

УДК: 536.46+536.24

DOI 10.17223/19988621/50/9

В.А. Порязов, А.Ю. Крайнов

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ МЕТАЛЛИЗИРОВАННЫХ ТВЕРДЫХ РАКЕТНЫХ ТОПЛИВ<sup>1</sup>

Представлена физико-математическая модель и результаты расчета нестационарной скорости горения металлизированного твердого топлива. Подход основан на разработке сопряженной математической модели, учитывающей процессы в твердой и газовой фазах. На поверхности топлива учитываются условия сохранения потоков энергии и массы компонентов, в расчетной области – записываются уравнения переноса тепла и разложения конденсированной фазы и двухскоростная, двухтемпературная модель реагирующего течения продуктов его разложения и газификации над поверхностью твердого топлива. Представлены результаты расчета нестационарной скорости горения при сбросе давления, в зависимости от дисперсности и массовой доли порошка металла в составе топлива, согласующиеся с описанными в научной литературе.

**Ключевые слова:** металлизированное твердое топливо, математическая модель, скорость горения, переходные процессы.

Задача определения нестационарной скорости горения твердого топлива и вопрос устойчивости горения при сбросе давления в камере сгорания были сформулированы Я.Б. Зельдовичем в 1942 г. [1]. Феноменологическая теория нестационарного горения (ФТНГ) [2, 3] позволяет качественно предсказать зависимость скорости горения от величины и скорости изменения давления. В [4] представлены результаты экспериментального исследования явления погасания пороха при резком уменьшении давления. Были определены границы горения и погасания пороха в зависимости от глубины и скорости падения давления. Результаты обработаны в безразмерных переменных, имеющих смысл относительного конечного давления при спаде давления и безразмерной скорости спада давления. Авторами работы [5] исследована устойчивость горения нитроглицеринового пороха при спаде давления. Выделено два переходных режима – выход на новый стационарный режим и погасание, определены критические значения глубины и скорости спада давления, приводящие к погасанию пороха. Экспериментально установлено, что спад давления в камере сгорания с хорошей точностью описывается экспоненциальной зависимостью. Авторы [6] представили результаты измерения нестационарной скорости горения гомогенного и модельного смесового твердых топлив при резком сбросе давления в полузамкнутом объеме. В зависимости от глубины и скорости сброса давления выделено пять характерных переходных режима: квазистационарный, слабо квазистационарный, колебательный режим, режим «гашение – повторное воспламенение», полное погасание. В работе [7] представлены результаты исследования влияния дисперсности порошка алюминия в со-

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ № 15-03-02578 А.

ставе конденсированных систем на характеристики зажигания и нестационарного горения. Показано, что задержка времени зажигания и температура поверхности горения уменьшаются при уменьшении размера частиц, а замена нанодисперсных порошков на порошки микронных размеров приводит к росту акустической проводимости. В [8] предложено модельное уравнение для расчета нестационарной колебательной скорости горения твердого ракетного топлива. Результаты расчетов по модели [8] удовлетворительно согласуются с результатами расчетов по ФНТГ с переменной температурой поверхности [2]. На сегодняшний день основным источником достоверной информации об устойчивости горения твердых топлив являются экспериментальные данные.

В работе рассматриваются одномерные нестационарные процессы при горении металлизированного твердого топлива. Предполагается, что в твердом топливе при нагревании идут химические реакции, полупродуктами которых является газ. Газообразные продукты разложения высвобождаются на последней стадии реакции по достижении глубины превращения 0.99. Предполагается первый порядок реакции и зависимость ее скорости от температуры по закону Аррениуса. Теплофизические характеристики конденсированной фазы – плотность, удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности – не зависят от температуры и определяются компонентным составом твердого топлива, путем осреднения, аналогично [8]. Предполагается, что в газовой фазе протекает экзотермическая химическая реакция первого порядка по закону Аррениуса, конвекция и диффузия реагентов. Величина давления над поверхностью горящего твердого топлива не зависит от координаты, но может зависеть от времени. Учитывается расширение газа при его нагревании, параметры состояния газа подчиняются уравнению состояния идеального газа. Предполагается, что частицы алюминия в составе твердого топлива представляют собой шарики, равномерно распределенные в объеме топлива, их размер равен размеру частиц алюминия, вылетающих в газовую фазу с поверхности горения. Процессы агломерации порошка алюминия на поверхности горения не рассматриваются. Воспламенение частиц алюминия происходит при достижении частицей заданной температуры, горение частиц алюминия описывается согласно экспериментальным данным [9]. Теплообмен между частицами и газом происходит по закону Ньютона, движение частиц определяется действием сил трения со стороны газа. Из-за малой объемной концентрации частиц в газе влиянием движения частиц на движение газа пренебрегается, не учитывается взаимодействие частиц друг с другом в газовой фазе.

Математическая модель горения металлизированного твердого топлива включает уравнение теплопроводности, записанное для конденсированной фазы, и уравнение для глубины превращения твердого топлива. В газовой фазе процессы описываются уравнениями сохранения энергии газа и частиц алюминия, сохранения массы газа, массы частиц и числа частиц алюминия с учетом их горения, выгорания окислителя в газовой фазе, движения частиц в потоке газа, уравнения состояния газа. На поверхности горения твердого топлива ставятся условия сопряжения в виде равенства потоков массы и энергии (граничные условия четвертого рода). Математическая модель нестационарного горения металлизированного твердого топлива строилась при использовании моделей, представленных в работах [10, 11]. В системе координат, связанной с поверхностью твердого вещества, система уравнений математической модели запишется в виде:

для конденсированной фазы, при  $-\infty < x < x_s$  :

$$c_1 \rho_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial t} + u \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = \lambda_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + Q_1 k_1 \rho_1 (1 - \eta) \exp \left( -\frac{E_1}{RT_1} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} = k_1 (1 - \eta) \exp \left( -\frac{E_1}{RT_1} \right); \quad (2)$$

для газовой фазы, при  $x_s < x < \infty$  :

$$c_2 \rho_2 \left( \frac{\partial T_2}{\partial t} + V \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_2 (T_2) \frac{\partial T_2}{\partial x} \right) + \frac{dp}{dt} + Q_2 k_2 \rho_2 Y \exp \left( -\frac{E_2}{RT_2} \right) + 4\pi \alpha r_3^2 n (T_3 - T_2); \quad (3)$$

$$c_3 \rho_3 \left( \frac{\partial T_3}{\partial t} + W \frac{\partial T_3}{\partial x} \right) = -4\pi \alpha r_3^2 n (T_3 - T_2) + \frac{2\mu_{Al}}{3\mu_O} G Q_{Al}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + V \frac{\partial Y}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - k_2 Y \exp \left( -\frac{E_2}{RT_2} \right); \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 V}{\partial x} = -G; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho_3}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_3 W)}{\partial x} = G; \quad (7)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + W \frac{\partial W}{\partial x} = -\tau_{fr}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (nW)}{\partial x} = 0; \quad (9)$$

$$p = \frac{R}{\mu} \rho_2 T. \quad (10)$$

Граничные условия:

$$\frac{\partial T_1(-\infty, t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T_2(\infty, t)}{\partial x} = 0,$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1(x_s, t)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2(x_s, t)}{\partial x}, \quad T_1(x_s, t) = T_2(x_s, t); \quad (11)$$

$$T_3(x_s, t) = T_1(x_s, t); \quad (12)$$

$$\alpha_{Al} \rho_1 u = \rho_3 W(x_s, t); \quad (13)$$

$$n(x_s, t) = \frac{\rho_3(x_s, t)}{\frac{4}{3} \pi r_{Al,0}^3 \rho_k}; \quad (14)$$

$$(1 - \alpha_{Al}) \rho_1 u = \rho_2(x_s, t) V(x_s, t), \quad \rho_2(x_s, t) = p \mu / R T_2(x_s, t); \quad (15)$$

$$(1 - \alpha_{Al}) \rho_1 u = (\rho_2 V Y)|_{(x_s, t)} - D \rho_2(x_s, t) \frac{\partial Y(x_s, t)}{\partial x}, \quad \frac{\partial Y(\infty, t)}{\partial x} = 0. \quad (16)$$

Начальные условия:

для  $-\infty < x < x_s$  :

$$T_1(x, 0) = T_0, \quad \eta(x, 0) = 0;$$

для  $x_s < x < \infty$  :

$$T_2(x, 0) = T_{ig}, \quad T_3(x, 0) = T_{ig}, \quad Y(x, 0) = 0,$$

$$V(x, 0) = 0, \quad W(x, 0) = 0, \quad n(x, 0) = 0,$$

$$p(0) = p_0, \quad \rho_2(x, 0) = p_n \mu / R T_{ig}, \quad \rho_3(x, 0) = 0. \quad (17)$$

Принятые обозначения:  $t$  – время,  $x$  – координата,  $x_s$  – координата положения поверхности горения,  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_{Al}, \rho_k$  – плотность твердого топлива, газа, приведенная плотность частиц (масса частиц в единице объема), алюминия, вещества частицы,  $T_1, T_2, T_3$  – температура в твердом топливе, газовой фазы, частиц в газовой фазе,  $T_0, T_{ig}$  – начальная температура в твердом топливе, в газовой фазе над поверхностью твердого топлива,  $\eta$  – глубина превращения твердого топлива,  $u$  – линейная скорость горения твердого топлива,  $V, W$  – скорость газа и частиц,  $n$  – число частиц в единице объема,  $r_3, r_{Al}$  – радиус частицы, радиус не сгоревшего алюминия в частице,  $c_1, c_2, c_3$  – удельная теплоемкость твердого топлива, газа при постоянном давлении, частиц,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $Q_2$  – тепловой эффект реакции в газовой фазе,  $Q_{Al}$  – эффективная теплота сгорания алюминия,  $k$  – предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса,  $E$  – энергия активации химической реакции,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $\alpha_{Al}$  – массовая доля алюминия в составе топлива смесового твердого топлива,  $p$  – давление,  $p_0, p_k$  – начальное и конечное давление при его изменении над поверхностью горения,  $t_{p,n}, t_{p,k}$  – моменты времени начала и окончания изменения давления,  $Y$  – концентрация окислителя в газовой фазе,  $D$  – коэффициент диффузии,  $\mu, \mu_{Al}, \mu_O$  – средняя молярная масса газовой фазы, молекул алюминия и кислорода,  $G$  – скорость изменения массы частиц при их горении,  $\tau_{fr}$  – сила трения при движении частиц в газе,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи. Индексы: 1 – конденсированная фаза (металлизированное твердое топливо), 2 – газовая фаза, 3 – частицы.

В системе уравнений (1) – (10): (1) – уравнение переноса тепла в твердом топливе, (2) – глубины разложения твердого топлива, (3), (4) – энергии для газовой фазы и частиц алюминия, (5) – выгорания окислителя в газовой фазе, (6) – сохранения массы газовой фазы, (7) – сохранения массы частиц, (8) – движения частиц, (9) – числа частиц, (10) – состояния идеального газа.

Сила взаимодействия частиц с газом вычисляется по формуле

$$\tau_{fr} = \frac{F_{fr}}{4/3 \pi r_3^3 \rho_k}, \quad F_{fr} = C_R S_m \rho_2 \frac{(W - V)|V - W|}{2}, \quad S_m = \pi r_3^2, \quad (18)$$

коэффициент сопротивления  $C_R$  определяется по эмпирической формуле

$$C_R = \frac{24}{\text{Re}} \left( 1 + 0,15 \text{Re}^{0,682} \right), \quad \text{Re} = \frac{2r_3 \rho_2 |V - W|}{\nu},$$

где  $\text{Re}$  – число Рейнольдса,  $\nu$  – динамическая вязкость газа.

Коэффициент теплоотдачи вычисляется по формуле [12]

$$\alpha = \frac{\text{Nu} \lambda_2}{2r_3}, \quad \text{Nu} = 2 + \sqrt{\text{Nu}_l^2 + \text{Nu}_t^2}, \quad (19)$$

где  $\text{Nu}_l = 0,664 \text{Re}^{0,5}$ ,  $\text{Nu}_t = 0,037 \text{Re}^{0,8}$  – числа Нуссельта.

Скорость изменения массы частиц алюминия при их горении, а также уравнения, определяющие текущие значения размеров частиц и алюминия в частице получены в [10] и имеют вид

$$G = \frac{3\mu_{\text{O}}}{2\mu_{\text{Al}}} n \rho_k 4\pi k_{\text{Al}} a^{0,9} r_{\text{Al}}^{1,5}, \quad k_{\text{Al}} = 2,22 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{1,5}/\text{с}, \quad (20)$$

где  $k_{\text{Al}}$  – эмпирический коэффициент в законе скорости горения частицы алюминия,  $a$  – коэффициент избытка окислителя.

Радиус ядра чистого алюминия  $r_{\text{Al}}$  в частице и радиус частицы  $r_3$  определяются по формулам

$$r_{\text{Al}} = \left[ \frac{2\mu_{\text{Al}}}{3\mu_{\text{O}}} \left( \left( 1 + \frac{3\mu_{\text{O}}}{2\mu_{\text{Al}}} \right) r_{\text{Al},0}^3 - \frac{\rho_3}{(4/3)\pi n \rho_k} \right) \right]^{1/3}, \quad (21)$$

$$r_3 = \left[ r_{\text{Al}}^3 + \frac{\mu_{\text{Al}} + 3/2\mu_{\text{O}}}{\mu_{\text{Al}}} (r_{\text{Al},0}^3 - r_{\text{Al}}^3) \right]^{1/3}. \quad (22)$$

Коэффициент теплопроводности газовой фазы зависит от температуры и вычисляется в каждой точке пространства как

$$\lambda_2 = \lambda_{2,0} \left( \frac{T_2}{T_{\text{ig},0}} \right)^{2/3}. \quad (23)$$

Изменение давления моделируется линейным во времени изменением давления от величины  $p_0$  в заданный момент времени начала изменения давления  $t_{p,n}$  до величины  $p_k$  в заданный момент времени окончания изменения давления  $t_{p,k}$ :

$$p(t) = \begin{cases} p_0, & t < t_{p,n}, \\ p_0 + A_p (t - t_{p,n}), & t_{p,n} < t < t_{p,k}, \text{ где } A_p = \frac{p_0 - p_k}{(t_{p,k} - t_{p,n})}, \\ p_k, & t \geq t_{p,k}. \end{cases} \quad (24)$$

Тогда  $dp/dt$  в уравнении (3) определится выражением

$$\frac{dp}{dt} = \begin{cases} 0, & t < t_{p,n}, \\ A_p, & t_{p,n} < t < t_{p,k}, \\ 0, & t \geq t_{p,k}. \end{cases} \quad (25)$$

Система уравнений (1) – (10) решалась численно. Уравнения (1), (3), (5) аппроксимировались неявной разностной схемой. Конвективные слагаемые – разностями против потока. Полученная система линейных уравнений решалась методом прогонки. Уравнение (2) аппроксимировалось неявным методом с использованием разностей против потока для аппроксимации конвективного слагаемого. Уравнения (4), (7) – (9) – явной разностной схемой с использованием разностей против потока для аппроксимации конвективных слагаемых. Для устойчивости численного решения использовалось условие вида  $\Delta t < \Delta x / \max[V_i]$ , где  $\Delta t$ ,  $\Delta x$  – величины шагов по времени и пространству,  $V_i$  – величина скорости в точках разностной сетки. После определения температуры в газовой фазе на  $(n+1)$  временном слое из уравнения состояния газа (10) при известном давлении определялась плотность газа. Уравнение (6) аппроксимировалось неявной разностной схемой. Из уравнения сохранения массы (6), при известных значениях плотности на  $n$ -м и  $(n+1)$ -м временных слоях бегущим счетом определялась скорость движения газовой фазы.

Линейная скорость горения твердого топлива  $u$  определялась из уравнения (2) следующим образом: За линейную скорость горения  $u$  принималась скорость движения изолинии глубины превращения твердого топлива  $\eta = 0.99$ . При решении уравнения (2) величина  $u$  определялась итерационным путем. Выбирается «пробное» значение скорости  $u$  (обычно в качестве него принимается величина с  $n$ -го временного слоя). Вычисляется поле значений глубины превращения  $\eta_i^{n+1}$ . Затем полученное значение  $\eta$  в точке разностной сетки  $m$ , которая находится на поверхности конденсированного вещества,  $\eta_m^{n+1} = \eta(x_s, t)$ , сравнивается со значением  $\eta = 0.99$ . Если  $\eta_m^{n+1} > 0.99$ , то значение  $u$  увеличивается на заданную долю от ее первоначальной величины, если  $\eta_m^{n+1} < 0.99$ , то значение  $u$  уменьшается. При выполнении равенства  $\eta_m^{n+1} = 0.99$  с заданной точностью скорость  $u$  найдена и используется при решении уравнений (1), (2) и в граничных условиях.

Система уравнений (1) – (10) решалась в соответствии со следующим алгоритмом вычисления значений неизвестных на  $(n+1)$ -м временном слое (счет шага по времени): вычисляем выгорание окислителя на  $(n+1)$ -м временном слое из уравнения (2), записанного в разностной форме, и определяем величину линейной скорости горения твердого топлива с использованием вышеописанных итераций; температуру на  $(n+1)$ -м временном слое из уравнений (1) и (3) с использованием граничных условий (11); выгорание окислителя на  $(n+1)$ -м временном слое из уравнения (5) с использованием граничных условий (16); плотность газа из уравнения (10) при заданном давлении над поверхностью горения; скорость газа из (6), (15); температуру частиц из (4), (12); скорость движения частиц из (8), (13); количество частиц в единице объема из (9), (14); распределенную плотность частиц из (7) (13). Счет шага по времени повторяется необходимое количество раз. Расчеты проводились до установления стационарного распределения переменных в к-фазе и в газодисперсной среде над поверхностью горения.

Расчеты проводились для значений теплофизических и формально-кинетических параметров, характерных для пороха Н:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0.25 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, \lambda_{2,0} = 0.066 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}, Q_1 = 556800 \text{ Дж/кг}, \\ Q_2 &= 2435300 \text{ Дж/кг}, Q_{Al} = 36.51 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}, E_1 = 80000 \text{ Дж/моль}, \\ E_2 &= 186107 \text{ Дж/моль}, k_1 = 2 \cdot 10^9 \text{ л/с}, k_2 = 3.92 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}, k_{Al} = 2.22 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{1.5}/\text{с}, \\ a &= 0.5, c_1 = 1465 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, c_2 = 1466 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, c_3 = 760 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, \\ \rho_1 &= 1600 \text{ кг/м}^3, \rho_k = 2600 \text{ кг/м}^3, \rho_{Al} = 2600 \text{ кг/м}^3, R = 8.31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}, \\ T_0 &= 293 \text{ К}, T_{ig} = 1300 \text{ К}. \end{aligned}$$

Коэффициент диффузии вычисляется через число Льюиса  $Le$ :

$$D_2 = Le \lambda_2 / (c_2 \rho_2),$$

число Льюиса принято  $Le = 1$ . Температура воспламенения частиц алюминия принята равной 1300 К [9]. Величина начального радиуса частицы в расчетах варьировалась в интервале  $2 \leq r_{Al,0} \leq 30$  мкм, массовая доля порошка алюминия принята равной 9 % массы твердого топлива. Формально-кинетические параметры реакции в газовой фазе взяты из [14].

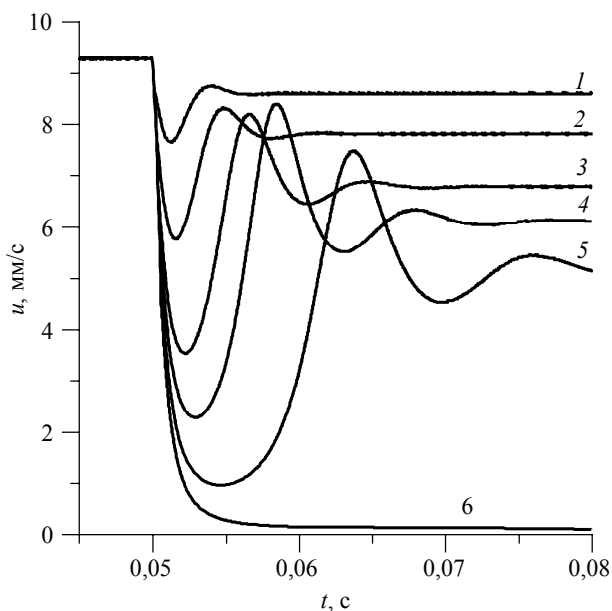
Было проведено тестирование разработанной методики и программы ЭВМ решения системы уравнений (1) – (25). Математическая модель (1) – (25) при задании массовой доли порошка алюминия равной нулю и задании всех исходных данных, соответствующих данным для пороха Н, описывает его горение с учетом процессов в конденсированной газовой фазах [10]. Был проведен расчет линейной скорости горения пороха Н при постоянном давлении, результаты расчета представлены в таблице. Результаты расчетов совпадают с результатами расчета стационарной скорости горения пороха Н по модели Беляева – Зельдовича, представленными в работе [11].

#### Сравнение результатов расчетов стационарной скорости горения пороха Н по модели (1) – (25) с результатами эксперимента [13]

$P$ , атм		40	60	80	100
$u$ , мм/с, Порох Н	Эксперимент [13]	5.2	7.1	8.5	10.2
	Расчет (1) – (25)	6.8	7.8	8.6	9.3
$u$ , мм/с, Порох Н + 9 % Al	Эксперимент, $d_{Al,0} = 40 - 70$ мкм [13]	6.0	8.0	9.6	10.5
	Расчет (1) – (25), $d_{Al,0} = 60$ мкм	8.1	9.3	10.1	10.9

Проведено исследование изменения скорости горения пороха Н без добавления порошка алюминия во времени при сбросе давления. Вид переходных процессов представлен на рис. 1, скорость сброса давления задавалась равной  $15 \cdot 10^3$  МПа/с. Видно, что при фиксированной скорости спада давления, в зависимости от глубины сброса, происходит резкая смена режима горения: от выхода на стационарный режим (кривые 1, 2) до погасания (кривая 6). Согласно классификации представленной в работе [5], между этими режимами можно выделить режим «пригасания» (кривые 3–5). Не рассматривая предложенные в работах [5, 6] классификации переходных режимов, основываясь на данных, представленных на рис. 1, можно заключить, что чем больше глубина спада давления, тем дольше ре-

лаксационный период выхода скорости горения на стационарный режим при заданной величине конечного давления. При больших значениях глубины спада давления наблюдается эффект погасания топлива.



**Рис. 1.** Изменение скорости горения пороха Н без добавления порошка алюминия во времени при уменьшении давления от 10 до 8 МПа (1), до 6 МПа (2), до 4 МПа (3), до 3 МПа (4), до 2 МПа (5), до 1.2 МПа (6). Скорость сброса давления  $15 \cdot 10^3$  МПа/с

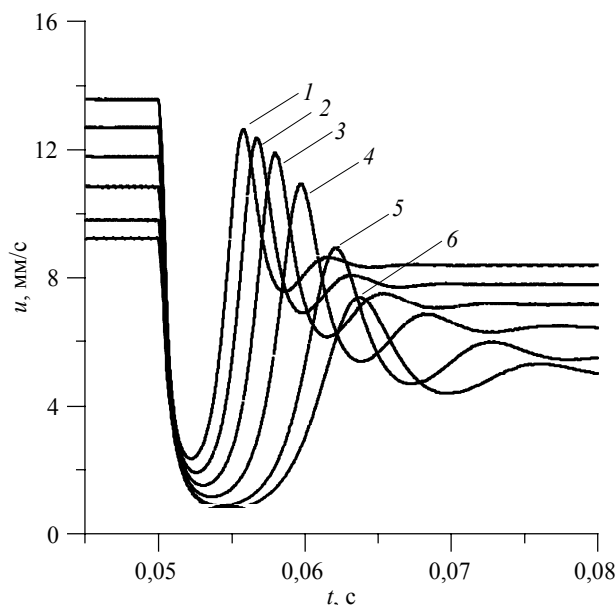
**Fig. 1.** Time variation in the combustion rate of powder N without aluminum powder additive during the pressure drop from 10 MPa to (1) 8, (2) 6, (3) 4, (4) 3, (5) 2, and (6) 1.2 MPa. The pressure drop rate is  $15 \cdot 10^3$  МПа/с

Расчеты погасания или продолжения горения для определения граничных значений глубины и скорости сброса давления по модели (1) – (25) для пороха Н без добавления порошка металла были проведены в работе [11]. Результаты расчетов граничных значений глубины и скорости сброса давления были обработаны и представлены в виде, предложенном в работе [5, 6]. Зависимости, полученные в [11], аналогичные модели (1) – (25) в случае горения пороха Н без добавления порошка металла, качественно соответствуют экспериментальным зависимостям, приведенным в работах [4, 5].

В рамках сформулированной физико-математической модели нестационарного горения твердого топлива с добавлением порошка металла представляет интерес изучение влияния добавок порошка металла в состав твердого топлива на переходные режимы при сбросе давления. На рис. 2 представлено изменение скорости горения пороха Н при сбросе давления от 10 до 2 МПа с заданной скоростью  $15 \cdot 10^3$  МПа/с, в зависимости от массовой доли порошка алюминия в составе топлива.



Как видно из представленной на рис. 2 зависимости скорость горения пороха Н с добавлением порошка алюминия от времени, увеличение массовой доли порошка алюминия в составе пороха Н стабилизирует переходные процессы при сбросе давления, уменьшая время релаксации. Однако в рамках проведенных исследований на основе представленной модели нестационарного горения металлизированного твердого топлива не установлено существенного влияния добавок порошка алюминия в состав пороха Н на глубину сброса давления, при котором происходит погасание топлива.

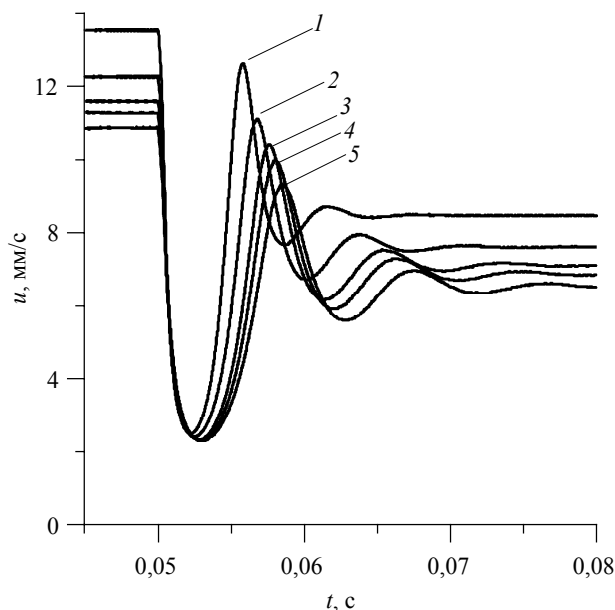


**Рис. 2.** Зависимость скорости горения пороха Н от времени при уменьшении давления от 10 до 2 МПа. Скорость сброса давления  $15 \cdot 10^3$  МПа/с,  $r_{Al,0} = 2$  мкм.  $\alpha_{Al} = 0.09$  (1), 0.07 (2), 0.05 (3), 0.03 (4), 0.01 (5), 6 – порох Н без добавления порошка алюминия

**Fig. 2.** Time variation in the combustion rate of powder N during the pressure drop from 10 to 2 MPa. The pressure drop rate is  $15 \cdot 10^3$  MPa/s,  $r_{Al,0} = 2$   $\mu$ m.  $\alpha_{Al} =$  (1) 0.09, (2) 0.07, (3) 0.05, (4) 0.03, (5) 0.01, and (6) powder N without aluminum powder additive

Отдельно стоит вопрос о влиянии дисперсности частиц металла, вылетающих с поверхности горения, на характер переходных процессов. На рис. 3 представлено изменение скорости горения пороха Н с добавлением порошка алюминия во времени при сбросе давления от 10 до 2 МПа. Скорость сброса давления  $15 \cdot 10^3$  МПа/с, массовая доля алюминия в составе топлива – 9 %, при различной дисперсности порошка алюминия. Как видно из рис. 3, чем выше дисперсность порошка алюминия в составе металлизированного твердого топлива, тем меньше время релаксации и тем быстрее топливо выходит на стационарный режим горения после сброса давления.

Видны существенные отличия во времени релаксации скорости горения при различной дисперсности порошка алюминия в составе топлива. С уменьшением размера частиц, вылетающих с поверхности горения, продолжительность переходного режима сокращается. Полученные результаты качественно согласуются с результатами, представленными в работе [6].



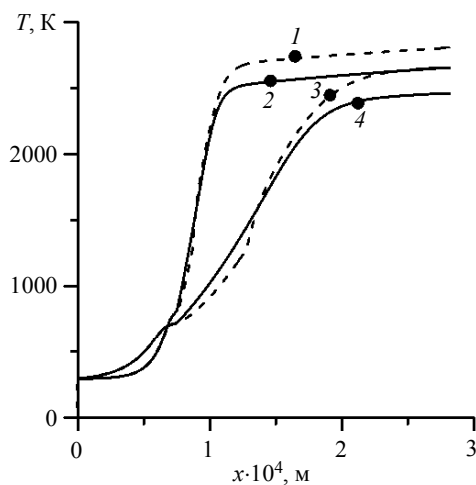
**Рис. 3.** Изменение скорости горения пороха Н с добавлением порошка алюминия во времени при уменьшении давления от 10 до 2 МПа. Скорость сброса давления  $15 \cdot 10^3$  МПа/с.  $\alpha_{Al} = 0.09$ ,  $r_{Al,0} = 2$  мкм (1), 5 (2), 10 (3), 15 (4), 30 (5)

**Fig. 3.** Time variation in the combustion rate of powder N with aluminum powder additive during the pressure drop from 10 to 2 MPa. The pressure drop rate is  $15 \cdot 10^3$  MPa/s,  $\alpha_{Al} = 0.09$ ,  $r_{Al,0} = (1) 2, (2) 5, (3) 10, (4) 15, \text{ and } (5) 30 \mu\text{m}$

Характерные распределения температуры газа и частиц алюминия над поверхностью горения до и после сброса давления, после выхода на стационарный режим, представлены на рис. 4. Расчет проводился для случая сброса давления от 10 до 2 МПа со скоростью  $15 \cdot 10^3$  МПа/с, массовая доля порошка алюминия в составе твердого топлива составляла 9 %, размер частиц алюминия  $r_{Al,0} = 30$  мкм. На рис. 5 представлены распределения скорости газа и частиц алюминия над поверхностью горения до и после сброса давления, после выхода на стационарный режим. Расчет проводился для случая сброса давления от 10 до 2 МПа со скоростью  $15 \cdot 10^3$  МПа/с, массовая доля порошка алюминия в составе твердого топлива составляла 9 %, размер частиц алюминия  $r_{Al,0} = 2$  мкм.

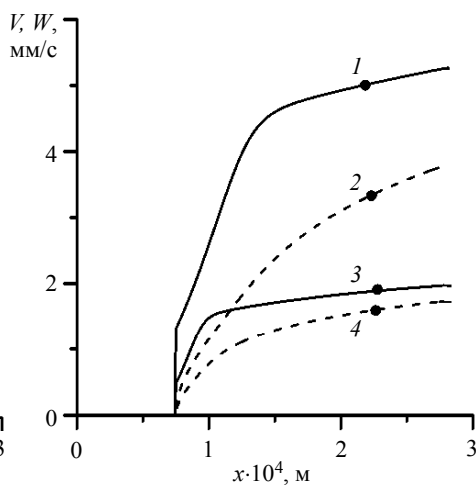
Таким образом, разработана физико-математическая модель нестационарного горения твердого топлива с добавлением порошка металла. Представлены результаты расчета нестационарной скорости горения при сбросе давления. Получены

переходные режимы в зависимости от величины изменения давления от дисперсности и массовой доли порошка металла в составе твердого топлива, совпадающие с представленными в литературе.



**Рис. 4.** Распределение температуры газа и частиц над поверхностью горения. 1 – температура частиц алюминия, 2 – температура газа при стационарном режиме горения при давлении 10 МПа, 3 – температура частиц алюминия, 4 – температура газа при стационарном режиме горения при давлении 2 МПа.  $\alpha_{Al} = 0.09$ ,  $r_{Al,0} = 30$  мкм

**Fig. 4.** Distribution of the temperature of gas and particles above the burning surface. 1, temperature of aluminum particles; 2, temperature of the gas under steady-state combustion conditions at a pressure of 10 MPa; 3, temperature of aluminum particles; 4, temperature of the gas under steady-state combustion conditions at a pressure of 2 MPa.  $\alpha_{Al} = 0.09$ ,  $r_{Al,0} = 30$   $\mu$ m



**Рис. 5.** Распределение скорости газа и частиц над поверхностью горения. 1 – скорость частиц алюминия, 2 – скорость газа при стационарном режиме горения при давлении 10 МПа, 3 – скорость частиц алюминия, 4 – скорость газа при стационарном режиме горения при давлении 2 МПа.  $\alpha_{Al} = 0.09$ ,  $r_{Al,0} = 2$  мкм

**Fig. 5.** Distribution of the velocity of gas and particles above the burning surface. 1, velocity of aluminum particles; 2, velocity of the gas under steady-state combustion conditions at a pressure of 10 MPa; 3, velocity of aluminum particles; 4, velocity of the gas under steady-state combustion conditions at a pressure of 2 MPa.  $\alpha_{Al} = 0.09$ ,  $r_{Al,0} = 2$   $\mu$ m

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я.Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1942. Т. 12. С. 498–524. (В книге Я.Б. Зельдович. Избранные труды. Химическая физика и гидродинамика. М.: Наука. 1984. 374 с.).
2. Новожилов Б.В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973. 176 с.
3. Зельдович Я.Б., Лейтунский О.И., Либрович В.Б. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975. 132 с.
4. Маршаков В.Н., Лейтунский О.И. Горение и потухание пороха при быстром спаде давления // Физика горения и взрыва. 1967. Т. 3. № 2. С. 231–235.
5. Новожилов Б.В., Маршаков В.Н. Горение пороха и его потухание при быстром спаде давления. Сопоставление теории и опыта // Химическая физика. 2011. Т. 30. № 6. С. 32–39.

6. Архипов В.А., Бондарчук С.С., Коротких А.Г. Сравнительный анализ методов измерения нестационарной скорости горения. II. Результаты исследования // Физика горения и взрыва. 2010. Т. 46. № 5. С. 88–96.
7. Архипов В.А., Бондарчук С.С., Коротких А.Г., Кузнецов В.Т., Громов А.А., Волков С.А., Ревягин Л.Н. Влияние дисперсности алюминия на характеристики зажигания и нестационарного горения гетерогенных конденсированных систем // Физика горения и взрыва. 2012. Т. 48. № 5. С. 148–159.
8. Липанов А.М., Болкисев А.А. О расчете температурного поля в заряде твердого топлива с учетом гетерогенности его теплофизических свойств // Химическая физика и мезоскопия. 2013. Т. 14. № 3. С. 364–370.
9. Беляев А.Ф., Фролов Ю.В., Коротков А.И. О горении и воспламенении частиц мелко-дисперсного алюминия // Физика горения и взрыва. 1968. Т. 4. № 3. С. 323–329.
10. Порязов В.А., Крайнов А.Ю., Крайнов Д.А. Математическое моделирование горения пороха Н с добавлением порошка алюминия // Инженерно-физический журнал. 2015. Т. 88. № 1. С. 93–101.
11. Крайнов А.Ю., Порязов В.А. Численное моделирование погасания пороха Н при резком сбросе давления на основе сопряженной модели горения // Физика горения и взрыва. 2015. Т. 51. № 6. С. 47–52.
12. Справочник по теплообменникам: в 2 т. Т. 1. М.: Энергоатомиздат, 1987.
13. Мальцев В.М., Мальцев М.И., Кашипов Л.Я. Основные характеристики горения. М.: Химия, 1977. 320 с.
14. Булгаков В.К., Липанов А.М. Теория эрозионного горения твердых ракетных топлив. М.: Наука, 2001. 138 с.

Статья поступила 14.09.2017 г.

Poryazov V.A., Krainov A.Yu. (2017) MATHEMATICAL MODEL AND CALCULATION OF THE UNSTEADY COMBUSTION RATE OF THE METALLIZED SOLID ROCKET PROPELLANTS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 50. pp. 99–110

DOI 10.17223/19988621/50/9

This paper provides a physical-mathematical model and the calculation results of unsteady combustion rate of a metallized solid fuel. The approach is based on the development of an adjoint mathematical model which takes into account the processes in solid and gas phases. On the fuel surface, the conservation of both energy fluxes and mass of the components is assumed. The equations of heat transfer and condensed phase decomposition are written for a computational domain. The double-rate and two-temperature model of the reacting flow of decomposition and gasification products is used over the solid fuel surface. The results of unsteady combustion rate calculated during the pressure drop are presented as functions of dispersion and mass fraction of the metal powder in a propellant composition. The obtained results are in a good agreement with the data available in scientific literature.

Keywords: metallized solid fuel, mathematical model, combustion rate, transient processes.

*KRAINOV Aleksey Yurievich* (Doctor of Physics and Mathematics, Assoc. Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)  
E-mail: akrainov@ftf.tsu.ru

*PORYAZOV Vasily Andreevich* (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)  
E-mail: poryazov@mail.ru

## REFERENCES

1. Zel'dovich Ya.B. (1942) K teorii goreniya porokhov i vzryvchatykh veshchestv [On the theory of combustion of gunpowder and explosives]. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki – Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 12. pp. 498–524.
2. Novozhilov B.V. (1973) *Nestatsionarnoe gorenie tverdykh raketnykh topliv* [Unsteady burning of solid propellants]. Moscow: Nauka.
3. Zel'dovich Ya.B., Leypunskiy O.I., Librovich V.B. (1975) *Theory Of Unsteady Propellant Burning*. Moscow: Nauka.
4. Marshakov V.N., Leypunskiy O.I. (1967) Burning and quenching of a powder in the presence of a rapid pressure drop. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 3(2). pp. 144–146. DOI: 10.1007/BF00748735.
5. Marshakov V.N., Novozhilov B.V. (2011) Combustion of a propellant and its extinction upon rapid depressurization: a comparison of theory and experiment. *Russian Journal of Physical Chemistry B*. 5(3). pp. 474–481. DOI: 10.1134/S1990793111020369.
6. Arkhipov V.A., Bondarchuk S.S., Korotkikh A.G. (2010) Comparative analysis of methods for measuring the transient burning rate. II. Research results. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 46(5). pp. 570–577. DOI: 10.1007/s10573-010-0075-8.
7. Arkhipov V.A., Bondarchuk S.S., Kuznetsov V.T., Korotkikh A.G., Gromov A.A., Volkov S.A., Revyagin L.N. (2012) Influence of aluminum particle size on ignition and nonstationary combustion of heterogeneous condensed systems. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 48(5). pp. 625–635. DOI: 10.1134/S0010508212050140.
8. Lipanov A.M., Bolkisev A.A. (2012) On computation of a temperature field in a composite solid propellant charge considering heterogeneity of its thermophysical properties. *Chemical Physics and Mesoscopy*. 14(3). pp. 364–370.
9. Belyaev A.F., Frolov Yu.V., Korotkov A.I. (1968) Combustion and ignition of particles of finely dispersed aluminum. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 4(3). pp. 182–185. DOI: 10.1007/BF00750857.
10. Poryazov V.A., Krainov A.Yu., Krainov D.A. (2015) Simulating the combustion of N powder with added finely divided aluminum. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 88(1). pp. 94–103. DOI: 10.1007/s10891-015-1171-0.
11. Krainov A.Yu., Poryazov V.A. (2015) Numerical simulation of the extinction of N powder by a pressure drop based on a coupled combustion model. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 51(6). pp. 664–669. DOI: 10.1134/S0010508215060076.
12. *Spravochnik po teploobmennikam* (1987) [Handbook of the heat exchangers]. V. 1. Moscow: Energoatomizdat.
13. Mal'tsev V.M., Mal'tsev M.I., Kashporov L.Ya. (1977) *Osnovnye kharakteristiki goreniya* [Basic characteristics of combustion]. Moscow: Khimiya.
14. Bulgakov V.K., Lipanov A.M. (2001) *Teoriya erozionnogo goreniya tverdykh raketnykh topliv* [Theory of Erosive Combustion of Solid Rocket Propellants]. Moscow: Nauka.