

УДК 539.3

DOI 10.17223/19988621/61/7

В.Н. Кузнецова

## ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА ЗЕМЛЕРОЙНОЙ МАШИНЫ С МЕРЗЛЫМ ГРУНТОМ

Представлены методика проведения и анализ результатов экспериментальных исследований по определению аналитических зависимостей и численных значений коэффициентов, входящих в математическую модель контактного взаимодействия рабочих органов землеройных машин с мерзлым грунтом. Моделирование процесса проводилось с целью учета физико-механических свойств мерзлых грунтов и установления нелинейности характера распределения напряжений на контактной поверхности рабочего органа. В результате проведенных исследований раскрыта сущность протекающих явлений, что позволяет обосновать конструктивные параметры рабочих органов и технологические параметры процесса разработки мерзлых грунтов землеройными машинами.

**Ключевые слова:** *мерзлый грунт, рабочий орган, землеройная машина, прочность, напряжение, энергоемкость.*

Одним из дорогостоящих и энергозатратных видов земляных работ, производимых землеройными или землеройно-транспортными машинами, является разработка мерзлых или сезонно-промерзающих грунтов. Такие виды работ осуществляются при добыче полезных ископаемых арктического шельфа, освоении Севера России, развитии транспортной инфраструктуры, реализации строительных и производственных проектов. Отказы в работе используемой техники, в том числе и в результате износа деформации рабочих органов землеройных машин, приводят к значительным экономическим потерям, вынужденному простоем машин и оборудования [1–15].

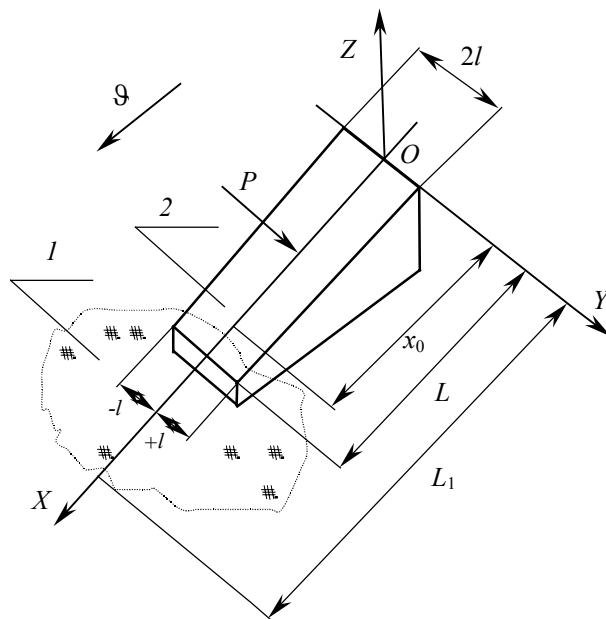
### Основные аспекты математической модели

Нормальная составляющая силы сопротивления мерзлого грунта разработке определяется как поверхностный интеграл

$$N = \iint_{\sigma} p_0 P(x) Q(y) d\sigma, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – площадь контактной поверхности рабочего органа землеройных машин;  $p_0$  – величина нормального давления, действующего на элементарную площадку лобовой поверхности рабочего органа;  $P(x)$ ,  $Q(y)$  – характеристические нормированные функции, описывающие закономерности распределения давления по поверхности рабочего органа землеройных машин в продольной  $XOZ$  и поперечной  $YOZ$  плоскостях соответственно (рис. 1).

На процесс разрушения мерзлых грунтов в значительной мере влияют их физико-механические свойства (плотность, влажность, температура, льдистость, механическая прочность и др.) [17–22]. Они определяют не только характер распределения функций  $P(x)$ ,  $Q(y)$ , но и величину  $p_0$ .



**Рис. 1.** Расчетная схема взаимодействия плоской контактной поверхности рабочего органа землеройной машины с мерзлым грунтом: 1 – мерзлый грунт; 2 – рабочий орган землеройной машины

**Fig. 1.** Computational diagram for interaction of the flat contact surface of the working body of digging machine with a frozen soil: 1, frozen soil and 2, a working body of digging machine

Значение  $p_0$  изменяется по поверхности рабочего органа землеройных машин в зависимости от физико-механических свойств разрабатываемого грунта и режимов разработки [23–25] от минимального значения  $p_0^{\min}$  до величины, численно равной максимальному значению сопротивления грунтов сжатию  $[\sigma_g]$ :

$$p_0^{\min} \leq p_0 \leq [\sigma_g]. \quad (2)$$

Распределение давления, действующего на поверхность рабочего органа землеройных машин по его ширине в поперечной его движению плоскости, можно представить в виде [26]

$$Q(y) = \frac{1 + ay^2}{\left(1 + \frac{a}{a+2}y^2\right)^2}, \quad (3)$$

где  $a$  – коэффициент, определяемый из начальных условий.

Характер изменения функции распределения давлений в продольной плоскости  $P(x)$  имеет нелинейный характер и подчиняется зависимости

$$P(x) = \left[1 + 2a_2 \cdot a_3 \cdot x \cdot e^{-a_3 x^2}\right], \quad (4)$$

где  $a_2, a_3$  – коэффициенты пропорциональности, зависящие от физико-механических свойств разрабатываемого мерзлого грунта и режимов рыхления.

Исходя из условий глобального максимума функций, нормируем функцию  $P(x)$ :

$$P^*(x) = \frac{P(x)}{P^{\max}(x)} = \frac{P(x)}{p_0}, \quad (5)$$

где  $P^*(x)$  – нормированная функция  $P(x)$ ,  $P^*(x) < 0 < 1$ ;  $P^{\max}(x)$  – значение функции  $P(x)$  в точке глобального максимума при  $x_0 = x_{\max}^g$ .

После ряда преобразований зависимость (1) преобразуется в следующий вид:

$$N = \iint_{\sigma} P(x, y) dx dy = \frac{1}{P^{\max}(x)} \iint_{\sigma} P(x) Q(y) dx dy. \quad (6)$$

Далее возникает необходимость в экспериментальном определении коэффициентов, входящих в основные зависимости представленной выше математической модели и подтверждения ее адекватности.

### Экспериментальные исследования

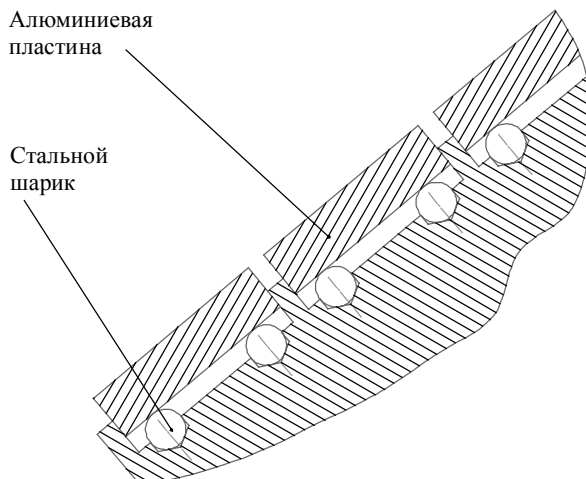
Разработана программа и методика проведения экспериментальных исследований с использованием специально созданных экспериментальной установки и модели рабочего органа землеройной машины (рис. 2).



**Рис. 2.** Экспериментальная установка с моделью рабочего органа

**Fig. 2.** Experimental setup with a working body model

На подвижной тележке грунтового канала закрепляется экспериментальная модель рабочего органа землеройной машины (модель зуба рыхлителя мерзлых грунтов). Модель представляет собой металлическую конструкцию, в которой по всей длине режущей кромки выфрезерованы 5 канавок размером 20×20 мм. В каждой канавке высверлено по четыре сферических углубления, в которых размещены на одном уровне стальные шарики. В канавки модели зуба помещаются сменные элементы (алюминиевые пластины), которые при проведении эксперимента с одной стороны опираются на четыре шарика, а с другой – контактируют с разрабатываемым грунтом. Аллюминиевые пластины в данном эксперименте являются индикаторами сил воздействия грунта на рабочий орган (рис. 3). В качестве модели мерзлого грунта использовался предварительно замороженный супесчаный грунт, размещенный в металлическом коробе.



**Рис. 3.** Экспериментальные пластины с шариками

**Fig. 3.** Experimental plates with balls

При передвижении подвижной тележки в грунтовом канале экспериментальный зуб внедрялся в грунт (рис. 4). При этом металлические шарики вдавливались в алюминиевые пластины, оставляя на последних отпечатки определенного диаметра.



**Рис. 4.** Процесс внедрения экспериментального зуба в мерзлый грунт

**Fig. 4.** Introducing of experimental tooth into the frozen soil

Следующей задачей являлось определение величины силы, возникающей при рыхлении мерзлого грунта по всей длине рабочей поверхности экспериментального зуба по пятну контакта на алюминиевой пластине от шариков (рис. 5). Для этого были замерены диаметры отпечатков шариков на пластинах. Результаты замеров показаны в табл. 1 [26].

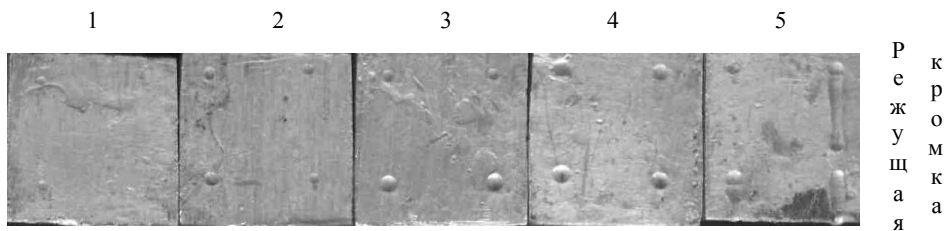


Рис. 5. Пластины с отпечатками  
Fig. 5. Plates with impressions

Таблица 1

Диаметры отпечатков на пластинах экспериментального зуба

Номер пластины	1	2	3	4	5
Диаметр отпечатка <i>d</i> , мм	0.8	1	2	2	1.25

Соотношение Герца [27] для определения величин сил внедрения независимых внедряемых сфер при упругом контакте выглядит следующим образом:

$$Q_s = \frac{4}{3} r^{1/2} \eta^{3/2} E N_c / (1 - \nu^2), \tag{7}$$

где *r* – радиус сферического выступа;  $\eta$  – перемещение под отдельным выступом; *N<sub>c</sub>* – количество внедряемых сферических выступов; *E*,  $\nu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона соответственно.

Для получения аппроксимирующей зависимости между величиной силы рыхления мерзлого грунта и диаметром пятна контакта на алюминиевой пластине с помощью лабораторного комплекса ЛКСМ-1К (рис. 6) были проведены следующие лабораторные замеры [28].

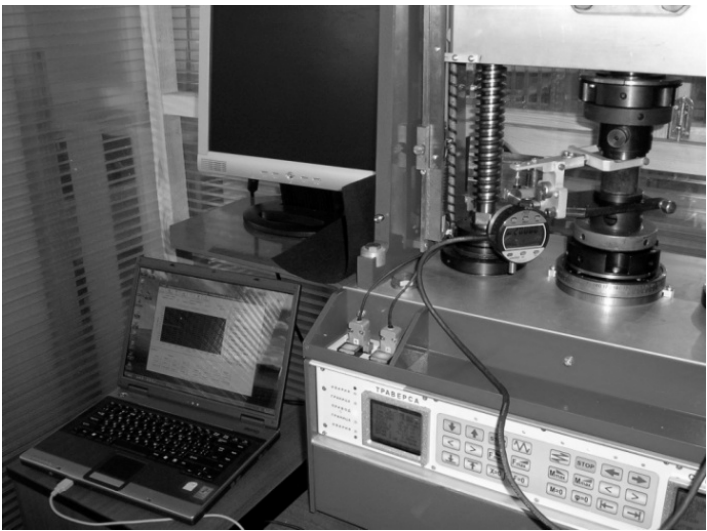


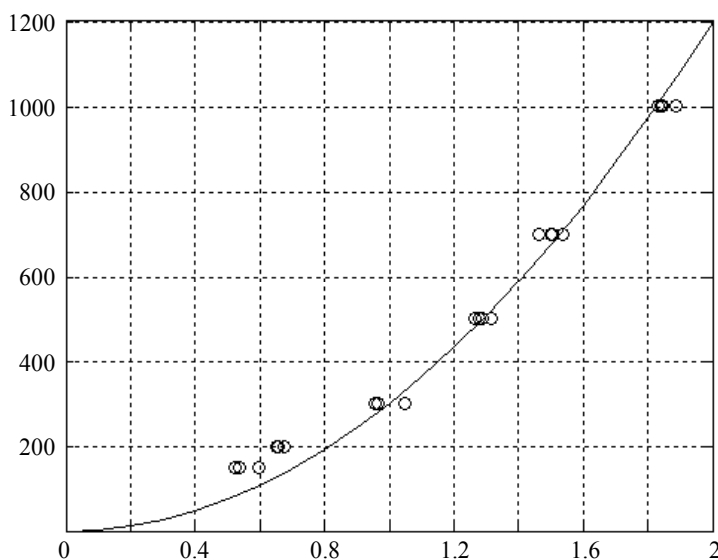
Рис. 6. Лабораторный комплекс ЛКСМ-1К  
Fig. 6. Laboratory facility LKSM-1K

Экспериментальные шарики вдавливались в алюминиевые пластины под действием заранее известной величины силы  $Q_s$ , создаваемой вертикальным перемещением traversы лабораторного комплекса. После этого определялись диаметры отпечатков пятен контактов шариков с пластинами. На одном отпечатке определялись два взаимно перпендикулярных диаметра  $d_1$  и  $d_2$ .

Полученные в результате замеров экспериментальные данные были подвергнуты математической обработке. Таким образом, были получены регрессионная зависимость величины силы  $Q_s$  от диаметра отпечатка экспериментального шарика и график экспериментальных данных и результатов их обработки (рис. 7):

$$Q_s = b_1 d^2, \quad (8)$$

где  $b_1$  – коэффициент пропорциональности ( $b_1 = 298.45$ );  $d$  – диаметр отпечатка шарика.



**Рис. 7.** Сравнительные графики теоретической регрессионной зависимости (линия) и экспериментальных данных (точки)  $Q_s = f(d)$

**Fig. 7.** Comparative graphs for theoretical regression dependence (the solid line) and experimental data (the circles)  $Q_s = f(d)$

Анализ графика (рис. 7) и регрессионной зависимости (8) показывает, что коэффициент  $b_1$  имеет ярко выраженный физический смысл: он пропорционален удельному сопротивлению, оказываемому пластиной при внедрении экспериментального шарика. Величина  $b_1$  является постоянной и может быть найдена из выражения

$$P = \frac{4b_1}{\pi} = 380 \text{ [МПа]}, \quad (9)$$

где  $P$  – сила сопротивления рыхлению мерзлого грунта (см. рис. 1).

Для нахождения следующих экспериментальных значений используем выражение для определения значения нормального усилия на рабочий орган землеройных машин, полученное с учетом зависимостей (1), (3), (4):

$$\begin{aligned}
 N &= \iint_{\sigma} p_0 P(X) Q(Y) dx dy = \\
 &= Ll \int_{-1}^{+1} dy \int_0^x \frac{(1+ay^2)}{\left(1+\frac{a}{a+2}y^2\right)^2} a_1 \left[1+2a_2a_3xe^{-a_3x^2}\right] dx,
 \end{aligned} \quad (10)$$

где  $L, l$  – длина и полуширина рабочего органа землеройных машин соответственно;  $X, Y$  – абсолютные координаты произвольной точки поверхности рабочего органа землеройных машин;  $x, y$  – относительные координаты точек поверхности рабочего органа землеройных машин.

В результате преобразований получим

$$N = a_1 \left[ x + a_2 \left( 1 - e^{-a_3 x^2} \right) \right] Ll k_y, \quad (11)$$

где

$$k_y = \frac{1}{2}(a+2) \left[ 2a \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{(a+2)a}} + 6 \operatorname{arctg} \frac{a}{\sqrt{(a+2)a}} - \sqrt{(a+2)a} \right] / \sqrt{(a+2)a}. \quad (12)$$

Для каждого значения абсциссы  $X$  (координаты центра тяжести пластины) экспериментально определены значения суммарной нормальной силы, действующей на рабочий орган землеройных машин (табл. 2).

Таблица 2

**Значения суммарной нормальной силы по длине экспериментальной модели  
рабочего органа землеройных машин**

$X, \text{ м}$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1
$N, \text{ Н}$	764	1978	6733	11508	133743

Так как значение параметра  $a$  зависит от геометрических размеров рабочего органа землеройных машин и для заданных условий проведения эксперимента неизвестно, то задаемся значениями  $a$  в интервале  $[0; 20]$  и находим  $P^{\max}$ . При этом учитываем, что уравнение для определения величины давления в произвольной точке рабочего органа может быть представлено в следующем виде:

$$p = a_1 \left[ 1 + 2a_2 a_3 x e^{0.5} \right] \frac{(1+ay^2)}{(1+by^2)^2}, \quad (13)$$

где  $a_1 = p_0$ .

Максимальное значение давления на рабочем органе землеройных машин достигается при глобальном максимуме функций  $P(x), Q(y)$  в точках с координатами  $x = x_{\max}^g, y = \pm l$ .

Значение  $x_{\max}^g$  находится приравниванием дифференциала функции (4) нулю:

$$\frac{dP(x)}{dx} = 2a_2 a_3 e^{-a_3 x^2} (1 - 2a_3 x^2) = 0. \quad (14)$$

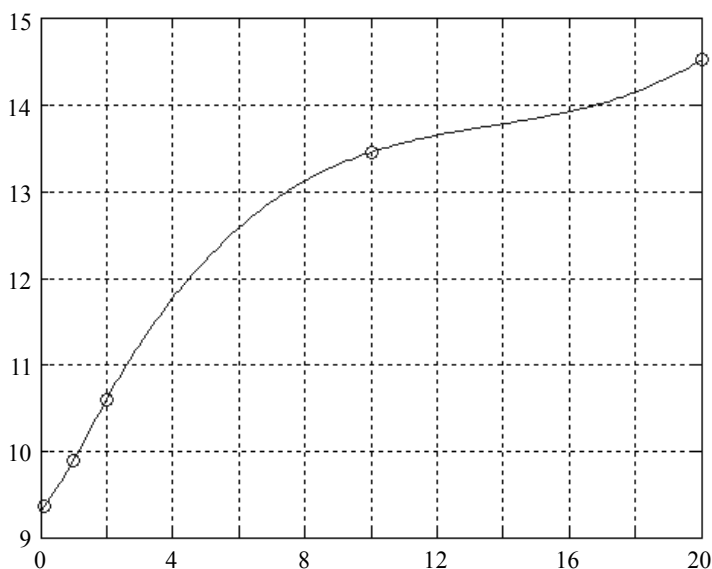
Откуда следует, что

$$x_{\max}^g = \sqrt{\frac{1}{2a_3}}. \quad (15)$$

Максимальное значение давления грунта на экспериментальный зуб найдем из зависимости

$$p_{\max} = a_1 \left[ 1 + 2 a_2 a_3 \sqrt{\frac{1}{2a_3}} e^{0.5} \right] \frac{1(a+2)^2}{4(a+1)}. \quad (16)$$

Из графика зависимости  $p_{\max} = f(a)$  (рис. 8) находим значение коэффициента  $a = 1$ , зная предел прочности мерзлого грунта на сжатие (для мерзлого песка  $[\sigma_g] = 10$  МПа).



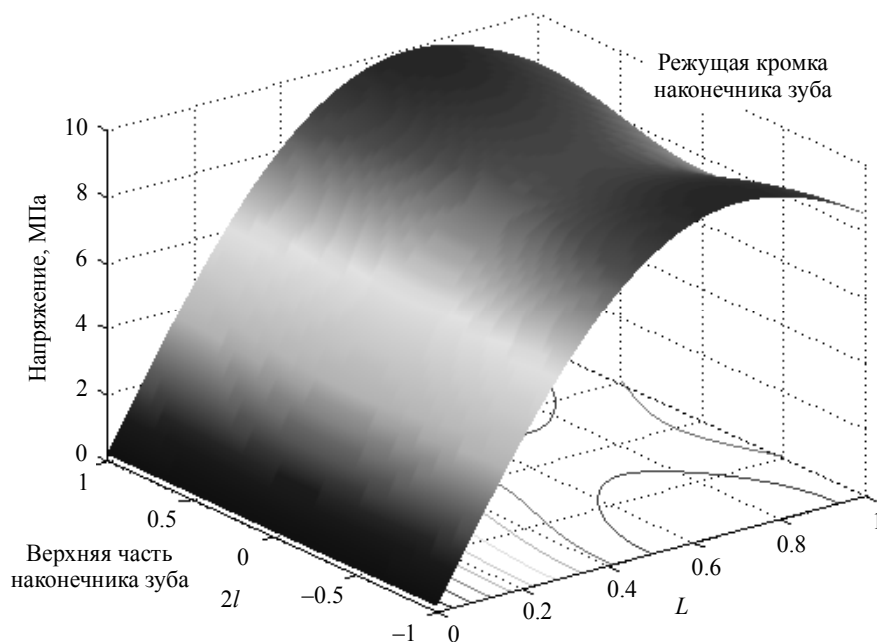
**Рис. 8.** График зависимости  $p_{\max} = f(a)$   
**Fig. 8.** Dependency diagram for  $p_{\max} = f(a)$

Задавая значение коэффициента  $a$ , определяем значения коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , входящих в выражения (13) – (16), путем аппроксимации этой зависимости данных табл. 2. Аппроксимация проведена с помощью встроенной в программный продукт «MathLab» функции «*lsqcurvefit*». При известном значении параметра  $a$  «*lsqcurvefit*» определяет вектор  $[a_1 \ a_2 \ a_3]$ . Соответствующие найденному значению коэффициента  $a = 1$  величины остальных коэффициентов равны:  $a_1 = 1.58 \cdot 10^5$  Па,  $a_2 = 63.56$ ,  $a_3 = 1.01$ . Следует отметить, что значение  $a_1 = 1.58 \cdot 10^5$  Па для данного эксперимента соответствует минимальному значению давления в верхней точке контакта. Значения  $a_2$ ,  $a_3$  справедливо для мерзлого песчаного грунта.

### Анализ теоретических и экспериментальных исследований

В результате проведенных исследований и с учетом экспериментально полученных значений коэффициентов, входящих в математическую модель, установлено графическое изображение пространственной эпюры распределения напряжений по контактной поверхности рабочего органа землеройной машины при разработке мерзлого грунта (рис. 9).





**Рис. 9.** Пространственная эпюра распределения напряжений по поверхности рабочего органа землеройной машины при взаимодействии с мерзлым грунтом

**Fig. 9.** Three-dimensional diagram for stress distribution over the surface of the working body of digging machine when interacting with frozen soil

Анализ эпюры подтверждает адекватность теоретических исследований (погрешность составляет 6–8 %) и позволяет с большой достоверностью определить значения глобального максимума функций распределения напряжений на контактной поверхности рабочего органа землеройных машин. Зоны глобального максимума находятся выше режущей кромки по длине и смещены к крайним точкам профиля лобовой поверхности рабочего органа землеройных машин. Доказано, что координаты нахождения зон глобального максимума зависят от физико-механических свойств разрабатываемого грунта, условий его разработки, параметров рабочего органа землеройных машин. Необходимо стремиться к снижению напряжений именно в этих зонах рабочего органа путем конструктивного его усиления.

### Заключение

Проведенные экспериментальные исследования по физическому моделированию процесса взаимодействия рабочего органа землеройных машин с мерзлым грунтом позволили адаптировать теоретические исследования к реальным условиям эксплуатации и режимам работы техники, установить значения коэффициентов, входящих в математическую модель процесса взаимодействия рабочих органов землеройных машин с мерзлым грунтом. Полученное графическое изображение пространственной эпюры распределения напряжений по длине рабочего органа землеройных машин согласуется с аналитическими зависимостями распределения напряжений по контактной поверхности их рабочего органа.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вялов С.С. Реология мерзлых грунтов. М.: Стройиздат, 2000. 464 с.
2. Baker D.G., Ruschy D.L. Calculated and Measured Air and Soil Freeze-Thaw Frequencies // American Meteorological Society. 1995. V. 34. No. 10. P. 2197–2205. DOI: [http://dx.doi.org/10.1175/1520-0450\(1995\)034<2197:CAMAAS>2.0.CO;2](http://dx.doi.org/10.1175/1520-0450(1995)034<2197:CAMAAS>2.0.CO;2).
3. Atkinson J. The Mechanics of Soils and Foundations. CRC Press, 2007. 448 p.
4. Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов: общая и прикладная. М.: Строительство, 2013. 448 с.
5. Zhu Y. Constitutive relations of frozen soil in uniaxial compression // J. Glaciology and Geocryology. 1992. No. 3. P. 216–220.
6. Роман Л.Д. Механика мерзлых грунтов. М.: Наука-Интерпериодика, 2002. 426 с.
7. Li Q. Development of frozen soil model // Advances in Earth Science. 2006. No. 12. P. 96–103.
8. Sun X. АСТ–timely experimental study on meso-scopic structural damage development of frozen soil under triaxial shearing // Rock and Soil Mechanics. 2005. No. 8. P. 150–163.
9. Баловнев В.И. Моделирование и прогнозирование процессов взаимодействия машин с многофазными средами: взаимодействие рабочих органов строительных, дорожных и коммунальных машин с грунтом и другими материалами. М.: МАДИ, 2000. 61 с.
10. Баловнев В.И., Нгуен З.Ш. Определение сопротивлений при разработке грунтов рыхлителем по интегральному показателю прочности // Строительные и дорожные машины. 2005. № 3. С. 38–40.
11. Ветров Ю.А. Резание грунтов землеройными машинами. М.: Машиностроение, 1971. 357 с.
12. Желудкевич Р.Б. Разработка мерзлых грунтов землеройными машинами с дисковым инструментом. Красноярск: СФУ, 2012. 194 с.
13. Talalay P.G. Subglacial till and bedrock drilling // Cold Regions Science and Technology. 2013. V. 86. P. 142–166.
14. Лецинер В.Б. Совершенствование инструмента для резания мерзлых грунтов. Томск: Изд-во Томского университета, 1991. 210 с.
15. Евдокимов А.Н., Васильев С.И., Жубрин В.Г. Аналитическое определение силы сопротивления внедрению инструмента в мерзлый грунт // Системы. Методы. Технологии. 2011. № 11. С. 115–118.
16. Завьялов А.М., Завьялов М.А., Кузнецова В.Н. Взаимодействие дорожных и строительных машин с контактной средой. Омск: КАН, 2011. 370 с.
17. Мартюченко И.Г. Машины и оборудование для разработки и бурения мерзлых грунтов. Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т, 2009. 101 с.
18. Растегаев И.К. Механика и теплофизика статистического рыхления вечномерзлых грунтов. Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та, 1988. 222 с.
19. Liu X., Liu P. Experimental research on the compressive fracture toughness of wing fracture of frozen soil // Cold Regions Science and Technology. 2011. V. 65. P. 421–428.
20. Ryabets N., Kirzhner F. Weakening of frozen soils by means of ultra-high frequency energy // Cold Regions Science and Technology. 2003. V. 36. P. 115–128.
21. Васильев С.И. Вероятностные физико-механические характеристики грунтов Восточно-Сибирского региона // Транспортное строительство. 2013. № 3 (19). С. 28–30.
22. Недорезов И.А. Вариации прочности грунтов, разрабатываемых в строительстве // Транспортное строительство. 2013. № 8. С. 29–30.
23. Рахматуллин Х.А., Сагомонян А.Я., Алексеев Н.А. Вопросы динамики грунтов. М.: МГУ, 1964. 124 с.
24. Зеленин А.Н., Баловнев В.И., Керов И.П. Машины для земляных работ. М.: Машиностроение, 1975. 420 с.
25. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М.: Физматгиз, 1960. 214 с.
26. Кузнецова В.Н. Развитие научных основ взаимодействия контактной поверхности рабочих органов землеройных машин с мерзлыми грунтами: дис... д-ра техн. наук. Омск, 2009. 259 с.

27. Горячева И.Г. Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 252 с.
28. Завьялов А.М., Завьялов М.А., Кузнецова В.Н., Мецераков В.А. Математическое моделирование рабочих процессов дорожных и строительных машин: имитационные и адаптивные модели. Омск: СибАДИ, 2012. 411 с.

Статья поступила 02.08.2018 г.

Kuznetsova V.N. (2019) PHYSICAL MODELING OF THE CONTACT INTERACTION BETWEEN WORKING BODY OF DIGGING MACHINE AND FROZEN SOIL. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 61. pp. 70–81

DOI 10.17223/19988621/61/7

Keywords: frozen soil, working body, digging machine, strength, tension, energy intensity.

The methodology for experimental studies and the analysis of the obtained results intended to determine the analytical dependencies and numerical values of the coefficients in a mathematical model of the contact interaction of working body of digging machine with a frozen soil are presented. Modeling of the process was aimed to take into account the physical and mechanical properties of the frozen soils and to determine a nonlinear behavior of the stress distribution over the contact surface of working body. As a result of the research, the main principles of the processes were revealed, which allowed one to validate both the design parameters of the working bodies and the technological parameters of the frozen soil excavation by digging machines.

KUZNETSOVA Viktoriya Nikolaevna (Doctor of Technical Sciences, Siberian State Automobile and Highway University, Omsk, Russian Federation). E-mail: dissovetsibadi@bk.ru

#### REFERENCES

1. Vyalov S.S. (2000) *Reologiya merzlykh gruntov* [Rheology of frozen soils]. Moscow: Stroyizdat.
2. Baker D.G., Ruschy D.L. (1995) Calculated and measured air and soil freeze-thaw frequencies. *American Meteorological Society*. 34(10). pp. 2197–2205. DOI: 10.1175/1520-0450(1995)034<2197:CAMAAS>2.0.CO;2.
3. Atkinson J. (2007) *The Mechanics of Soils and Foundations*. CRC Press.
4. Tsytoich N.A. (2013) *Mekhanika merzlykh gruntov: obshchaya i prikladnaya* [Mechanics of frozen soils: general and applied]. Moscow: Stroitel'stvo.
5. Zhu Y. (1992) Constitutive relations of frozen soil in uniaxial compression. *Journal of Glaciology and Geocryology*. 3. pp. 216–220.
6. Roman L.D. (2002) *Mekhanika merzlykh gruntov* [Mechanics of frozen soils]. Moscow: Nauka-Interperiodika.
7. Li Q. (2006) Development of frozen soil model. *Advances in Earth Science*. 12. pp. 96–103.
8. Sun X. (2005) CT–timely experimental study on meso-scopic structural damage development of frozen soil under triaxial shearing. *Rock and Soil Mechanics*. 8. pp. 150–163.
9. Balovnev V.I. (2000) *Modelirovanie i prognozirovaniye protsessov vzaimodeystviya mashin s mnogofaznymi sredami: vzaimodeystvie rabochikh organov stroitel'nykh, dorozhnykh i kommunal'nykh mashin s gruntom i drugimi materialami* [Modeling and forecasting of the processes of interaction between machines and multiphase media: interaction of the working bodies of construction, road, and utility machines with soil and other materials]. Moscow: MADI.
10. Balovnev V.I., Nguen Z.Sh. (2005) *Opredelenie soprotivleniy pri razrabotke gruntov rykhlytem po integral'nomu pokazatelyu prochnosti* [Determination of resistance during the excavation of soil by a ripper on the basis of the integral indicator of strength]. *Stroitel'nye i dorozhnye mashiny*. 3. pp. 38–40.
11. Vetrov Yu.A. (1971) *Rezanie gruntov zemleroynymi mashinami* [Soil cutting by earth-moving machines]. Moscow: Mashinostroenie.

12. Zhelukevich R.B. (2012) *Razrabotka merzlykh gruntov zemleroynymi mashinami s diskovym instrumentom* [Excavation of frozen soils by earth-moving machines equipped with disc tools]. Krasnoyarsk: SFU.
13. Talalay P.G. (2013) Subglacial till and bedrock drilling. *Cold Regions Science and Technology*. 86. pp. 142–166.
14. Leshchiner V.B. (1991) *Sovershenstvovanie instrumenta dlya rezaniya merzlykh gruntov* [Improving of the tools for a frozen soil cutting]. Tomsk: Izdatel'stvo Tomskogo universiteta.
15. Evdokimov A.N., Vasil'ev S.I., Zhubrin V.G. (2011) Analiticheskoe opredelenie sily soprotivleniya vnedreniyu instrumenta v merzlyy grunt [Analytical determination of the force of resistance to the introduction of tool into the frozen soil]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii*. 11. pp. 115–118.
16. Zav'yalov A.M., Zav'yalov M.A., Kuznetsova V.N. (2011) *Vzaimodeystvie dorozhnykh i stroitel'nykh mashin s kontaktnoy sredoy* [Interaction of road and construction machines with a contact environment] Omsk: KAN.
17. Martyuchenko I.G. (2009) *Mashiny i oborudovanie dlya razrabotki i bureniya merzlykh gruntov* [Machines and equipment for the excavation and drilling of frozen soils]. Saratov: Saratovskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet.
18. Rastegaev I.K. (1988) *Mekhanika i teplofizika statisticheskogo rykhleniya vechnomerzlykh gruntov* [Mechanics and thermal physics of the statistical loosening of permafrost soils]. Krasnoyarsk: Izdatel'stvo Krasnoyarskogo universiteta.
19. Liu X., Liu P. (2011) Experimental research on the compressive fracture toughness of wing fracture of frozen soil. *Cold Regions Science and Technology*. 65. pp. 421–428.
20. Ryabets N., Kirzhner F. (2003) Weakening of frozen soils by means of ultra-high frequency energy. *Cold Regions Science and Technology*. 36. pp. 115–128.
21. Vasil'ev S.I. (2013) Veroyatnostnye fiziko-mekhanicheskie kharakteristiki gruntov Vostochno-Sibirskogo regiona [Probabilistic physical and mechanical characteristics of soils in the East-Siberian region]. *Transportnoe stroitel'stvo*. 3 (19). pp. 28–30.
22. Nedorezov I.A. (2013) Variatsii prochnosti gruntov, razrabatyvaemykh v stroitel'stve [Variety of the strength of soils excavated in construction]. *Transportnoe stroitel'stvo*. 8. pp. 29–30.
23. Rakhmatullin Kh.A., Sagomonyan A.Ya., Alekseev N.A. (1964) *Voprosy dinamiki gruntov* [Ground dynamics issues]. Moscow: MGU.
24. Zelenin A.N., Balovnev V.I., Kerov I.P. (1975) *Mashiny dlya zemlyanykh rabot* [Earth-moving machines]. Moscow: Mashinostroyeniye.
25. Sokolovskiy V.V. (1960) *Statika sypuchey sredy* [Statics of flowing medium]. Moscow: Fizmatgiz.
26. Kuznetsova V.N. (2009) *Razvitie nauchnykh osnov vzaimodeystviya kontaktnoy poverkhnosti rabochikh organov zemleroynykh mashin s merzlymi gruntami* [Development of scientific principles of the interaction of the contact surface of working bodies of earth-moving machines with frozen soils]. Dissertation. Omsk.
27. Goryacheva I.G. (1988) *Kontaktnye zadachi v tribologii* [Contact problem in tribology]. Moscow: Mashinostroyeniye.
28. Zav'iylov A.M., Zav'yalov M.A., Kuznetsova V.N., Meshcheryakov V.A. (2012) *Matematicheskoe modelirovaniye rabochikh protsessov dorozhnykh i stroitel'nykh mashin: imitatsionnye i adaptivnye modeli* [Mathematical modeling of road and construction machinery workflows: simulating and adaptive models]. Omsk: SibADI.

Received: August 2, 2018