

УДК 530.12

DOI: 10.17223/00213411/62/4/135

А.В. ШАПОВАЛОВ^{1,2}, А.Ю. ТРИФОНОВ^{2,3}

МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ АДОМИАНА ДЛЯ ОДНОМЕРНОГО НЕЛОКАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФИШЕРА – КОЛМОГОРОВА – ПЕТРОВСКОГО – ПИСКУНОВА*

Метод разложения Адомиана применен для построения приближенного решения обобщенного одномерного уравнения Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова, описывающего популяционную динамику с нелокальными конкурентными потерями. Приближенное решение строится в классе убывающих функций. В качестве обратимого линейного оператора выбран оператор диффузии, для которого обратный оператор представляется в терминах диффузионного пропагатора. Рассмотрен пример приближенного решения задачи Коши для функции конкурентных потерь и начальной функции гауссова вида.

Ключевые слова: нелокальное обобщенное уравнение Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова, приближенные решения, метод разложения Адомиана, диффузионный пропагатор.

Введение

Разработка аналитических методов исследования математических моделей реакционно-диффузионных (РД) систем открывает новые возможности для изучения нелинейных явлений в сложных физических, химических, биологических и других системах. К числу таких моделей принадлежит базовая популяционная модель Фишера – Колмогорова – Петровского – Пискунова (Фишера – КПП) [1, 2], в которой учитываются основные механизмы, характерные для популяционной динамики, такие, как воспроизводство популяции (автокатализ) и конкурентные потери. Пространственное распределение популяции обусловлено диффузией. В физике уравнение Фишера – КПП и его модификации встречаются в различных задачах, например в теории горения, в теории фазовых переходов, в физике плазмы и др. [3–6].

Базовое, или классическое, уравнение Фишера – КПП [1, 2] описывает бегущую волну в РД-системе, что представляет интерес для понимания особенностей реакционно-диффузионной динамики не только в физических, но и в биологических и экологических системах. Включение в базовую модель Фишера – КПП дополнительного механизма, учитывающего эффект дальнего действия между элементами популяции, приводит к нелокальному обобщению классического уравнения Фишера – КПП, которое в безразмерной форме запишем следующим образом:

$$-u_t(x, t) + Du_{xx}(x, t) + a(t)u(x, t) - ku(x, t) \int_{-\infty}^{\infty} b(x, y)u(y, t)dy = 0. \quad (1)$$

Здесь гладкая вещественная функция $u(x, t)$, зависящая от пространственной переменной x , $x \in (-\infty, \infty)$, и времени t , $t \in [0, \infty)$, имеет смысл популяционной концентрации (плотности числа частиц в популяции); u_t , u_{xx} – частные производные по соответствующим переменным; D – коэффициент диффузии; темп воспроизводства популяции (автокатализ) в уравнении (1) характеризуется гладкой вещественной функцией $a(t)$; k – параметр нелинейности. Для простоты мы ограничимся одномерным случаем, будем также предполагать, что функция $u(x, t)$ убывает вместе со своими частными производными по x при $|x| \rightarrow \infty$. Интеграл $ku(x, t) \int_{-\infty}^{\infty} b(x, y)u(y, t)dy$ в уравнении (1) описывает нелокальные конкурентные потери. Ядро $b(x, y)$ интегрального оператора называется функцией влияния. При фиксированном значении x функция $b(x, y)$ убывает с увеличе-

* Работа частично поддержана проектом «Физические аспекты релиз-активности» Томского государственного педагогического университета, Программой повышения конкурентоспособности Томского государственного университета среди ведущих мировых научно-образовательных центров, Программой повышения конкурентоспособности Томского политехнического университета среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>