

## МЕХАНИКА

УДК 620.22-419.8:669.295:536

DOI 10.17223/19988621/51/6

М.А. Анисимова, А.Г. Князева, И.Б. Севостьянов

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕПЛОВЫХ СВОЙСТВ  
КОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ ТИТАНА<sup>1</sup>

Дана оценка эффективных свойств композитов на основе титана. В качестве наполнителей выбраны частицы  $\text{TiC}$ ,  $\text{Ti}_5\text{Si}_3$  и  $\text{TiB}_2$ . Для расчета использовался метод гомогенизации Максвелла в терминах тензоров вклада. Проанализировано возможное изменение эффективной теплопроводности и эффективного коэффициента теплового расширения композитов при увеличении объемной доли включений. Проведено сравнение результатов с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** *эффективные свойства, композит на основе титана, теплопроводность, коэффициент теплового расширения, тензор вклада, метод гомогенизации Максвелла.*

В последнее время научный интерес к композитам на основе титана увеличился. Сегодня титан и его сплавы используются в аэрокосмической промышленности, архитектуре, химической обработке, медицине, энергетике, морской сфере, спорте, отдыхе и транспорте. Это широкое применение объясняется его уникальными свойствами, такими, как высокая прочность, низкая плотность, хорошие высокотемпературные свойства, биосовместимость и благоприятная коррозионная стойкость [1]. В то же время основными недостатками этого материала являются отсутствие износостойкости и восприимчивость к истиранию, что создает проблемы на некоторых этапах его изготовления и в некоторых технологических применениях [2]. Для улучшения поверхностных свойств титана и титановых сплавов широко используются различные виды модификации поверхностей. Среди них нанесение керамических или интерметаллических армированных композиционных покрытий с металлической матрицей. Например, композитное покрытие с включениями  $\text{TiC}$ , нанесенное на титановую подложку, значительно увеличивает сопротивление износу и химическую стабильность [3, 4]. Карбид  $\text{TiC}$  и борид  $\text{TiB}$  титана привлекли интерес благодаря своей превосходной термической стабильности и коэффициенту теплового расширения (КТР), близкому к КТР титановой матрицы [5]. Частицы  $\text{Ti}_5\text{Si}_3$  также могут быть использованы для эффективного повышения прочности и пластичности композита на основе титана [6]. Подобные покрытия создают, например, электронно-лучевой наплавкой при добавлении в наплавочные смеси композитных порошков, синтезированных горением [7]. Существует много исследований механических свойств и структур таких композитов, например в работах [4–9]. Модификация поверхности и/или нанесе-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РНФ, грант № 17-19-01425.

ние покрытий оказывают влияние и на термические свойства полученного композита, которые также важны для работы в экстремальных условиях. Тем не менее целенаправленных исследований коэффициента теплопроводности и КТР таких композитов явно недостаточно.

В настоящей работе рассматриваются композиты на основе титана с добавлением карбидов, боридов и силицидов титана в предположении идеального контакта между частицами и матрицей. Исследуются зависимости коэффициента теплопроводности (ТП) и коэффициента теплового расширения композитов от концентрации включений. Расчет осуществлен на основе схемы усреднения Максвелла в терминах тензоров вклада [10].

### Микроструктура и свойства

При расчете эффективных тепловых свойств композит рассматриваем как металлическую матрицу, содержащую сферические частицы. Типичная микроструктура композита на основе металла, армированного частицами, может быть представлена как изотропная. Свойства, необходимые для расчетов, представлены в таблице.

Свойства материалов [1, 11, 12]

Свойства	Ti	TiC	Ti <sub>5</sub> Si <sub>3</sub>	TiB <sub>2</sub>
КТР, К <sup>-1</sup>	(8.9–10.4)·10 <sup>-6</sup>	7.4·10 <sup>-6</sup>	7.3·10 <sup>-6</sup>	(6.4–7)·10 <sup>-6</sup>
Объемный модуль, ГПа	103.7	272	110	226
Модуль Юнга, ГПа	112	460	156	529
Коэффициент Пуассона	0.32	0.19	-	0.11
Теплопроводность, Вт/(м·К)	15.5–20	34–39	45.9	60–120

В первом приближении полагаем, что контакт между частицами и матрицей – идеальный, а переходного слоя нет. В литературе для расчета эффективных свойств таких композитов используют разные подходы и приближения. Например, в работе [13] для расчета эффективных свойств композитов с шаровыми включениями используется метод самосогласования, который учитывает взаимодействие отдельно взятого элемента неоднородности с однородной изотропной средой. Расчет эффективного значения модуля объемного сжатия в сравнении с известными моделями Фойгта – Рейсса, и Хашина – Штрикмана представлены в работе [14]. Авторы работ [15, 16] используют многоуровневый подход для прогнозирования эффективных механических свойств композитных материалов, в котором используются три уровня моделирования: уровень компонентов композита (микроуровень), уровень структуры армирования (мезоуровень) и уровень эффективных свойств (макроуровень). В работе [17] рассмотрены несколько вариантов расчета коэффициента теплопроводности, в одном из которых используется классическая теория смеси:

$$k = \frac{k^0 V^0 + k^1 V^1}{V^0 + V^1},$$

где  $k^1$  и  $k^2$  – коэффициенты теплопроводности матрицы и включения объемами  $V^0$  и  $V^1$  соответственно.

В настоящей работе воспользуемся методом [10].

## Метод исследования

### Тензор вклада

Тензоры вклада свойств используются в рамках метода гомогенизации для описания вклада одной неоднородности в представляющее интерес свойство – это может быть эластичная податливость или жесткость, тепло- или электропроводность, или коэффициент теплового расширения [18].

Рассмотрим однородный матричный материал (с объемными и сдвиговыми модулями упругости  $K^0$  и  $G^0$ , коэффициентом теплового расширения  $\alpha^0$  и теплопроводностью  $k^0$ ), содержащий неоднородности объема  $V^1$  (с объемными и сдвиговыми модулями  $K^1$  и  $G^1$ , коэффициентом теплового расширения  $\alpha^1$  и теплопроводностью  $k^1$ ).

В задаче теплопроводности ключевой величиной является тензор вклада проводимости, который дает дополнительный тепловой поток, с одной стороны, создаваемый введением неоднородности в материал, подвергнутый действию, с другой стороны, однородного поля температурного градиента. Предположим, что основной материал объема  $V$  с изотропной теплопроводностью  $k^0$  содержит изолированную неоднородность объема  $V^1$  с изотропной теплопроводностью  $k^1$ . Принимая линейную зависимость между градиентом температуры  $\nabla T$  и вектором потока тепла  $\mathbf{q}$  в представительном объеме (обычный закон Фурье) для обоих составляющих, изменение  $\mathbf{q}$  в ответ на наличие неоднородности определим по формуле

$$\Delta \mathbf{q} = \frac{V^1}{V} \mathbf{K} (\nabla T),$$

где симметричный тензор второго ранга  $\mathbf{K}$  является тензором вклада проводимости неоднородности.

Тензор сферической неоднородности имеет вид

$$\mathbf{K} = 3 \frac{k^0 (k^1 - k^0)}{2k^0 + k^1} \mathbf{I},$$

где  $\mathbf{I}$  – единичный тензор второго ранга.

При расчете коэффициента теплового расширения и определении тензора вклада теплового расширения для изотропного материала, рассматриваемого в настоящей работе, более удобно рассчитать общее тепловое расширение по формуле Левина [19]

$$\alpha^{\text{eff}} - \langle \alpha \rangle = (\alpha^0 - \alpha^1) \left( \frac{1}{K^0} - \frac{1}{K^1} \right)^{-1} \left( \frac{1}{K^{\text{eff}}} - \left\langle \frac{1}{K} \right\rangle \right), \quad (1)$$

где угловые скобки означают усреднение по объему. Чтобы вычислить эффективный объемный модуль, нам нужно использовать тензор вклада податливости неоднородности – тензор четвертого ранга  $\mathbf{H}$ , который описывает дополнительную нагрузку на представительный объем из-за присутствия этой неоднородности:

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{V^1}{V} \mathbf{H} : \boldsymbol{\sigma}^\infty$$

или в индексной записи

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{V^1}{V} H_{ijkl} \sigma_{kl}^\infty,$$

где  $\sigma_{kl}^{\infty}$  – напряжение вследствие дальнодействующих полей, которое считается равномерным внутри объема  $V$  при отсутствии неоднородности. Для сферической неоднородности ее тензор вклада податливости имеет следующий вид [18]:

$$\mathbf{H} = \frac{3(1-\nu^0)}{2} \left[ H^G \left( \mathbf{J} - \frac{1}{3} \mathbf{II} \right) + H^K \left( \frac{1}{3} \mathbf{II} \right) \right], \quad (2)$$

где  $\nu^0$  – коэффициент Пуассона материала матрицы. Два члена в скобках представляют собой девиаторную и гидростатическую части дополнительной деформации из-за неоднородности:

$$H^G = \frac{5}{G^0} \frac{G^0 - G^1}{2G^1(4-5\nu^0) + G^0(7-5\nu^0)}, \quad H^K = \frac{2}{3K^0} \frac{K^0 - K^1}{K^1(1+\nu^0) + 2K^0(1-2\nu^0)}. \quad (3)$$

### Схема гомогенизации Максвелла

Согласно идее Максвелла, мы оцениваем поля в дальних точках двумя разными способами и приравниваем результаты. Во-первых, мы оцениваем это поле как генерируемое гомогенизированной областью  $\Omega$ , обладающей (пока неизвестными) эффективными свойствами. Во-вторых, мы рассматриваем сумму дальних полей, порожденных всеми индивидуальными неоднородностями внутри области  $\Omega$  (считаем их невзаимодействующими). Приравнивание двух величин дает искомое эффективное свойство [20]. Для задачи о теплопроводности результат имеет следующий вид:

$$\mathbf{k}^{\text{eff}} = \mathbf{k}^0 + \left\{ \left[ \frac{1}{V^{\Omega}} \sum_i V_i \mathbf{K}_i \right]^{-1} - \mathbf{P}^{\Omega} \right\}^{-1},$$

где  $\mathbf{P}^{\Omega}$  является тензором Хилла второго ранга для области  $\Omega$  [21]. Для изотропно-го композита получаем

$$P_{ij}^{\Omega} = \frac{1}{3k^0} \delta_{ij}, \quad \frac{1}{V^{\Omega}} \sum_i V_i \mathbf{K}_i = k^0 \mathbf{AI},$$

где параметр  $A$  зависит от формы и свойств индивидуальных включений. Таким образом

$$k^{\text{eff}} = k^0 + k^0 \left( \frac{3A}{3-A} \right), \quad A = 3 \frac{(k^1 - k^0)}{2k^0 + k^1} \phi,$$

где  $\phi$  – объемная доля неоднородностей.

При расчете упругих свойств (необходимых для расчета эффективного коэффициента теплового расширения по формуле Левина (1)) дальние поля могут быть выражены в терминах тензора вклада податливости  $\mathbf{H}^{\text{eff}}$  области  $\Omega$  и  $\mathbf{H}$ -тензоров отдельных неоднородностей. Приравнивая две величины, получаем

$$\frac{V^{\Omega}}{V} \mathbf{H}^{\text{eff}} = \frac{1}{V} \sum_i V_i \mathbf{H}_i.$$

Правая часть уравнения известна, однако левая часть, помимо того, что зависит от эффективных свойств, также зависит от формы  $\Omega$ . Это ведет к следующему выра-

жению для общей упругой податливости [20]:

$$\mathbf{S}^{\text{eff}} = \mathbf{S}^0 + \left\{ \left[ \frac{1}{V^{\Omega}} \sum_i V_i \mathbf{H}_i \right]^{-1} - \mathbf{Q}^{\Omega} \right\}^{-1},$$

где  $\mathbf{Q}^{\Omega}$  является тензором четвертого ранга, который зависит от формы области  $\Omega$  (Тензор Хилла для области  $\Omega$ ). Для случайного распределения неоднородностей

$$\frac{1}{V^{\Omega}} \sum_i V_i \mathbf{H}_i = B \left( \frac{1}{3} \mathbf{II} \right) + C \left( \mathbf{J} - \frac{1}{3} \mathbf{II} \right),$$

где параметры  $B$  и  $C$  зависят от формы отдельных включений. Область  $\Omega$  имеет сферическую форму [22], тогда тензор  $\mathbf{Q}^{\Omega}$  имеет вид

$$\mathbf{Q}^{\Omega} = 3K^0 \Psi^K \left( \frac{1}{3} \mathbf{II} \right) + 2G^0 \Psi^G \left( \mathbf{J} - \frac{1}{3} \mathbf{II} \right), \quad (6)$$

где коэффициенты  $\Psi^K$  и  $\Psi^G$  зависят от коэффициента Пуассона матрицы следующим образом:

$$\Psi^K = \frac{2}{3} \frac{1-2\nu^0}{1-\nu^0}, \quad \Psi^G = \frac{1}{15} \frac{7-5\nu^0}{1-\nu^0}.$$

С другой стороны, изотропный эффективный тензор податливости можно определить из равенства

$$\mathbf{S}^{\text{eff}} = \frac{1}{3K^{\text{eff}}} \left( \frac{1}{3} \mathbf{II} \right) + \frac{1}{2G^{\text{eff}}} \left( \mathbf{J} - \frac{1}{3} \mathbf{II} \right), \quad (7)$$

Исходя из равенств (4) и (7), мы приходим к следующему соотношению для эффективного объемного модуля:

$$\frac{K_{\text{eff}}}{K_0} = \frac{1 - B\Psi_K}{1 + B[1 - \Psi_K]}. \quad (8)$$

Найденный таким образом  $K^{\text{eff}}$  будет использован далее для оценки  $\alpha^{\text{eff}}$ .

Для определения параметра  $B$  воспользуемся формулой для тензора вклада податливости для сферической неоднородности (2):

$$\frac{1}{V^{\Omega}} \sum_i V_i \mathbf{H}_i = \phi \frac{3(1-\nu^0)}{2} \left[ H^G \left( \mathbf{J} - \frac{1}{3} \mathbf{II} \right) + H^K \left( \frac{1}{3} \mathbf{II} \right) \right],$$

что приведет выражение для эффективного объемного модуля (8) к следующему виду:

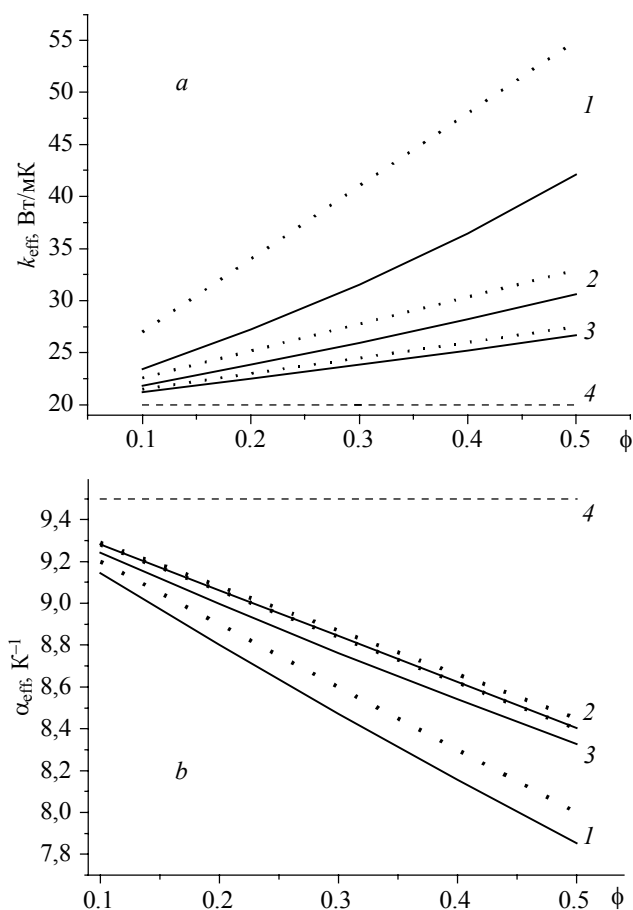
$$K_{\text{eff}} = K_0 \frac{(K^0 + \xi K^1) - \phi(K^0 - K^1)}{(K^0 + \xi K^1) + \phi\xi(K^0 - K^1)}, \quad \xi = \frac{(1+\nu^0)}{2(1-2\nu^0)}$$

Теперь можем вычислить эффективный коэффициент теплового расширения, используя формулу Левина. Ее удобно переписать следующим образом:

$$\alpha^{\text{eff}} = \alpha^0 - (\alpha^0 - \alpha^1) \left( \frac{1}{K^{\text{eff}}} - \frac{1}{K^0} \right) \left( \frac{1}{K^1} - \frac{1}{K^0} \right)^{-1}.$$

## Анализ результатов

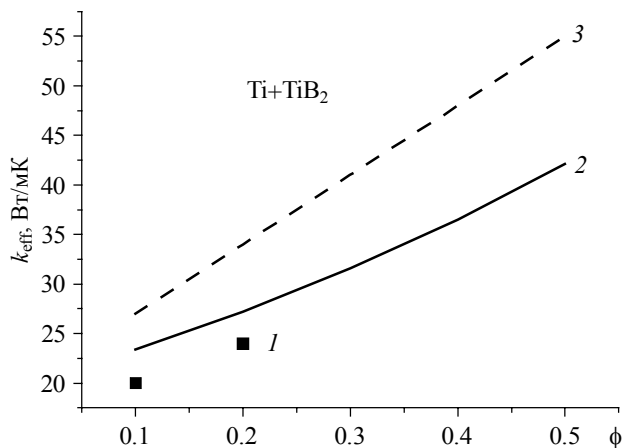
Рис. 1 иллюстрирует изменение эффективной теплопроводности и коэффициента теплового расширения композита, рассчитанных разными методами, по сравнению со свойствами материала матрицы при увеличении концентрации включений разных видов. Наибольший рост коэффициента теплопроводности дают включения диборида титана. Эти же частицы приводят к максимальному уменьшению КТР.



**Рис. 1.** Зависимость эффективной теплопроводности (а) и эффективного коэффициента теплового расширения (б) от объемной доли частиц 1 –  $\text{TiB}_2$ , 2 –  $\text{Ti}_5\text{Si}_3$ , 3 –  $\text{TiC}$ , в сравнении со свойствами чистого титана 4. Сплошными линиями – метод Максвелла, пунктирными – метод смеси

**Fig. 1.** Dependence of (a) effective thermal conductivity and (b) effective thermal expansion coefficient on the volume fraction of particles 1,  $\text{TiB}_2$ ; 2,  $\text{Ti}_5\text{Si}_3$ ; and 3,  $\text{TiC}$  in comparison with the thermal properties of 4, pure titanium. The solid lines indicate the Maxwell method; the dotted lines, the mixture method

Однако заметно различие между теплопроводностью композитов при добавлении TiC и  $Ti_5Si_3$  при практически одинаковых значениях коэффициента теплового расширения. Сравнение расчета с имеющимися в литературе экспериментальными данными [23] показано на рис. 2.



**Рис. 2.** Зависимость эффективной теплопроводности, рассчитанной по методу Максвелла (2) и по методу смеси (3) от объемной доли частиц в сравнении с экспериментальными данными [23] (1)

**Fig. 2.** Dependence of the effective thermal conductivity on the volume fraction of particles in comparison with experimental data [23] 1: calculations by the Maxwell method 2 and by the mixture method 3

Однако при синтезе композитов методом СВС их фазовый состав не соответствует тому, что ожидается из диаграмм состояния [7]. Свойства композитов с фазами нестехиометрического состава требуют отдельного рассмотрения.

### Закключение

Таким образом, в работе дана оценка эффективных коэффициентов теплопроводности и коэффициентов теплового расширения композитов на основе титана. Показано, что наибольшие изменения в свойствах наблюдаются в композитах с включениями диборида титана. Продемонстрировано, что разные методы дают близкие результаты, и расчеты по методу Максвелла качественно согласуются с экспериментом.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Titanium and titanium alloys. Fundamentals and Applications* / ed. C. Leyens, M. Peters. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH, 2003. 532 p. ISBN: 3-527-30534-3.
2. Miller P.D., Holladay J.W. Friction and wear properties of titanium // *Wear*. 1958. V. 2. Iss. 2. P. 133–140. DOI: 10.1016/0043-1648(58)90428-9.
3. Rasool G., Mridha S., Stack M.M. Mapping wear mechanisms of TiC/Ti composite coatings // *Wear*. 2015. V. 328–329. P. 498–508. DOI: 10.1016/j.wear.2015.03.022.

4. Monfared A., Kokabi A.H., Asgari S. Microstructural studies and wear assessments of Ti/TiC surface composite coatings on commercial pure Ti produced by titanium cored wires and TIG process // *Materials Chemistry and Physics*. 2013. V. 137. Iss. 3. P. 959–966. DOI: 10.1016/j.matchemphys.2012.11.009.
5. Shufeng Li, Katsuyoshi Kondoh, Hisashi Imai, BiaoChen, Lei Jia, Junko Umeda. Microstructure and mechanical properties of P/M titanium matrix composites reinforced by in-situ synthesized TiC–TiB // *Materials Science & Engineering A*. 2015. V. 628. P. 75–83. DOI: 10.1016/j.msea.2015.01.033.
6. Nuo Li, Chunxiang Cui, Shuangjin Liu, Shuiqing Liu, Sen Cui and Qian Wang. Microstructure and mechanical properties of  $Ti_6Al_4V$  alloy modified and reinforced by in situ  $Ti_5Si_3/Ti$  composite ribbon inoculants // *Metals*. 2017. V. 7. P. 267. DOI: 10.3390/met7070267.
7. Прибытков Г.А., Кринецын М.Г., Коржова В.В. Исследование продуктов СВ-синтеза в порошковых смесях титана и углерода, содержащих избыток титана // *Перспективные материалы*. 2016. № 5. С. 59–68.
8. Gülsoy H.O., Gunay V., Baykara T. Influence of TiC, TiN and TiC(N) additions on sintering and mechanical properties of injection moulded titanium based metal matrix composites // *Powder Metallurgy*. V. 58. 2015. Iss. 1. P. 30–35. DOI: 10.1179/1743290114Y.0000000096.
9. Krinitcyn M.G., Korosteleva E.N., Pribytkov G.A. Structure of Ti – TiC cathodes // *Proceedings of 2014 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems, MEACS 2014* [6986941]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2014. DOI: 10.1109/MEACS.2014.6986941.
10. Anisimova M., Knyazeva A., Sevostyjanov I. Effective thermal properties of an aluminum matrix composite with coated diamond inhomogeneities // *International Journal of Engineering Science*. 2016. V. 106. P. 142–154. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2016.05.010.
11. Ravi Chandran K.S., Panda K.B., Sahay S.S.  $TiB_w$ -reinforced Ti composites processing, properties, application prospects and research needs // *J. Miner. Met. Mater. Soc.* 2004. V. 56. P. 42–48.
12. Frommeyer G., Rosenkranz R. Structures and properties of the refractory silicides  $Ti_5Si_3$  and  $TiSi_2$  and Ti-Si(Al) eutectic alloys // *Metallic Materials with High Structural Efficiency*. P. 287–308. DOI: 10.1007/1-4020-2112-7\_30.
13. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Оценка упругих свойств композита с анизотропными шаровыми включениями // *Наука и Образование: Научное издание*. 2014. № 8. С. 237–255. DOI: 10.7463/0814.0720691.
14. Каракулов В.В., Смолин И.Ю., Скрипняк В.А. Численная методика прогнозирования эффективных механических свойств стохастических композитов при ударно-волновом нагружении с учётом эволюции структуры // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2013. № 4(24). С. 70–77.
15. Советова Ю.В., Сидоренко Ю.Н., Скрипняк В.А. Многоуровневый подход к определению эффективных свойств композита с учетом повреждаемости // *Физ. мезомех.* 2013. Т. 16. № 5. С. 59–65.
16. Советова Ю.В., Сидоренко Ю.Н., Скрипняк В.А. Многоуровневый подход к исследованию влияния объемного соотношения компонентов волокнистого однонаправленного углепластика на его механические характеристики // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2014. № 2(28). С. 77–89.
17. Люшкин П.А., Люшкин Б.А., Матолыгина Н.Ю., Панин С.В. Определение эффективных теплофизических характеристик композиционного материала // *Физ. мезомех.* 2008. Т. 11. № 5. С. 103–110.
18. Sevostianov I., Kachanov M. Connections between elastic and conductive properties of heterogeneous materials // *Advances in Applied Mechanics* 42, (E. van der Giessen and H. Aref, Eds.). Academic Press, 2009. P. 69–252.
19. Levin V.M. On the coefficients of thermal expansion of heterogeneous material // *Mechanics of Solids*. 1967. No. 2. P. 58–61.
20. Sevostianov I. and Giraud A. Generalization of Maxwell homogenization scheme for elastic material containing inhomogeneities of diverse shape // *Int. J. Engineering Science*. 2013. V. 64. P. 23–36. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2012.12.004.



21. Markov K.Z. Elementary micromechanics of heterogeneous media // Markov K.Z., Preziosi L. (Eds.) *Heterogeneous Media: Micromechanics Modeling Methods and Simulations*. Boston: Birkhauser, 2000. P. 1–162.
22. Sevostianov I. On the shape of effective inclusion in the Maxwell homogenization scheme for anisotropic elastic composites // *Mechanics of Materials*. 2014. V. 75. P. 45–59. DOI: 10.1016/j.mechmat.2014.03.003.
23. Turner S.P., Taylor R., Gordon F.H., Clyne T.W. Thermal Properties of Ti-SiC- and Ti-TiB<sub>2</sub>- Reinforced Composites // *Int. J. Thermophysics*. V. 17. No. 1. 1996. P. 239–252.

Статья поступила 01.12.2017 г.

Anisimova M.A., Knyazeva A.G., Sevostianov I. (2018) EVALUATION OF EFFECTIVE THERMAL PROPERTIES OF TITANIUM-BASED COMPOSITES. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 51. pp. 64–74

DOI 10.17223/19988621/51/6

Keywords: effective properties, titanium-based composite, thermal conductivity, coefficient of thermal expansion, contribution tensor, Maxwell's homogenization scheme

Nowadays, composite materials based on titanium are widely used in producing critical parts for aviation and space technology. High operating loads, together with thermal stresses, restrict the reliability of parts and require creating new materials with suitable properties. Variation in properties can be achieved by adding particles of refractory compounds, such as borides, carbides, and silicides. These additions affect not only mechanical, but also thermal properties of the resulting composite, which are important for operation under extreme conditions.

In this work, effective properties of composites based on titanium and reinforced by TiC, Ti<sub>5</sub>Si<sub>3</sub>, and TiB<sub>2</sub> inclusions were evaluated. The calculations were implemented using Maxwell's homogenization scheme in terms of the contribution tensor of inhomogeneity. The changes in the effective thermal conductivity and effective coefficient of thermal expansion of the composites are analyzed in the case of the increasing volume fraction of inclusions for two computational methods: the Maxwell method and the mixture method. The obtained results are compared with experimental data.

*ANISIMOVA Maria Aleksandrovna* (Institute of Strength Physics and Materials Science of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, School of Advanced Manufacturing Technologies, National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: anisimova\_mawa@mail.ru

*KNYAZEVA Anna Georgievna* (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Institute of Strength Physics and Materials Science of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, School of Advanced Manufacturing Technologies, National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: anna-knyazeva@mail.ru

*SEVOSTIANOV Igor* (Candidate of Physics and Mathematics, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, New Mexico State University, USA)

E-mail: igor@nmsu.edu

## REFERENCES

1. Leyens C., Peters M. (2003) *Titanium and Titanium Alloys. Fundamentals and Applications*. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH.
2. Miller P.D., Holladay J.W. (1958) Friction and wear properties of titanium. *Wear*. 2(2). pp. 133–140. DOI: 10.1016/0043-1648(58)90428-9.
3. Rasool G., Mridha S., Stack M.M. (2015) Mapping wear mechanisms of TiC/Ti composite coatings. *Wear*. 328–329. pp. 498–508. DOI: 10.1016/j.wear.2015.03.022.
4. Monfared A., Kokabi A.H., Asgari S. (2013) Microstructural studies and wear assessments of Ti/TiC surface composite coatings on commercial pure Ti produced by titanium cored wires and TIG process. *Materials Chemistry and Physics*. 137(3). pp. 959–966. DOI: 10.1016/j.matchemphys.2012.11.009.
5. Li Sh., Kondoh K., Imai H., Chen B., Jia L., Umeda J. (2015) Microstructure and mechanical properties of P/M titanium matrix composites reinforced by in-situ synthesized TiC–TiB. *Materials Science and Engineering: A*. 628. pp. 75–83. DOI: 10.1016/j.msea.2015.01.033.
6. Li N., Cui Ch., Liu Sh., Liu Sh., Cui S., Wang Q. (2017) Microstructure and mechanical properties of Ti<sub>6</sub>Al<sub>4</sub>V alloy modified and reinforced by in situ Ti<sub>5</sub>Si<sub>3</sub>/Ti composite ribbon inoculants. *Metals*. 7(7). p. 267. DOI: 10.3390/met7070267.
7. Pribytkov G., Korzhova V., Krinitsyn M. (2016) Issledovanie produktov SV-sinteza v poroshkovykh smesyakh titana i ugleroda, sodержashchikh izbytok titana [Composite powders TiC–Ti binder for cladding and spraying of the coatings]. *Perspektivnye materialy*. 5. pp. 59–68.
8. Gülsoy H.O., Gunay V., Baykara T. (2015) Influence of TiC, TiN and TiC(N) additions on sintering and mechanical properties of injection molded titanium based metal matrix composites. *Powder Metallurgy*. 58(1). pp. 30–35. DOI: 10.1179/1743290114Y.0000000096.
9. Krinitsyn M.G., Korosteleva E.N., Pribytkov G.A. (2014). Structure of Ti–TiC cathodes. *Proceedings of 2014 International Conference on Mechanical Engineering, Automation and Control Systems*. DOI: 10.1109/MEACS.2014.6986941.
10. Anisimova M., Knyazeva A., Sevost'yanov I. (2016) Effective thermal properties of an aluminum matrix composite with coated diamond inhomogeneities. *International Journal of Engineering Science*. 106. pp. 142–154. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2016.05.010.
11. Ravi Chandran K.S., Panda K.B., Sahay S.S. (2004) TiB<sub>w</sub>-reinforced Ti composites: processing, properties, application prospects, and research needs. *J. Miner. Met. Mater. Soc.* 56(5). pp. 42–48. DOI: 10.1007/s11837-004-0127-1.
12. Frommeyer G., Rosenkranz R. Structures and properties of the refractory silicides Ti<sub>5</sub>Si<sub>3</sub> and TiSi<sub>2</sub>, and Ti–Si–(Al) eutectic alloys. *Metallic Materials with High Structural Efficiency*. pp. 287–308. DOI: 10.1007/1-4020-2112-7\_30.
13. Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. (2014) Estimating of the elastic properties of the composite with anisotropic ball inclusions. *Science and Education: Scientific Publication*. 8. pp. 237–255. DOI: 10.7463/0814.0720691.
14. Karakulov V.V., Smolin I.Yu., Skripnyak V.A. (2013) Chislennaya metodika prognozirovaniya effektivnykh mekhanicheskikh svoystv stokhasticheskikh kompozitov pri udarnovolnovom nagruzhении s uchetom evolyutsii struktury [Numerical procedure of forecasting effective mechanical properties of stochastic composites under shock-wave loading with allowance for the structure evolution]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 4(24). pp. 70–77.
15. Sovetova Yu.V., Sidorenko Yu.N., Skripnyak V.A. (2013) Multiscale approach to estimation of effective properties of a composite with regard to its damaging. *Physical Mesomechanics*. 16(5). pp. 59–65.
16. Sovetova Yu.V., Sidorenko Yu.N., Skripnyak V.A. (2014) Mnogourovnevnyy podkhod k issledovaniyu vliyaniya ob"emnogo sootnosheniya komponentov voloknistogo odnonapravlennoogo ugleplastika na ego mekhanicheskie kharakteristiki [The multilevel approach to studying the influence of the volumetric ratio in components of unidirectional carbon fiber composite on its mechanical properties]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta*.

- Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics.* 2(28). pp. 77–89
17. Lyukshin P.A., Lyukshin B.A., Matolygina N.Yu., Panin S.V. (2008) Determination of effective thermophysical characteristics of a composite material. *Physical Mesomechanics* 11(5). pp. 103–110.
  18. Sevostianov I., Kachanov M. (2009) Connections between elastic and conductive properties of heterogeneous materials. *Advances in Applied Mechanics.* 42. pp. 69–252. DOI: 10.1016/S0065-2156(08)00002-1.
  19. Levin V.M. (1967) On the coefficients of thermal expansion of heterogeneous material. *Mechanics of Solids.* 2. pp. 58–61.
  20. Sevostianov I., Giraud A. (2013) Generalization of Maxwell homogenization scheme for elastic material containing inhomogeneities of diverse shape. *International Journal of Engineering Science.* 64. pp. 23–36. DOI:10.1016/j.ijengsci.2012.12.004.
  21. Markov K.Z., Preziosi L. (2000) *Heterogeneous Media: Micromechanics Modeling Methods and Simulations.* Boston: Birkhauser.
  22. Sevostianov, I. (2014) On the shape of effective inclusion in the Maxwell homogenization scheme for anisotropic elastic composites. *Mechanics of Materials.* 75. pp. 45–59. DOI: 10.1016/j.mechmat.2014.03.003.
  23. Turner S.P., Taylor R., Gordon F.H., Clyne T.W. (1996) Thermal properties of Ti-SiC- and Ti-TiB<sub>2</sub>-reinforced composites. *International Journal of Thermophysics.* 17(1). pp. 239–252. DOI: 10.1007/BF01448226.