti*. [Shells in fluid and gas flow. Problems of hydroelasticity]. Moscow: Nauka.

5. Grigolyuk E.I., Mamay V.I. (1997) *Nelineynoe deformirovanie tonkostennykh konstruksiy* [Nonlinear deformation of thin-walled structures]. Moscow: Nauka, Fizmatlit.
6. Badalov F.B. (1987) *Metody resheniya integralnykh i integro-differentsial'nykh uravneniy nasledstvennoy teorii vyazkouprugosti*. [Methods for solving integral and integro-differential equations of the hereditary theory of viscoelasticity]. Tashkent: Mekhnat.
7. Khudayarov B. A., Bandurin N.G. (2005) Nonlinear flutter of viscoelastic orthotropic cylindrical panels. *Mathematic Simulation*. 17(10). pp. 79–86.
8. Badalov F.B., Khudayarov B.A., Abdukarimov A. (2007) Effect of the hereditary kernel on the solution of linear and nonlinear dynamic problems of hereditary deformable systems. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 36. pp. 328–335.