

УДК 66.011/063.8

DOI 10.17223/19988621/46/10

М.Г. Хмелева, В.Х. Даммер, А.Б. Тохметова, Л.Л. Миньков**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИХРЕОБРАЗОВАНИЯ
В ЖИДКОМ МЕТАЛЛЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДИСКОВОГО ЗАВИХРИТЕЛЯ**

Проведено численное исследование течения жидкого металла в тигле под действием вращающегося завихрителя специальной формы. Показано влияние скорости вращения завихрителя на картину течения. Определены зависимости турбулентной диффузии, размеров турбулентных вихрей и критерия мощности смесителя от скорости вращения завихрителя. Исследовано влияние взаимодействия границы раздела металл – воздух с элементами завихрителя на картину течения жидкого металла в тигле.

Ключевые слова: *течение расплавленного металла, турбулентное течение, дисковый завихритель, коэффициент диффузии.*

Известно, что измельчение структуры литого металла ведет к повышению его физико-механических свойств. Для измельчения структуры сплавов их подвергают модифицированию путем введения перед заливкой в литейную форму специальных добавок – микрочастиц, которые становятся дополнительными центрами кристаллизации, или изменяют поверхностное натяжение расплава на границе с зародышем кристаллизации. Для обеспечения равномерного распределения добавок по сплаву применяют специальные устройства-смесители, которые создают турбулентное поле течения внутри жидкого металла и тем самым интенсифицируют диффузионные процессы, способствующие равномерному распределению микрочастиц.

Для организации процесса перемешивания в химической технологии нашли широкое применение смесительные устройства, состоящие из емкости, в которую помещают перемешиваемые компоненты (жидкости, сыпучие материалы и т.д.), и мешалки-завихрителя, являющиеся рабочим органом смесительного устройства [1–4]. По своему устройству и числу оборотов мешалки-завихрители разделяют на тихоходные: до 100 об/мин (лопастные, якорные, рамные, ленточные, шнековые) и быстроходные: свыше 100 об/мин (пропеллерные, турбинные, дисковые, специальные лопастные) [2, 4]. Тихоходные завихрители создают, как правило, окружной поток жидкости, а быстроходные, в зависимости от количества и места расположения лопастей, дисков, пропеллеров, могут создавать радиальный поток, осевой поток или радиально – осевой поток жидкости.

Выбор того или иного типа смесителя зависит от свойств смешиваемых жидкостей, их объема и времени перемешивания. Решение задачи гидродинамики процесса перемешивания позволяет судить о картине течения в смесительном устройстве и предсказать степень однородности получаемой смеси, а также определить параметры турбулентности, которые оказывают влияние на процесс перемешивания жидкости и микрочастиц. Авторами [5] проведено численное исследование влияния известных k – ϵ -моделей турбулентности на прогнозируемые значения параметров потока в смешивающем устройстве и на основе сравнений с экспериментальными данными показано, что эти модели способны адекватно пред-

сказывать параметры турбулентного потока. Исследование влияния несимметрично расположенной мешалки в смешивающем устройстве на гидродинамику процесса перемешивания было выполнено в работе [6] с помощью численного моделирования с привлечением реализованной k - ε -модели турбулентности. Авторам [7, 8] удалось получить хорошее соответствие между результатами численного моделирования с привлечением k - ε -модели турбулентности и экспериментальными данными при определении формы поверхности свободного вихря и при определении содержания газа в смесительном устройстве [8].

В данной работе рассматривается гидродинамика процесса перемешивания жидкого (расплавленного) металла в тигле под действием завихрителя, выполненного в виде трех перфорированных дисков с размещенными на них штифтами [9], рис. 1, а также исследуется влияние скорости вращения завихрителя на картину течения в тигле и основные параметры смесительного устройства.

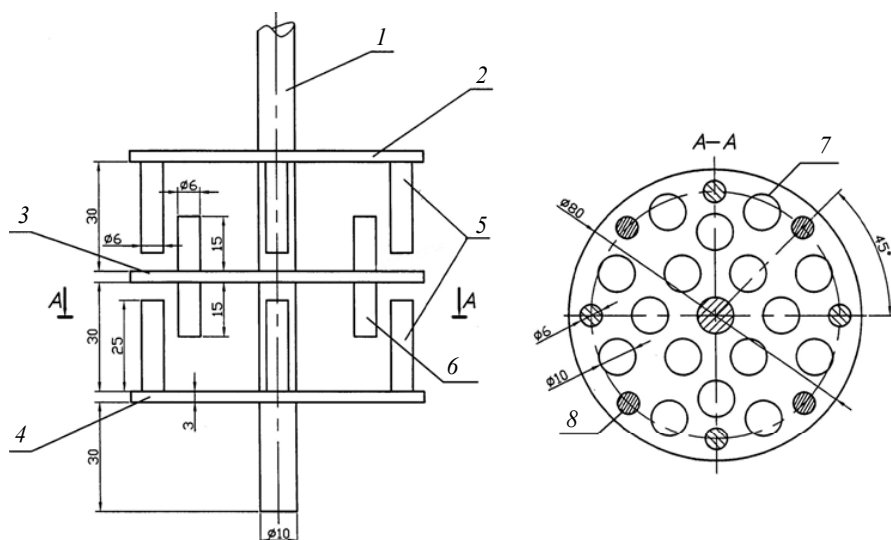


Рис. 1. Форма завихрителя: 1 – ось; 2–4 – перфорированные диски; 5, 6 – штифты; 7 – отверстия; 8 – штифты центрального диска

Fig. 1. Agitator construction: 1, axis; 2-4, perforated disks; 5, 6, pins; 7, openings; 8, pins of the central disk

Математическая модель и метод решения

Основные допущения, используемые при описании процесса перемешивания, следующие: жидкость несжимаемая; процесс перемешивания нестационарный, изотермический, турбулентный; течение осесимметричное и закрученное. Для описания положения границы жидкий металл – воздух используется модель VOF, для описания турбулентного течения привлекается классическая k - ε -модель. Определяющая система уравнений, записанная во вращающейся со скоростью завихрителя системе координат, описывает:

- изменение объемной доли воздуха

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + \nabla (\alpha_2 V_r) = 0; \quad (1)$$

- изменение объемной доли жидкого металла

$$\alpha_1 = 1 - \alpha_2 ; \quad (2)$$

- изменение количества движения смеси

$$\frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{V}_r \mathbf{V}) + \rho \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V} = -\nabla p + \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}}_{\text{eff}} + \mathbf{F}_{\text{п.н}} + \mathbf{F}_g ; \quad (3)$$

- изменение турбулентной кинетической энергии

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla (\rho k \mathbf{V}_r) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_{\text{turb}}}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + G_k - \rho \varepsilon ; \quad (4)$$

- изменение скорости диссипации турбулентной кинетической энергии

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla (\rho \varepsilon \mathbf{V}_r) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_{\text{turb}}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} , \quad (5)$$

где $\rho = \rho_1 \alpha_1 + \rho_2 \alpha_2$ – плотность смеси; ρ_1 – плотность жидкого металла; ρ_2 – плотность воздуха; $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость вращения завихрителя; $\mathbf{V}_r = \mathbf{V} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ – скорость смеси в системе координат, связанной с завихрителем; \mathbf{r} – расстояние от оси вращения до рассматриваемой точки; $\mathbf{F}_{\text{п.н}} = 2\sigma\kappa \frac{\rho}{\rho_1 + \rho_2} \nabla \alpha_1$ – сила поверхностного натяжения; $\kappa = \nabla (\mathbf{n}/|\mathbf{n}|)$ – кривизна поверхности раздела фаз; $\mathbf{n} = \nabla \alpha_1$ – нормаль к поверхности раздела фаз; σ – коэффициент поверхностного натяжения; $\mathbf{F}_g = (-\rho g, 0)$ – сила тяжести; $\bar{\bar{\tau}}_{\text{eff}} = \bar{\bar{\tau}} + \bar{\bar{\tau}}_{\text{turb}}$ – эффективный тензор напряжений;

$\bar{\bar{\tau}}_{\text{turb}} = \mu_{\text{turb}} (\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T) - \frac{2}{3} \rho k \mathbf{U}$ – тензор турбулентных напряжений; $\bar{\bar{\tau}} = \mu (\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T)$ – тензор вязких напряжений; $\mu = \mu_1 \alpha_1 + \mu_2 \alpha_2$ – динамическая вязкость смеси; $\mu_{\text{turb}} = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$ – турбулентной вязкость; $G_k = 2\mu_{\text{turb}} \mathbf{S} : \mathbf{S}$ – производство турбулентной кинетической энергии вследствие сдвигового течения (действие градиентов скорости); $\mathbf{S} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T)$ – тензор деформаций.

Параметры в уравнениях (3), (4) следующие: $C_{1\varepsilon} = 1.44$; $C_{2\varepsilon} = 1.92$; $C_\mu = 0.09$; $\sigma_k = 1.0$; $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

На твердых поверхностях тигля и завихрителя задаются условия прилипания, на открытой границе тигля – «мягкие» граничные условия.

Для решения системы уравнений (1), (3) – (5) используется метод конечных объемов, причем уравнение (1) решается по явной схеме с использованием метода геометрической реконструкции [10] для определения потоков на гранях ячеек, находящихся вблизи поверхности раздела фаз. Уравнения (3) – (5) решаются по неявной схеме, в которой для аппроксимации конвективных членов уравнений используется противопоточная разностная схема второго порядка аппроксимации. Для нахождения поля давления используется алгоритм PRESTO. Согласование поля давления и поля скоростей осуществляется по методу SIMPLE [11]. Значения параметров турбулентности на твердых поверхностях определялись в соответствии с моделью EWT (Enhanced Wall Treatment). Решение поставленной задачи осуществлялось с помощью пакета программ Ansys-Fluent [12].

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: плотности жидкого металла и воздуха $\rho_1 = 2700 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 1.2 \text{ кг/м}^3$, динамическая вязкость жидкого металла и воздуха $\mu_1 = 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\mu_2 = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$, поверхностное натяжение жидкого металла $\sigma = 0.9 \text{ Н/м}$, скорость вращения завихрителя $n = 100\text{--}3000 \text{ об/мин}$. В начальный момент времени высота уровня жидкого металла составляла половину высоты тигля. Высота тигля – 0.3 м, диаметр – 0.2 м.

Обсуждение результатов

Для определения основных безразмерных критериев, от которых будет зависеть решение системы уравнений (1) – (5), введем масштаб длины d – внешний диаметр завихрителя, масштаб времени ω^{-1} , где ω – угловая скорость вращения завихрителя, масштаб плотности ρ_1 – плотность жидкого металла. Тогда, согласно теории размерностей, масштаб давления выразится как $\rho_1(\omega d)^2$, масштаб скорости – ωd . Запись уравнения (2) в безразмерном виде показывает, что безразмерными критериями рассматриваемой задачи являются: $\text{Fr} = \omega^2 d/g$ – число Фруда, $\text{We} = \rho_1 \omega^2 d^3 / \sigma$ – число Вебера, $\text{Re} = \rho_1 \omega d^2 / \mu_1$ число Рейнольдса. Безразмерной энергетической характеристикой завихрителя служит модифицированное число Эйлера, $\text{Eu} = P / (\rho_1 \omega^3 d^5)$ представляющей отношение мощности завихрителя P к мощности вращающейся жидкости [1, 2]. К группе вышеперечисленных безразмерных критериев относится геометрический параметр – отношения характерных размеров завихрителя и тигля, d/D .

При изменении скорости вращения завихрителя от 100 об/мин до 3000 об/мин число Re изменяется в диапазоне $1.8 \cdot 10^5 \text{--} 5.4 \cdot 10^6$, число We – в диапазоне $1.7 \cdot 10^2 \text{--} 1.5 \cdot 10^5$, число Fr – в диапазоне 0.9–805. Указанные значения параметров говорят о том, что инерционные силы намного превосходят силы вязкой диссипации и силы поверхностного натяжения, а также больше силы тяжести. Поэтому течение жидкого металла в тигле является существенно турбулентным. Влияние силы поверхностного натяжения и силы тяжести может играть существенную роль в областях, где течение заторможено – вблизи стенок тигля.

Для исследования сходимости численного решения была проведена серия расчетов по определению момента сил, действующего на завихритель со стороны жидкого металла, с использованием четырех разностных сеток, размер ячеек которых уменьшался в два раза от 2 до 0.25 мм. Скорость вращения завихрителя задавалась равной 1500 об/мин. Система уравнений (1) – (5) решалась до тех пор, пока численное решение не сходилось к стационарному. Значения момента сил M в зависимости от размеров ячеек h и количества ячеек N разностной сетки приведены в таблице. За «точное» значение момента сил принималось значение, полученное на разностной сетке с размером ячеек 0.25 мм. Из таблицы следует, что имеет место сходимость численного решения, поскольку относительная погрешность в определении момента сил уменьшается при увеличении числа ячеек. Дальнейшие расчеты проводились на разностной сетке, число ячеек которой равно 119216, а размер ячеек 0.5 мм.

Параметры	Размер ячеек h , мм			
	2	1	0.5	0.25
N ячеек	8001	29804	119216	476864
M , Н·м	0.2016	0.2151	0.2211	0.2226
$(\Delta M/M) \cdot 100 \%$	10.44	3.52	0.69	

С ростом скорости вращения завихрителя глубина воронки за счет центробежных сил, отбрасывающих жидкий металл на периферию, увеличивается, рис. 2. При скорости вращения 500 об/мин поверхность жидкого металла достигает верхнего перфорированного диска, при скорости 1000 об/мин – среднего диска. При скорости вращения 1500 об/мин и выше поверхность жидкого металла достигает нижнего перфорированного диска, и площадь поверхности соприкосновения жидкого металла с элементами завихрителя уменьшается. Те штифты, которые соприкасаются как с жидким металлом, так и с воздухом, способствуют проникновению воздуха в жидкий металл, создавая предпосылки для кавитации.

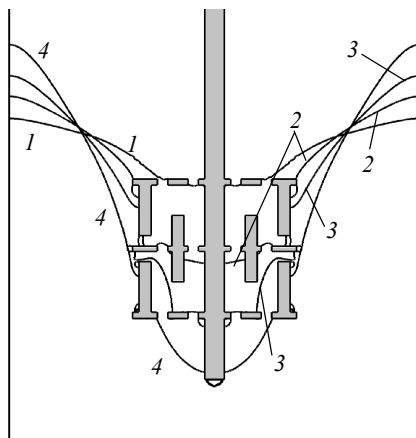


Рис. 2. Положение уровня жидкого металла
(1 – $n = 500$; 2 – 1000; 3 – 1500; 4 – $n = 3000$ об/мин)

Fig. 2. Level position of a liquid metal
($n = (1) 500, (2) 1000, (3) 1500, \text{ and } (4) 3000 \text{ rpm}$)

Для скоростей вращения завихрителя от 100 до 1500 об/мин течение жидкого металла в тигле выходит на установившийся режим. При этом минимальное значение момента сил и его максимальное значение для заданной скорости вращения завихрителя слабо отличаются друг от друга, рис. 3. При скоростях вращения свыше 1500 об/мин течение становится существенно нестационарным и момент сил изменяется в пределах от минимального значения (обозначено крестиками) до своего максимального значения (обозначено треугольниками). Следует отметить, что учет силы поверхностного натяжения практически не оказал существенного влияния на значение момента сил завихрителя (кружочки).

На рис. 4 показаны характерные картины течения жидкого металла при различных скоростях вращения завихрителя. При скорости вращения 500 об/мин жидкий металл полностью покрывает завихритель и в окрестности штифтов завихрителя образуются шесть мелких вихрей, а вблизи боковой стенки – один крупный (рис. 4, а). При увеличении скорости вращения до 1000 об/мин жидкость наполовину закрывает завихритель и количество вихрей в окрестности штифтов сокращается до четырех, а в окрестности боковой стенки вихрь распадается на два (рис. 4, б). Дальнейшее увеличение скорости вращения ведет к тому, что поверхность соприкосновения жидкого металла с завихрителем уменьшается, и внутри области формируются два относительно крупных вихря (рис. 4, с–f).

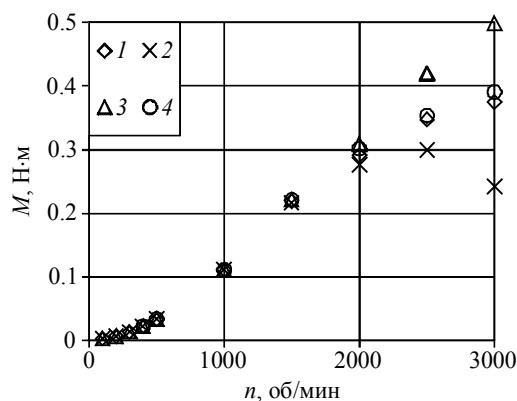


Рис. 3. Зависимость момента сил от числа оборотов завихрителя (1 – без учета сил поверхностного натяжения; 2 – нижняя граница; 3 – верхняя граница; 4 – с учетом сил поверхностного натяжения)

Fig. 3. The force moment as a function of the agitator revolution number (1, excluding the surface tension forces; 2, bottom boundary; 3, top boundary; 4, taking into account the surface tension forces)

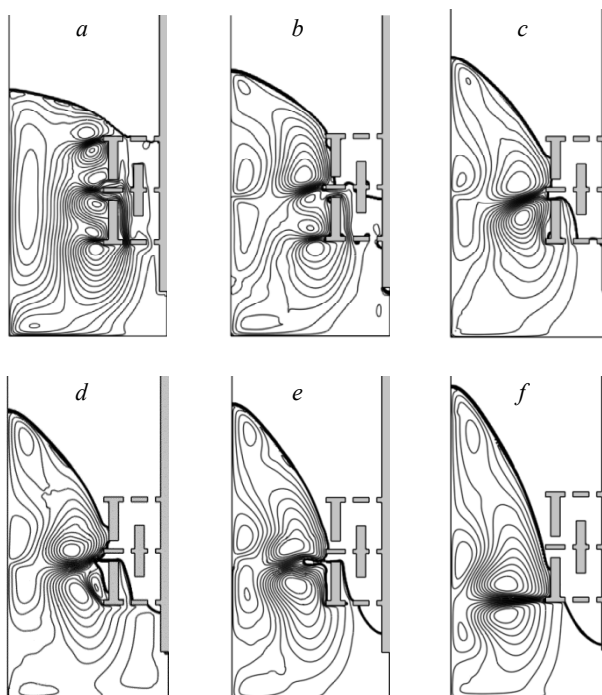


Рис. 4. Линии тока в жидком металле (a – $n = 500$; b – 1000 ; c – 1500 ; d – 2000 ; e – 2500 ; f – 3000 об/мин)

Fig. 4. Stream lines of a liquid metal, $n = (a) 500$; (b) 1000 ; (c) 1500 ; (d) 2000 ; (e) 2500 ; and (f) 3000 rpm

Оценка размеров вихрей, вызванных турбулентными пульсациями, показывает, что их значение, изменяющееся от колмогоровского масштаба $(\nu^3/\varepsilon)^{0.25}$ до $k^{1.5}/\varepsilon$ [13], не превосходит 1 см и убывает с ростом скорости вращения завихрителя до 2000 об/мин, рис. 5. Размер крупных турбулентных вихрей остается неизменным при увеличении скорости вращения завихрителя от 2000 до 3000 об/мин и лежит в пределах от 5 до 6 мм.

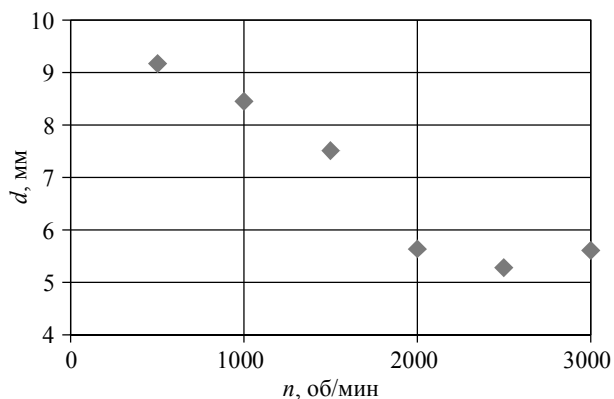


Рис. 5. Зависимость размера турбулентных вихрей от числа оборотов завихрителя

Fig. 5. Size of turbulent eddies as a function of revolution number of the agitator

Проведенные расчеты показывают, что увеличение скорости вращения завихрителя приводит к росту момента сил M , действующего на него со стороны жидкого металла, и росту турбулентной диффузии жидкого металла D_t . После достижения скорости вращения 1500 об/мин темпы роста турбулентной диффузии снижаются, что связано с уменьшением поверхности соприкосновения завихрителя и жидкого металла, рис. 6. Увеличение скорости вращения завихрителя ведет к падению работы внешних сил по отношению к кинетической энергии вращающегося жидкого металла (рис. 7), описываемое следующей зависимостью критерия мощности от числа Рейнольдса $Eu = 1.183 \exp(-4.298 \cdot 10^{-7} Re)$.

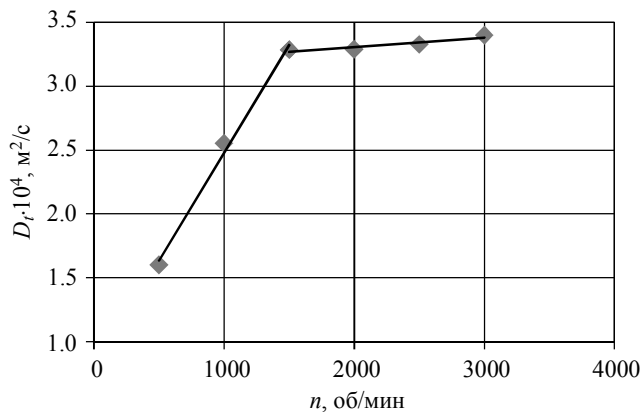


Рис. 6. Зависимость турбулентной диффузии от числа оборотов завихрителя

Fig. 6. Turbulent diffusion as a function of revolution number of agitator

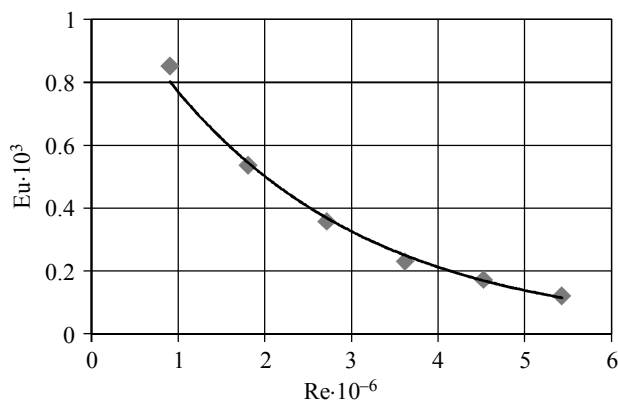


Рис. 7. Зависимость критерия мощности от числа Рейнольдса

Fig. 7. Power number vs Reynolds number

Заключение

Показано, что увеличение скорости вращения завихрителя ведет к интенсивному росту турбулентной диффузии в жидком металле до тех пор, пока поверхность раздела металл – воздух не начнет взаимодействовать с нижним перфорированным диском завихрителя.

Критерий мощности экспоненциально убывает с ростом числа Рейнольдса (скорости вращения завихрителя).

Условия, при которых элементы завихрителя погружены полностью в жидкий металл, более благоприятны для формирования мелких вихрей, чем условия, при которых поверхность раздела жидкий металл – воздух взаимодействует с элементами завихрителя.

Следует ожидать, что самые крупные вихри, сопоставимые по величине с размерами завихрителя, способны неравномерно перемешивать жидкий металл и внедренные в него микрочастицы, тогда как мелкие вихри, хотя и энергетически более слабые, могут обеспечить равномерное перемешивание, создавая участки равномерности в несколько десятков микрон.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кафаров В.В. Основы массопередачи. М.: Высшая школа, 1962. 655 с.
2. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. Л.: Химия, 1975. 384 с.
3. Брагинский Л.Н., Бегачев В.И., Барабаш В.Н. Перемешивание в жидких средах: Физические основы и инженерные методы расчета. Л.: Химия, 1984. 336 с.
4. Chhabra R.P., Richardson J.F. Non-Newtonian Flow and Applied Rheology. Engineering Applications. Oxford: Elsevier, 2008. 518 p.
5. Войтович Р., Липин А.А., Талала Я. О возможности использования различных моделей турбулентности для расчета гидродинамических и энергетических характеристик аппаратов с турбинными мешалками // Теоретические основы химической технологии. 2014. Т.48. № 4. С. 386–402.
6. Войтович Р., Липин А.А., Липин А.Г. Математическое моделирование гидродинамики смесителя с эксцентрически расположенной мешалкой // Изв. вузов. Химия и химическая технология. 2015. Т. 58. № 11. С. 83–86.
7. Torre J.P., Fletcher D.F., Lasuye T. and Xuereb C. An experimental and computational study of the vortex shape in a partially baffled agitated vessel // Chemical Engineering Science. 2007. V. 62. P. 1915–1926.

8. Hristov H.V., Boden S., Hampel U., Kryk H., Hessel G., Schmitt W. A study on the two-phase flow in a stirred tank reactor agitated by a gas-inducing turbine // *Chemical engineering research and design*. 2008. V.86. P. 75–81.
9. Заявка на патент № 2016130836 РФ. Устройство для смешения жидкостей и порошков с жидкостью / Ворожцов А.Б., Архипов В.А., Шрагер Э.Р., Даммер В.Х., Ворожцов С.А., Хмелева М.Г. Заявлено 26.07.2016.
10. Youngs D.L. Time-dependent multi material flow with large fluid distortion // Morton K.W., Baines M.J. (eds.). *Numerical Modeling for Fluid Dynamics*. New York: Academic Press, 1982. P. 273–285.
11. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
12. ANSYS FLUENT Tutorial Guide: Release 14.0. 2011. ANSYS Inc.
13. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений: учебное пособие. СПб: Изд-во Политехнич. ун-та, 2012. 88 с.

Статья поступила 06.02.2017 г.

Khmeleva M.G., Dammer V.Kh., Tokhmetova A.B., Min'kov L.L. (2017) NUMERICAL INVESTIGATION OF THE VORTEX FORMATION IN A LIQUID METAL UNDER THE ACTION OF DISK AGITATOR. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 46. pp. 76–85

DOI 10.17223/19988621/46/10

A numerical study of the molten metal flow in a crucible under the action of a rotating agitator of a special shape has been performed. The turbulent flow field is described using the k - ϵ turbulence model. The position of the air–liquid metal interface was determined by the VOF method. The set of governing equations written in the frame of reference associated with the rotating agitator was solved using the ANSYS Fluent software. The convergence of the numerical solution with a mesh refinement has been demonstrated. The patterns of the molten metal flow in the crucible for different agitator speeds of rotation have been obtained. The dependences of turbulent diffusion, size of turbulent eddies, and power criterion on the speed of rotation of the agitator have been defined. The effect of interaction between the metal–air interface and elements of the agitator on the flow pattern of molten metal in the crucible has been investigated. It is shown that the conditions under which elements of the agitator are completely immersed in the liquid metal are more favorable for the formation of small vortices than the conditions under which the liquid metal–air interface interacts with agitator elements.

Keywords: molten metal flow, turbulence flow, disk agitator, diffusion coefficient.

KHMELEVA Marina Grigorievna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: khmelmg@gmail.com

DAMMER Vladislav Khristianovich (Candidate of Technical Sciences, Scientific Industrial Centre “Polyus”, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: dammer.tomsk@yandex.ru

TOKHMETOVA Aigerim Bauyrzhanovna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: aiko050294@mail.ru

MIN'KOV Leonid Leonidovich (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: lminkov@ftf.tsu.ru

REFERENCES

1. Kafarov V.V. (1962) *Osnovy massoperedachi* [Fundamentals of mass transfer]. Moscow: Vysshaya shkola.
2. Stręk F. (1975) *Peremeshivanie i apparaty s meshalkami* [Mixing and apparatuses with agitators]. Leningrad: Khimiya.
3. Braginskiy L.N., Begachev V.I., Barabash V.N. (1984) *Peremeshivanie v zhidkikh sredakh: Fizicheskie osnovy i inzhenernye metody rascheta* [Mixing in liquid media: Physical fundamentals and engineering methods of calculation]. Leningrad: Khimiya.
4. Chhabra R.P., Richardson J.F. (2008) *Non-Newtonian flow and applied rheology. Engineering applications*. Oxford: Elsevier.
5. Wójtowicz R., Lipin, A.A., Talaga, J. (2014) On the possibility of using of different turbulence models for modeling flow hydrodynamics and power consumption in mixing vessels with turbine impellers. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. 48(4). pp. 360–375. DOI: 10.1134/S0040579514020146.
6. Wójtowicz R., Lipin A.A., Lipin A.G. (2015) Numerical simulation of hydrodynamics of mixer with eccentrically positioned impeller. *Chemistry and Chemical Technology*. 58(11). pp. 83–86.
7. Torrè J.P., Fletcher D.F., Lasuye T., and Xuereb C. (2007) An experimental and computational study of the vortex shape in a partially baffled agitated vessel. *Chemical Engineering Science*. 62. pp. 1915–1926. DOI:10.1016/j.ces.2006.12.020.
8. Hristov H.V., Boden S., Hampel U., Kryk H., Hessel G., Schmitt W. (2008) A study on the two-phase flow in a stirred tank reactor agitated by a gas-inducing turbine. *Chemical Engineering Research and Design*. 86. pp. 75–81. DOI: 10.1016/j.cherd.2007.10.008.
9. Vorozhtsov A.B., Arkhipov V.A., Shrager E.R., Dammer V.Ch., Vorozhtsov S.A., Khmeleva M.G. *Ustroystvo dlya smeshivaniya zhidkostey i poroshkov s zhidkost'yu* [Device for mixing liquids and powders with liquid]. RF Patent 2016130836.
10. Youngs D.L. (1982) Time-dependent multi material flow with large fluid distortion, in: Morton K.W., Baines M.J. (eds.). *Numerical Methods in Fluid Dynamics*. New York: Academic Press. pp. 273–285.
11. Patankar S. (1980) *Numerical heat transfer and fluid flow*. Washington: Hemisphere Publ. Corp.
12. ANSYS FLUENT Tutorial Guide: Release 14.0. 2011. ANSYS Inc.
13. Garbaruk A.B., Strelets M.Kh., Shur M.L. (2012) *Modelirovanie turbulentnosti v raschiotakh slozhnykh techeniy: uchebnoe posobie* [Modeling of turbulence in calculations of complex flows: tutorial]. St. Petersburg: Izd-vo Politehnicheskogo Universiteta.