

УДК 665.455:006.354

DOI 10.17223/19988621/55/9

О.В. Матвиенко

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ, ОПИСЫВАЕМОЙ МОДЕЛЬЮ СИСКО, В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Проведено исследование течения псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско, в цилиндрической трубе, определена зависимость расхода жидкости от перепада давления, получены зависимости для радиального распределения скорости и эффективной вязкости течения. Проведенные исследования показали, что при значениях числа Сиско $Si > 500$ неньютоновские свойства течения можно не учитывать и, с точностью достаточной для инженерных расчетов, рассматривать течение ньютоновской жидкости с вязкостью $\mu_{\text{ср}}$.

Ключевые слова: *реология, псевдопластические среды, вязкость, неньютоновские жидкости, модель Сиско.*

Развитие химических технологий делает актуальными задачи исследования закономерностей течения неньютоновских сред [1]. Одним из определяющих параметров при течении жидкостей, является вязкость, которая существенно влияет на структуру течения. Неньютоновские среды, с которыми приходится иметь дело на практике, являются многокомпонентными, многофазными и дисперсными. Вязкость таких сред зависит от соотношения фаз, степени дисперсности, параметров течения [2, 3] и описывается сложной функциональной зависимостью от градиента скорости.

В связи с этим изучению особенностей течения неньютоновских сред со сложным реологическим поведением уделяется значительное внимание [4]. Подробный обзор исследований, посвященных течениям реологически сложных сред, приведен в монографиях [1 – 5].

Исследование закономерностей течения неньютоновских сред в каналах различной формы проведено авторами [6–14]. Для описания реологического поведения использовались модели Карро, Пауэлла-Эйринга, Уильямсона, Шведова – Бингама, Балкли – Гершеля, Робертсона – Стиффа. Результаты исследований показывают важность учета неньютоновских свойств жидкости для корректного описания структуры течения и теплообмена потока.

Авторами [15] исследуется структура течения и формирование динамического пограничного слоя при обтекании пластины потоком жидкости Сиско. Полученные результаты сравниваются с известным решением Блазиуса для обтекания пластины потоком ньютоновской жидкости.

Течение жидкости Сиско в цилиндрической трубе рассмотрено в [16]. С использованием метода малых возмущений получено приближенное аналитическое решение для определения профиля скорости.

Настоящая работа является продолжением исследований течений неньютоновских сред [17–21]. Ее целью является исследование установившегося течения

псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско, в цилиндрическом канале.

Математическая модель

При описании движения жидких сред, как правило, используют подход Эйлера [22], в рамках которого рассматривают изменение скорости частиц, проходящих через определенную точку пространства.

Деформационное течение определяется тензором скоростей деформаций [2], компоненты которого в декартовой системе координат имеют вид

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (1)$$

Напряженное состояние среды описывается тензором напряжений σ_{ij} , который можно разложить на девиатор τ_{ij} и шаровую часть p , называемую давлением [4]:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}. \quad (2)$$

Для построения моделей жидких сред нужно установить связь между девиаторами тензора скоростей деформации и тензора напряжений [3]. В тензорно-линейных моделях такая связь задаётся соотношениями

$$\tau_{ij} = 2K\dot{\epsilon}_{ij}. \quad (3)$$

В классических моделях предполагается зависимость K только от второго инварианта девиатора тензора скоростей деформации. В качестве вторых инвариантов тензоров $\dot{\epsilon}$ и σ удобно ввести

$$U = \sqrt{2\dot{\epsilon}_{ij}^D \dot{\epsilon}_{ji}^D}, \quad T = \sqrt{\tau_{ij} \tau_{ij} / 2}, \quad (4)$$

где $\dot{\epsilon}_{ij}^D = \dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3}\dot{\epsilon}_{kk}\delta_{ij}$ – компоненты девиатора тензора скоростей деформации.

Из соотношения (3) вытекает следующее соотношение между инвариантами:

$$T = KU. \quad (5)$$

Если связь (5) установлена, то, подставляя её в уравнения движения и присоединяя уравнение неразрывности, а также формулируя необходимые начальные и граничные условия, получим замкнутую систему для определения поля течения.

К настоящему времени разработано большое количество реологических моделей, описывающих поведение неньютоновских сред. К числу наиболее простых относится модель Оствальда – де Вейля [23]. Обобщение этой модели на трехмерный случай приводит к реологическому уравнению

$$\mu_{\text{eff}} = kU^{n-1}. \quad (6)$$

Постоянная k называется показателем (индексом) консистенции жидкости: чем меньше ее текучесть, тем больше k . Параметр n характеризует степень неньютоновского поведения материала: чем сильнее n отличается от единицы (в большую или меньшую сторону), тем отчетливее проявляется аномалия вязкости и нелинейность кривой течения.

Значениям $0 < n < 1$ отвечают псевдопластичные жидкости, эффективная вязкость которых убывает с ростом скоростей сдвига. Ньютоновская жидкость характеризуется параметром $n = 1$. Значениям $n > 1$ отвечают дилатантные жидкости, у которых эффективная вязкость растет с увеличением скоростей сдвига.

К недостаткам модели Оствальда – де Вейля относится нереалистичное описание реологического поведения псевдопластических сред при больших скоростях сдвига ($U \rightarrow \infty$), а дилатантных – при малых ($U \rightarrow 0$). В этих случаях согласно (7) эффективная вязкость становится равной нулю. Отметим, что стремление эффективной вязкости к бесконечности при $U \rightarrow 0$ в псевдопластических средах и $U \rightarrow \infty$ в дилатантных объясняется их структурированием и формированием квазитвердых зон.

Реологическая модель Сиско позволяет преодолеть отмеченный выше недостаток модели Оствальда – де Вейля. Эта модель имеет вид [2]

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_* + kU^{n-1}. \quad (7)$$

Параметр модели μ_* в случае псевдопластических сред характеризует эффективную вязкость при бесконечной скорости сдвига ($\mu_* = \mu_\infty$), в случае дилатантных сред – при нулевой ($\mu_* = \mu_0$).

Рассмотрим установившееся осесимметричное течение жидкости в прямой горизонтальной трубе круглого сечения радиуса R . Координату x , отсчитываемую вдоль оси трубы, направим вниз по потоку. Ограничимся исследованием стабилизированного течения вдали от входного течения, когда жидкость движется параллельно оси трубы.

В этом случае уравнение движения жидкости примет вид [23]

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \mu_{\text{eff}} \frac{du}{dr} \right) = - \left| \frac{dp}{dx} \right|. \quad (8)$$

Интегрирование уравнения (8) с учетом граничного условия

$$r = 0: \frac{du}{dr} = 0; \quad r = R: u = 0. \quad (9)$$

В случае установившегося течения течение псевдопластической жидкости Сиско ($u_x = u(r)$, $u_r = 0$, $u_\varphi = 0$) реологическое соотношение (7) принимает вид:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_\infty + k \left| \frac{du}{dr} \right|^{n-1}. \quad (10)$$

С учетом соотношения (10) запишем уравнение движения в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\mu_\infty + k \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^{n-1} \right) \frac{\partial u}{\partial r} \right] = \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (11)$$

Интегрирование уравнения (11) при значении показателя нелинейности $n = 0.5$ позволяет определить радиальное распределение осевой скорости в канале:

$$u = 2u_N \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) + 2u_S \left(1 - \frac{r}{R} \right) + \frac{1}{3} \frac{u_S^2}{u_N} \left(\left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \frac{r}{R} \right)^{3/2} - \left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \right)^{3/2} \right). \quad (12)$$

В формуле (12) $u_S = \left(\frac{k}{2\mu_\infty}\right)^2 R$ – масштаб скорости, характеризующий неньютоновские свойства среды, $u_N = \frac{R^2}{8\mu_\infty} \left|\frac{dp}{dx}\right|$ – среднерасходная скорость ньютоновской жидкости с вязкостью μ_∞ , движущейся вследствие перепада давления $\left|\frac{dp}{dx}\right|$.

Максимальная скорость жидкости достигается на оси потока:

$$u_{\max} = 2u_N + 2u_S + \frac{1}{3} \frac{u_S^2}{u_N} \left[1 - \left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \right)^{3/2} \right]. \quad (13)$$

Расход жидкости через поперечное сечение трубы вычисляется по формуле

$$Q = 2\pi \int_0^R u r dr = \pi R^2 \left[u_N + \frac{2}{3} u_S - \frac{1}{3} \frac{u_S^2}{u_N} \left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \right)^{3/2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{24} \frac{u_S^4}{u_N^3} \left(\frac{2}{7} \left(\left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \right)^{7/2} - 1 \right) - \frac{2}{5} \left(\left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \right)^{5/2} - 1 \right) \right) \right],$$

а среднерасходная скорость определяется как

$$\bar{u} = \frac{Q}{\pi R^2} = u_N + \frac{2}{3} u_S - \frac{1}{3} \frac{u_S^2}{u_N} \left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \right)^{3/2} + \\ + \frac{1}{24} \frac{u_S^4}{u_N^3} \left(\frac{2}{7} \left(\left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \right)^{7/2} - 1 \right) - \frac{2}{5} \left(\left(1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \right)^{5/2} - 1 \right) \right).$$

Вязкие свойства потока можно характеризовать двумя величинами: эффективной вязкостью μ_{eff} , определяющей локальные свойства течения и среднерасходной вязкостью $\bar{\mu}$, определяющей интегральные свойства потока.

Для определения эффективной вязкости воспользуемся реологическим соотношением (10) с учетом радиального распределения скорости (12). В результате получим

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_\infty \left[1 + \sqrt{2} \left| \sqrt{1 + 4 \frac{u_N}{u_S} \frac{r}{R}} - 1 - 2 \frac{u_N}{u_S} \frac{r}{R} \right|^{-0.5} \right]. \quad (14)$$

Определим среднерасходную вязкость неньютоновской жидкости $\bar{\mu}$ как вязкость ньютоновской жидкости, движущейся со среднерасходной скоростью \bar{u} в трубе радиусом R под действием перепада давления $\left|\frac{dp}{dx}\right|$. Введение среднерасходной вязкости позволяет при проведении гидравлических расчетов вместо неньютоновской среды рассматривать ньютоновскую жидкость с вязкостью $\bar{\mu}$.

Для ньютоновской жидкости связь между перепадом давления и массовым расходом определяется выражением [24]

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\bar{\mu}} \left| \frac{dp}{dx} \right|. \quad (15)$$

Таким образом, среднерасходная вязкость потока $\bar{\mu}$ будет равна:

$$\bar{\mu} = \mu_{\infty} \frac{u_N}{\bar{u}}. \quad (16)$$

В технических расчетах принято связывать перепад давления со среднерасходной скоростью течения с использованием коэффициента сопротивления ζ . Для этого предполагается, что перепад давления должен быть пропорционален динамическому напору

$$\left| \frac{dp}{dx} \right| = \zeta \frac{\rho \bar{u}^2}{4R}. \quad (17)$$

Подставляя в равенство (17) значения $\left| \frac{dp}{dx} \right|$ из формулы (15), получим выражения для коэффициента сопротивления

$$\zeta = 32 \frac{\bar{\mu}}{\rho \bar{u} R} = \frac{64}{\text{Re}}. \quad (18)$$

где $\text{Re} = \rho \bar{u} d / \bar{\mu}$ – число Рейнольдса, построенное по среднерасходной скорости \bar{u} , среднерасходной вязкости $\bar{\mu}$ и диаметру трубы $d = 2R$.

Равенство (18) выражает закон сопротивления Блазиуса для течения неньютоновской жидкости

Результаты математического моделирования

Перейдем к анализу полученных результатов. Диапазон изменения параметров был выбран следующим: показатель нелинейности – $n = 0.5$, консистенция жидкости изменялась в пределах $k = 0.1 - 1 \text{ Н} \cdot \text{с}^{0.5} / \text{м}^2$, перепад давления – $|dp/dx| = 200 - 5000 \text{ Па/м}$, вязкость при бесконечной скорости сдвига – $\mu_{\infty} = 0.05 - 5 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Радиус канала составлял $R = 0.1 \text{ м}$.

На рис. 1 показана зависимость относительной эффективной вязкости $\mu_{\text{eff}} / \mu_{\infty}$ от безразмерной радиальной координаты $\xi = r/R$. Это распределение является типичным для псевдопластических сред. В периферийной и пристеночной частях течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями. Однако в окрестности оси течения, где градиент скорости имеет невысокие значения, наблюдается значительный рост значений эффективной вязкости. На оси течения $\mu_{\text{eff}} / \mu_{\infty} \rightarrow \infty$. Увеличение эффективной вязкости псевдопластических сред с уменьшением скоростей сдвиговых деформаций в реологии объясняется процессами структурирования [2]. При малых скоростях сдвига происходит стягивание молекул полимера между собой, вследствие чего в потоке формируется область структурированного течения, характеризуемая высокими значениями эффективной вязкости. С увеличением скорости сдвига структурированность среды нару-

шается, молекулы ориентируются вдоль направления движения. В результате этого сопротивление среды ослабевает, что означает уменьшение эффективной вязкости.

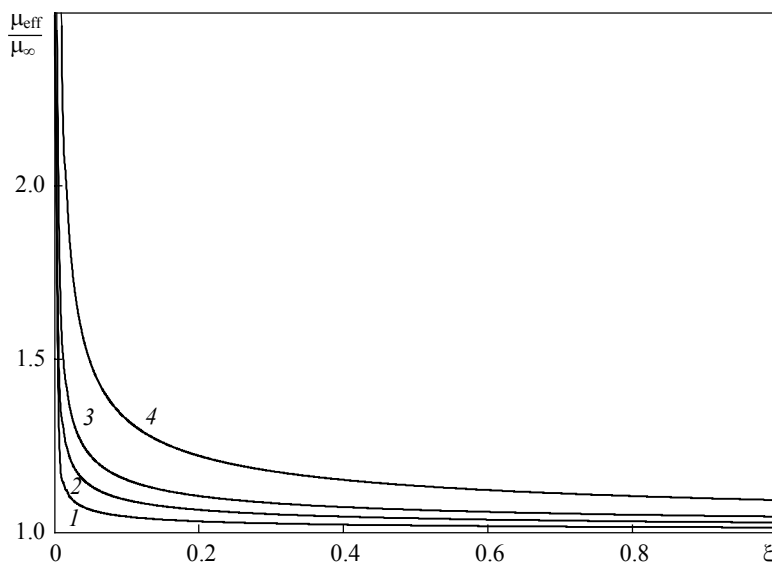


Рис. 1. Радиальное распределение относительной эффективной вязкости:

1 – $Si = 25$, 2 – 100, 3 – 250, 4 – 25

Fig. 1. Radial distribution of relative effective viscosity:

1 – $Si = 1000$, 2 – 250, 3 – 100, 4 – 25

Анализ формулы (14) показывает, что эффективная вязкость потока прямо пропорциональна вязкости при бесконечной скорости сдвига μ_∞ и нелинейным образом зависит от числа Сиско $Si = \frac{u_N}{u_S} = \frac{\mu_\infty R}{2k^2} \left| \frac{dp}{dx} \right|$. Из рис. 1 видно, что с ростом значений Si происходит уменьшение значений μ_{eff}/μ_∞ . Этот результат объясняется преобладающей ролью ньютоновских свойств течения в потоках с высокими значениями числа Si .

На рис. 2 показана зависимость относительного значения среднерасходной вязкости $\bar{\mu}/\mu_\infty$ от перепада давления $\left| \frac{dp}{dx} \right|$. Как видно из рисунка, величина среднерасходной вязкости монотонно убывает с ростом перепада давления, асимптотически стремясь к μ_∞ . С увеличением консистенции среды k величина среднерасходной вязкости увеличивается. Этот эффект наиболее выражен для низкоскоростных потоков, движущихся при малом перепаде давления. С уменьшением значений μ_∞ жидкость становится более подвижной. Это приводит к уменьшению значений $\bar{\mu}$. Отметим, что при уменьшении μ_∞ при одном и том же u_N , отношение среднерасходной вязкости к вязкости при бесконечной скорости сдвига стремится к единице: $\bar{\mu}/\mu_\infty \rightarrow 1$.

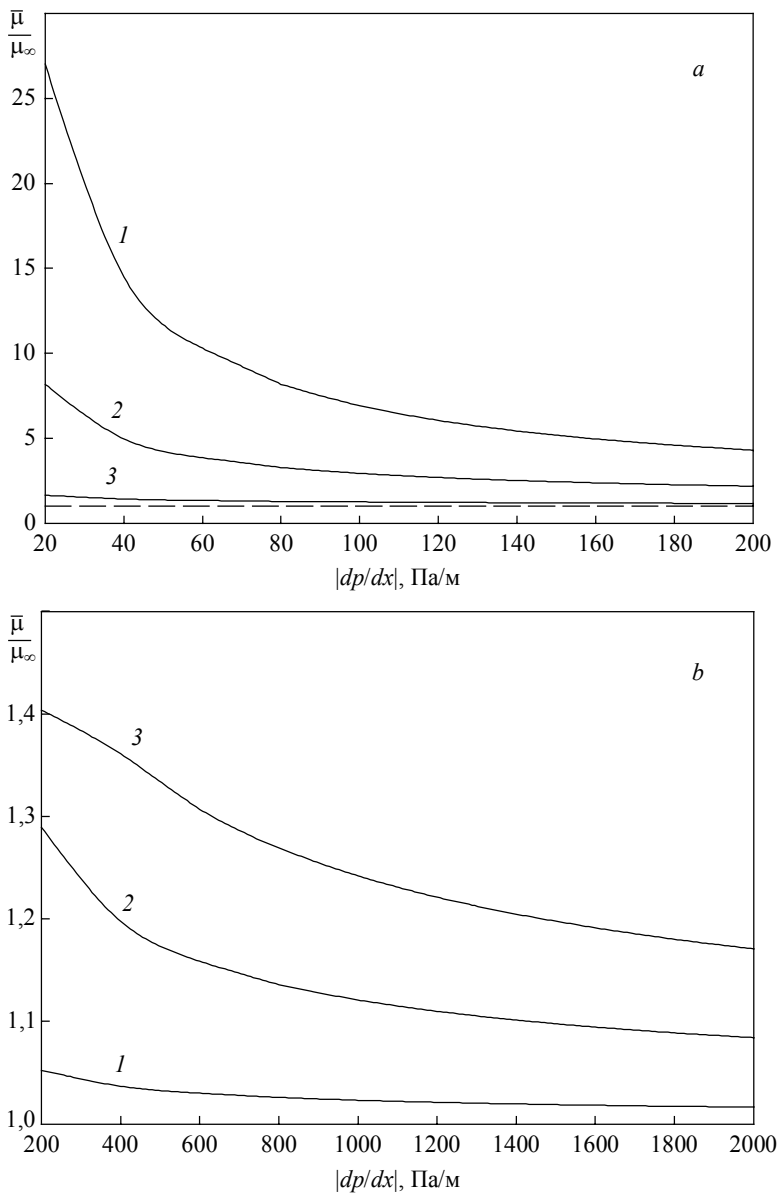


Рис. 2. Зависимость относительной величины среднерасходной вяз $\bar{\mu}/\mu_{\infty}$ от перепада давления $|dp/dx|$: $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$, $a - \mu_{\infty} = 0.05 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $b - 0.5$; $1 - k = 0.1 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0.5}$, $2 - 0.5$, $3 - 1$. Пунктирная прямая на рис. 2, a соответствует значению $\bar{\mu}/\mu_{\infty} = 1$

Fig. 2. Dependence of the relative value of the mean-flow viscosity $\bar{\mu}/\mu_{\infty}$ on the pressure drop $|dp/dx|$: $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$, $a - \mu_{\infty} = 0.05 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $b - 0.5$; $1 - k = 0.1 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0.5}$, $2 - 0.5$, $3 - 1$. The dashed line on Fig. 2a corresponds to the value $\bar{\mu}/\mu_{\infty} = 1$

Результаты, представленные на рис. 2, можно систематизировать, если рассмотреть зависимость $\bar{\mu}/\mu_\infty$ от числа Сиско Si . Перепишем зависимость (16) в виде

$$\frac{\bar{\mu}}{\mu_\infty} = \left[1 + \frac{2}{3} Si^{-1} - \frac{1}{3} Si^{-2} (1 + 4Si)^{3/2} + \frac{1}{24} Si^{-4} \left(\frac{2}{7} ((1 + 4Si)^{7/2} - 1) - \frac{2}{5} ((1 + 4Si)^{5/2} - 1) \right) \right]^{-1}. \quad (19)$$

Результаты вычисления относительного значения среднерасходной вязкости от числа Сиско представлены на рис. 3. При $Si = 0.1$ величина среднерасходной вязкости почти в 15 раз превышает μ_∞ . Однако с ростом значений числа Сиско Si различие в значениях $\bar{\mu}$ и μ_∞ уменьшается: при $Si = 500$ величина среднерасходной вязкости всего лишь на 5 % превышает μ_∞ , а при $Si = 10^4$ – менее чем на 1 %. Этот факт объясняется тем, что в потоках с малыми значениями числа Si преобладают нелинейные свойства, а при больших значениях числа Si – ньютоновские свойства. Таким образом, если при течении псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско, параметр $Si > 500$, то неньютоновские свойства течения проявляются незначительно и с точностью? достаточной для инженерных расчетов, можно рассматривать течение ньютоновской жидкости с вязкостью μ_∞ .

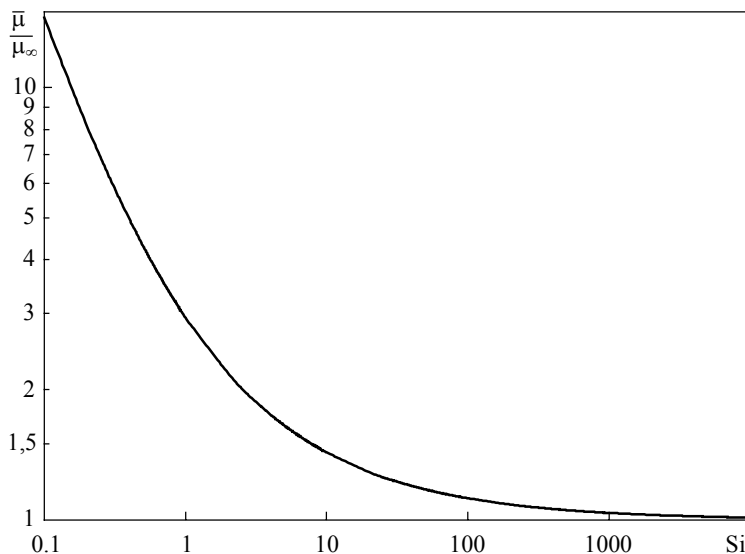


Рис. 3. Зависимость относительной величины среднерасходной вязкости $\bar{\mu}/\mu_\infty$ от числа Сиско

Fig. 3. Dependence of the relative value of the mean-flow viscosity $\bar{\mu}/\mu_\infty$ on Sisko number

На рис. 4 представлены радиальные распределения скорости, рассчитанные для одного и того же значения перепада давления, но различных значений реологических параметров μ_∞ , k .

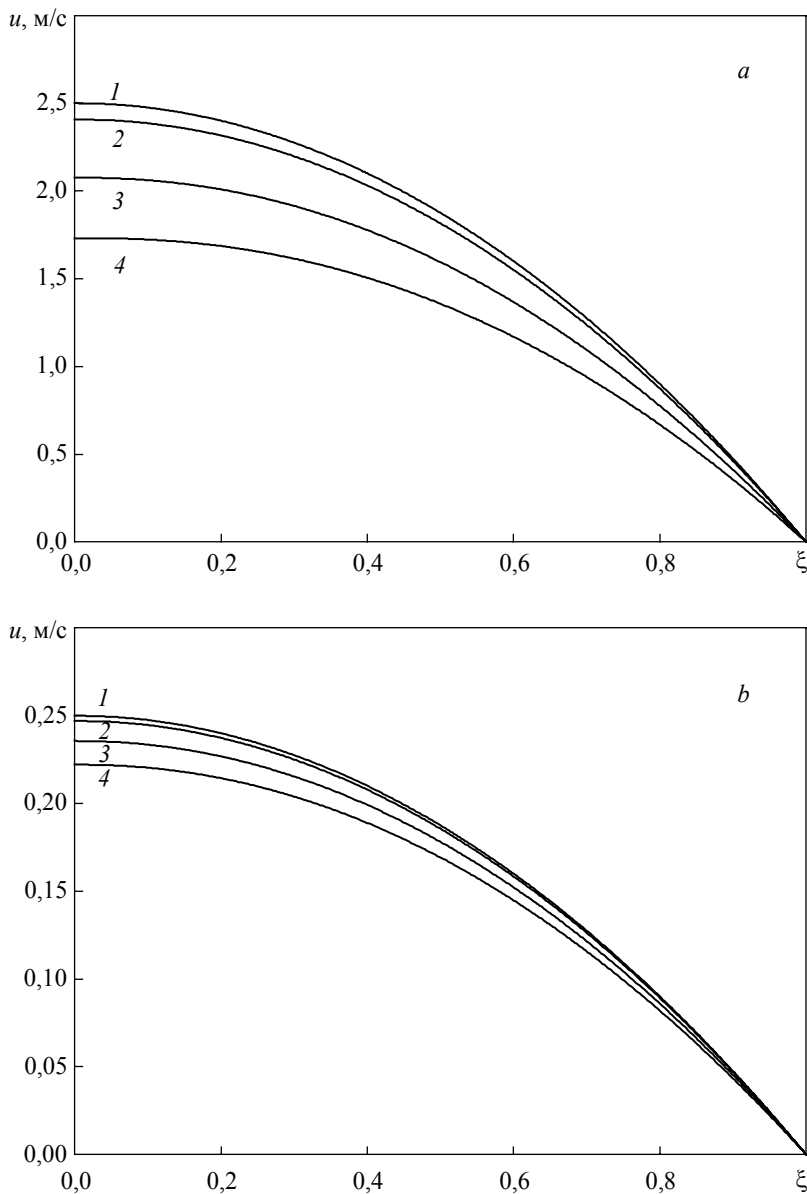


Рис. 4. Радиальное распределение скорости: $|dp/dx| = 500$ Па/м, $\rho = 1200$ кг/м³,
 $a - \mu_{\infty} = 0.5$ Па·с, $b = 5$; $1 - k = 0$ (ньютоновская жидкость),
 $2 - k = 0.1$ Па·с^{0.5}, $3 - 0.5$, $4 - 1$

Fig. 4. Radial distribution of velocity: $|dp/dx| = 500$ Pa/m $\rho = 1200$ кг/м³,
 $a - \mu_{\infty} = 0.5$ Па·с, $b = 5$; $1 - k = 0$ (newtonian fluid),
 $2 - k = 0.1$ Па·с^{0.5}, $3 - 0.5$, $4 - 1$

С увеличением консистенции скорость потока уменьшается: среда становится менее подвижной, нелинейная составляющая эффективной вязкости возрастает. Это приводит к росту гидравлического сопротивления. В результате расход жидкости уменьшается. При этом значения скорости уменьшаются по всему сечению трубы. Аналогичный эффект наблюдается и при увеличении значений μ_∞ . Однако уменьшение скорости потока объясняется ростом гидравлического сопротивления, вызванного увеличением линейной составляющей эффективной вязкости.

Заполненность профиля скорости характеризует параметр $\lambda = u_{\max}/(2\bar{u})$, представляющий отношение скорости на оси течения к удвоенному значению среднерасходной скорости. Для ньютоновской жидкости $\lambda = 1$. При течении псевдопластической жидкости, описываемой моделью Сиско, λ является функцией числа Si . Результаты расчетов показывают, что $\lambda < 1$. Это свидетельствует о большей заполненности профиля скорости: радиальное распределение скорости становится более пологим. С ростом значений Si ньютоновские свойства становятся доминирующими. В результате этого профиль скорости становится менее заполненным, а значения $\lambda \rightarrow 1$ (рис. 5).

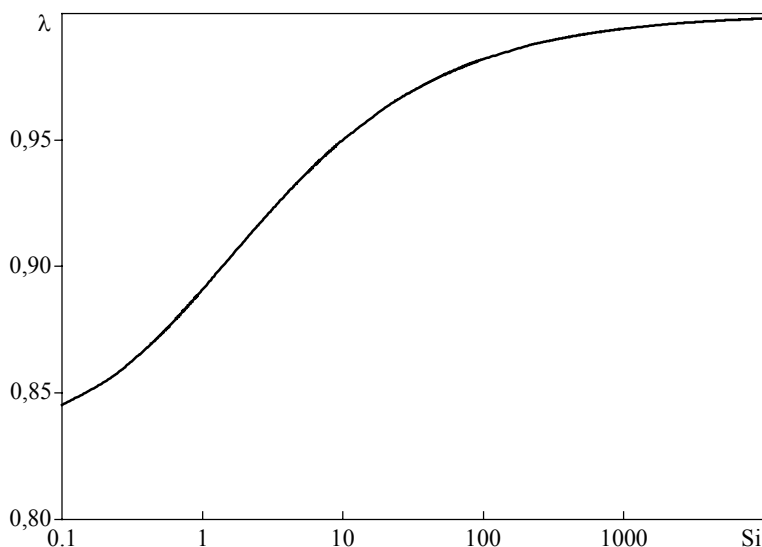


Рис. 5. Зависимость коэффициента заполненности профиля скорости от числа Сиско
Fig. 5. Dependence of the occupancy rate of the velocity profile on the Sisko number

На рис. 6 показано изменение коэффициента гидравлического сопротивления ζ с ростом перепада давления $|dp/dx|$ для различных значений параметра консистенции k . Коэффициент гидравлического сопротивления псевдопластической жидкости Сиско существенно превышает коэффициент сопротивления ньютоновской жидкости с вязкостью μ_∞ , движущейся под тем же перепадом давления. Величина ζ тем больше, чем выше значения параметра консистенции. С увеличением значений $|dp/dx|$ гидравлическое сопротивление потока уменьшается. При больших значениях перепада давления $|dp/dx|$ величина коэффициента гидрав-

лического сопротивления ζ , рассчитанная для жидкости Сиско, приближается к значениям, рассчитанным для ньютоновской жидкости с вязкостью $\bar{\mu}$.

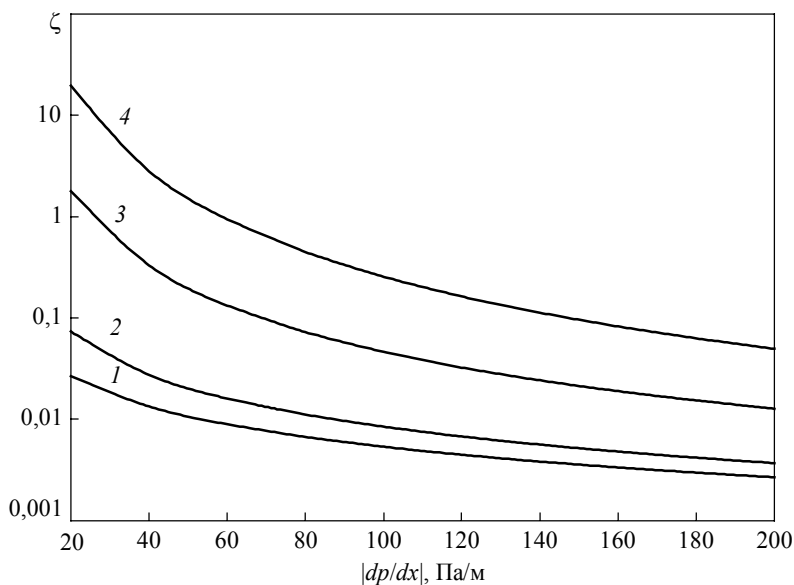


Рис. 6. Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от перепада давления: $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$, $\mu_\infty = 0.05 \text{ Па}\cdot\text{с}$, 1 – $k = 0$ (ньютоновская жидкость), 2 – $k = 0.1 \text{ Па}\cdot\text{с}^{0.5}$, 3 – 0.5, 4 – 1

Fig. 5. Dependence of coefficient of hydraulic resistance from the pressure drop: $\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$, $\mu_\infty = 0.05 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 1 – $k = 0$ (Newtonian fluid), 2 – $k = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}^{0.5}$, 3 – 0.5, 4 – 1

Закключение

Проведенные исследования показали, что при значениях числа Сиско $Si > 500$ неньютоновские свойства течения можно не учитывать.

Для $Si < 500$ коэффициент гидравлического сопротивления псевдопластической жидкости Сиско существенно превышает коэффициент сопротивления ньютоновской жидкости с вязкостью μ_∞ , движущейся под тем же перепадом давления.

В периферийной и пристеночной частях течения эффективная вязкость характеризуется низкими значениями. Однако в окрестности оси течения, где градиент скорости имеет невысокие значения, наблюдается значительный рост значений эффективной вязкости. С увеличением скорости сдвига происходит уменьшение эффективной вязкости.

С увеличением консистенции среды k и вязкости при бесконечной скорости сдвига μ_∞ величина среднерасходной вязкости увеличивается. Этот эффект наиболее выражен для низкоскоростных потоков, движущихся при малом перепаде давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутепов А.М., Полянин Л.Д., Запryanов З.Д. и др. Химическая гидродинамика: справочное пособие. М: Бюро Квантум, 1996.
2. Малкин А.Я., Исаев А.И. Реология: концепции, методы, приложения. СПб.: Профессия, 2007. 560 с.
3. Климов Д.М., Петров А.Г., Георгиевский Д.В. Вязкопластические течения: динамический хаос, устойчивость и перемешивание. М.: Наука, 2005.
4. Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. М.: Мир, 1964.
5. Матвиенко О.В., Унгер Ф.Г., Базуев В.П. Математические модели производственных процессов для приготовления битумных дисперсных систем. Томск: Изд-во ТГАСУ, 2015.
6. Перминов А.В., Любимова Т.П. Устойчивость стационарного плоскопараллельного течения псевдопластической жидкости в плоском вертикальном слое // Вычислительная механика сплошных сред. 2014. Т. 7. № 3. С. 270–278.
7. Вахрушев А.А., Липанов А.М., Вахрушев А.В. Численное исследование течения жидкости с переменными вязкими свойствами в изогнутых каналах // Химическая физика и мезоскопия. 2005. Т. 7. № 3. С. 286–300.
8. Снигерев Б.А., Тазюков Ф.Х. Двухслойное течение расплавов полимеров в каналах фильер // Изв. Сарат. университета. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2014. Т. 14. Вып. 3 С. 349–354.
9. Харламов С.Н., Терещенко Р.Е. Неизотермическое течение реологически сложных вязких сред с переменными свойствами в элементах трубопроводных систем // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2013. № 4. С. 293–298.
10. Турбин М.В. Исследование начально-краевой задачи для модели движения жидкости Гершеля – Балкли // Вестник Воронежского гос. университета. Сер. Физика. Математика. 2013. № 2. С. 246–257.
11. Алексеева К.Г., Борзенко Е.И. Структура течения жидкости Шведова – Бингама в канале со скачком сечения // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55. № 7/2. С. 15–19.
12. Борзенко Е.И., Рыльцов И.А., Шрагер Г.Р. Кинематика течения жидкости Балкли – Гершеля со свободной поверхностью при заполнении канала // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2017. Т. 52. № 5. С. 53–63.
13. Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р., Якутенок В.А. Течение неньютоновской жидкости со свободной поверхностью при заполнении круглой трубы // Прикладная механика и техническая физика. 2012. Т. 53. № 2. С. 53–60.
14. Fan H.H., Zhou H.B., Peng Qi, Zhai Y.H. A generalized hydraulic calculation model for non-Newtonian fluid pipe flow and its application evaluation // 2014. SOCAR Proceedings. 10.5510/OGP20140200195.
15. Patel M., Patel J., Timol M.G. Laminar boundary layer flow of Sisko fluid // Applications and Applied Mathematics Intern. J. 2015. V. 10. Iss. 2. P. 909 – 918.
16. Moallemi N., Shafteenejad I., Novinzadeh A.B. Exact solutions for flow of a sisko fluid in pipe // Special Issue of the Bulletin of the Iranian Mathematical Society. 2011. V. 37 No. 2. Part 1. P. 49–60.
17. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока псевдопластической жидкости в цилиндрическом канале. Инженерно-физический журнал. 2011. Т. 84. № 3. С. 544–547.
18. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Южанова Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока дилатантной жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 1. С. 192–199.
19. Матвиенко О.В., Базуев В.П., Дульзон Н.К. Математическое моделирование течения закрученного потока вязкопластической жидкости в цилиндрическом канале // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 5. С. 1129–1137.
20. Матвиенко О.В. Численное исследование течения неньютоновских жидкостей в цилиндрическом канале // Изв. вузов. Физика. 2014. Т. 57. № 8/2. С. 183–189.
21. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. Numerical investigation of Herschel

- Bulkley fluids mixing // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering, TSUAB 2014. 2015. P. 012034.
22. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1974.
23. Островский Г.М. Прикладная механика неоднородных сред. СПб.: Наука, 2000.
24. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.

Статья поступила 25.03.2018 г.

Matvienko O.V. (2018) INVESTIGATION OF THE STABILIZED FLOW OF PSEUDO-PLASTIC LIQUID, DESCRIBED BY THE SISCO MODEL, IN THE CYLINDRICAL TUBE. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 55. pp. 99–112

DOI 10.17223/19988621/55/9

Keywords: rheology, pseudoplastic media, viscosity, non-Newtonian fluids, the Sisko model.

The pseudoplastic fluid flow described by the Sisko model was investigated, the dependence of the fluid flow rate on the pressure drop and also radial distribution of the velocity and the effective viscosity of the flow were determined. The effective viscosity of the flow is directly proportional to the viscosity at an infinite shear rate and depends nonlinearly on the Sisko number. In the peripheral and near-wall part of the flow, the effective viscosity is characterized by low values. However, in the vicinity of the flow axis, where the velocity gradient has low values, a significant increasing the effective viscosity is observed. As the shear rate increases, the effective viscosity decreases. With an increase in the consistency of the fluid and the viscosity at an infinite shear rate, the value of the average viscosity increases. This effect is most pronounced for low-velocity flows moving at a small pressure drop. The investigations carried out have shown that for values of the Sisko number less than 500 the non-Newtonian properties of the flow appear insignificantly and with an accuracy sufficient for engineering calculations, one can consider the flow of a Newtonian fluid. The coefficient of hydraulic resistance of a pseudo-plastic Sisko fluid is significantly larger than the resistance coefficient of a Newtonian fluid with a viscosity μ_∞ moving under the same pressure drop.

MATVIENKO Oleg Viktorovich (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University).
E-mail: matvolegv@mail.ru

REFERENCES

1. Kutepov A.M., Polyanin L.D., Zapryanov Z.D., et al. (1996) *Khimicheskaya gidrodinamika: spravochnoe posobie* [Chemical Hydrodynamics: a textbook]. Moscow: Byuro Kvantum.
2. Malkin A.Ya, Isaev A.I. (2005) *Rheology: Concepts, Methods, and Applications*, Toronto: ChemTec Publishing.
3. Klimov D.M., Petrov A.G., Georgievskii D.V. (2005) *Vyazko plasticheskie techeniya: Dinamicheskii kaos i peremeshivanie* [Viscoplastic Flows: Dynamic Chaos, Stability, and Mixing]. Moscow: Nauka.
4. Wilkinson W.L. (1960) *Non-Newtonian Fluids. Fluid Mechanics, Mixing, and Heat Transfer*. London: Pergamon Press.
5. Matvienko O.V., Unger F.G., Bazuev V.P. (2015) *Matematicheskiye modeli proizvodstvennykh protsessov dlya prigotovleniya bitumnykh dispersnykh system* [Mathematical models of manufacturing processes for the preparation of bitumen disperse systems]. Tomsk: Publishing house of TGASU.
6. Perminov A.V., Lyubimova T.P. (2014) Ustoychivost' statsionarnogo ploskoparallelnogo techeniya pсевдопластической жидкости в плоском вертикальном слое [Stability of a stationary plane-parallel flow of a pseudoplastic fluid in a flat vertical layer]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred – Computational mechanics of continuous media*. 7(3). pp. 270–278. DOI: 10.7242/1999-6691/2014.7.3.27.

7. Vakhrushev A.A., Lipanov A.M., Vakhrushev A.V. (2005) Chislennoye issledovaniye techeniya zhidkosti s peremennymi v'язkimi svoystvami v izognutykh kanalakh [Numerical investigation of fluid flow with variable viscous properties in curved channels]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya – Chemical physics and mesoscopy*. 7(3). pp. 286–300.
8. Snigerev B.A., Tazyukov F.Kh. (2014) Dvukhsloynoye techeniye rasplavov polimerov v kanalakh fil'yev [Two-layer flow of polymer melts in the channels of spinnerets]. *Izvestiya Saratovskogo Universiteta. Matematika. Mehanika. Informatika – Saratov University Journal of Mathematics, Mechanics, Informatics*. 14(3). pp. 349 – 354.
9. Kharlamov S.N., Tereshchenko R.E. (2013) Neizotermicheskoye techeniye reologicheskikh slozhnykh v'язkikh sred s peremennymi svoystvami v elementakh truboprovodnykh sistem [Nonisothermal flow of rheologically complex viscous media with variable properties in the elements of pipeline systems]. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' – Mountain information and analytical bulletin*. 4. pp. 293–298.
10. Turbin M.V. (2013) Issledovaniye nachal'no-krayevoy zadachi dlya modeli dvizheniya zhidkosti Gershelya – Balkli [Investigation of the initial – boundary value problem for the Herschel – Bulkley fluid motion model]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Fizika. Matematika – Bulletin of the Voronezh state university. Ser. Physics. Mathematics*. 13(2). pp. 246–257.
11. Alekseeva K.G., Borzenko E.I. (2012) Struktura techeniya zhidkosti Shvedova – Bingama v kanale so skachkom secheniya [Structure of the Shvedov-Bingham fluid flow in a channel with a discontinuity]. *Russian Physical Journal*. 55(7-2). pp. 15 – 19. (In Russian).
12. Borzenko E.I., Ryl'tsev I.A., Shrager G.R. (2017) Kinematics of Bulkley – Herschel fluid flow with a free surface during the filling of a channel. *Fluid Dynamics*. 52(5.) pp. 646–656. DOI: 10.1134 / S0015462817050064.
13. Borzenko E.I., Schrager G.R., Yakutenok V.A. (2012) Free-surface non-newtonian fluid flow in a round pipe. *Journal of applied mechanics and technical physics*. 53(2). pp. 190–197. DOI: 10.1134 / S002189441202006X.
14. Fan H.H., Zhou H.B., Peng Qi, Zhai Y.H. (2014) A generalized hydraulic calculation model for non-Newtonian fluid pipe flow and its application evaluation. *SOCAR Proceedings*. 10.5510/OGP20140200195.
15. Patel M., Patel J., Timol M.G. (2015) Laminar Boundary Layer Flow of Sisko Fluid. *Applications and Applied Mathematics Intern. J*. 10(2). pp. 909–918.
16. Moallemi N., Shafieenejad I., Novinzadeh A.B. (2011) Exact solutions for flow of a Sisko fluid in pipe. *Special Issue of the Bulletin of the Iranian Mathematical Society*. 37(2). pp. 49–60.
17. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Yuzhanova, N.K. (2011) Mathematical simulation of a twisted pseudoplastic fluid flow in a cylindrical channel. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 84(3). pp. 589–593. DOI: 10.1007 / s10891-011-0509-5.
18. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Dul'zon N.K. (2014) Mathematical simulation of the swirling flow of a dilatant liquid in a cylindrical channel. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 87(1). pp. 200–207. DOI: 10.1007 / s10891-014-1001-9.
19. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Dul'zon N.K. (2014) Mathematical simulation of a swirling viscoplastic fluid flow in a cylindrical channel. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 87(5). pp. 1177–1185. DOI: 10.1007 / s10891-014-1119-9.
20. Matvienko O.V. (2014) Numerical study of the flow of non-Newtonian fluids in a cylindrical channel. *Russian Physical Journal*. 57(8-2). pp. 183–189.
21. Matvienko O.V., Bazuev V.P., Venik V.N., Smirnova N.G. (2015) Numerical investigation of Herschel – Bulkley fluids mixing. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering Advanced Materials in Construction and Engineering*. 71(1). DOI: 10.1088/1757-899X/71/1/012034.
22. Loitsyanskii L.G. (1966) *Mechanics of Liquids and Gases*. Oxford: Pergamon Press.
23. Ostrovsky G.M. (2000) *Prikladnaya mekhanika neodnorodnykh sred* [Applied mechanics of heterogeneous media]. Saint Petersburg: Nauka.
24. Schlichting H. (1955) *Boundary-layer theory*. New York: McGraw-Hill.