Вестник Томского государственного университета
Философия. Социология. Политология. 2019. № 52

УДК 1(091)
DOI: 10.17223/1998863Х/52/11

К.А. Родин

N-ОПЕРАТОР И ЭЛИМИНАЦИЯ ЗНАКА ТОЖДЕСТВА «В ЛОГИКО-ФИЛОСОФСКОМ ТРАКТАТЕ» Л. ВИТГЕНШТЕЙНА

Дается краткое изложение основных результатов различных попыток представить предложенную Л. Витгенштейном правильную логическую нотацию в систематическом виде: рассматриваются правила применения N-оператора и правила элиминации знака тождества. Сопоставляются предложенные Каем Вемайером и Тимом Лампертом алгоритмы перевода «стандартных» формул на логический язык Трактата.
Ключевые слова: Витгенштейн, N-оператор, знак тождества, логика первого порядка, пропозициональная функция, логическая эквивалентность.

Предложенный Л. Витгенштейном в «Логико-философском трактате» (далее – Трактат) «правильный» способ логической записи исчерпывается двумя положениями: полным устранением знака тождества (тождество или нетождество объектов должно выражаться через тождество или нетождество знаков (5.53)) и постулированной возможностью получить любые формулы логики первого порядка через применение N-оператора. Первое положение отвергает определение тождества по Лейбницу (принятое и Расселом в Principia Mathematica) и в Трактате определенным образом обосновывается (аргументы Витгенштейна мы рассматривать не будем). Второе положение вводится без аргументации. Относительно правил устранения знака тождества и применения N-оператора Витгенштейн ограничился примерами. Цель настоящей обзорной статьи – краткое изложение основных результатов различных попыток представить предложенную Витгенштейном правильную логическую нотацию в систематическом виде. Споры вокруг принципиальной возможности или невозможности систематического применения логической записи без знака тождества с переменным успехом велись со времен публикации Трактата (хорошо известна реакция Рамсея и Рассела и соответствующие последствия для проекта Principia Mathematica (см., напр.: [1]). Недавние работы Флойд и Ландини вернули интерес к проблеме (см.: [2, 3]). Но существенный успех в понимании «намерений» Витгенштейна связан с недавними статьями Вемайера (одна статья – в соавторстве с Роджерсом) ([4–6]) и – особенно – Ламперта [7]. Относительно же определения правил применения N-оператора существенного успеха (и проблему можно считать исчерпанной) достигли Роджерс и Вемайер.

В первой части настоящей статьи рассматриваются предложенные Роджерсом и Вемайером правила и алгоритм записи формул логики первого порядка через N-оператор (коротко рассматривается и известный спор Фогелина и Питера Гича [8, 9] относительно N-оператора). Во второй части излагается предложенный Вемайером алгоритм перевода «стандартных» формул логики первого порядка на язык без знака тождества. В третьей части – другой подобный алгоритм и соответствующая критика правил перевода Роджерса и Вемайера Лампертом. В заключительной части формулируются дополнительные аргументы в пользу позиции Тима Ламперта.

1

Намеченная Витгенштейном в «Логико-философском трактате» «нестандартная» логическая нотация сводится к элиминации знака тожества и к так называемому N-оператору. Здесь мы рассмотрим только N-оператор.

Наряду с определением N-оператора (применяется к пропозициональной переменной) (5.502. «…N($\bar{\xi}$) есть отрицание всех значений пропозициональной переменной ξ») Витгенштейн определяет три способа задать значения пропозициональной переменной (переменных):

… Значения переменных должны быть определены.

Определение – это описание заменяемых на переменную пропозиций.

Как описываются члены заключенного в скобки выражения, несущественно.

Мы можем различить три способа описания:

1. Прямое перечисление. В таком случае вместо переменной мы можем просто поставить ее постоянные значения.

2. Задание функции fx, значения которой для всех значений x – это описываемые пропозиции.

3. Задание формального закона, по которому образованы эти пропозиции. … (5.501)

За исключением нескольких иллюстраций (примеров применения), Витгенштейн не прописывает синтаксических правил применения N-оператора. Примеры следующие:

1. ξ имеет только одно значение: N(ξ) = ~p (не p). ξ имеет два значения: N(ξ) = ~p. ~q (не p и не q) (в таком случае N-оператор работает как штрих Шеффера) (5.51).

2. Значение ξ – все значения функции fx для всех значений x: N(ξ) = = ~(∃x). fx. (5.52)

Второй случай стал камнем преткновения. С помощью штриха Шеффера возможно переписать **все** логические константы. Но как с помощью применения N-оператора к классу пропозиций (который задан пропозициональной переменной) переписать **любые** пропозиции с кванторами всеобщности и / или существования…

Понятие пропозициональной функции заимствовано Витгенштейном из Principia Mathematica Рассела. Соответственно определяется и класс пропозиций:

Если какую-то составную часть пропозиции мы заменим на переменную – существует класс пропозиций, который исчерпывает все значения получившейся в результате переменной пропозиции (3.315) (перевод Добронравова и Лахути с изм.).

Итак. Необходимо через применение одного лишь N-оператора к классу пропозиций получить общие пропозиции (в том числе с разными кванторами). Роджер Фогелин (Ф) посчитал задачу невыполнимой. Ход рассуждений Ф можно представить так:

Пусть нам нужно построить общую пропозицию с вложенными кванторами: ∀x∃y fxy.

– Возьмем подходящую для описания класса элементарных пропозиций пропозициональную функцию и применим к данному классу N-оператор: N(fay). N(fay) эквивалентно ~∃y fay.

Дальше нужно применить оператор ко всем эквивалентным ~∃y fxy пропозициям. И для этого класс таких пропозиций нужно задать с помощью пропозициональной функции. Поэтому:

– заменим a в пропозиции N(fay) на переменную x: N(fxy);

– применим N-оператор: N(N(fxy)).

Пропозиция ∀x∃y fxy эквивалентна пропозиции ~∃x~∃y fxy. А пропозиция N(N(fxy) – так считает (Ф) – эквивалентна пропозиции ∃x∃y fxy (следовательно, с помощью N-оператора не получилось и в принципе невозможно построить пропозицию ∀x∃y fxy (пропозицию с разными кванторами)). Такое понимание N-оператора не соответствует намерению Витгенштейна: при попытке получить пропозициональную функцию для **класса** пропозиций мы – напротив – получаем одну определенную пропозицию. Иначе: после перехода от a к переменной x выражение N(fxy) представляется просто другим способом записи пропозиции ∀x∀y ~fxy (N(N(fxy)) для ∃x∃y fxy соответственно) (см. подробнее: [6. С. 559]). Поэтому N-оператор применяется уже не к классу пропозиции (заданных пропозициональной переменной). (И, как следствие), символизм N-оператора в интерпретации Ф не позволяет различать между применением оператора к пропозициональной функции и применением оператора ко всему классу значений пропозициональной функции. По Ф, в области своего действия оператор связывает все свободные переменные. Введение любой новой переменной (по правилу 3.315) автоматически делает переменную связанной: вместо открытого предложения получаем определенную (determinate) пропозицию. Ошибочная интерпретация Ф связана с неверным прочтением примеров Трактата: Витгенштейн показывает результат применения оператора к пропозициям или классу значений пропозициональной функции. Однако отсюда не следует представимость результата через соответствующее выражение с N-оператором: N(N(fxy)) непонятно как именно указывает на применение оператора дважды. И поэтому в принципе остается неизвестным результат операции. Даже просто для предположения об эквивалентности N(N(fxy)) и ∀x∃y fx нет оснований: дополнительно необходимы какие-то неупомянутые Витгенштейном правила применения N-оператора.

Такие правила (плюс способ записи) попытался сформулировал Питер Гич:

пусть выражение N(x : fx) означает общее отрицание класса пропозиций – который получен через замену в пропозициональной функции fx имени на переменную.

Таким образом, вводится различие между свободными и связанными переменными. Следовательно, вводится и различие между пропозициональными функциями и определенными пропозициями (что удовлетворяет требованию 3.315) (см. подробнее: [6. стр. 560]). И теперь:

пусть нужно получить (∀x)(∃y) fxy;

– есть элементарная пропозиция fab. Превращаем b в переменную: получаем пропозициональную функцию y : fay;

– применяем N-оператор к классу значений полученной функции: N(y : fay). Что эквивалентно ~(∃y) fay;

– превращаем a в переменную: получаем пропозициональную функцию x : N(y : fx y);

– применяем N-оператор к классу значений полученной функции: N(x : N(y : fx y)). Что и эквивалентно (∀x)(∃y) fxy.

Роджерс и Вемайер (далее – РиВ) предлагают аналогичные правила. Но используют другой способ обозначения (который должен был иметь в виду и сам Витгенштейн). Предложенный способ обозначения соответствует историческому контексту (PM Рассела плюс комментарии Рамсея).

Ограничимся одним примером: $\mathrm{NN}\,\overline{\mathrm{NN}\,\widehat{\overline{\mathrm{fx}\,\hat{\mathrm{y}}}}}$ эквивалентно (∀x)(∀y) fxy. Слева направо применяем N-оператор:

1. $\mathrm{N}\,\overline{\mathrm{fx}\,\hat{\mathrm{y}}}$ эквивалентно ~ (∃y) fxy.
2. N(~ (∃y) fxy) эквивалентно (∀y) fxy.
3. $\mathrm{N}\,\overline{((\forall \mathrm{y})\ \mathrm{f}\hat{\mathrm{x}}\mathrm{y})}$ эквивалентно (~ ∃y)(∀y) fxy.
4. N((~ ∃y) (∀y) fxy) эквивалентно (∀x)(∀y) fxy.

Циркумфлекс определяет связанную переменную. Горизонтальная черта – область действия соответствующей переменной (the scope of a bound variable) (берется нижняя черта над связанной переменной). Горизонтальная черта присутствует в исходном определении N-оператора (5.502). Циркумфлекс предполагается Витгенштейном по умолчанию (ввиду контекста PM и комментариев Рамсея). Кроме того РиВ доказали: любая пропозиция стандартной логики первого порядка может в конечное число шагов быть переписана при помощи N-оператора на логический язык Трактата (см. подробнее: [6. С. 565–566]).

2

Элиминация тождества из логической нотации представляется более существенной проблемой. Тождество Витгенштейн предлагает выражать через тождество знаков (нетождество – через различие знаков) (констатация 5.52). Витгенштейн снова ограничивается примерами (констатации 5.531, 5.532 и 5.5321):

1. f(a,b). a = b без знака тождества записывается как f(a,a) или f(b,b).
2. f(a,b). ~ a = b записывается как f(a,b).
3. (∃x,y). f(x,y). x = y записывается как (∃x). f(x,x).
4. (∃x,y). f(x,y). ~ x = y записывается как (∃x,y). f(x,y).
5. (∃x,y). f(x,y) записывается как (∃x,y). f(x,y) .∨. (∃x). f(x,x).
6. (x) : fx ⊃ x = a записывается как (∃x). fx .⊃. fa : ~ (∃x,y). fx . fy.
7. Пропозиция «только один x удовлетворяет f( )» записывается как (∃x). fx : ~ (∃x,y). fx. fy.

Разность (понимаемая буквально) свободных переменных a и b во втором примере предполагает также и разность значений переменных. Иначе (в общем виде): выполняющее некоторую формулу значение переменной должно быть в 1-1 отношении к другим свободным переменным внутри данной формулы. Если же a и b в примере рассматривать как имена – они не должны иметь общий референт.

Третий пример содержит явно эквивалентные формулы. Однако четвертый пример предполагает: в выражении (∃x,y). f(x,y) значения переменных x и y никогда не совпадают. И необходимо обеспечить **систематическое** выполнение данного требования. РиВ ссылаются здесь на работу Я. Хинтикки [10]. Задача требует учитывать наложение кванторов. Хинтикка предложил две возможности.

1. Слабая версия исключающего прочтения вложенных кванторов. (∃x,y). f(x,y). Берем некое значение a (witness) для переменной первого квантора {Никакие значения никаким переменным еще не приписаны. Поэтому никакой объект из области квантора ∃x не исключается}. В подформуле (∃y). f(x,y) встречается свободная переменная x (которой приписано некоторое значение a). Примем: область значений связанной переменной z содержит любые элементы – кроме значений любой свободной переменной внутри области действия связывающего переменную z квантора. Таким образом, в нашей подформуле значение переменной x будет исключено из области значений связанной переменной y. И условия истинности эквивалентных формул из четвертого примера совпадают.

2. Сильная версия исключающего прочтения вложенных кванторов. Область значений связанной переменной z содержит любые элементы (из области значения) – кроме значений любой переменной внутри области действия которой встречается z (где область действия связанной переменной – это область действия связывающего переменную квантора).

3. Еще одна возможность сформулирована уже РиВ [6. С. 542–543]. Мы можем по-разному определять область действия свободной переменной. В сильной версии исключающего прочтения область действия свободной переменной принимается за формулу целиком. Альтернатива (которую не увидел Хинтикка): свободная переменная не имеет области действия. Тогда третья возможность – узкий вариант сильной версии исключающего прочтения вложенных кванторов.

Шестой пример иллюстрирует разницу в прочтениях: выражение

(∃x). fx .⊃. fa : ~(∃x,y). fx. fy согласно с сильной версией в «обычной» записи будет выглядеть:

$(\exists x\,(x \neq a \land F\,x\,) \supset F\,a) \land \neg\exists x\,\exists y\,(x \neq a \land y \neq a \land x \neq y \land F\,x \land F\,y)$. Что совсем не передает подразумеваемого в исходном выражении (x) : fx ⊃ x = a «только a удовлетворяет формулу f». Но если a не имеет области действия – и, соответственно, не налагает ограничение на значения переменных (т.е. при узком варианте сильной версии исключающего прочтения) – предложенная Витгенштейном замена будет эквивалентной. Что верно и в случае слабой версии исключающего прочтения. Витгенштейн (вероятно) имел в виду слабую версию исключающего прочтения. Но в любом случае РиВ определили формальную процедуру (алгоритм) перевода стандартных формул на логический язык Трактата (и обратно) для всех трех возможностей. Алгоритм простой и основывается на изложенных синтаксических правилах (мы не будем его воспроизводить).

Два замечания:

1. Алгоритм перевода исключает из логического языка Трактата имена или константы (РиВ предлагают заменить имена на свободные переменные с (фиксированными) заданными значениями).

2. При переводе со стандартного языка на логический язык Трактата в случае с выражениями «x = x» и «x = y» предлагается вместо первого выражения писать T(x) (любая тавтология со свободной переменной x) и ⊥(x, y) (любое противоречие с двумя свободными переменными) – вместо второго выражения.

Р и В была доказана и выразительная эквивалентность формул стандартного логического языка и логического языка Трактата. Единственный случай нарушения данной эквивалентности – это кореферентность: на языке Трактата невозможно выразить «a = b». Однако использование имен при описании мира несущественно (5.526). Кроме того, по Витгенштейну, различные имена не должны отсылать к одному объекту.

И все-таки подлинную трудность представляет первый пример перевода сам по себе: f(a,b). a = b без знака тождества записывается как f(a,a) или f(b,b). В любой интерпретации f(a,a) или f(b,b) неэквивалентно f(a,b). a = b. f(a,b). a = b очевидно имплицирует f(a,a) и f(a,b). Но импликация необратима. По мнению Р и В f(a,b). a = b можно переводить через противоречие (замечание 2). Однако Витгенштейн (по непонятной причине) вместо перевода записал следствие из формулы Рассела.

3

Тим Ламперт указывает на очевидное несоответствие предложенного РиВ способа перевода букве Трактата. Вернемся к первому примеру Витгенштейна.

Формула Рассела: Fab ∧ a = b.

Перевод Витгенштейна: Faa (или Fbb).

Перевод Вемайера: Fab ∧ (Rab ∧ ¬Rab) (можно использовать любое противоречие).

Формула Рассела и перевод Витгенштейна – не противоречия. РиВ сами признают неадекватность собственного перевода – потому что выражение типа «a = b» нельзя выразить на языке Трактата. Перевод же Витгенштейна (как они же утверждают) нерелевантный: выражения неэквивалентные (см. выше).

По мнению Ламперта, отказ признать перевод Витгенштейна со стороны РиВ объясняется неправильным пониманием «отношения» Витгенштейна к проблеме тождества [7. С. 6 и далее].

Прежде всего, по некоторым причинам несправедливо (по существу и по отношению к контексту Трактата) или сомнительно исключение имен (см. выше первое замечание):

– несмотря на 5.525, имена не исключаются Витгенштейном из логически правильного языка;

– любая формула с константами (именами) может быть заменена на формулу без констант. И такая формула будет выполнима, если и только если выполнима «исходная» формула. Но «равная» выполнимость не гарантирует заявленную выразительную адекватность исключающего (искл.) перевода.

Принятие всерьез примеров Витгенштейна **без исключения** неизбежно заставит признать неэквивалентность стандартной логики и логики Трактата. Легко представить некоторые модели, которые можно различить только посредством выражения кореферентности «a = b». Пусть в некоторой модели

M1 константы a и b интерпретируются одинаково. В модели же M2 – по-разному. Тогда a = b в первой модели истинно и ложно во второй модели). Тогда как в исключающем прочтении любые формулы будут одновременно истинны или ложны в обеих моделях [7. С. 11–12]. Ламперт справедливо замечает: для Витгенштейна подобное различие между моделями – это псевдоразличие… И «в действительности» различать нечего.

Для РиВ логическую нотацию Трактата «оправдывает» лишь доказательство эквивалентности. Но современное (семантическое) понятие логической эквивалентности нерелевантно относительно чисто синтаксического подхода Витгенштейна к логике.

Ламперт приводит дополнительный (к примерам Витгенштейна) пример (*): для стандартной формулы Fab перевод будет: Faa ∨ Fab **или** Fbb ∨ Fab (искл.). Как и в случае с первым примером, выражения неэквивалентные: припишем a и b разные значения o_1 и o_2. И пусть предикат F интерпретируется на множестве $\{o_1, o_1\}$. Тогда стандартная формула будет ложной. Первый вариант перевода будет истинным. Второй вариант перевода – ложным (отсюда и неэквивалентность вариантов). Во втором варианте перевода мы переписываем Fab ∧ ¬a = b на Fab **в предположении не кореферентности** «a» и «b». Однако «применение» модели

M (M(a) = o_1. M(b) = o_2. M(F) = $\{(o_1, o_1)\}$) ко всей формуле Faa ∨ Fab будет незаконным. Ведь модель M (приписывающая разные значения разным именам) «не соответствует» подформуле Faa или Fbb (искл.) (предполагает кореферентность). Аналогично: если модель предполагает кореферентность (приписывает разным именам одно значение) – модель не подходит для Fab (искл.). Получается: чтобы выбрать единственный перевод для стандартной формулы Fab, мы должны предполагать определенные модели для нашего перевода (которые учитывали бы тождество или, наоборот, нетождество объектов): в Faa ∨ Fab для первого дизъюнкта – только модели M(a) = M(b) и только модели M(a) ≠ M (b) для второго дизъюнкта.

Невероятно удачный способ записи предложил Ламперт на основании замечания Витгенштейна из Дневников времен Первой мировой войны от 2 декабря 1916 г. [11]. Витгенштейн предлагает обозначать сходство между общностью и аргументом через (ax)φx. Через такую запись для каждого имени можно указать область его действия (подобно области действия квантора). Возьмем выражение Faa ∨ Fab (искл.). Оно может быть переводом стандартного выражения Fab или стандартного выражения (Faa ∨ Fab) ∧ ¬a = b. Чтобы исключить двусмысленность перевод для первого случая перепишем через

(ax)(by)Fxy ∨ (ax)Fxx и через

(ax)(by)(Fxy ∨ Fxx) – для второго случая. {Модель M(a) = M(b), очевидно, не подходит для второго и подходит для первого случая}. Но проблема фиксации класса подходящих моделей такой записью не решается.

Необходимо в случае с примером перевода (*) Ламперта приписывать каждому дизъюнкту разные классы моделей (и здесь так или иначе игнорируется элиминация знака тождества). Или придется признать невозможность одного-единственного перевода и (соответственно) признать стандартную формулу Fab в каком-то отношении двусмысленной. И тогда при переводе – устраняя двусмысленность – мы должны выбрать один из вариантов.

Ламперт предложил выход: введем понятие префикс-матричной формы (ПМФ). Представленные в такой форме формулы состоят из матрицы (не содержит знака тождества) и префикса (конъюнкция выражений со знаком тождества типа «a = b» или «¬a = b»). Префикс с матрицей объединяются через конъюнкцию. Префикс может быть пустым и должен быть непротиворечивым (кроме того, все имена в префиксе должны встречаться и в матрице (хотя бы в одной из матриц)). Префикс понимается как набор правил для оперирования с именами из матричного выражения и представляет собой одно из кореферентных множеств имен (так, для a и b существует только два кореферентных множества имен: {{a, b}} и {{a}, {b}}). Далее: определим конъюнкцию выражений со знаком тождества (которая разбивает множество имен на множества кореферентных имен) как «каноническую конъюнкцию» (КК). Например, КК для множества кореферентных имен {{a, b}, {c, d}} будет $a = b \land c = d \land \neg a = c$. Любую неоднозначную (двусмысленную) ПМФ можно представить через дизъюнкцию однозначных ПФМ. К исходной ПМФ вторым (и т.д.) дизъюнктом необходимо добавить ПФМ с такой же матрицей и другим префиксом. Новые префиксы должны соответствовать КК для **всех** дополняющих КК первого префикса множеств кореферентных имен. Назовем такую дизъюнкцию однозначных ПФМ однозначной (т.е. недвусмысленной) дизъюнкцией (ОД).

Каждый дизъюнкт ОД (которая репрезентирует исходную стандартную формулу) соответствует одному из возможных переводов.

Пример (*): формула Fab. В матрице Fab встречаются имена из множества {a, b}. Соответственно: есть только два множества кореферентных имен: {{a, b}} и {{a}, {b}} и 2 КК (каждая состоит из одного «конъюнкта»): a = b и ¬a = b. Обе КК не противоречат пустому префиксу исходной формулы. ОД будет

$Fab \land a = b \lor Fab \land \neg a = b.$

Каждый дизъюнкт ОД приводит к одному из возможных вариантов перевода исходной стандартной формулы Faa (из возможных переводов Faa или Fbb выбирается, допустим, первый, потому что Fbb – просто другой способ записи: подразумеваемое значение здесь не зависит от способа записи) или Fab. Теперь можно сформулировать понятие логической эквивалентности между стандартной формулой и переводом: стандартная формула ПМФ будет логически эквивалентна множеству возможных переводов (на логический язык Трактата), если и только если для каждого из дизъюнктов ОД формулы среди множества возможных переводов существует логически эквивалентный перевод (ну и vice versa). Логическая эквивалентность дизъюнкта и соответствующего перевода устанавливается на основании общего класса моделей (заданного префиксом соотв. дизъюнкта).

Алгоритм перевод, очевидно, может быть применен для всех **значимых** формул логики первого порядка без кванторов. Необходимо только учесть:

– В нотации Трактата псевдопропозиции типа «a = a» или «a = b. b = = c. ⊃ .a = c» не могут быть записаны (констатация 5.534). Ведь никакое правило использования имен (по типу префикса в ПМФ) здесь не подразумевается. И выражения не содержат матриц. Можно продолжить аналогию с префиксами и так: a = a – правило подстановки. Но пустое (потому что любое имя может быть подставлено вместо себя). Такие очевидные псевдопропозиции соответствуют «пустым» правилам или не соответствуют никаким и должны быть просто устранены. Следовательно не все формулы «стандартной» логики могут быть переписаны на язык Трактата. Использовать знак тождества можно только для задания правил (по типу подстановки) использования знаков.

– Ламперт рассматривает дополнительно несколько правил перевода (или же устранения) некоторых типов псевдо-пропозиций. После определяет и более общий алгоритм перевода дизъюнктивных ПМФ (с несколькими матрицами) и дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ) в ОД (см. подробнее: [7. С. 19–22]).

4

Предложенный Лампертом алгоритм перевода ограничен логикой первого порядка без кванторов. Поиск алгоритма для логики первого порядка с кванторами, очевидно, столкнется с определенными трудностями. Но если задача все-таки будет решена – останется объединить оба алгоритма (устранения знака тождества и применения N-оператора) в один общий алгоритм перевода.

Пока мы можем считать алгоритм Вемайера (для устранения знака тождества) не соответствующим намерениям Витгенштейна и просто не согласующимся с примерами Трактата. Даже при исключении констант (имен) (что тоже не соответствует букве Трактата) перевод Вемайера для третьего примера ($\exists x \exists y(Fxy \wedge x = y)$) будет

$\exists x(\exists y(Fxy \wedge (Rxy \wedge \neg Rxy)) \vee (Fxx \wedge (Px \vee \neg Px)))$: первый дизъюнкт ложен (из-за противоречия).

Тогда как перевод Витгенштейна: $\exists x Fxx$.

Аналогичная попытка избавиться от знака тождества была у Рамсея. Он предложил определять тождество через экстенсиональную функцию $ф_e$ (экстенсиональная функция в произвольном порядке приписывает индивидам произвольные пропозиции) (см.: [12]). Тогда из определения

$x = y =_{def} (ф_e).\ ф_e x \equiv ф_e y$ получаются тавтология при равенстве x и y и противоречие при неравенстве. Возражение Витгенштейна против такой замены широко известно, и мы не будем его воспроизводить. В любом случае алгоритм Вемайера не соответствует намерениям Витгенштейна.

Итак. Перспективным следует признать алгоритм Ламперта. Одновременно придется признать (что в определенном смысле некритично) и непереводимость некоторых формул на язык Трактата и (соответственно) неполную выразительную эквивалентность языков.

Литература

1. *Ramsey F.P.* Critical notice of the Tractatus // Mind. 1923. Vol. 32. P. 465–478.

2. *Floyd J.* Number and ascriptions of number in the Tractatus // From Frege to Wittgenstein: Perspectives on Early Analytic Philosophy / E. Reck (ed.). New York : Oxford University Press, 2002. P. 308–352.

3. *Landini G.* Wittgenstein's Apprenticeship with Russell. Cambridge : Cambridge University Press, 2007.

4. *Wehmeier K.* How to live without identity – and why // Australasian Journal of Philosophy. 2012. Vol. 90. P. 761–777.

5. *Wehmeier K.* Wittgensteinian tableaux, identity and co-denotation // Erkenntnis. 2008. Vol. 69. P. 363–376.

6. *Rogers B., Wehmeier K.* Tractarian first-order logic: Identity and the N-operator // Review of Symbolic Logic. 2012. Vol. 5 (4). P. 538–573.

7. *Lampert T.* Wittgenstein's Elimination of Identity for Quantifier-Free Logic : [Preprint]. URL: http://philsci-archive.pitt.edu/12974/1/EliminationQFLPreprint.pdf (accessed: 18.11.2019).

8. *Fogelin R.* Wittgenstein's operator N // Analysis. Vol. 42. 1982. P. 124–127.

9. *Geach P.* Wittgenstein's operator N // Analysis. Vol. 41. 1981. P. 168–171.

10. *Hintikka J.* Identity, variables, and impredicative definitions // Journal of Symbolic Logic. 1956. Vol. 21. P. 225–245.

11. *Wittgenstein, L.* Notebooks 1914–1916 / G.H. von Wright, G.E.M. Anscombe eds. Oxford : Blackwell. 1961.

12. *Ramsey F.P.* Identity // Notes on Philosophy, Probability and Mathematics / M. Galavotti (ed.). Naples : Bibliopolis, 1991. P. 155–169.

Kirill A. Rodin, Institute of Philosophy and Law, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (Novosibirsk, Russian Federation).

E-mail: rodin.kir@gmail.com

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2019. 52. pp. 102–112.

DOI: 10.17223/1998863X/52/11

THE N-OPERATOR AND THE ELIMINATION OF THE IDENTITY SIGN IN LUDWIG WITTGENSTEIN'S *TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS*

Keywords: Wittgenstein; N-operator; identity; first-order logic; propositional function; logical equivalence.

The correct logical notation proposed by Ludwig Wittgenstein in his *Tractatus Logico-Philosophicus* consists of two provisions: the complete elimination of the sign of identity (the identity or non-identity of objects should be expressed through the identity or non-identity of signs (5.53)) and the postulated ability to obtain any first-order logic formulas through the application of the N-operator. The first position rejects the definition of identity given by Leibniz (adopted also by Russell in *Principia Mathematica*) and in the *Tractatus* is justified in a certain way (the author does not consider Wittgenstein's arguments). The second position is introduced without any argument. Regarding the rules for eliminating the identity sign and applying the N-operator, Wittgenstein limited himself to examples. The aim of this review is to summarize the main recent results of various attempts to present the correct logical notation proposed by Wittgenstein in a systematic way. Disputes over the fundamental possibility or impossibility of the systematic use of logic without an identity sign with varying degrees of success have been going on since the publication of the *Tractatus* (the reaction of Ramsay and Russell and the consequences for the *Principia Mathematica* project are well known). Recent works by Juliet Floyd and Gregory Landini have returned interest to the problem). But significant success in understanding Wittgenstein's intentions has been linked to recent results by Kai Wehmeier and especially by Tim Lampert. Regarding the definition of the rules for using the N-operator, substantial success was reached by Brian Rogers and Kai Wehmeier. The first part of this article discusses the rules and the algorithm for translating first-order logic formulas through the N-operator proposed by Rogers and Wehmeier (the well-known debate between Robert Fogelin and Peter Geach regarding the N-operator is also briefly considered). The second part sets forth the algorithm proposed by Wehmeier for translating standard formulas of first-order logic into a language without an identity sign. In the third part, the author considers another similar algorithm (given by Lampert) and the corresponding criticism of the translation rules of Rogers and Wehmeier. In the final part of this article, additional arguments in favor of Lampert's position are formulated.

References

1. Ramsey, F.P. (1923) Critical notice of the Tractatus. *Mind*. 32. pp. 465–478. DOI: 10.1093/mind/XXXII.128.465

2. Floyd, J. (2002) Number and ascriptions of number in the Tractatus. In: Reck, E. (ed.) *From Frege to Wittgenstein: Perspectives on Early Analytic Philosophy*. New York: Oxford University Press. pp. 308–352.

3. Landini, G. (2007) *Wittgenstein's Apprenticeship with Russell*. Cambridge: Cambridge University Press. 2007.

4. Wehmeier, K. (2012) How to live without identity – and why. *Australasian Journal of Philosophy*. 90. pp. 761–777. DOI: 10.1080/00048402.2011.627927

5. Wehmeier, K. (2008) Wittgensteinian tableaux, identity and co-denotation. *Erkenntnis*. 69. pp. 363–376. DOI: 10.1007/s10670-008-9118-x

6. Rogers, B. & Wehmeier, K. (2012) Tractarian first-order logic: Identity and the N-operator. *Review of Symbolic Logic*. 5(4). pp. 538–573. DOI: 10.1017/S1755020312000032

7. Lampert, T. (n.d.) *Wittgenstein's Elimination of Identity for Quantifier-Free Logic*. [Preprint]. [Online] Available from: http://philsci-archive.pitt.edu/12974/1/EliminationQFLPreprint.pdf (Accessed: 18th November 2019)

8. Fogelin, R. (1982) Wittgenstein's operator N. *Analysis*. 42. pp. 124–127. DOI: 10.1093/analys/42.3.124

9. Geach, P. (1981) Wittgenstein's operator N. *Analysis*. 41. pp. 168–171.

10. Hintikka, J. & Jaakko, K. (1956) Identity, variables, and impredicative definitions. *Journal of Symbolic Logic*. 21. pp. 225–245. DOI: 10.2307/2269095

11. Wittgenstein, L. (1961) *Notebooks 1914–1916*. Oxford: Blackwell.

12. Ramsey, F.P. (1991) Identity. In: Galavotti, M. (ed.) *Notes on Philosophy, Probability and Mathematics*. Naples, Italy: Bibliopolis. pp. 155–169.