

УДК 532.542

DOI 10.17223/19988621/58/6

О.А. Дьякова, О.Ю. Фролов

**ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПОТОКА
СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ В L-ОБРАЗНОМ КАНАЛЕ¹**

Построена математическая модель течения степенной жидкости в плоском L-образном канале в неизотермических условиях. Реализовано численное решение сформулированной задачи. Представлены результаты расчета кинематических характеристик потока при разных значениях степени нелинейности жидкости, чисел Рейнольдса и Бринкмана. Проведено сравнение картины течения ньютоновской жидкости с численными и экспериментальными данными работ других авторов.

Ключевые слова: *течение, вязкая жидкость, неньютоновская жидкость, L-образный канал, диссипативный разогрев, численное моделирование, кинематика.*

Исследования течений жидкостей представляют интерес как для инженеров и научных работников, так и для разработчиков и производителей технологического оборудования. В металлургии, пищевой, химической промышленности и т. п. является актуальной задача создания средств математического моделирования гидродинамических и теплофизических процессов, сопровождающих переработку жидкостей со сложными реологическими свойствами. Транспортировка жидких сред осуществляется в трубопроводах с различными конструктивными элементами, включая изогнутые каналы, каналы с сужением, расширением, краны, клапаны и т. д. [1, 2]. Во многих случаях при математическом описании течений необходимо учитывать неизотермичность и неньютоновские свойства среды [3, 4].

Исследования структуры ламинарных неизотермических потоков ньютоновской жидкости в каналах с изменением направления течения представлены в обзорах [1, 5]. Профили скорости в различных сечениях области поворота потока представлены в [6]. В [7–10] приводятся результаты исследований установившегося движения несжимаемой жидкости в каналах квадратного сечения в зависимости от значений числа Рейнольдса и степени кривизны колена. В [11] авторами решается трехмерная задача об установившемся течении ньютоновской жидкости методом конечных элементов, проводится сравнение с экспериментальными данными. Исследование условий взаимодействия вязкой жидкости с твердой стенкой, описывающих прилипание, проскальзывание по закону Навье и проскальзывание с предельным напряжением проводилось авторами [12]. В результате расчетов получены картины установившегося течения с образованием циркуляционных зон вблизи угловых точек. Количество работ, посвященных анализу течений неньютоновских жидкостей в каналах с L-образной геометрией, ограничено, причем в основном используются модели вязкоупругих сред [13–18].

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект № 18-38-00259).

Целью работы является исследование неізотермического течения степенной жидкости в плоском L-образном канале с учетом вязкой диссипации и зависимости консистенции от температуры.

Математическая постановка задачи

Рассматривается стационарное неізотермическое течение степенной несжимаемой жидкости в L-образном канале. Математическую основу описания течения образуют уравнения движения, неразрывности и энергии, записанные в безразмерных переменных в декартовой системе координат. Реологическое поведение жидкости описывается законом Освальда де Вилля с экспоненциальной зависимостью консистенции от температуры. Система уравнений имеет вид

$$\operatorname{Re}(\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p + \nabla \cdot (2B\mathbf{E}); \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0; \quad (2)$$

$$\operatorname{Pe}(\mathbf{V} \cdot \nabla) \theta = \Delta \theta + \operatorname{Br} \cdot B \cdot A^2; \quad (3)$$

$$B = e^{-\theta} \cdot A^{n-1}. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{V} = \{u, v\}$ – вектор скорости; p – давление; $\theta = \beta(T - T_0)$ – температура; $A = (2e_{ij}e_{ji})^{1/2}$ – интенсивность тензора скоростей деформации \mathbf{E} ; T, T_0 – размерные температуры жидкости в потоке и на твердой стенке соответственно; $\operatorname{Re} = \rho U^{2-n} L^n / k_0$ – число Рейнольдса; $\operatorname{Pe} = c \rho U L / \lambda$ – число Пекле; $\operatorname{Br} = k_0 U^{n+1} \beta / (L^{n-1} \lambda)$ – число Бринкмана; c – теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; ρ – плотность; $k_0 = k_1 \exp(-\beta(T_0 - T_1))$ – консистенция при температуре T_0 ; n, k_1, β, T_1 – параметры реологического закона. В качестве масштабов обезразмеривания выбраны следующие величины: длины – L , скорости – U , давления – $k_0(U/L)^n$, где L – ширина канала, U – среднерасходная скорость во входном сечении.

Область решения показана на рис. 1.

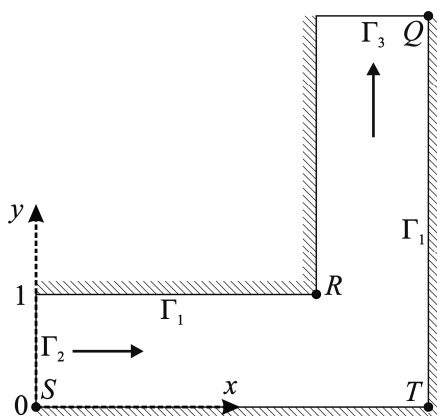


Рис. 1. Область решения

Fig. 1. Solution domain

Жидкость подается через входное сечение Γ_2 с постоянным расходом, равным единице. Для задания профилей скорости и температуры во входном сечении решается задача одномерного стационарного течения неньютоновской несжимаемой жидкости с учетом диссипативного разогрева и экспоненциальной зависимости консистенции от температуры в плоском бесконечном канале с заданным расходом. Система уравнений, описывающих течение, в безразмерных переменных имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(B \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= \delta, \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \text{Br} \cdot B \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 &= 0, \\ B &= e^{-\theta \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{n-1}}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta = \frac{L}{k_0} \frac{\partial p}{\partial x} \left(\frac{L}{U} \right)^n$ – безразмерный перепад давления на единицу длины. Величина δ выбирается такой, чтобы объемный расход жидкости через единицу площади равнялся единице.

Граничные условия одномерного течения записываются следующим образом:

$$y = 0, y = 1: u = 0, \theta = 0. \quad (6)$$

Система уравнений (5) с граничными условиями (6) решается численно [19] с использованием конечно-разностного метода и метода прогонки.

На твердых стенках Γ_1 выполняются условия прилипания и температура равна нулю. В выходном сечении Γ_3 для продольной скорости и температуры выполняются мягкие граничные условия, поперечная скорость равна нулю. Входная и выходная границы находятся на достаточном удалении от колена во избежание влияния последнего на характер течения в окрестности Γ_2 и Γ_3 .

Метод решения

Для получения стационарного решения сформулированной задачи (1) – (4) с соответствующими граничными условиями используется метод установления. Последующее решение уравнений с нестационарными слагаемыми осуществляется конечно-разностным методом контрольного объема с использованием разнесенной разностной сетки. В рамках одного итерационного цикла используется процедура SIMPLE [20], которая предусматривает расчет поля скорости с фиксированным полем давления и последующую коррекцию скоростей и давления с целью удовлетворения уравнения неразрывности. Уравнения движения аппроксимируются с применением экспоненциальной схемы, а уравнение энергии – с привлечением схемы против потока для аппроксимации конвективных слагаемых.

Для тестирования численной методики были проведены расчеты на последовательности сеток. В табл. 1, а представлены значения продольной скорости v^* и температуры θ^* в центре выходного сечения в зависимости от шага сетки, демонстрирующие аппроксимационную сходимость.

Количественное подтверждение аппроксимационной сходимости приведено в табл. 1, б, где показаны значения относительных ошибок, рассчитанных по сле-

дующим формулам:

$$E_v = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[\frac{|u_i^{\text{BX}} - v_i^{\text{ВЫХ}}|}{u_i^{\text{BX}}} \right] \cdot 100 \%,$$

$$E_\theta = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left[\frac{|\theta_i^{\text{BX}} - \theta_i^{\text{ВЫХ}}|}{\theta_i^{\text{BX}}} \right] \cdot 100 \%, \quad (5)$$

где: u_i^{BX} , θ_i^{BX} – поперечная скорость и температура на входной границе Γ_2 ; $v_i^{\text{ВЫХ}}$, $\theta_i^{\text{ВЫХ}}$ – продольная скорость и температура в выходном сечении Γ_3 , полученные с использованием численной методики; i – номер узла расчетной сетки, $i = 0$, N – узлы на твердой стенке.

Таблица 1 а

Аппроксимационная сходимость при $Re = 0.01$, $Pe = 100$, $n = 0.8$, $Br = 0.5$

Шаг сетки	v^*	θ^*
1/10	1.4672	0.2658
1/20	1.4774	0.2730
1/40	1.4821	0.2764
1/80	1.4856	0.2773

Таблица 1 б

Аппроксимационная сходимость при $Re = 0.01$, $Pe = 100$, $n = 0.8$, $Br = 0.5$

Шаг сетки	$E_v, \%$	$E_\theta, \%$
1/10	1.5836	5.6620
1/20	1.6749	3.8440
1/40	1.3934	2.9814
1/80	0.9897	2.3480

Все дальнейшие расчеты проводились с использованием шага сетки 1/80.

Результаты расчетов

На рис. 2 показаны картины течения псевдопластичной жидкости ($n < 1$) в виде распределений линий тока в зависимости от значений числа Рейнольдса при $Pe = 100$, $Br = 0.5$. При числах Рейнольдса, равных 0.1 и 1 (рис. 2, а и б), в окрестности угловой точки T (рис. 1) формируется практически застойная зона. По мере увеличения числа Рейнольдса формируется циркуляционная зона, которая становится заметной при $Re = 20$ (рис. 2, в). При дальнейшем усилении инерционного эффекта появляется вторая циркуляционная зона в окрестности точки R (рис. 1 и 2, д), размер которой значительно увеличивается при $Re = 120$ (рис. 2, ф).

В ходе численных расчетов было установлено, что изменение числа Пекле в диапазоне $100 \leq Pe \leq 5000$ оказывает незначительное влияние на структуру потока.

Рис. 3 демонстрирует изменение картины течения при переходе от псевдопластичных свойств жидкости к дилатантным ($n > 1$) при $Pe = 100$, $Br = 0.5$. При $Re = 1$ незначительно увеличивается размер циркуляционной зоны в углу канала (рис. 3, а–с). При $Re = 50$ размеры циркуляционной зоны в окрестности точки R (рис. 1, рис. 3, д–ф) уменьшаются на порядок.

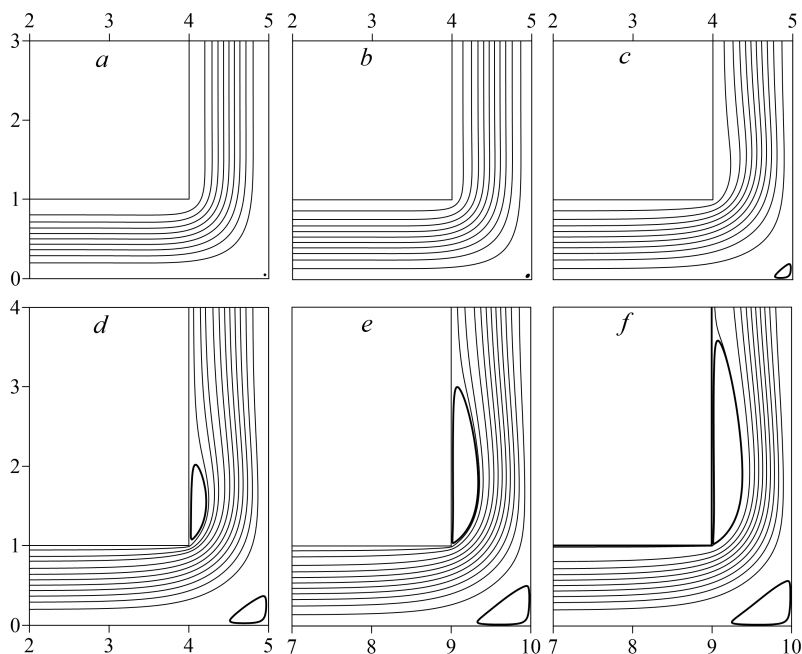


Рис. 2. Линии тока при $n = 0.8$, $Pe = 100$, $Br = 0.5$:

$a - Re = 0.1$; $b - Re = 1$; $c - Re = 20$; $d - Re = 50$; $e - Re = 90$; $f - Re = 120$

Fig. 2. Streamlines at $n = 0.8$, $Pe = 100$, and $Br = 0.5$:

$Re = (a) 0.1$, $(b) 1$, $(c) 20$, $(d) 50$, $(e) 90$, and $(f) 120$

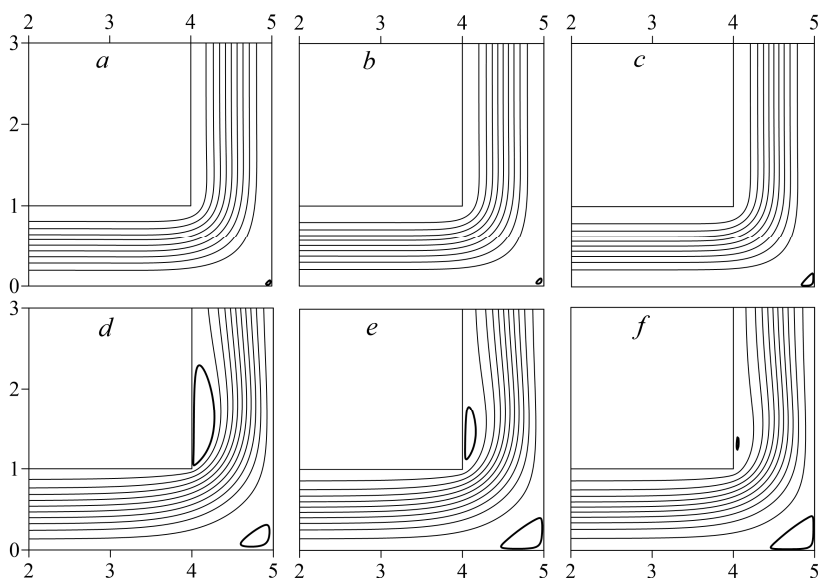


Рис. 3. Линии тока при $Pe = 100$, $Br = 0.5$, $Re = 1$ ($a-c$) и $Re = 50$ ($d-f$):

$a, d - n = 0.6$; $b, e - n = 1$; $c, f - n = 1.4$

Fig. 3. Streamlines at $Pe = 100$, $Br = 0.5$, $Re = (a-c) 1$ and $(d-f) 50$:

$n = (a, d) 0.6$, $(b, e) 1$, and $(c, f) 1.4$

На рис. 4 показано влияние числа Бринкмана на картину течения псевдопластичной жидкости при $Re = 50$, $Pe = 100$. Результаты расчетов для данного режима течения показывают, что увеличение интенсивности диссипации механической энергии жидкости в рассматриваемом диапазоне слабо влияет на структуру потока.

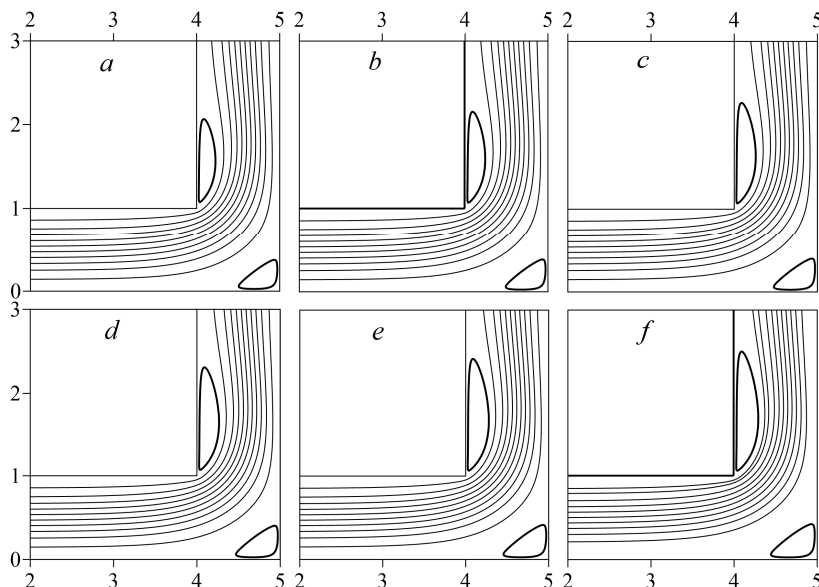


Рис. 4. Линии тока при $n = 0.8$, $Re = 50$, $Pe = 100$:

$a - Br = 0.6$; $b - Br = 0.8$; $c - Br = 1$; $d - Br = 1.1$; $e - Br = 1.3$; $f - Br = 1.5$

Fig. 4. Streamlines at $n = 0.8$, $Re = 50$, and $Pe = 100$:

$Br = (a) 0.6, (b) 0.8, (c) 1, (d) 1.1, (e) 1.3, \text{ and } (f) 1.5$

Зависимость размеров циркуляционных зон от определяющих безразмерных параметров задачи и степени нелинейности жидкости демонстрирует рис. 5. С ростом числа Рейнольдса размеры обеих циркуляционных зон в рассматриваемой области течения увеличиваются (рис. 5, a). Возможно, это связано с ростом значений эффективной вязкости псевдопластичной жидкости ($n < 1$) в областях малых значений интенсивности тензора скоростей деформации. Поперечные и продольные размеры циркуляционной зоны в окрестности точки T , а также поперечные размеры циркуляционной зоны в окрестности точки R с ростом числа Бринкмана меняются слабо (рис. 1 и 5, b). С ростом степени нелинейности жидкости размеры циркуляционной зоны в окрестности точки T канала стремятся к постоянной величине (рис. 1 и 5, c).

На рис. 6, $a-c$ показано влияние критериев подобия Re , Br и параметра реологической модели n на размер областей двумерного течения при прочих равных условиях. Области одномерного течения здесь будем называть расстояния от входной и выходной границ канала до сечений, в которых безразмерная продольная скорость отклоняется от решения одномерной задачи более чем на 1 %. Начиная с указанного сечения, фиксируются длины зон двумерного течения как расстояния h_1 и h_2 в сторону по потоку от входной границы Γ_2 и в сторону против потока от выходной границы Γ_3 соответственно до противоположных стенок канала, как показано на рис 6. Из полученных зависимостей видно, что для течения

псевдопластичной жидкости при $n = 0.8$, $Re = 100$ (рис. 6, *a* и *b*) размер зоны двумерного течения на участке *ST* (рис. 1) меньше, чем на участке *QT* (рис. 1) и с ростом чисел Рейнольдса и Бринкмана стремится к постоянному значению. При переходе свойств жидкости от псевдопластичной к дилатантной при $Re = 50$, $Pe = 100$ (рис. 6, *c*) длина зоны двумерного течения h_2 уменьшается, а значение h_1 возрастает.

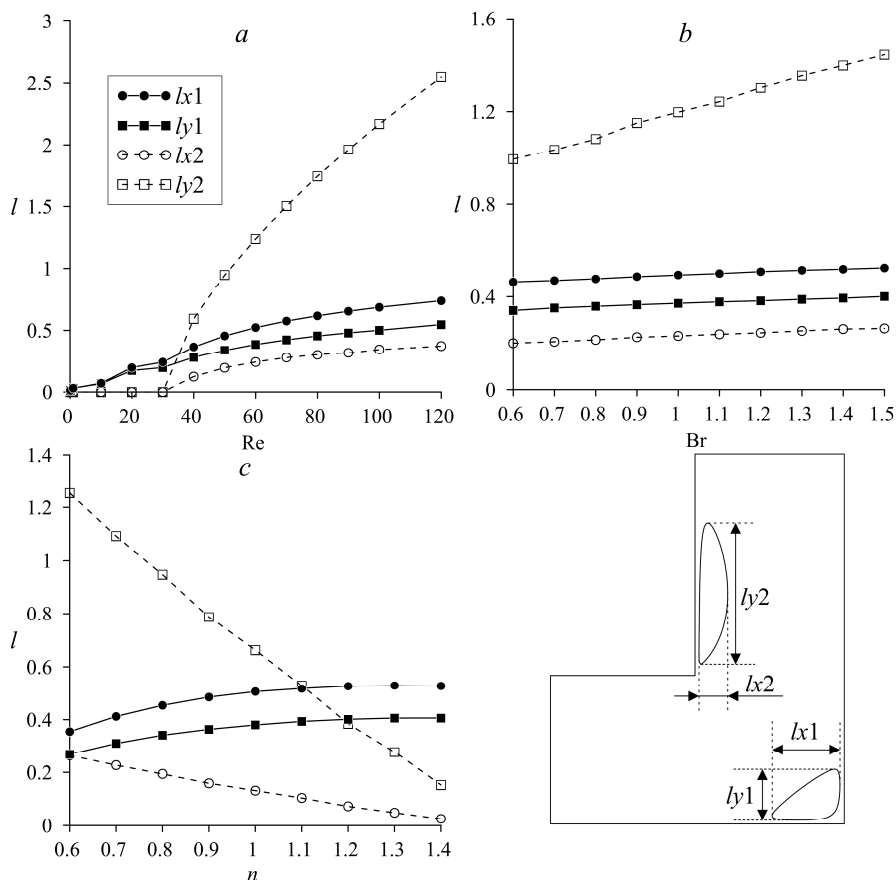


Рис. 5. Размеры циркуляционных зон при $Pe = 100$:

a – $n = 0.8$, $Br = 0.5$; *b* – $n = 0.8$, $Re = 50$; *c* – $Br = 0.5$, $Re = 50$

Fig. 5. The sizes of recirculation zones at $Pe = 100$:

(*a*) $n = 0.8$, $Br = 0.5$; (*b*) $n = 0.8$, $Re = 50$; and (*c*) $Br = 0.5$, $Re = 50$

На рис. 7 показано сравнение картины течения в области внутреннего и внешнего углов плоского канала при $n = 1$ и $Re = 48$ в изотермическом приближении (сплошные линии) с расчетными данными [10] (пунктирные линии). В [10] с помощью конечно-разностного метода решаются уравнения в переменных функции тока – вихрь, описывающих стационарное ламинарное движение ньютоновской жидкости. Наблюдается качественное и количественное согласование результатов по размерам и местоположению циркуляционных зон.

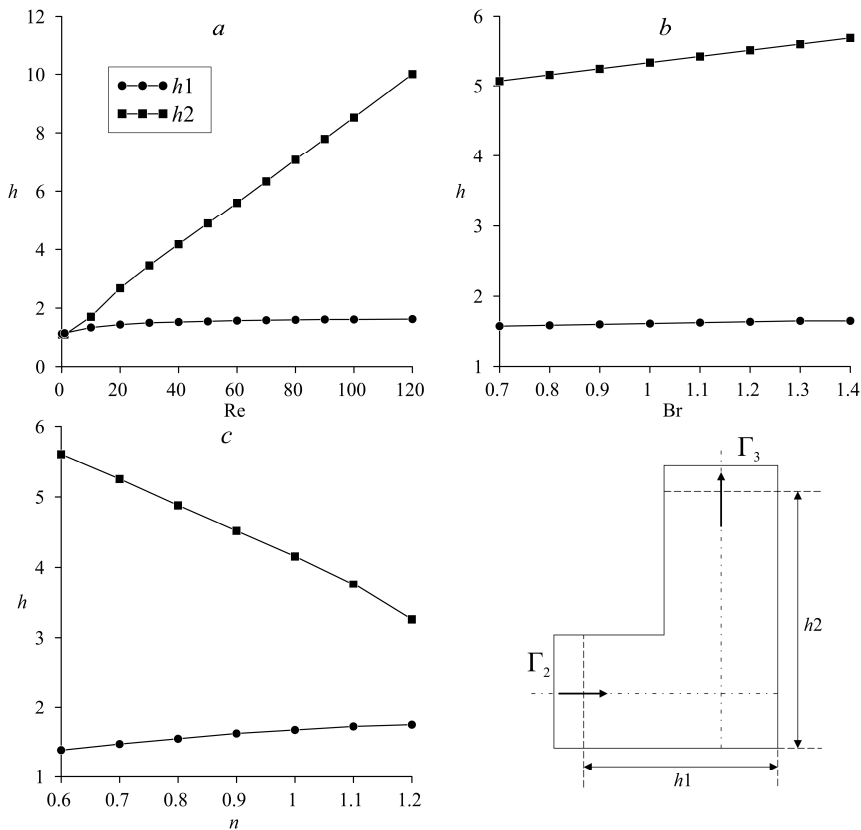


Рис. 6. Размеры областей двумерного течения при $Pe = 100$:
 $a - n = 0.8, Br = 0.5$; $b - n = 0.8, Re = 50$; $c - Br = 0.5, Re = 50$

Fig. 6. The sizes of two-dimensional flow regions at $Pe = 100$:
(a) $n = 0.8, Br = 0.5$; (b) $n = 0.8, Re = 50$; and (c) $Br = 0.5, Re = 50$

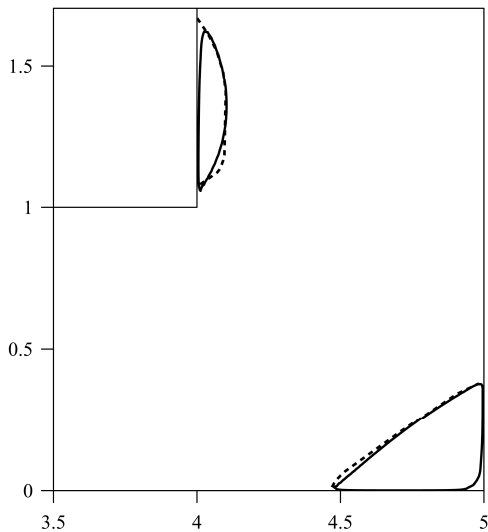


Рис. 7. Картина течения при $n = 1, Re = 48, Br = 0$ (пунктир – данные [10])

Fig. 7. Flow pattern at $n = 1, Re = 48, Br = 0$ (the dashed line indicates the data from [10])

На рис. 8, *a–d* показаны компоненты вектора скорости дилатантной жидкости при $Re = 100$, $Br = 0.5$ для двух чисел Рейнольдса. Изменение числа Re от 0.1 до 50 приводит к возрастанию поперечных и продольных скоростей в областях перестроения потока жидкости и к возникновению циркуляционных зон.

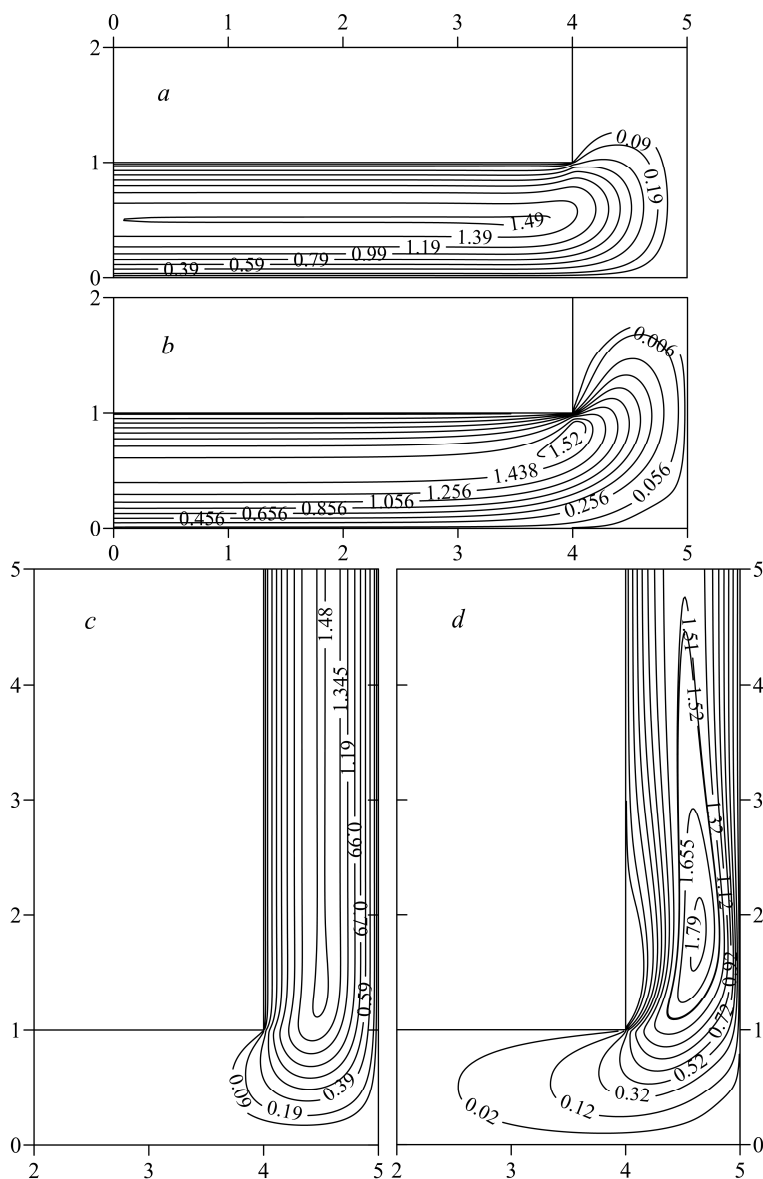


Рис. 8. Поле скорости u (*a, b*) и v (*c, d*) при $n = 0.8$, $Pe = 100$, $Br = 0.5$:
a, c – $Re = 0.1$; *b, d* – $Re = 50$

Fig. 8. Velocity field of u (*a, b*) and v (*c, d*) at $n = 0.8$, $Pe = 100$, and $Br = 0.5$:
 $Re = (a, c) 0.1$ and $(b, d) 50$

На рис. 9, *a* и *b* показаны распределения безразмерных компонент вектора скорости в окрестности точки *R* (см. рис. 1) при движении ньютоновской жидкости с числом Рейнольдса равным 4, которые сравниваются с экспериментальными данными [14] визуализации потока жидкости в L-образном канале прямоугольного сечения. В [14] при проведении эксперимента в качестве ньютоновской жидкости использовался водный раствор сиропа мальтозы, а измерения проводились с помощью лазерного доплеровского анемометра. Рис. 9, *a* и *b* демонстрируют удовлетворительное согласование результатов.

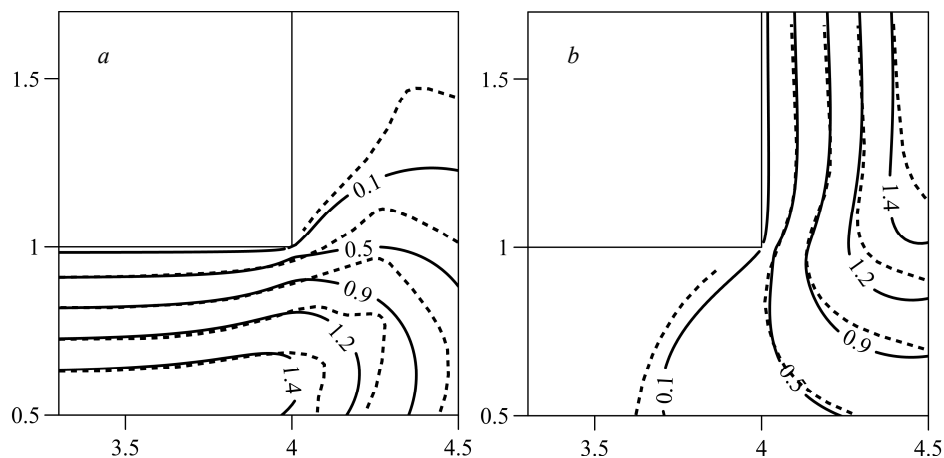


Рис. 9. Поле скорости u (а) и v (б) при $n = 1$, $Re = 4$, $Br = 0$
(пунктир – данные [14])

Fig. 9. Velocity field of u (a) and v (b) at $n = 1$, $Re = 4$, and $Br = 0$
(the dashed line indicates the data from [14])

Заключение

В результате проведенного исследования показано влияние числа Рейнольдса на размеры циркуляционных зон в окрестности внутреннего и внешнего углов L-канала для стационарного движения степенной жидкости. Было установлено, что изменение интенсивности диссипации механической энергии в потоке слабо меняет картину течения. Изменение параметра реологической модели n при переходе свойств жидкости от псевдопластичных к дилатантным показывает, что размеры циркуляционной зоны в области внутреннего угла канала стремятся к постоянной величине. Был проведен параметрический расчет размеров областей двумерного течения в зависимости от чисел Рейнольдса, Бринкмана и степени нелинейности жидкости. При $n < 1$ наблюдается рост указанных размеров при увеличении параметра Рейнольдса от 0.1 до 120 и росте числа Бринкмана от 0.7 до 1.4. Анализ результатов расчета показал, что с ростом n размер области двумерного течения перед поворотом потока увеличивается и стремится к постоянной величине, а после поворота – уменьшается. Для ньютоновской жидкости сравнение с численными и экспериментальными данными других авторов показывает согласование результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Naphon P., Wongwises S.* A review of flow and heat transfer characteristics in curved tubes // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2006. V. 10(5). P. 463–490. DOI: 10.1016/j.rser.2004.09.014.
2. *Ojha R.K., Joshi P.V.* A Review of Fluid Flow and Heat Transfer Analysis on Curved Duct // Proc. All India Conference on «Intelligent systems» in Mechanical and Mechatronics Engineering. April 25–26, 2014. P. 5.156–5.159. DOI: 10.13140/2.1.1540.4166.
3. *Раувендааль К.* Экструзия полимеров. СПб.: Профессия, 2008. 768 с.
4. *Фройштетер Г.Б., Данилевич С.Ю., Радионова Н.В.* Течение и теплообмен неэютовских жидкостей в трубах. Киев: Наукова думка, 1990. 216 с.
5. *Ghobadi M., Muzychka Y.S.* A Review of Heat Transfer and Pressure Drop Correlations for Laminar Flow in Curved Circular Ducts // Heat Transfer Engineering. 2016. V. 37(10). P. 815–839. DOI: 10.1080/01457632.2015.1089735.
6. *Soeberg H.* Viscous flow in curved tubes—I. Velocity profiles // Chem. Eng. Sci. 1988. V. 43(4). P. 855–862. DOI: 10.1016/0009-2509(88)80081-2.
7. *Winters K.H.* A bifurcation study of laminar flow in a curved tube of rectangular cross-section // J. Fluid Mech. 1987. V. 180. P. 343–369. DOI: 10.1017/S0022112087001848.
8. *Soh W.Y.* Developing fluid flow in a curved duct of square cross-section and its fully developed dual solutions // J. Fluid Mech. 1988. V. 188. P. 337–361. DOI: 10.1017/S0022112088000758.
9. *Bara B., Nandakumar K., Masliyah J.H.* An experimental and numerical study of the Dean problem: flow development towards two-dimensional multiple solutions // J. Fluid Mech. 1992. V. 244. P. 339–376. DOI: 10.1017/S0022112092003100.
10. *Kawaguti M.* Numerical Study of the Flow of a Viscous Fluid in a Curved Channel // The Physics of Fluids. 1969. V. 12. P. II-101–II-104. DOI: 10.1063/1.1692420.
11. *Tsai S.F., Sheu T.W.H.* Numerical exploration of flow topology and vortex stability in a curved duct // Int. J. Numer. Meth. Engng. 2007. V. 71. P. 564–582. DOI: 10.1002/nme.1959.
12. *Борзенко Е.И., Дзякова О.А., Шрагер Г.Р.* Исследование явления проскальзывания в случае течения вязкой жидкости в изогнутом канале // Вестн Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2014. № 2(28). С. 35–44.
13. *Perera M.G.N., Walters K.* Long-Range Memory Effects in Flows Involving Abrupt Changes in Geometry. Part I: Flows Associated With L-Shaped And T-Shaped Geometries // J. Non-newton. Fluid Mech. V. 2(1). P. 49–81. DOI: 10.1016/0377-0257(77)80032-3.
14. *Cochrane T., Walters K., Webster M.F.* Newtonian and non-Newtonian flow near a re-entrant corner // J. Nonnewton. Fluid Mech. 1982. V. 10(1-2). P. 95–114. DOI: 10.1016/0377-0257(82)85007-6.
15. *Chono S., Iemoto Y.* Generation of reverse flow of viscoelastic fluid upstream of re-entrant corner in two-dimensional L-shaped channel // J. Rheol. 1990. V. 34(3). P. 295–308. DOI: 10.1122/1.550130.
16. *Chono S., Iemoto Y.* Numerical simulation of viscoelastic flow in two-dimensional L-shaped channels // J. Rheol. 1992. V. 36(2). P. 335–356. DOI: 10.1122/1.550369.
17. *Wu G.H., Lin M.C., Ju S.H., Wu C.C.* Non-isothermal flow of a polymeric liquid through rounded L-channels // Plastics, Rubber and Composites. 2003. V. 32(7). P. 297–305. DOI: 10.1179/146580103225003451.
18. *Norouzi M., Kayhani M.H., Nobari M.R.H., Demneh M.K.* Convective Heat Transfer of Viscoelastic Flow in a Curved Duct // Int. J. Mechanical and Mechatronics Engineering. 2009. V. 3(8). P. 921–927.
19. *Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р.* Установившееся неизоэтермическое течение степенной жидкости в плоском/осесимметричном канале // Вестн Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2018. № 52. С. 41–52. DOI: 10.17223/19988621/52/5.
20. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и механики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

Статья поступила 14.12.18 г.

Dyakova O.A., Frolov O.Yu. (2019) INVESTIGATION OF THE STRUCTURE OF NON-ISOTHERMAL POWER-LAW FLUID FLOW IN AN L-SHAPED CHANNEL. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 58. pp. 71–83

DOI 10.17223/19988621/58/6

Keywords: flow, viscous fluid, non-Newtonian fluid, L-shaped channel, dissipative heating, numerical simulation, kinematics

This paper is devoted to the investigation of a steady-state non-isothermal power-law fluid flow in a flat L-shaped channel with account for viscous dissipation. Mathematical model of the flow includes the motion, continuity, and energy equations written using the dimensionless variables in a Cartesian coordinate system. The fluid rheological behavior is described by the Ostwald–de Waele power law with an exponential dependence of the consistency on temperature. The control volume method and the SIMPLE procedure are applied to solve the formulated problem numerically using the staggered computational grid. The effect of both power-law index and Reynolds and Brinkman numbers on the size of recirculation zones observed in the vicinity of internal and external angles of the L-channel and on the size of two-dimensional flow regions is studied. It is found that the variation in the intensity of mechanical energy dissipation in a stream leads to a weak change in the flow pattern. Considering rising of the power-law index from the values providing pseudoplastic properties of the fluid to that providing dilatant properties, the size of recirculation zone in the vicinity of internal angle is found to tend to a constant value. With an increase in the power-law index, the two-dimensional flow region ahead of the stream turn increases and tends to a constant value, and after turn it decreases. The results obtained for a Newtonian fluid are in a good agreement with numerical and experimental data of other authors.

Financial support. This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project № 18-38-00259).

DYAKOVA Olga Alekseevna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: dyakova_o@ftf.tsu.ru

FROLOV Oleg Yur'evich (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: frolovoy@mail.tsu.ru

REFERENCES

1. Naphon P., Wongwises S. (2006) A review of flow and heat transfer characteristics in curved tubes. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 10(5). pp. 463–490. DOI: 10.1016/j.rser.2004.09.014.
2. Ojha R.K., Joshi P.V. (2014) A review of fluid flow and heat transfer analysis on curved duct. *Proceedings of All India Conference on «Intelligent systems» in Mechanical and Mechatronics Engineering*. pp. 5.156–5.159. DOI: 10.13140/2.1.1540.4166.
3. Rauwendaal C. (2001) *Polymer Extrusion*. Munich: Hanser Gardner Publications.
4. Froysheter G.B., Danilevich S.Yu., Radionova N.V. (1990) *Techenie i teploobmen nen'yutonovskikh zhidkostey v trubakh* [Flow and heat transfer of non-Newtonian fluids in the pipes]. Kiev: Naukova dumka.
5. Ghobadi M., Muzychka Y.S. (2016) A review of heat transfer and pressure drop correlations for laminar flow in curved circular ducts. *Heat Transfer Engineering*. 37(10). pp. 815–839. DOI: 10.1080/01457632.2015.1089735.
6. Soeberg H. (1988) Viscous flow in curved tubes—I. Velocity profiles. *Chemical Engineering Science*. 43(4). pp. 855–862. DOI: 10.1016/0009-2509(88)80081-2.
7. Winters K.H. (1987) A bifurcation study of laminar flow in a curved tube of rectangular cross-section. *Journal of Fluid Mechanics*. 180. pp. 343–369. DOI: 10.1017/S0022112087001848.

8. Soh W.Y. (1988) Developing fluid flow in a curved duct of square cross-section and its fully developed dual solutions. *Journal of Fluid Mechanics*. 188. pp. 337–361. DOI: 10.1017/S0022112088000758.
9. Bara B., Nandakumar K., Masliyah J.H. (1992) An experimental and numerical study of the Dean problem: flow development towards two-dimensional multiple solutions. *Journal of Fluid Mechanics*. 244. pp. 339–376. DOI: 10.1017/S0022112092003100.
10. Kawaguti M. (1969) Numerical study of the flow of a viscous fluid in a curved channel. *The Physics of Fluids*. 12. pp. II-101–II-104. DOI: 10.1063/1.1692420.
11. Tsai S.F., Sheu T.W.H. (2007) Numerical exploration of flow topology and vortex stability in a curved duct. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 71. pp. 564–582. DOI: 10.1002/nme.1959.
12. Borzenko E.I., Diakova O.A., Shrager G.R. (2014) Issledovanie yavleniya proskal'zyvaniya v sluchae techeniya vyazkoy zhidkosti v izognutom kanale [Studying the slip phenomenon for a viscous fluid flow in a curved channel]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2(28). pp. 35–44.
13. Perera M.G.N., Walters K. (1977) Long-range memory effects in flows involving abrupt changes in geometry. Part I: Flows associated with L-shaped and T-shaped geometries. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 2(1). pp. 49–81. DOI: 10.1016/0377-0257(77)80032-3.
14. Cochrane T., Walters K., Webster M.F. (1982) Newtonian and non-Newtonian flow near a re-entrant corner. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. 10(1-2). pp. 95–114. DOI: 10.1016/0377-0257(82)85007-6.
15. Chono S., Iemoto Y. (1990) Generation of reverse flow of viscoelastic fluid upstream of re-entrant corner in two-dimensional L-shaped channel. *Journal of Rheology*. 34(3). pp. 295–308. DOI: 10.1122/1.550130.
16. Chono S., Iemoto Y. (1992) Numerical simulation of viscoelastic flow in two-dimensional L-shaped channels. *Journal of Rheology*. 36(2). pp. 335–356. DOI: 10.1122/1.550369.
17. Wu G.H., Lin M.C., Ju S.H., Wu C.C. (2003) Non-isothermal flow of a polymeric liquid through rounded L-channels. *Plastics, Rubber and Composites*. 32(7). pp. 297–305. DOI: 10.1179/146580103225003451.
18. Norouzi M., Kayhani M.H., Nobari M.R.H., Demneh M.K. (2009) Convective heat transfer of viscoelastic flow in a curved duct. *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*. 3(8). pp. 921–927.
19. Borzenko E.I., Shrager G.R. (2018) Ustanovivsheesya neizotermicheskoe techenie stepennoy zhidkosti v ploskom/osesimmetrichnom kanale [Non-isothermal steady flow of power-law fluid in a planar/axisymmetric channel]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 52. pp. 41–52. DOI 10.17223/19988621/52/5.
20. Patankar S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation.

Received: December 14, 2018