

УДК 539.3

DOI: 10.17223/00213411/62/9/101

Е.Ю. КРЫЛОВА¹, И.В. ПАПКОВА², В.А. КРЫСЬКО²

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ КОЛЕБАНИЙ ГИБКИХ МИКРОПОЛЯРНЫХ СЕТЧАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ *

Построена новая математическая модель колебаний сетчатых микрополярных геометрически нелинейных цилиндрических панелей, находящихся под действием нормальной знакопеременной распределенной нагрузки. Уравнения движения элемента гладкой панели, эквивалентной сетчатой, граничные и начальные условия получены из энергетического принципа Гамильтона – Остроградского с учетом кинематических гипотез Кирхгофа – Лява и теории Теодора фон Кармана. С целью учета размерно-зависимого поведения в работе рассматривается неклассическая континуальная модель на основе среды Коссера, где наряду с обычным полем напряжений учитываются также и моментные напряжения. Панель состоит из n семейств густо расположенных ребер одного материала, что дает возможность осреднить ребра по поверхности панели, используя теорию Г.И. Пшеничного. Для сведения дифференциальной задачи в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений по пространственным координатам использовано два принципиально различных метода: метод конечных разностей с аппроксимацией второго порядка точности и метод Бубнова – Галеркина в высших приближениях. Полученная задача Коши решается методами типа Рунге – Кутты различного порядка точности. Сделано сопоставление результатов, полученных различными численными методами. Проведено исследование нелинейной динамики рассматриваемых систем в зависимости от геометрии сетки. Обоснована необходимость изучения распространения продольных волн.

Ключевые слова: сетчатая цилиндрическая панель, микрополярная теория, нелинейные колебания, метод Бубнова – Галеркина, метод конечных разностей, продольные колебания.

Введение

Микро- и наноразмерные панели и оболочки широко используются в электромеханических системах, в медицине для изготовления биологически совместимых имплантатов, венозных шунтов. Это приводит к необходимости создания надежных математических моделей поведения подобных механических объектов на основании теорий, учитывающих масштабные эффекты. На сегодняшний момент исследований размернозависимого поведения сетчатых пластин и оболочек недостаточно [1–3]. В настоящей работе построена математическая модель сложных колебаний гибких микрополярных сетчатых цилиндрических панелей. Материал панели – псевдоконтинуум Коссера со стесненным вращением частиц. Сетчатая структура учтена по теории Г.И. Пшеничного [4].

Постановка задачи

Объектом исследования является прямоугольная цилиндрическая панель под действием поперечного распределенного давления, занимающая в пространстве R^3 область

$$\Omega = \left\{ -c \leq x \leq c; -b \leq y \leq b; -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \right\}.$$

Панель состоит из n семейств густо расположенных ребер одного материала, что позволяет использовать континуальную модель Г.И. Пшеничного [4]. В работе рассматривается неклассическая континуальная модель на основе среды Коссера, где наряду с обычным полем напряжений учитываются также и моментные напряжения. При этом предполагается, что поля перемещений и вращений не являются независимыми.

Определяющие соотношения для материала панели примем в виде

$$(m_{xx}, m_{xy}, m_{zx}) = \frac{El^2}{1+\nu} (\chi_{xx}, \chi_{xy}, \chi_{zx}), \quad \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} [e_{xx} + \nu e_{yy}], \quad x \rightleftharpoons y, \quad \sigma_{xy} = \frac{E}{(1+\nu)} e_{xy}, \quad (1)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; m_{ij} – компоненты тензора моментов высшего порядка; E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; l – дополнительный независимый параметр длины.

* Работа проведена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 18-01-00351а.

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>