МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 537.874.6

DOI: 10.17223/19988605/43/2

А.Г. Дмитренко

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ НА СТРУКТУРЕ ИЗ ДВУХ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩИХ ТРЕХОСНЫХ ЭЛЛИПСОИДОВ

Метод дискретных вспомогательных источников использован для моделирования в резонансной частотной области электромагнитного рассеяния на структуре из двух идеально проводящих трехосных эллипсоидов. Приведены некоторые результаты численных расчетов сечений рассеяния для эллипсоидов с различными геометрическими параметрами.

Ключевые слова: электромагнитное рассеяние; метод дискретных источников; идеально проводящий трехосный эллипсоид; сечение рассеяния.

Значительный интерес для исследователей представляет изучение рассеяния электромагнитных волн структурами, образованными совокупностью идеально проводящих тел, имеющих размеры, сравнимые с длиной волны. Этот интерес обусловлен необходимостью решения ряда практически важных проблем, например таких, как проблемы электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств, радионавигации, дефектоскопии, радиолокационной заметности и идентификации объектов. Особый интерес представляет случай, когда расстояние между телами структуры меньше длины волны. В этом случае поле, рассеянное каждым телом, наводит вторичные токи на всех других телах. В результате токи на всех телах структуры оказываются взаимосвязанными, и структуру приходится рассматривать как единое целое, что существенно усложняет решение соответствующей задачи рассеяния.

Частным случаем задачи электромагнитного рассеяния совокупностью тел является задача рассеяния на двух телах. Структура из двух тел удобна для исследований, во-первых, потому, что решение соответствующей граничной задачи для нее проще, чем для структуры с большим количеством тел, а во-вторых, в этом случае проще выделить эффекты, обусловленные взаимодействием рассеивателей.

Анализ имеющейся в распоряжении автора литературы показывает, что к настоящему времени уже решен ряд задач электромагнитного рассеяния на двух идеально проводящих телах. Так, в работах [1–3] рассмотрено рассеяние плоской электромагнитной волны на двух идеально проводящих сферах. В работах [4–5] приведены результаты, касающиеся рассеяния плоской волны на двух соосных круговых цилиндрах конечной длины; в работах [6–7] – на двух соосных вытянутых сфероидах, а в работе [8] – на двух суперэллипсоидах. Рассматривалось также электромагнитное рассеяние на ряде структур, состоящих из идеально проводящих тел различной геометрии. В частности, в работах [5, 9] рассмотрено рассеяние на структуре, состоящей из конечного кругового цилиндра и сферы, а в работе [8] – на структуре, состоящей из сфероида и биконуса.

Из вышеприведенного обзора видно, что все рассмотренные структуры обладают осевой симметрией. Такой набор рассмотренных структур объясняется тем, что использование осевой симметрии позволяет свести пространственную задачу к более простой плоской задаче.

В данной статье построено решение более сложной задачи рассеяния электромагнитной волны на структуре из двух идеально проводящих тел, когда тела структуры и структура в целом не обладают симметрией вращения, а именно задачи рассеяния на двух трехосных эллипсоидах. В основе решения лежит предложенный ранее в работах [10–11] общий метод решения задач электромагнитного рассеяния на структурах из конечного числа гладких идеально проводящих тел с произвольной формой

поверхности. Частными случаями рассмотренной в статье задачи являются упомянутые выше задачи рассеяния на идеально проводящих сферах и сфероидах. Выполнено сравнение полученных результатов с известными результатами. Исследовано влияние отклонений формы структуры от осесимметричной на ее сечения рассеяния.

1. Формулировка задачи

В безграничной однородной изотропной среде D_e с диэлектрической и магнитной проницаемостями ϵ_e и μ_e расположена структура, состоящая из двух идеально проводящих трехосных эллипсоидов D_1 и D_2 , ограниченных гладкими поверхностями S_1 и S_2 (рис. 1). Структура возбуждается стационарным электромагнитным полем $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$. Требуется найти рассеянное поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в области D_e .

Рис. 1. Геометрия задачи

Поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ должно удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\nabla \times \vec{E}_e = i\omega\mu_e \vec{H}_e, \quad \nabla \times \vec{H}_e = -i\omega\epsilon_e \vec{E}_e \text{ в } D_e, \quad (1)$$

граничным условиям

$$\vec{n} \times \vec{E}_e = -\vec{n} \times \vec{E}_0 \text{ на } S_1 \text{ и } S_2 \quad (2)$$

и условиям излучения

$$\{\sqrt{\epsilon_e} \vec{E}_e; \sqrt{\mu_e} \vec{H}_e\} \times \vec{R} / R + \{\sqrt{\mu_e} \vec{H}_e; -\sqrt{\epsilon_e} \vec{E}_e\} = O(R^{-1}), R \rightarrow \infty. \quad (3)$$

В выражениях (1)–(3) $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхностям S_1 и S_2 , ограничивающим тела D_1 и D_2 ; $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; $\vec{a} \times \vec{b}$ – векторное произведение.

2. Модель рассеянного поля

Модель рассеянного поля строится следующим образом. Введем внутри первого эллипсоида D_1 вспомогательную поверхность $S_{e,1} = K_{e,1}S_1$, подобную поверхности эллипсоида S_1 в смысле гомотетии с центром в центре эллипсоида O_1 . Аналогично введем внутри второго эллипсоида D_2 вспомогательную

поверхность $S_{e,2} = K_{e,2}S_2$, подобную поверхности эллипсоида S_2 в смысле гомотетии с центром в центре второго эллипсоида O_2 . Коэффициенты гомотетии (подобия) $K_{e,1}$ и $K_{e,2}$ характеризуют удаление вспомогательных поверхностей от поверхностей эллипсоидов, их значения лежат в интервале $0 < K_{e,1}, K_{e,2} < 1$ (при $K_{e,1}, K_{e,2} = 0$ вспомогательные поверхности стягиваются в точки, при $K_{e,1}, K_{e,2} = 1$ они совпадают с поверхностью соответствующего эллипсоида).

Выберем на вспомогательной поверхности $S_{e,1}$ внутри эллипсоида D_1 конечную совокупность точек $\{M_{n,1}\}_{n=1}^{N_1}$ и в каждой точке $M_{n,1}$ разместим пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\vec{p}_{\tau_1}^{n,1} = p_{\tau_1}^{n,1}\vec{e}_{\tau_1}^{n,1}$, $\vec{p}_{\tau_2}^{n,1} = p_{\tau_2}^{n,1}\vec{e}_{\tau_2}^{n,1}$, ориентированными вдоль единичных направлений $\vec{e}_{\tau_1}^{n,1}$, $\vec{e}_{\tau_2}^{n,1}$, выбранных в плоскости, касательной к $S_{e,1}$ в точке $M_{n,1}$. Аналогично выберем на вспомогательной поверхности $S_{e,2}$ внутри второго эллипсоида D_2 конечную совокупность точек $\{M_{n,2}\}_{n=1}^{N_2}$ и в каждой точке $M_{n,2}$ разместим пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\vec{p}_{\tau_1}^{n,2} = p_{\tau_1}^{n,2}\vec{e}_{\tau_1}^{n,2}$, $\vec{p}_{\tau_2}^{n,2} = p_{\tau_2}^{n,2}\vec{e}_{\tau_2}^{n,2}$, ориентированными вдоль единичных направлений $\vec{e}_{\tau_1}^{n,2}$, $\vec{e}_{\tau_2}^{n,2}$, выбранных в плоскости, касательной к $S_{e,2}$ в точке $M_{n,2}$. Число точек размещения диполей на $S_{e,1}$ равно N_1 , а число точек размещения диполей на $S_{e,2}$ равно N_2 . Предполагается, что все диполи излучают в однородную среду с параметрами ϵ_e и μ_e .

Представим неизвестное рассеянное поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в D_e в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей:

$$\begin{aligned}\vec{E}_e(M) &= (i/\omega\epsilon_e) \left\{ \sum_{n=1}^{N_1} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,1}) + \sum_{n=1}^{N_2} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,2}) \right\}, \\ \vec{H}_e(M) &= \sum_{n=1}^{N_1} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,1} + \sum_{n=1}^{N_2} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,2}, \\ \vec{\Pi}_{n,1} &= \Psi_e(M, M_{n,1}) \vec{p}_{\tau}^{n,1}, \quad \vec{\Pi}_{n,2} = \Psi_e(M, M_{n,2}) \vec{p}_{\tau}^{n,2}, \\ \Psi_e(M, M_{n,1}) &= \exp(ik_e R_{MM_{n,1}})/(4\pi R_{MM_{n,1}}), \quad \Psi_e(M, M_{n,2}) = \exp(ik_e R_{MM_{n,2}})/(4\pi R_{MM_{n,2}}), \\ \vec{p}_{\tau}^{n,1} &= p_{\tau_1}^{n,1} \vec{e}_{\tau_1}^{n,1} + p_{\tau_2}^{n,1} \vec{e}_{\tau_2}^{n,1}, \quad \vec{p}_{\tau}^{n,2} = p_{\tau_1}^{n,2} \vec{e}_{\tau_1}^{n,2} + p_{\tau_2}^{n,2} \vec{e}_{\tau_2}^{n,2}, \quad M \in D_e.\end{aligned}\quad (4)$$

Здесь $k_e = \omega\sqrt{\epsilon_e\mu_e}$ – волновое число в среде D_e ; $R_{MM_{n,1}}$ – расстояние от точки $M_{n,1}$ на $S_{e,1}$ до точки M в D_e ; $R_{MM_{n,2}}$ – расстояние от точки $M_{n,2}$ на $S_{e,2}$ до той же точки M в D_e ; $p_{\tau_1}^{n,1}, p_{\tau_2}^{n,1}$ ($n = \overline{1, N_1}$) и $p_{\tau_1}^{n,2}, p_{\tau_2}^{n,2}$ ($n = \overline{1, N_2}$) – неизвестные комплексные постоянные (дипольные моменты); N_1 – число точек размещения диполей на вспомогательной поверхности $S_{e,1}$; N_2 – число точек размещения диполей на вспомогательной поверхности $S_{e,2}$.

Поле (4) удовлетворяет уравнениям Максвелла (1) и условиям излучения (3). Для того чтобы удовлетворить граничным условиям (2), необходимо соответствующим образом выбрать дипольные моменты $p_{\tau_1}^{n,1}, p_{\tau_2}^{n,1}$ ($n = \overline{1, N_1}$) и $p_{\tau_1}^{n,2}, p_{\tau_2}^{n,2}$ ($n = \overline{1, N_2}$).

Используем для этого метод коллокаций. Суть этого метода заключается в поточечном удовлетворении граничным условиям на некоторых дискретных множествах точек, выбранных на поверхностях S_1 и S_2 .

Пусть M_{j_1} ($j_1 = \overline{1, 2, \dots, L_1}$) – точки коллокации на поверхности S_1 первого эллипсоида, а M_{j_2} ($j_2 = \overline{1, 2, \dots, L_2}$) – точки коллокации на поверхности S_2 второго эллипсоида; L_1 – число точек

коллокации на S_1 , L_2 – число точек коллокации на S_2 . Тогда для определения неизвестных $p_{\tau_1}^{n,1}, p_{\tau_2}^{n,1}$ ($n = \overline{1, N_1}$) и $p_{\tau_1}^{n,2}, p_{\tau_2}^{n,2}$ ($n = \overline{1, N_2}$) получим следующую систему линейных алгебраических уравнений с комплексной матрицей размером $2(L_1 + L_2) \times 2(N_1 + N_2)$:

$$\begin{aligned}\vec{n}^{j_1} \times \vec{E}_e^{j_1} &= -\vec{n}^{j_1} \times \vec{E}_0^{j_1}, & j_1 &= \overline{1, L_1}, \\ \vec{n}^{j_2} \times \vec{E}_e^{j_2} &= -\vec{n}^{j_2} \times \vec{E}_0^{j_2}, & j_2 &= \overline{1, L_2}.\end{aligned}\quad (5)$$

В выражениях (5) $\vec{n}^{j_1}$ и $\vec{n}^{j_2}$ – единичные векторы нормалей в точках M_{j_1} и M_{j_2} ; $\vec{E}_e^{j_1}, \vec{E}_e^{j_2}$ и $\vec{E}_0^{j_1}, \vec{E}_0^{j_2}$ – значения компонент рассеянного (4) и возбуждающего полей в этих же точках. Решение системы (5) находим путём минимизации функции

$$\Phi = \sum_{j=1}^{L_1} |\vec{n}^{j_1} \times (\vec{E}_e^{j_1} + \vec{E}_0^{j_1})|^2 + \sum_{j=1}^{L_2} |\vec{n}^{j_2} \times (\vec{E}_e^{j_2} + \vec{E}_0^{j_2})|^2. \quad (6)$$

После решения задачи минимизации, т.е. определения неизвестных дипольных моментов $p_{\tau_1}^{n,1}, p_{\tau_2}^{n,1}$ ($n = \overline{1, N_1}$) и $p_{\tau_1}^{n,2}, p_{\tau_2}^{n,2}$ ($n = \overline{1, N_2}$), необходимые характеристики рассеянного поля определяем из (4). В частности, для компонент рассеянного поля в дальней зоне имеем

$$\begin{aligned}E_{e,\theta}(M) &= (\mu_e / \varepsilon_e)^{1/2} H_{e,\varphi}(M) = (\exp(ik_e R) / k_e R) D_\theta(\theta, \varphi) + O(R^{-2}), \\ E_{e,\varphi}(M) &= -(\mu_e / \varepsilon_e)^{1/2} H_{e,\theta}(M) = (\exp(ik_e R) / k_e R) D_\varphi(\theta, \varphi) + O(R^{-2}),\end{aligned}\quad (7)$$

где компоненты диаграммы рассеяния $D_\theta(\theta, \varphi)$ и $D_\varphi(\theta, \varphi)$ определены выражениями

$$\begin{aligned}D_\theta(\theta, \varphi) &= (i\omega k_e \mu_e / 4\pi) \left\{ \sum_{n=1}^{N_1} G_{n,1}(\theta, \varphi) [(\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_1^{n,1} + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta_1^{n,1} - \sin \theta \cos \gamma_1^{n,1}) p_{\tau_1}^{n,1} + \right. \\ &\quad \left. + (\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_2^{n,1} + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta_2^{n,1} - \sin \theta \cos \gamma_2^{n,1}) p_{\tau_2}^{n,1} \right] + \\ &\quad + \sum_{n=1}^{N_2} G_{n,2}(\theta, \varphi) [(\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_1^{n,2} + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta_1^{n,2} - \sin \theta \cos \gamma_1^{n,2}) p_{\tau_1}^{n,2} + \\ &\quad \left. + (\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha_2^{n,2} + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta_2^{n,2} - \sin \theta \cos \gamma_2^{n,2}) p_{\tau_2}^{n,2} \right], \\ D_\varphi(\theta, \varphi) &= (i\omega k_e \mu_e / 4\pi) \left\{ \sum_{n=1}^{N_1} G_{n,1}(\theta, \varphi) [(\cos \varphi \cos \beta_1^{n,1} - \sin \varphi \cos \alpha_1^{n,1}) p_{\tau_1}^{n,1} + (\cos \varphi \cos \beta_2^{n,1} - \sin \varphi \cos \alpha_2^{n,1}) p_{\tau_2}^{n,1}] + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{N_2} G_{n,2}(\theta, \varphi) [(\cos \varphi \cos \beta_1^{n,2} - \sin \varphi \cos \alpha_1^{n,2}) p_{\tau_1}^{n,2} + (\cos \varphi \cos \beta_2^{n,2} - \sin \varphi \cos \alpha_2^{n,2}) p_{\tau_2}^{n,2}] \right\}, \\ G_{n,1}(\theta, \varphi) &= \exp\{-ik_e(x_{n,1} \sin \theta \cos \varphi + y_{n,1} \sin \theta \sin \varphi + z_{n,1} \cos \theta)\}, \\ G_{n,2}(\theta, \varphi) &= \exp\{-ik_e(x_{n,2} \sin \theta \cos \varphi + y_{n,2} \sin \theta \sin \varphi + z_{n,2} \cos \theta)\},\end{aligned}\quad (8)$$

в которых $\cos \alpha_1^{n,1}, \cos \beta_1^{n,1}, \cos \gamma_1^{n,1}$ и $\cos \alpha_2^{n,1}, \cos \beta_2^{n,1}, \cos \gamma_2^{n,1}$ – направляющие косинусы единичных векторов $\vec{e}_{\tau_1}^{n,1}$ и $\vec{e}_{\tau_2}^{n,1}$; $\cos \alpha_1^{n,2}, \cos \beta_1^{n,2}, \cos \gamma_1^{n,2}$ и $\cos \alpha_2^{n,2}, \cos \beta_2^{n,2}, \cos \gamma_2^{n,2}$ – направляющие косинусы единичных векторов $\vec{e}_{\tau_1}^{n,2}$ и $\vec{e}_{\tau_2}^{n,2}$; $x_{n,1}, y_{n,1}, z_{n,1}$ – декартовы координаты точки $M_{n,1}$; $x_{n,2}, y_{n,2}, z_{n,2}$ – декартовы координаты точки $M_{n,2}$; θ и φ – общепринятые угловые сферические координаты точки наблюдения M .

Контроль точности решения осуществляем путем вычисления относительного значения функции (6) на сетке точек, промежуточных по отношению к точкам коллокации, выбираемых на поверхностях S_1 и S_2 обоих эллипсоидов:

$$\Delta = (\Phi' / \Phi_0)^{1/2}, \quad (9)$$

где Φ' – значение функции (6) на указанной выше совокупности точек; Φ_0 – значение соответствующей нормы падающего поля на этой же совокупности точек, определяемое выражением

$$\Phi_0 = \sum_{j_1=1}^{L_1} |\vec{n}^{j_1} \times \vec{E}_0^{j_1}|^2 + \sum_{j_2=1}^{L_2} |\vec{n}^{j_2} \times \vec{E}_0^{j_2}|^2,$$

в котором L_1 и L_2 – число промежуточных точек соответственно на поверхностях S_1 и S_2 .

3. Результаты моделирования

На основании изложенного выше метода была создана программа для расчета компонент рассеянного поля и контроля точности полученного решения. Входными величинами программы являются координаты центров эллипсоидов, ориентация их осей в декартовой системе координат (см. рис. 1), величины их полуосей в длинах волн, возбуждающее поле $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, параметры подобия $K_{e,1}$ и $K_{e,2}$, числа точек размещения диполей N_1 и N_2 на вспомогательных поверхностях $S_{e,1}$ и $S_{e,2}$, а также числа точек коллокации L_1 и L_2 на поверхностях эллипсоидов S_1 и S_2 . Выходными величинами программы являются компоненты диаграммы рассеяния $D_\theta(\theta, \varphi)$ и $D_\varphi(\theta, \varphi)$, бистатистические сечения рассеяния

$$\sigma(\theta, \varphi) = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 [|\vec{E}_{e,\theta}|^2 + |\vec{E}_{e,\varphi}|^2] / |\vec{E}_0|^2, \quad (10)$$

а также относительная норма невязки граничных условий (9). Минимизация функции (6) осуществляется методом сопряженных градиентов; итерационный процесс останавливается при условии, если относительное изменение функции на каждой из десяти последних итераций не превышает 0,001. С помощью данной программы выполнена серия вычислительных экспериментов, направленных на сравнение получаемых результатов с известными результатами и исследование влияния отклонения формы структуры от осесимметричной на сечения рассеяния.

Рисунок 2 иллюстрирует результаты сравнения сечений обратного рассеяния структуры в виде двух соприкасающихся сфер с соотношением радиусов 1,0:0,7, рассчитанных с помощью разработанной программы, с такими же результатами, приведенными в работе [2]. Отметим, что сфера является частным случаем эллипсоида при равенстве всех трех его полуосей. Структура размещена таким образом, что центры сфер расположены на оси z . Плоская волна падает на структуру вдоль оси z . По отношению к направлению прихода волны первой расположена сфера меньшего радиуса. По оси абсцисс на рис. 2 отложен волновой радиус $k_e a$ большей сферы; по оси ординат – сечение обратного рассеяния, нормированное на (πa^2) .

Рис. 2. Сечения обратного рассеяния структуры в виде двух соприкасающихся сфер с соотношением радиусов 1,0:0,7, рассчитанные различными методами: 1 – используемый метод, 2 – результаты работы [2]

При получении обсуждаемых результатов на каждой сфере число точек коллокации было выбрано равным числу точек размещения диполей: $L_1 = L_2 = N_1 = N_2 = 128$. Алгоритм размещения тех и других для обеих сфер выбран одинаковым: в каждом из шестнадцати полусечений $\varphi = \text{const}$, отстоящих друг от друга на угловое расстояние $\Delta\varphi = 22,5^\circ$, равномерно по углу θ расположено восемь точек коллокации. Коэффициенты подобия $K_{e,1}$ и $K_{e,2}$ были выбраны равными 0,5. Направления $\vec{e}_{\tau_1}^{n,1}$, $\vec{e}_{\tau_2}^{n,1}$ и $\vec{e}_{\tau_1}^{n,2}$, $\vec{e}_{\tau_2}^{n,2}$, вдоль которых ориентированы вспомогательные диполи, выбраны совпадающими с ортами $\vec{e}_\theta$ и $\vec{e}_\varphi$ сферической системы координат. Кривая 1 представляет результаты, полученные используемым методом, кривая 2 – результаты, приведенные в [2].

Как видно из рис. 2, имеет место очень хорошее совпадение сравниваемых результатов. Небольшие наблюдаемые отличия можно объяснить ошибками при графическом съеме информации с рисунка статьи [2], а также возрастанием ошибки наших расчетов (параметры метода фиксированы) при возрастании величины $k_e a$; при $k_e a > 3,0$ норма невязки граничных условий (9) превышает 8%.

С помощью разработанной программы было исследовано влияние отклонений формы структуры от осесимметричной на бистатистические сечения рассеяния (10). Интерес к подобного рода исследованиям обусловлен тем, что при моделировании электромагнитных явлений удобно аппроксимировать рассматриваемую структуру, имеющую сложную форму, подходящей осесимметричной структурой. Эта аппроксимация оправдана тем, что решение задачи рассеяния на осесимметричных структурах существенно проще, чем решение такой же задачи на структурах более сложной формы, не обладающих симметрией вращения. Однако при этом возникает вопрос, насколько полученные при такой аппроксимации результаты соответствуют исходной структуре, не обладающей осевой симметрией.

Исследования были проведены для структуры, геометрия которой показана на рис. 3. Структура состоит из двух одинаковых трехосных эллипсоидов. Полуоси эллипсоидов $k_e a$, $k_e b$, $k_e c$ ориентированы вдоль осей x , y , z соответственно. Центры эллипсоидов расположены на оси z симметрично относительно начала координат. Структура возбуждается линейно поляризованной плоской волной, распространяющейся вдоль оси z , с вектором $\vec{E}_0$, ориентированным вдоль оси x . Алгоритм исследований заключался в следующем. Первоначально предполагалось, что структура обладает осевой симметрией, т.е. оба эллипсоида являются сфероидами ($k_e a = k_e b$). Затем последовательно изменялось значение полуоси $k_e a$; значения полуосей $k_e b$ и $k_e c$ сохранялись при этом неизменными. Для каждого случая рассчитывались бистатистические сечения рассеяния.

Рис. 3. Структура, состоящая из двух одинаковых трехосных эллипсоидов

Некоторые результаты проведенных исследований представлены на рисунках 4–7 для различных расстояний Δl между эллипсоидами. Результаты относятся к E -плоскости (плоскость векторов $\vec{k}_e$ и $\vec{E}_0$). В этой плоскости бистатистические сечения рассеяния симметричны относительно оси z , поэтому результаты представлены только в полусечении $\varphi = 0$. Параметры метода для каждого эллипсоида выбраны одинаковыми: $N_1 = N_2 = 256$, $L_1 = L_2 = 512$. В локальных системах координат с центрами в центрах эллипсоидов точки размещения диполей и точки коллокации распределены следующим образом. В каждом из шестнадцати полусечений $\varphi = \text{const}$, отстоящих одно от другого на угловое расстояние $\Delta\varphi = 22,5^\circ$, равномерно по углу θ выбраны шестнадцать точек размещения диполей. Для точек коллокации алгоритм их расположения по углу θ выбран таким же, как для точек размещения диполей, но выбирают их как в полусечениях $\varphi = \text{const}$, определенных для точек размещения диполей, так и посередине между ними. При вышеуказанных параметрах метода значения невязки не превышали 15%.

Рисунок 4 относится к случаю, когда расстояние Δl между эллипсоидами равно $0,01\lambda$, рис. 5 – к случаю, когда Δl равно $0,1\lambda$, рис. 6 соответствует $\Delta l = 0,5\lambda$ и рис. 7 – $\Delta l = \lambda$. На каждом рисунке приведены три кривые. Кривые 1 относятся к структуре со значениями длин полуосей $k_{ea} = 4,0$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$ (осесимметричная структура), кривые 2 – к структуре со значениями длин полуосей $k_{ea} = 4,2$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$ (отклонение от осевой симметрии вдоль оси x – 5%), кривые 3 – к структуре со значениями длин полуосей $k_{ea} = 4,4$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$ (отклонение от осевой симметрии вдоль оси x – 10%).

Рис. 4. Бистатистические сечения рассеяния в E -плоскости двух одинаковых эллипсоидов, расположенных на расстоянии $\Delta l = 0,01\lambda$. 1 – $k_{ea} = k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$, 2 – $k_{ea} = 4,2$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$, 3 – $k_{ea} = 4,4$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$

Рис. 5. Бистатистические сечения рассеяния в E -плоскости двух одинаковых эллипсоидов, расположенных на расстоянии $\Delta l = 0,1\lambda$. 1 – $k_{ea} = k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$, 2 – $k_{ea} = 4,2$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$, 3 – $k_{ea} = 4,4$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$

Рис. 6. Бистатистические сечения рассеяния в E -плоскости двух одинаковых эллипсоидов, расположенных на расстоянии $\Delta l = 0,50\lambda$. 1 – $k_{ea} = k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$, 2 – $k_{ea} = 4,2$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$, 3 – $k_{ea} = 4,4$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$

Рис. 7. Бистатистические сечения рассеяния в E -плоскости двух одинаковых эллипсоидов, расположенных на расстоянии $\Delta l = 1,00\lambda$. 1 – $k_{ea} = k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$, 2 – $k_{ea} = 4,2$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$, 3 – $k_{ea} = 4,4$, $k_{eb} = 4,0$, $k_{ec} = 2,0$

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. Отклонение формы структуры от осесимметричной в рассмотренных пределах почти не влияет на бистатистические сечения рассеяния в направлениях $0^\circ < \theta < 30^\circ$, прилегающих к направлению прямого рассеяния ($\theta = 0^\circ$), и в направлениях $150^\circ < \theta < 180^\circ$, прилегающих к направлению обратного рассеяния ($\theta = 180^\circ$). Для остальных направлений рассеяния наблюдается существенное перераспределение энергии рассеянного поля в пространстве. Это говорит о том, что предсказать характер изменения диаграмм рассеяния даже при небольших изменениях геометрии структуры не представляется возможным без проведения численных расчетов, что оправдывает усилия, направленные на разработку универсальных (пригодных для рассеивателей произвольной формы) методов.

Заключение

Таким образом, в данной работе на основе метода дискретных источников построена модель поля, рассеянного структурой, состоящей из двух идеально проводящих трехосных эллипсоидов. На основе этой модели разработан численный алгоритм решения задачи электромагнитного рассеяния рассматриваемой структурой. Алгоритм реализован в виде компьютерной программы для расчета компонент рассеянного поля. Выполнено сравнение получаемых результатов с известными результатами. Приведены некоторые результаты моделирования, касающиеся влияния отклонения формы структуры от осесимметричной на бистатистические сечения рассеяния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов И.П. Дифракция электромагнитных волн на двух шарах // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 2. С. 180–185.
2. Свешников А.Г., Еремин Ю.А. Численные методы электродинамики. М.: Изд-во МГУ им. М.В. Ломоносова, 1980. Вып. 4. С. 3–7. 122 с.
3. Bruning J.H., Yuen T.L. Multiple scattering of EM waves by spheres // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1971. V. 19, No. 3. P. 391–400.
4. Кюркчан А.Г., Скородумова Е.А. Решение задачи дифракции электромагнитной волны на группе тел методом диаграммных уравнений // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52, № 11. С. 1330–1337.
5. Hunka J.F., Mei K.K. Electromagnetic scattering by two bodies of revolution // Electromagnetics. 1987. V. 1, No. 3. P. 329–347.
6. Cooray M.F.R., Ciric I.R. Electromagnetic scattering by a system of two parallel prolate spheroids // Canadian Journal of Physics. 1990. V. 68, No. 4-5. P. 376–384.
7. Sinha B.P., MicPhie R.H. Electromagnetic plane wave scattering by a system of two parallel conducting prolate spheroids // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1983. V. 31, No. 2. P. 294–304.
8. Кюркчан А.Г., Маненков С.А., Негорожина Е.С. Моделирование рассеяния волн группой близко расположенных тел // Радиотехника и электроника. 2008. Т. 53, № 3. С. 276–285.
9. Sarabandi K., Polatin P.F. Electromagnetic scattering from two adjacent objects // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1994. V. 42, No. 4. P. 510–517.
10. Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Рассеяние электромагнитных волн на структурах из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел // Известия вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 9. С. 766–772.
11. Дмитренко А.Г., Колчин В.А. Численный метод анализа электромагнитного рассеяния структурами из конечного числа трехмерных идеально проводящих тел // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 3. С. 277–282.

Поступила в редакцию 10 января 2018 г.

Dmitrenko A.G. (2018) SIMULATION OF ELECTROMAGNETIC SCATTERING BY THE STRUCTURE OF TWO PERFECTLY CONDUCTING THREE-AXES ELLIPSOIDS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 43. pp. 16–25

DOI: 10.17223/19988605/43/2

The problem of electromagnetic scattering by a structure of two perfectly conducting three-axes ellipsoids is solved in the resonance frequency range by means of the discrete sources method. The gist of the method to be used is the following. The unknown scattered field in the outer medium D_e is represented as a sum of the fields of the pairs of auxiliary elementary electric dipoles placed at the points $\{M_{n,1}\}_{n=1}^{N_1}$ and $\{M_{n,2}\}_{n=1}^{N_2}$ on the auxiliary surfaces $S_{e,1}$ and $S_{e,2}$ introduced inside each ellipsoid; N_1 and N_2 are the numbers of dipole pairs on $S_{e,1}$ and $S_{e,2}$, respectively. The form of auxiliary surface is similar to the form of ellipsoid's surface, and electric dipoles are oriented tangentially to the auxiliary surfaces. This way, we have the following representations for scattered field $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$:

$$\vec{E}_e(M) = (i / \omega \epsilon_e) \left\{ \sum_{n=1}^{N_1} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,1}) + \sum_{n=1}^{N_2} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,2}) \right\}, \quad \vec{H}_e(M) = \sum_{n=1}^{N_1} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,1} + \sum_{n=1}^{N_2} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,2},$$

$$\vec{\Pi}_{n,1} = \Psi_e(M, M_{n,1}) \vec{p}_{\tau}^{n,1}, \quad \vec{\Pi}_{n,2} = \Psi_e(M, M_{n,2}) \vec{p}_{\tau}^{n,2}, \quad \Psi_e(M, M_{n,1}) = \exp(ik_e R_{MM_{n,1}}) / (4\pi R_{MM_{n,1}}),$$

$$\Psi_e(M, M_{n,2}) = \exp(ik_e R_{MM_{n,2}}) / (4\pi R_{MM_{n,2}}), \quad \vec{p}_{\tau}^{n,1} = p_{\tau_1}^{n,1} \vec{e}_{\tau_1}^{n,1} + p_{\tau_2}^{n,1} \vec{e}_{\tau_2}^{n,1}, \quad \vec{p}_{\tau}^{n,2} = p_{\tau_1}^{n,2} \vec{e}_{\tau_1}^{n,2} + p_{\tau_2}^{n,2} \vec{e}_{\tau_2}^{n,2}.$$

Here $M \in D_e$, $k_e = \omega \sqrt{\epsilon_e \mu_e}$ is the wave number in the outer medium D_e ; $R_{MM_{n,1}}$ is the distance from the point $M_{n,1}$ on $S_{e,1}$ to the point M in D_e ; $R_{MM_{n,2}}$ is the distance from the point $M_{n,2}$ on $S_{e,2}$ to the same point M in D_e ; $p_{\tau_1}^{n,1}, p_{\tau_2}^{n,1} (n = \overline{1, N_1})$ and $p_{\tau_1}^{n,2}, p_{\tau_2}^{n,2} (n = \overline{1, N_2})$ are unknown complex constants (dipole moments). The chosen representations of the field satisfy to the Maxwell equations and radiation conditions. To find the unknown dipole moments of the auxiliary dipoles, we use the boundary conditions on the ellipsoid's surfaces which are satisfied according to the collocation method. Based on the method described above, we developed a computer program for calculating the scattered-field components. To verify results produced by developed computer program, we have compared theirs with known results for structure consisting of two spheres. At last, we present some results concerning the influence of structure form deviations from axisymmetric one on scattering cross-section. In particular, it is discovered even if these deviations are small, their influence on scattering cross-section can be significant, especially in the lateral scattering directions.

Keywords: electromagnetic scattering; discrete sources method; perfectly conducting three-axes ellipsoid; scattering cross-section.

DMITRENKO Anatoly Grigorievich (Doktor of Physics and Mathematics, Professor, National Research Tomsk State University, Russian Federation).

E-mail: dmitr@fpmk.tsu.ru

REFERENCES

1. Kozlov, I.P. (2001) Difraktsiya elektromagnitnykh voln na dvukh sharakh [Diffraction of electromagnetic waves from two spheres]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*. 46(2). pp. 180–185.
2. Sveshnikov, A.G. & Yeremin, Yu.A. (1980) *Chislennyye metody elektrodinamiki* [Numerical methods of electrodynamics]. Moscow: Moscow State University. pp. 3–7.
3. Bruning, J.H. & Yuen, T.L. (1971) Multiple scattering of EM waves by spheres. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 19(3). pp. 391–400.
4. Kyurkchan, A.G. & Skorodumova, Ye.A. (2007) Resheniye zadachi difraktsii elektromagnitnoy volny na gruppe tel metodom diagramnykh uravneniy [Solving of an electromagnetic wave diffraction problem for a group of bodies by diagram equations method]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*. 52(11). pp. 1330–1337.
5. Hunka, J.F. & Mei, K.K. (1987) Electromagnetic scattering by two bodies of revolution. *Electromagnetics*. 1(3). pp. 329–347. DOI: 10.1080/02726348108915138
6. Cooray, M.F.R. & Ciric, I.R. (1990) Electromagnetic scattering by a system of two parallel prolate spheroids. *Canadian Journal of Physics*. 68(4-5). pp. 376–384. DOI: 10.1139/p90-060
7. Sinha, B.P. & MicPhie, R.H. (1983) Electromagnetic plane wave scattering by a system of two parallel conducting prolate spheroids. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 31(2). pp. 294–304.
8. Kyurkchan, A.G., Manenkov, S.A. & Negorzhina, Ye.S. (2008) Modelirovaniye rasseyaniya voln gruppoy blizko raspolozhennykh tel [Simulating of wave scattering by group of adjacent bodies]. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*. 53(3). pp. 276–285.
9. Sarabandi, K. & Polatin, P.F. (1994) Electromagnetic scattering from two adjacent objects. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 42(4). pp. 510–517.
10. Dmitrenko, A.G. & Kolchin, V.A. (2000) Scattering of electromagnetic waves by structures composed of a finite number of three-dimensional perfectly conducting bodies. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 43(9). pp. 766–772.
11. Dmitrenko, A.G. & Kolchin, V.A. (2001) Numerical method for analyze of electromagnetic scattering problem by structures consisting of finite number three-dimensional perfectly conducting bodies. *Radiotekhnika i elektronika – Journal of Communications Technology and Electronics*. 46(3). pp. 277–282.