

УДК 532.543

DOI 10.17223/19988621/53/6

А.А. Глазунов, И.В. Еремин, К.Н. Жильцов,
К.В. Костюшин, И.М. Тырышкин, В.А. Шувариков

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИН ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ
И СОБСТВЕННЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ЧАСТОТ
В КАМЕРАХ СГОРАНИЯ С НАПОЛНИТЕЛЕМ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ¹**

Проведено численное моделирование возникновения неустойчивости течения и автоколебаний давления для камер сгорания с наполнителем сложной формы. Расчет течения продуктов сгорания в газодинамическом тракте проводился в рамках однофазной модели на основе решения уравнений Навье – Стокса для сжимаемой среды. Показано влияние модели турбулентности $k-\epsilon$ и модели крупномасштабных вихрей (LES) на характеристики пульсаций давления. Предложен подход для определения положения первых мод колебаний давления в камерах сгорания сложной геометрии.

Ключевые слова: камера сгорания, продукты сгорания, газовая динамика, турбулентность, математическое моделирование, пульсации давления, частотный анализ, собственные акустические колебания.

Процессы, протекающие в камере сгорания ракетного двигателя на твердом топливе (ТТ), характеризуются высокими давлениями, скоростями горения топлива и сложным составом продуктов сгорания [1–4]. Автоколебания рабочих параметров, выходящие за установленные пределы, могут приводить к развитию неустойчивости процессов в камере сгорания (КС) с последующим нарушением работы отдельных систем и ракетного двигателя в целом. Основными источниками такой неустойчивости могут быть как нестационарное горение заряда ТТ, так и газодинамическая неустойчивость крупномасштабных вихревых структур [3].

Развитие неустойчивости в объеме камеры сгорания происходит под действием возмущений, образующих волны давления [4]. Такие волны давления распространяются в продольном направлении с частотами близкими к собственным акустическим частотам камеры сгорания. Собственные акустические частоты колебаний давления в камере сгорания обычно находятся в диапазоне $f \approx 100\text{--}1000$ Гц. При сложной конфигурации камер сгорания в современных РДТТ в процессе работы двигателя поток продуктов сгорания представляет собой сложную структуру с наличием застойных зон. Сложная, изменяющаяся во времени геометрия приводит к газодинамической неустойчивости потока, возможному срыву течения и последующему интенсивному образованию крупномасштабных вихревых структур. Вихри генерируют акустические сигналы, влияющие на изменение характеристик основного течения. Когда полоса частот вихреобразования совпадает с собственными акустическими колебаниями камеры сгорания, происходит захват частот и повышение величины пульсаций давления в КС.

¹ Результаты были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России, проект № 9.9063.2017/8.9.

В последнее время проводится достаточно большое число работ по исследованию природы возникновения неустойчивых режимов работы в камерах РДТТ, выработаны методические рекомендации по определению собственных колебаний для камер сгорания [5, 6]. В работе [3] представлены исследования гидродинамической природы низкочастотных колебаний, обусловленные неустойчивостью крупномасштабных вихревых структур в основном потоке газа, а в [7–9] – исследования влияния нестационарных режимов горения твердого топлива на колебания давления в камерах сгорания. В [10] предложена и апробирована модель внутрикамерного процесса в ракетном двигателе на твердом топливе с учетом инерционности газофазных процессов в волне горения твердого ракетного топлива. Работы [11, 12] посвящены подробному изучению вихревой динамики в каналах РДТТ различных конфигураций и их влиянию на величину колебаний давления. В работе [13] приводятся численные расчеты течения в двухкамерном РДТТ с возникающими низкочастотными колебаниями давления. Следует отметить, что во всех исследованиях рассматриваются ракетные двигатели с твердотопливными зарядами различных конфигураций [14], что связано с реализацией заданной кривой давления в камере сгорания. Таким образом, учет геометрии наполнителя требует уточнения устоявшихся методик определения собственных частот камер сгорания с целью определения источника колебаний давления.

В данной работе с использованием пакета прикладных программ FLUENT приведены результаты тестирования методики определения собственных частот газовой полости камер сгорания. Для математического моделирования привлекается решение уравнений газовой динамики совместно с низкорейнольдсовой моделью турбулентности k – ε [15] или моделью крупномасштабных вихрей [16]. Изучение газодинамической структуры течения показывает, что интенсивное вихреобразование в случае использования модели LES может вносить существенный вклад в положение первых мод и амплитуду акустических колебаний давления.

Постановка задачи

Решается осесимметричная задача о течении потока продуктов сгорания в объеме камеры сгорания и сопловом блоке. Продукты сгорания представляют собой высокочастотный газ, вдуваемый с поверхности горения с постоянным расходом. Газ является однофазной сжимаемой средой, термодинамические свойства которого соответствуют равновесным параметрам двухфазной смеси продуктов сгорания типового смесового твердого топлива [14]. Физическая постановка задачи схематически представлена на рис. 1, где показан разрез двигателя с утопленным соплом. Форма заряда твердого топлива включает осесимметричную радиальную щель. Стрелками показан вдув продуктов сгорания с поверхности горения.

Расчетная область и граничные условия

Размер сетки расчетной области при проведении расчетов составляет более $3 \cdot 10^6$ ячеек. Сетка состоит из прямоугольных элементов и создается в предпроцессоре GAMBIT. На границах, являющихся стенками камеры сгорания и сопла обеспечивается дополнительное сгущение сетки для удовлетворения условия по y^+ для соответствующей модели турбулентности.

На входной проницаемой границе имитируется процесс горения твердого топлива на стационарном участке кривой давления и задаются граничные условия постоянства массового расхода, энтальпии и направления вектора скорости по нормали к поверхности. На твердых непроницаемых стенках реализуются условия прилипания, на оси симметрии – условия симметрии. На срезе сопла, являющемся выходной границей, используется условие сверхзвукового истечения газа ($p_{\text{атм}} = 0$). На рис. 2 изображена схема расчетной области, геометрические параметры которой представлены в табл. 1.

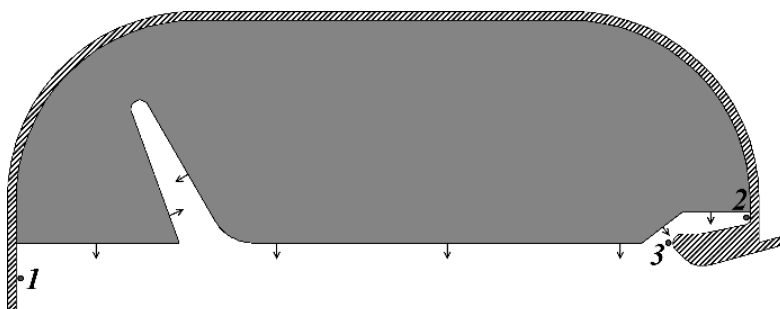


Рис. 1. Камера сгорания с зарядом и соплом
Fig. 1. Combustion chamber with charge and nozzle

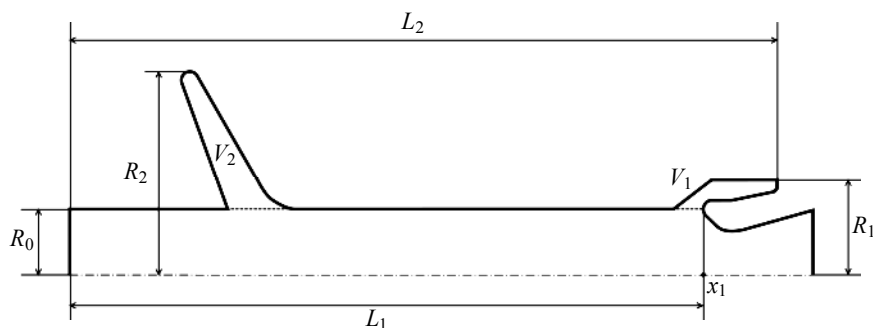


Рис. 2. Схема расчетной области
Fig. 2. Schematic view of the computation domain

Таблица 1

Геометрические параметры расчетной области

Параметр	Обозначение	Величина
Длина КС до входа в сопло	L_1	1.47 м
Полная длина КС	L_2	1.64 м
Радиус цилиндрического участка КС	R_0	0.152 м
Радиус утопленной части	R_1	0.22 м
Радиус боковой щели	R_2	0.47 м
Объем утопленной части	V_1	0.043 м ³
Объем боковой щели	V_2	0.107 м ³
Входное сечение сопла	x_1	–0.064 м

Вычислительная методика

Численные исследования проведены с использованием пакета программ FLUENT 6.3, который успешно применяется для расчета задач газодинамики и внутренней баллистики. Для расчета уравнений неразрывности, момента импульса и энергии используется связный решатель, позволяющий получать устойчивое решение. Осредненные уравнения Навье – Стокса замыкаются уравнениями модели турбулентности k – ϵ . В случае использования модели крупных вихрей уравнения Навье – Стокса рассчитываются непосредственно для крупных вихревых структур, а для мелких вихрей, размер которых меньше размера расчетной ячейки, – с помощью модели турбулентности Смагоринского – Лилли [15]. Применяемые разностные схемы имеют второй порядок точности по времени и пространству. Методические расчеты показали, что шаг интегрирования по времени равный $1 \cdot 10^{-5}$ с позволяет фиксировать пульсации давления в камере сгорания для получения спектра сигнала с высоким разрешением.

Пульсации давления записываются на установленных в расчетной области 3 виртуальных точках. Точка № 1 расположена у переднего днища камеры сгорания, точки № 2 и № 3 – в утолщенной части сопла (см. рис. 1). Математическое моделирование работы газодинамического тракта проводилось в два этапа. На первом этапе через поверхность горения по нормали производился вдув газа и проводился расчет до установления поля течения в газодинамическом тракте. На втором этапе, для получения колебательного характера процесса, вдув рабочего газа с поверхности горения резко увеличивается. Поле течения, полученное на первом этапе, используется здесь в качестве начальных условий. Общее физическое время моделирования для всех проведенных вариантов расчетов составляло 0.5 с, что является достаточным для определения характеристик пульсаций давления в камере сгорания с использованием метода быстрого преобразования Фурье.

Методы исследования

Аналитическая методика

Аналитические методы исследования собственных акустических частот колебаний в камерах сгорания подразумевают взаимодействие волн давления, возникающих в газе, с поверхностью горения и стенками камеры сгорания. При этом формула определения собственных акустических частот в соответствии с [4] записывается как

$$f = \frac{a}{2} \sqrt{\left(\frac{n}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\alpha_{mk}}{D}\right)^2}, \quad (1)$$

где a – скорость звука в газе; L – длина камеры сгорания; D – диаметр камеры сгорания; n – целое число, определяющее моду продольных колебаний; m, k – целые числа, определяющие радиальные и тангенциальные моды.

В соответствии с [4] предполагается, что в камерах сгорания, длина которых значительно больше поперечных размеров, колебания давления, значительно влияющие на работу камеры сгорания, возникают, как правило, на частотах продольных мод. Таким образом, формулу (1) можно преобразовать к виду

$$f_L = \frac{a}{2L} n = \frac{\sqrt{\gamma(RT)_{\text{cp}}}}{2L} n, \quad (2)$$

где $(RT)_{\text{cp}}$ – осредненное значение по всей камере.

Расчет пульсаций давления и частотный анализ

Пульсации давления определяются на виртуальных точках следующим образом:

$$p'_i = p_i - p_{\text{кам}},$$

где p_i – локальные изменения давления в виртуальных точках, $p_{\text{кам}}$ – среднее по объему газовой полости значение давления в камере сгорания в текущий момент времени.

Полученные сигналы пульсационных составляющих давления раскладываются в частотный спектр с помощью прямого преобразования Фурье:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt,$$

где $f(t)$ – непрерывный сигнал исходной функции, $F(\omega)$ – частотный сигнал.

Результаты расчетов

С использованием изложенной методики расчета проведены численные исследования по определению собственных частот газовых полостей камер сгорания с наполнителями сложной формы. На рис. 3 приведены результаты расчетов по сравнению влияния модели турбулентности k – ϵ и модели LES на распределение газодинамических характеристик для исходной конфигурации (рис. 1). Видно, что картины течения на этапе вдува продуктов сгорания с поверхности сильно отличаются. В частности, для модели LES хорошо показана динамика крупномасштабных вихревых структур. На рис. 4 представлены распределения давления по сечению камеры вдоль оси двигателя, от переднего днища до входа в сопло, на стационарном участке кривой давления.

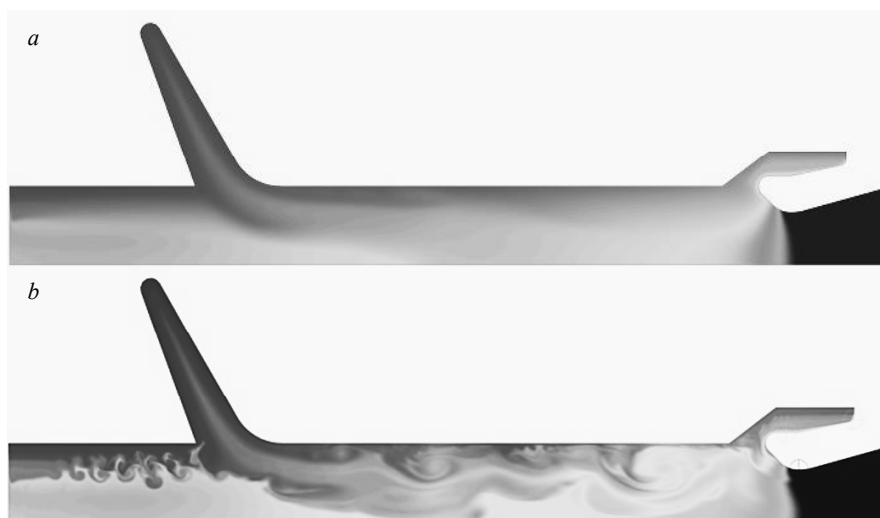


Рис. 3. Распределения плотности для модели k – ϵ (a) и LES (b) в начальный момент времени

Fig. 3. Density distribution for (a) k – ϵ model and (b) LES-model at the initial time instant

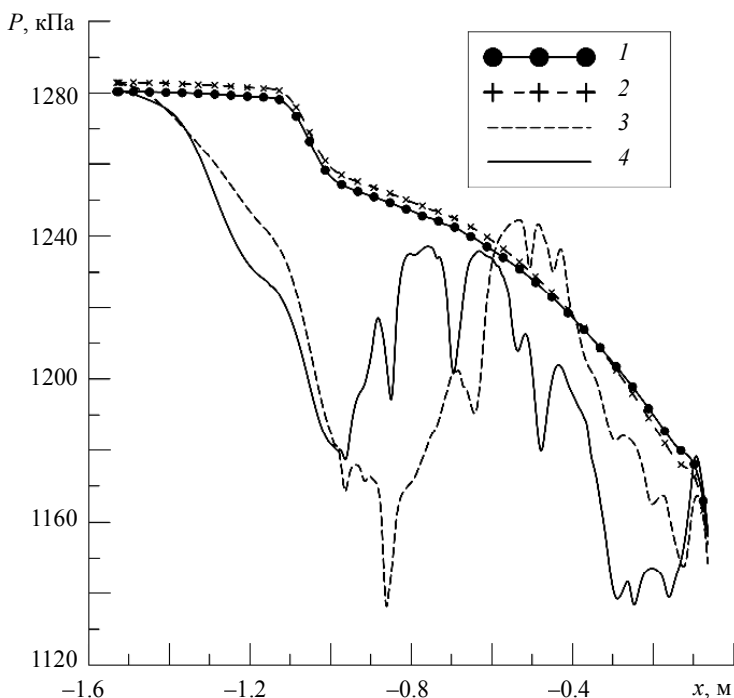


Рис. 4. Распределения давления в продольном сечении цилиндрической части камеры сгорания: 1 – k - ϵ -модель при $t = t_1$; 2 – k - ϵ -модель при $t = t_2$; 3 – LES-модель при $t = t_1$; 4 – LES-модель при $t = t_2$

Fig. 4. Pressure distributions in the axial cross-section of cylindrical part of the combustion chamber: 1, k - ϵ model at $t = t_1$; 2, k - ϵ model at $t = t_2$; 3, LES model at $t = t_1$; and 4, LES model at $t = t_2$

Кривые 1, 2 показывают распределение давления, рассчитанного по осреднённой модели k - ϵ в моменты времени t_1 и t_2 , а кривые 3, 4 – аналогичные распределения давления рассчитанные с использованием модели LES. Видно, что распределение давления вдоль оси двигателя существенно немонотонно в случае модели LES, что является следствием вихревой структуры течения. Применение решений на основе осредненных моделей в данном случае не дает полного представления о картине течения и исключает возможность определения источника пульсаций. Это, в свою очередь, не позволяет выработать методы борьбы с колебаниями.

На рис. 5 представлены результаты частотного анализа сигналов с точек № 1–3 для расчета течения с привлечением модели турбулентности k - ϵ . Видно, что положение 1-й моды совпадает для точек, расположенных у переднего днища и в утопленном сопле. Амплитуда пульсаций 1-й моды в точке № 1 составляет порядка 430 Па. В то же время в точках № 2 и 3 в утопленной части сопла амплитуда составляет величину 880 Па. Такую разницу в амплитудах пульсаций можно объяснить исходя из выводов, полученных в [3]. В данном случае, в застойной зоне, имеющей место в утопленной части сопла, создается область завихренности, вихревая частота которой определяется размерами контактного разрыва потенциального и вихревого полей течения. Вследствие этого происходит наложение 1-й

моды собственных частот акустических колебаний и частот вихревых колебаний застойной зоны, что приводит к локальному увеличению амплитуды пульсаций. Стоит заметить, что на всех виртуальных точках нет ярко выраженной 2-й моды, а 3-я мода фиксируется только в точке № 1 у переднего днища.

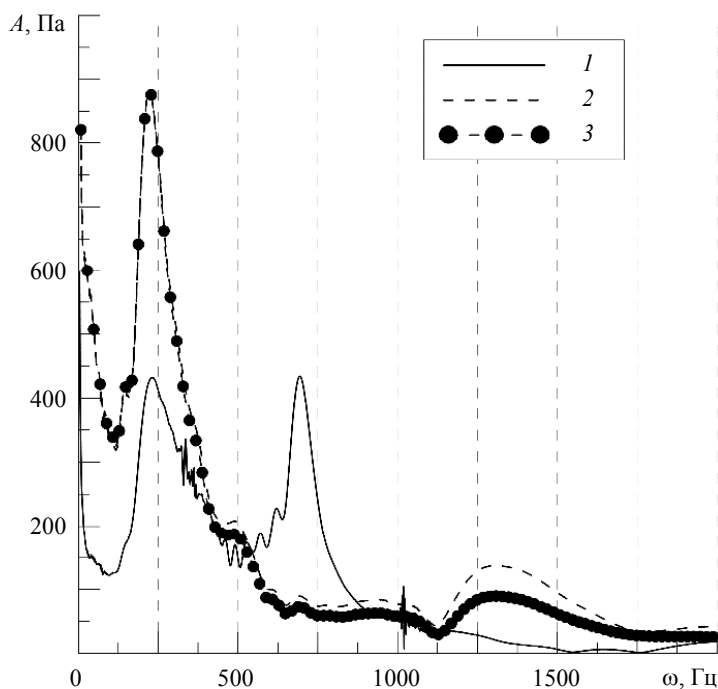


Рис. 5. Частотный спектр пульсаций давления на виртуальных точках № 1–3, рассчитанный моделью $k-\varepsilon$
Fig. 5. Frequency range of the pressure oscillations on the virtual sensors No. 1–3 calculated using $k-\varepsilon$ model

На рис. 6 приведены результаты частотного анализа сигналов с виртуальных точек № 1 (рис. 6, *a*) и № 2 (рис. 6, *b*) для расчета, выполненного моделью LES. Данные в точке № 3 в данном случае опускаются, так как спектры и амплитуды пульсаций давления практически идентичны точке № 2. Амплитуда 1-й моды колебаний выше в 2 раза, по сравнению с предыдущим расчетом, и на виртуальном датчике № 1 составляет порядка 850 Па, а в точке № 2 – 1850 Па. Вид частотного спектра пульсаций давления при расчете моделью LES существенно отличается от расчетов, выполненных для осредненного течения с привлечением модели $k-\varepsilon$ (рис. 5, 6).

Методика определения собственных частот камер сгорания

Методика определения собственных частот по формуле (2) хорошо работает для цилиндрических камер сгорания. В случае сложной конфигурации заряда, которая является источником газодинамических возмущений в потоке, однозначное

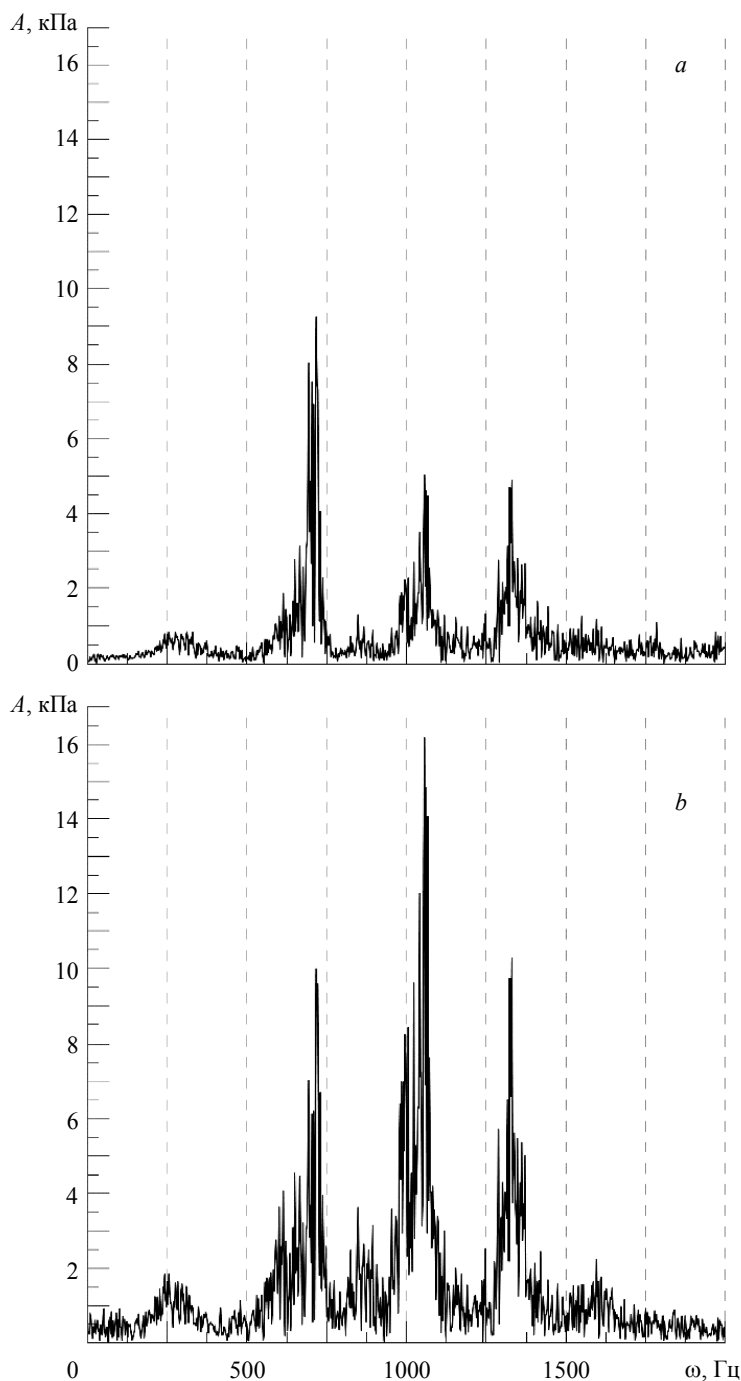


Рис. 6. Частотный спектр пульсаций давления на виртуальных точках №1 (а) и 2 (b), модель LES
Fig. 6. Frequency range of the pressure oscillations on the virtual sensors Nos. (a) 1 and (b) 2 calculated using LES model

применение аналитической формулы (2) не представляется возможным. Так, к примеру, частота собственных акустических колебаний, определенная по (2) для конфигурации, показанной на рис. 2, составляет 332 Гц. Результаты численных расчетов с применением модели $k-\varepsilon$, показывают, что 1-я мода колебаний для данной конфигурации составляет $\sim 225\text{--}230$ Гц, а по модели LES $\sim 250\text{--}270$ Гц. Таким образом существует необходимость корректировки формулы (2) для определения собственных частот газовой полости сложной формы. На рис. 7 представлены 3 дополнительных конфигурации расчетной области для отработки методики расчета с использованием геометрического подхода. Данный подход основан на приведении газовой полости камеры сгорания к цилиндрической форме с сохранением полного объема и площади поперечного сечения цилиндрического участка исходной конфигурации.

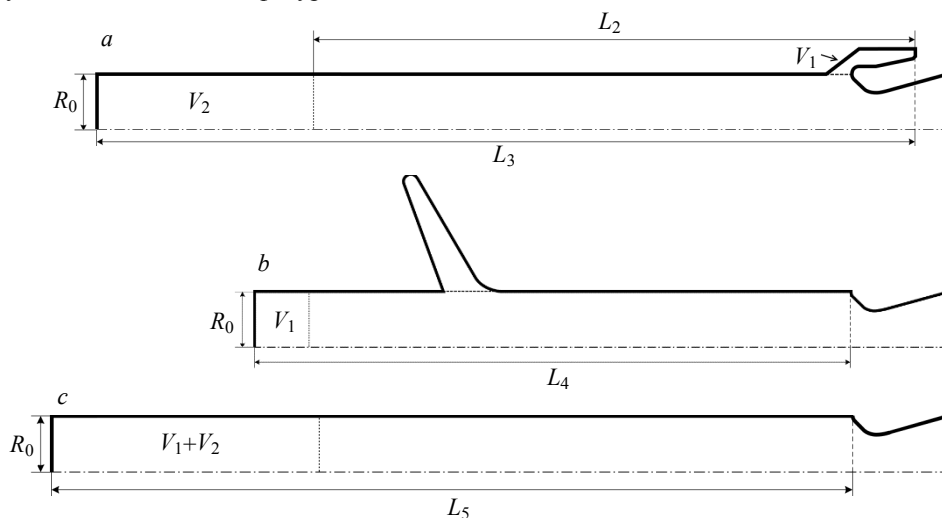


Рис. 7. Тестовые конфигурации расчетной области:

a) конфигурация № 1; *b)* конфигурация № 2; *c)* конфигурация № 3

Fig. 7. Variation in the computational domains: domain № (a) 1; (b) 2; and c) 3

На рис. 8 приведены результаты расчетов для 3 представленных на рис. 7 конфигураций с применением модели $k-\varepsilon$. Показан результат обработки сигналов с виртуальных точек, расположенных у переднего днища камеры сгорания. На рис. 8, *a* представлен амплитудно-частотный спектр для конфигурации № 1, на рис. 8, *b* – для конфигурации № 2, на рис. 8, *c* – для конфигурации № 3. Для всех тестовых конфигураций (рис. 7) 1-я мода колебаний находится в диапазоне 220–225 Гц, что соответствует исходной конфигурации (рис. 2). Данный результат говорит о том, что изменение формы газовой полости с сохранением исходного свободного объема камеры сгорания и исходной площади поперечного сечения цилиндрического участка не приводит к смещению собственной акустической частоты, в отличие от применения соотношения (2), основным параметром которого является линейная длина камеры сгорания. Изменение геометрической формы заряда влияет только на амплитуду пульсаций и газодинамическую структуру течения, что отражается на графиках 8, *a*, *b*. Приведение сложной формы исходного заряда к цилиндрической форме (рис. 8, *c*) хорошо согласуется с аналитической формулой (2).

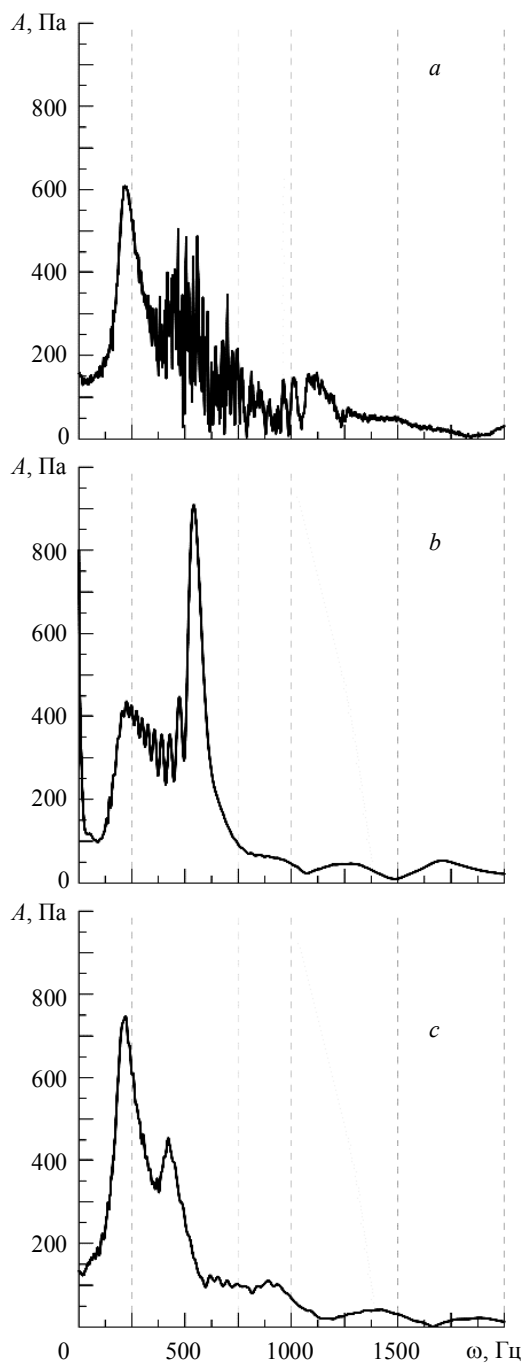


Рис. 8. Частотно-амплитудный спектр для исследуемых конфигураций:

a) конфигурация № 1; *b*) конфигурация № 2; *c*) конфигурация № 3

Fig. 8. Frequency range of the pressure oscillations for tested domains:
domain № (*a*) 1; (*b*) 2; and *c*) 3

Полученные результаты исследований позволяют скорректировать аналитическую формулу (2) для определения продольных мод колебаний давления в газовых полостях сложной формы, отталкиваясь не от фактической длины камеры сгорания, а от полного свободного объема газовой полости и представить ее в виде

$$f_L = \frac{\sqrt{\gamma(RT)_{\text{ср}}}}{2L_{\text{eff}}} \cdot n, \quad L_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{г.п}}}{\pi R_0^2}, \quad (3)$$

где $V_{\text{г.п}}$ – полный объем газовой полости.

В табл. 2 представлены обобщенные результаты расчетов для всех представленных конфигураций расчетных областей. Численные исследования с использованием осредненной модели турбулентности k – ϵ показывают очень близкие результаты для всех конфигураций, но разница с аналитической формулой (2) для каждой отдельной конфигурации весьма существенна. Расчет, проведенный с использованием модели LES для исходной конфигурации, показывает отличия от обеих использованных методик расчета, что объясняется сложной вихревой структурой течения и непосредственным взаимодействием основного потока с вихревыми возмущениями. Предложенный в данной работе геометрический подход (3) дает хорошие результаты при определении положения собственных акустических частот. Наблюдаемое различие с расчетными данными объясняется тем, что оценка проводится на основе геометрических размеров области и не учитывает реальную картину течения в свободном объеме камеры сгорания.

Таблица 2

Положение 1-й собственной моды газовой полости

Конфигурация	Формула (2), Гц	Расчет k – ϵ , Гц	Расчет LES, Гц	Формула (3), Гц
Исходная	332	~228	~250–270	240
№ 1	245	~217	–*	
№ 2	325	~225	–	
№ 3	240	~222	–	

* – расчет для данных конфигураций не проводился

Заключение

Представлены результаты численного моделирования процесса работы ракетного двигателя на твердом топливе по определению характеристик пульсаций давления. Расчеты проводились с использованием двух численных подходов: осредненных уравнений Навье – Стокса с уравнениями турбулентности k – ϵ ; расчетом полных уравнений Навье – Стокса в рамках модели крупномасштабных вихрей (LES). Проведено сравнение частотно-амплитудных спектров пульсаций давления для осесимметричной конфигурации газовой полости сложной формы камеры сгорания в рамках обоих численных подходов. Результаты исследований показывают, что использование численного подхода на основе осредненных уравнений позволяют достаточно точно оценивать положение 1-й моды собственной акустической частоты камеры сгорания. Проведенные методические исследования для различных конфигураций свободного объема позволили скорректировать существующую аналитическую методику (2) в рамках геометрического подхода (3) для определения собственной акустической частоты газовых полостей сложной формы.

Расчет полных уравнений Навье – Стокса с использованием модели *LES* показал, что характер течения значительно отличается от расчета в рамках осредненного подхода. Ярко выраженная вихревая картина приводит к значительному увеличению амплитуды пульсаций давления. Учитывая сложную форму поверхности горения, разработка методики расчета, позволяющей моделировать сложную вихревую газодинамическую структуру течения, является важным звеном в выявлении причин и предотвращении возможной неустойчивости в работе ракетного двигателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимнат И. Ракетные двигатели на химическом топливе: пер. с англ. М.: Мир, 1990. 294 с.
2. Ерохин Б.Т. Теория внутрикамерных процессов и проектирование РДТТ: учебник для высших технических учебных заведений. М.: Машиностроение, 1991. 560 с.
3. Сухинин С.В., Ахмадеев В.Ф. Гидродинамические источники колебаний в камерах сгорания // Физика горения и взрыва. 1993. Т. 29. № 6. С. 38–46.
4. Присяжков В.Ф. Динамика ракетных двигателей твердого топлива: учеб. пособие для вузов. М.: Машиностроение, 1984. 248 с.
5. Vassenin I.M., Krainov A.Yu., Lipanov A.M., and Shrager E.R. Method for direct numerical simulation of turbulent gas flows in curvilinear coordinates // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2015. V. 55(5). P. 883–890. DOI: 10.1134/S0965542515050176.
6. Hirschberg L., Schuller T., Collinet J., Schram C., Hirschberg A. Analytical model for the prediction of pulsations in a cold-gas scale-model of a Solid Rocket Motor // J. Sound and Vibration. 2018. V. 419. P. 452–468. DOI: 10.1016/j.jsv.2018.01.025.
7. Poryazov V.A., Krainov A.Yu. Mathematical model and calculation of the unsteady combustion rate of the metallized solid rocket propellants // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i Mekhanika. 2017. No. 50. P. 99–111. DOI: 10.17223/19988621/50/9
8. Su W., Wang N., Li J., Zhao Y., Yan M. Improved method of measuring pressure coupled response for composite solid propellants // J. Sound and Vibration. 2014. V. 333. P. 2226–2240. DOI: 10.1016/j.jsv.2013.12.003.
9. Minkov L.L., Shrager E.R. and Kiryushkin A.E. Two Approaches for Simulating the Burning Surface in Gas Dynamics // Key Engineering Materials. 2016. V. 685. P. 114–118. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.685.114.
10. Ларионов Б.И., Кузьменко А.В. Исследование пульсаций давления в камере твердотопливного ракетного двигателя на квазистационарном участке работы // Горение и взрыв. 2016. Т. 9. № 4. С. 116–125.
11. Zhang Q., Li J., Wang W., Wang N. Numerical analysis on oscillation characteristics in a tailpipe nozzle solid rocket motor // J. Spacecraft and Rockets. 2011. V.48(1). P. 103–109. DOI: 10.2514/1.48867.
12. Zhang Q., Wang N., Li J., Su W., Zhang Y. Effect of the head cavity on pressure oscillation suppression characteristics in large solid rocket motors // Technological Sciences. 2015. V. 58(7). P. 1250–1262. DOI: 10.1007/s11431-015-5834-z.
13. Егоров М.Ю., Егоров Я.В. Численное исследование низкочастотной акустической неустойчивости в двухкамерном РДТТ // Математическое моделирование систем и процессов. 2005. №13. С. 101–109.
14. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей: учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов / под ред. В.П. Глушко. М.: Машиностроение, 1980. 533 с.
15. Lauder B.E., Spalding D.B. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. London: Academic Press. 1972. 169 p.
16. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008. 368 с.

Статья поступила 10.04.2018 г.

Glazunov A.A., Eremin I.V., Zhiltsov K.N., Kostyushin K.V., Tyryshkin I.M., Shuvarikov V.A. (2018) NUMERICAL INVESTIGATION OF THE PRESSURE PULSATION MAGNITUDE AND NATURAL AEROACOUSTIC FREQUENCIES IN THE COMBUSTION CHAMBERS WITH A CHARGE OF A COMPLEX SHAPE. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 53. pp. 59–72

DOI 10.17223/19988621/53/6

The paper presents the results of numerical modeling of combustion product outflow in a gas-dynamic channel of the rocket engine. The pressure fluctuations have been determined in a gas cavity of combustion chamber. A numerical model is based on the Navier-Stokes equations for a single-phase compressible gas. The obtained solution of the Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) equations with k – ε turbulence model has been compared with that of the complete Navier-Stokes equations with large-eddy simulation (LES) model. The calculations have been implemented using the FLUENT package and GAMBIT CAD preprocessor.

The numerical simulations for a complex combustion surface have been performed to reveal a possible instability of the flow and pressure self-oscillations. The frequency-amplitude spectrum of the pressure fluctuations in the different regions of combustion chamber has been determined by the fast Fourier transform. Methodological calculations have been carried out for various configurations of the free volume in the gas cavity. The results of calculations made it possible to define more precisely the analytical formula for determining natural acoustic frequencies in the combustion chamber. Solutions in the framework of the RANS equations allowed one to determine accurately the positions of the acoustic modes in the combustion chamber. In combustion chambers of a complex shape, vortex disturbances generate sound waves and represent a strong source of the gas-dynamic perturbations. An approach based on the solution of the complete Navier-Stokes equations with LES turbulence model made it possible to determine the amplitude of the pressure oscillations taking into account a large-scale vortex generation. It has been shown that when the frequency of vortex generation is equal to the natural acoustic oscillations of combustion chamber, the frequency capture occurs accompanied with an increase in the pressure fluctuation magnitude.

Keywords: combustion chamber, combustion products, gas dynamics, turbulence, mathematical modeling, pressure pulsations, frequency analysis, natural acoustic oscillation.

GLAZUNOV Anatoliy Alekseevich, (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: gla@niipmm.tsu.ru

EREMIN Ivan Vladimirovich (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: iveremin@niipmm.tsu.ru

ZHILTSOV Konstantin Nikolaevich (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: konstantin@niipmm.tsu.ru

KOSTYUSHIN Kirill Vladimirovich (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kostushin@niipmm.tsu.ru

TYRYSHKIN Il'ya Mikhailovich (Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: tyryshkin@niipmm.tsu.ru

SHUVARIKOV Vladimir Andreevich (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: shuvaa@niipmm.tsu.ru

REFERENCES

1. Timnat Y.M. (1987) *Advanced Chemical Rocket Propulsion*. London: Academic Press.
2. Erokhin B.T. (1991) *Teoriya vnutrikamernykh protsessov i proektirovaniya RDTT* [Theory of processes in combustion chambers and solid propellant rocket engine design]. Moscow: Mashinostroenie.
3. Sukhinin S.V., Akhmadeev V.F. (1993) Hydrodynamic sources of oscillations in combustion chambers. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 29(6). pp. 699–705. DOI: 10.1007/BF00786851.
4. Prisnyakov V.F. (1984) *Dinamika raketnykh dvigateley tverdogo topliva* [Dynamics of solid propellant rocket engines]. Moscow: Mashinostroenie.
5. Vasenin I.M., Krainov A.Yu., Lipanov A.M., Shrager E.R. (2015) Method for direct numerical simulation of turbulent gas flows in curvilinear coordinates. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 55(5). pp. 883–890. DOI: 10.1134/S0965542515050176.
6. Hirschberg L., Schuller T., Collinet J., Schram C., Hirschberg A. (2018) Analytical model for the prediction of pulsations in a cold-gas scale-model of a solid rocket motor. *Journal of Sound and Vibration*. 419. pp. 452–468. DOI: 10.1016/j.jsv.2018.01.025.
7. Poryazov V.A., Krainov A.Yu. (2017) Matematicheskaya model' i raschet nestatsionarnoy skorosti goreniya metallizirovannykh tverdykh raketnykh topliv [Mathematical model and calculation of the unsteady combustion rate of the metallized solid rocket propellants]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta, Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 50. pp. 99–111. DOI: 10.17223/19988621/50/9.
8. Su W., Wang N., Li J., Zhao Y., Yan M. (2014) Improved method of measuring pressure coupled response for composite solid propellants. *Journal of Sound and Vibration*. 333. pp. 2226–2240. DOI: 10.1016/j.jsv.2013.12.003.
9. Minkov L.L., Shrager E.R., Kiryushkin A.E. (2016) Two approaches for simulating the burning surface in gas dynamics. *Key Engineering Materials*. 685. pp. 114–118. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.685.114.
10. Larionov B.I., Kuzmenko A.V. (2016) Issledovanie pul'satsiy davleniya v kamere tverdotoplivnogo raketnogo dvigatelya na kvazistatsionarnom uchastke raboty [Study of pressure fluctuations in a solid rocket motor chamber in quasi-stationary operation mode]. *Combustion and Explosion*. 9(4). pp. 116–125.
11. Zhang Q., Li J., Wang W., Wang N. (2011) Numerical analysis on oscillation characteristics in a tailpipe nozzle solid rocket motor. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 48(1). pp. 103–109. DOI: 10.2514/1.48867.
12. Zhang Q., Wang N., Li J., Su W., Zhang Y. (2015) Effect of the head cavity on pressure oscillation suppression characteristics in large solid rocket motors. *Technological Sciences*. 58(7). pp. 1250–1262. DOI: 10.1007/s11431-015-5834-z.
13. Egorov M.Y., Egorov Ya.V. (2005) *Chislennoe issledovanie nizkochastotnoy akusticheskoy neustoychivosti v dvukhamernom RDTT* [Numerical study of low-frequency acoustic instability in a two-chamber solid propellant rocket engine]. *Matematicheskoe modelirovanie sistem i protsessov*. 13. pp. 101–109.
14. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. (1980) *Teoriya raketnykh dvigateley* [The theory of rocket engines]. Moscow: Mashinostroenie.
15. Launder B.E., Spalding D.B. (1972) *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. London: Academic Press.
16. Volkov K.N., Emelyanov V.N. (2008) *Modelirovanie krupnykh vikhrey v raschetakh turbulentnykh techeniy* [Modeling of large eddies in turbulent flow calculations]. Moscow: Fizmatlit.