УДК 539.3
DOI 10.17223/19988621/62/8

А.М. Ильясов, Т.Ф. Киреев, Г.Т. Булгакова

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ВОДОИЗОЛИРУЮЩИХ ЭКРАНОВ В ТРЕЩИНОВАТЫХ ПЛАСТАХ[1]

В рамках модели идеально-пластического тела анализируется прочность двухслойного водоизолирующего экрана, примыкающего к стволу добывающей скважины в трещиноватом водонасыщенном пласте. Экран создается в результате закачки с последующим затвердеванием синтетической смолы в трещиновато-пористый пласт через добывающую скважину. Найдены области прочности и текучести внешнего и внутреннего слоев экрана в пространстве параметров задачи.

Ключевые слова: *водоизолирующий экран*, *трещиновато-пористая среда*, *дифференциальный метод самосогласования*, *идеально-пластическое тело.*

Большинство добывающих скважин на поздних стадиях разработки нефтенасыщенных пластов обводняются из-за прорыва нагнетаемой воды по высокопроницаемым пропласткам или вследствие фильтрации воды из ближайших водонасыщенных интервалов пласта по заколонному пространству скважины из-за разрушения цементного кольца между породой и эксплуатационной колонной.

Для водоизоляции обводненных интервалов пласта в нефтедобывающей промышленности применяются цементные растворы, сшивающиеся водные растворы полимеров или синтетические смолы.

Преимущество смол и водных растворов полимеров перед цементными растворами состоит в том, что они проникают в пласт на некоторую глубину. Дисперсные частицы цементного раствора не могут проникнуть в трещиновато-пористую породу, поскольку их характерный размер превышает характерный размер пор и трещин.

В свою очередь, водонепроницаемые барьеры, образованные водными растворами полимеров, имеют меньший порог прочности (устойчивости) в пористой среде по сравнению с барьерами, образованными отвердевшими смолами вследствие неустойчивости Сэфмана – Тейлора – прорыва «невязких пальцев» [1].

Для водоизоляции добывающих скважин в основном используются синтетические смолы трех типов: карбамидоформальдегидные, ацетоноформальдегидные и фенолформальдегидные. В данной работе предложена модель для прогноза прочности двухслойного цилиндрического барьера, образованного синтетической смолой в трещиновато-пористом пласте. Построены диаграммы прочности в зависимости от объема водоизолирующего материала, забойного давления, геомеханических свойств пласта и упругих свойств водоизолирующего материала.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-41-020226 р_а).

1. Постановка задачи

Для «отключения» обводненных пропластков пласта толщиной h проводится операция их водоизоляции путем закачки водоизолирующего материала в рассматриваемый интервал трещиновато-пористого пласта остановленной добывающей скважины. После затвердевания водоизолирующего материала проводится тест на герметичность эксплуатационной колонны в интервале водоизоляции – опрессовка колонны. Если герметичность скважины нарушена, то операция водоизоляции повторяется до полной герметичности эксплуатационной колонны. После водоизоляции добывающая скважина вновь вводится в эксплуатацию.

В большинстве случаев цементное кольцо между эксплуатационной колонной и породой бывает полностью разрушено (несвязно) из-за высоких депрессий при добыче углеводородной жидкости. Иногда остатки цементного камня удаляются фрезерованием. Поэтому можно принять схему, что водоизолирующий барьер представляет собой двухслойный цилиндр (рис. 1), состоящий из внутреннего слоя, примыкающего к внешней стенке эксплуатационной колонны и определяемого свойствами отвердевшей смолы, а также из внешнего слоя порода/смола, примыкающего к внутреннему слою. Если будет разрушаться внутренний слой барьера, то скважина может обводниться из вышележащих или нижележащих водоносных пропластков. Если же разрушается внешний слой барьера, то водоизоляция данного интервала пласта может быть охарактеризована как технологически неуспешная операция.

Оптимальной является ситуация, когда оба слоя барьера остаются неразрушенными после введения добывающей скважины в эксплуатацию.

Таким образом, при заданных параметрах материалов водоизолирующих барьеров необходимо определить режимы работы добывающей скважины, при которых не происходит разрушения слоев барьера.

2. Определение давлений на внутренних границах слоев водоизолирующего экрана

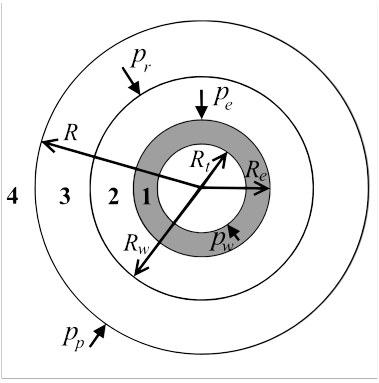

Рис. 1. Схема водоизолирующего барьера в плане: 1 – эксплуатационная колонна, 2 – отвердевшая смола, 3 – трещиноватая порода/смола, 4 – порода

Fig. 1. Plan view of a water shut-off baffle: 1, production casing; 2, cured resin; 3, fractured rock/resin; and 4, rock

При моделировании прочности водоизолирующих барьеров пренебрегается температурными напряжениями.

На рис. 1 и везде далее параметры эксплуатационной колонны обозначены нижним индексом 1; параметры внутреннего слоя водоизолирующего барьера (слой смолы) – нижним индексом 2; параметры внешнего слоя трещиноватая порода/смола – нижним индексом 3; параметры, относящиеся к породе в интервале водоизоляции, обозначены нижним индексом 4.

Кроме того, введены следующие обозначения: R_t – внутренний радиус эксплуатационной колонны; R_e – внешний радиус эксплуатационной колонны; R_w – внешний радиус внутреннего слоя водоизолирующего барьера (слой смолы); R – внешний радиус внешнего слоя порода/смола.

Также введены обозначения рабочих параметров скважины после ее ввода в эксплуатацию после водоизоляции: p_w – давление внутри эксплуатационной колонны; p_e – давление на внешней стенке эксплуатационной колонны (внутренней стенке внутреннего слоя барьера); p_r – давление на внешней границе внутреннего слоя барьера (на внутренней границе внешнего слоя барьера); p_p – давление на внешней границе внешнего слоя барьера.

Введем осредненную плотность, а также осредненные технические константы вышележащих пород – коэффициент Пуассона и модуль Юнга:

$$<\rho> = \frac{1}{H}\int_0^H \rho(z)dz, \qquad <\nu> = \frac{1}{H}\int_0^H \nu(z)dz, \qquad <E> = \frac{1}{H}\int_0^H E(z)dz, \qquad (2.1)$$

где H – глубина залегания середины рассматриваемого водоизолирующего интервала пласта.

Выше было сказано, что при обводнении скважины контакт между породой и цементным кольцом не является идеальным и заколонное пространство в интервале водоизоляции заполнено пластовой водой, которая действует на породу с давлением p_{r0}.

В работе [2] получено решение для упругого трансверсально-изотропного полупространства с цилиндрической полостью радиуса R_w с учетом объемных сил и давлением p_{r0} внутри полости. Для изотропного полупространства решение упрощается. В этом случае давление на произвольном расстоянии от центра скважины ($r > R_w$)

$$p_{p0} = \frac{<\nu>}{1-<\nu>}<\rho> gH\left(1-\frac{R_w^2}{r^2}\right) + p_{r0}\frac{R_w^2}{r^2}, \qquad (2.2)$$

где g – ускорение силы тяжести.

Поскольку пропласток в интервале водоизоляции насыщен водой, то к решению (2.2) нужно добавить нормальное напряжение в жидкой фазе. В этом случае давление на внешней границе внешнего слоя будет

$$p_{p0} = \frac{<\nu>}{1-<\nu>}<\rho> gH\left(1-\frac{R_w^2}{r^2}\right) + p_{r0}\frac{R_w^2}{r^2} + \alpha p, \qquad (2.3)$$

где p – поровое давление в водоизолируемом интервале пласта; $\alpha = K_4/K_{4m}$ – постоянная Био, где K_4 и K_{4m} соответственно объемные модули водонасыщенного скелета породы и материала зерен скелета породы в интервале водоизоляции пласта.

Отметим, что решение (2.2) основано на гипотезе Динника [3] об отсутствии горизонтальных перемещений (деформаций). Кроме того, решение (2.2) не учитывает релаксацию [4] горизонтальных главных напряжений к вертикальному главному напряжению (гидростатическому напряженному состоянию) вследствие перехода материала пород в пластическое состояние (частный случай гипотезы Динника при $<\nu> = 0.5$), а также наличие в горных массивах тектонических напряжений. В последнем случае гипотеза Динника не выполняется. Тектонические напряжения могут приводить к кратному преобладанию горизонтальных напряжений над вертикальным напряжением. Для учета всех этих явлений в формуле (2.3) нужно выполнить замену $<\nu>/(1-<\nu>) \to \beta$, где β принадлежит отрезку $(0, \beta^*]$, $\beta^* = 6 - 7$.

Заметим, что предложенную в данной работе модель прогноза прочности водоизолирующего экрана можно применить как к трещиноватым, так и к трещиновато-пористым пластам. Поскольку в трещиновато-пористых средах проницаемость пористых блоков на несколько порядков меньше проницаемости системы трещин [5], то можно считать что, как и в случае чисто трещиноватых пластов, при закачке синтетическая смола фильтруется в основном в трещины. При этом коэффициент трещиноватости породы может составлять доли процента от ее коэффициента пористости. Смолы для водоизоляции пропластков закачивают в небольших объемах порядка $V = 1 - 3$ м^3. Радиус внешней границы барьера можно оценить по формуле $R = \sqrt{R_e^2 + V/\pi m h}$, где m – коэффициент трещиноватости среды, а h – толщина обводненного пропластка. Полагая $R_e = 0.073$ м, $R_w = 0.108$ м, $h = 10$ м, $m = (0.001 - 0.1)$, получим следующую оценку: $R = (0.568 - 9.772)$ м. Следовательно, в породу смола проникает на расстояние порядка $l = R - R_w = 0.46 - 9.664$ м.

Оценим относительные погрешности изменения упругих модулей породы Δ_ν и Δ_E, а также ее плотности Δ_ρ на расстоянии порядка l после водоизоляции. Согласно формулам (2.1), справедливы оценки

$$\Delta_\nu \sim \frac{h}{H}\frac{|<\nu> - \nu_3|}{<\nu>}, \qquad \Delta_E \sim \frac{h}{H}\frac{|<E> - E_3|}{<E>}, \qquad \Delta_\rho \sim \frac{h}{H}\frac{|<\rho> - \rho_3|}{<\rho>}. \tag{2.4}$$

Оценим относительное изменение давления p_p на внешней границе водоизолирующего барьера введенной в эксплуатацию добывающей скважины после ее водоизоляции по сравнению с давлением на внешней границе водоизолирующего барьера при остановленной скважине. Предварительно заметим, что поскольку изолируется только часть заколонного пространства протяженностью h, а остальная часть заколонного пространства протяженностью $H - h$ заполнена пластовой водой из-за разрушения цементного камня, то давление в заколонном пространстве p_{r0} до водоизоляции отличается от давления в заколонном пространстве p_r после водоизоляции (но до введения скважины в эксплуатацию) с относительной погрешностью

$$\Delta_r = h/H\,. \tag{2.5}$$

Следовательно, согласно решению (2.3) с такой же погрешностью отличается давление на внешней границе водоизолирующего барьера до и после водоизоляции (но до введения скважины в эксплуатацию). С учетом этого замечания и предыдущей оценки из формулы (2.3) при $r = R$ следует оценка

$$\Delta p_p = \frac{(p_{p0} - p_p)}{p_{p0}} = \frac{(p_{r0} - p_r)\dfrac{R_w^2}{R^2}}{\beta <\rho> gH\left(1 - \dfrac{R_w^2}{R^2}\right) + p_{r0}\dfrac{R_w^2}{R^2} + \alpha p}. \tag{2.6}$$

Для характерных параметров:

$$E_4 = <E> = 60 \text{ ГПа},\ E_2 = 5 \text{ ГПа},\ \nu_4 = <\nu> = 0.25,\ \beta = 1/3,$$

$$\nu_2 = 0.35,\ h = 10 \text{ м},\ H = 2000 \text{ м},\ \rho_4 = <\rho> = 2500 \text{ кг/м}^3,$$

$$\rho_2 = 1250 \text{ кг/м}^3,\ R_w = 0.108 \text{ м},\ R = 0.5 \text{ м},\ p_{r0} = p = 200 \text{ атм},$$

$$p_\text{г} = 100 \text{ атм},\ \alpha = 0.85,\ m = 0.01$$

с использованием правила смесей $\varphi_3 = m\varphi_2 + (1-m)\varphi_4$, где φ – упругие модули или плотность, из соотношений (2.4) – (2.6) следуют оценки относительных погрешностей осредненных упругих модулей и относительной погрешности Δp_p давления на внешней границе двухслойного барьера после водоизоляции.

До запуска добывающей скважины в эксплуатацию относительные погрешности равны $\Delta_v = 0.002$ %, $\Delta_E = 0.000045$ % , $\Delta_\rho = 0.000025$ %, $\Delta_r = 0.5$ %. После запуска скважины относительная погрешность давления на внешней границе водоизоляционного экрана равна $\Delta p_p = 1.4$ %. При учете пластического деформирования за геологические времена и наличия тектонических напряжений эта относительная погрешность только уменьшится, поскольку параметр β в формуле (2.6) увеличится. С ростом радиуса R внешнего слоя водоизолирующего экрана (объема смолы) относительная погрешность Δp_p также будет уменьшаться.

Выполненные оценки показывают, если вместо данных после запуска скважины использовать данные до водоизоляции, то максимальная относительная погрешность модели не превысит 2 %. С другой стороны, погрешность определения упругих модулей горных пород лежит в более широких пределах [6, 7]. Таким образом, погрешность представленной модели лежит в пределах погрешности входных параметров задачи.

Для определения давлений на внешней стенке эксплуатационной колонны p_e и внешней границе внутреннего слоя барьера p_r после запуска скважины решим задачу Ламе для трехслойного упругого цилиндра с заданными давлениями на его внутренней p_w и внешней p_p границах.

Как выше было сказано, после водоизоляции рассматриваемого интервала пласта проводится тест на герметичность скважины в этом интервале. Поэтому будем считать, что на границах контактов двухслойного барьера с колонной и породой, а также на границе между слоями барьера выполняются условия идеального контакта [8].

Таким образом, на контактных границах должны выполняться условия непрерывности вектора напряжения $\boldsymbol{\sigma}_n$ и радиальной компоненты вектора перемещения $\boldsymbol{w}$:

$$w(R_e + 0) = w(R_e - 0) \tag{2.7}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_n(R_e + 0) = \boldsymbol{\sigma}_n(R_e - 0) \tag{2.8}$$

$$w(R_w + 0) = w(R_w - 0) \tag{2.9}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_n(R_w + 0) = \boldsymbol{\sigma}_n(R_w - 0) \tag{2.10}$$

Кроме того, должно быть выполнено граничное условие на внутренней стенке эксплуатационной колонны

$$\boldsymbol{\sigma}_n(R_t) = -p_w\mathbf{n}\,, \tag{2.11}$$

а также внешней границе водоизолирующего барьера

$$\boldsymbol{\sigma}_n(R) = -p_p\mathbf{n}\,. \tag{2.12}$$

Подробная запись соотношений (2.7) – (2.12) приводит к системе уравнений для определения вектора $\mathbf{C}$:

$$A\mathbf{C} = \mathbf{b} \tag{2.13}$$

где введены обозначения:

$$\mathbf{C} = (A_1, B_1, A_2, B_2, A_3, B_3)^T, \qquad \mathbf{b} = (0, 0, 0, 0, -p_w, -p_p)^T\,, \tag{2.14}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}, \qquad (2.15)$$

Для элементов матрицы ***A*** введены обозначения:

$$a_{11} = R_e, \quad a_{12} = R_e^{-1}, \quad a_{13} = -R_e = -a_{11}, \quad a_{14} = -R_e^{-1} = -a_{12},$$

$$a_{21} = \frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}, \; a_{22} = -\frac{E_1}{(1+\nu_1)} R_e^{-2}, \; a_{23} = -\frac{E_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)}, \; a_{24} = \frac{E_2}{(1+\nu_2)} R_e^{-2},$$

$$a_{33} = R_w, \quad a_{34} = R_w^{-1}, \quad a_{35} = -R_w = -a_{33}, \quad a_{36} = -R_w^{-1} = -a_{34}, \qquad (2.16)$$

$$a_{43} = \frac{E_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} = -a_{23}, \quad a_{44} = -\frac{E_2}{(1+\nu_2)} R_w^{-2}, \quad a_{45} = -\frac{E_3}{(1+\nu_3)(1-2\nu_3)},$$

$$a_{46} = \frac{E_3}{(1+\nu_3)} R_w^{-2}, \quad a_{51} = \frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} = a_{21}, \quad a_{52} = -\frac{E_1}{(1+\nu_1)} R_t^{-2},$$

$$a_{65} = \frac{E_3}{(1+\nu_3)(1-2\nu_3)} = -a_{45}, \quad a_{66} = -\frac{E_3}{(1+\nu_3)} R^{-2}.$$

Матрица (2.15) не вырождена, поэтому решение системы (2.13) имеет вид:

$$\mathbf{C} = A^{-1}\,\mathbf{b}\,. \qquad (2.17)$$

После определения вектора констант ***C*** находится давление на внешней стенке эксплуатационной колонны p_e:

$$p_e = -\frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} A_1 + \frac{E_1}{(1+\nu_1)} \frac{1}{R_e^2} B_1\,, \qquad (2.18)$$

а также давление на внешней границе внутреннего слоя барьера p_r:

$$p_r = -\frac{E_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)} A_2 + \frac{E_2}{(1+\nu_2)} \frac{1}{R_w^2} B_2\,. \qquad (2.19)$$

3. Определение эффективных упругих модулей внешнего слоя экрана

Внешний слой барьера можно моделировать как двухфазный дисперсный композиционный материал, в котором роль матрицы играет водонасыщенный скелет породы, а роль наполнителя – частицы смолы с объемным содержанием α_2, заполняющие трещиноватое пространство. Следовательно, необходимо определить упругие постоянные композита, армированного дисперсными включениями как параметры эффективной однородной изотропной среды. Для определения эффективных упругих модулей применим дифференциальный метод самосогласования, описанный в обзорной работе [9]. Будем моделировать заполненное синтетической смолой трещиноватое пространство хаотически расположенными игольчатыми включениями. Сами включения могут быть анизотропными. Для игольчатых включений дифференциальный метод самосогласования был применен в работе [10].

Для изотропной эквивалентной среды данный метод приводит к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) для определения двух упругих констант – модуля объемного сжатия K_3 и модуля сдвига G_3. В принятых обозначениях имеем

$$\frac{dK_3}{d\alpha_2} = \frac{A_1 K_3}{1-\alpha_2}, \qquad \alpha_2 \in [0, m], \tag{3.1}$$

$$\frac{dG_3}{d\alpha_2} = \frac{B_1 G_3}{1-\alpha_2}, \tag{3.2}$$

$$A_1 = \frac{(K_2 - K_3)(3K_3 + G_2 + 3G_3)}{K_3(3K_2 + G_2 + 3G_3)},$$

$$B_1 = \frac{3K_3(G_2 - G_3)C_1}{5G_3(G_2 + G_3)(3K_2 + G_2 + 3G_3)(3K_3G_2 + 3K_3G_3 + 7G_2G_3 + G_3^2)},$$

$$C_1 = (G_2 + G_3)[4G_3(3G_2 + 7G_3) + 3K_2(G_2 + 9G_3)] +$$
$$+ G_3[8G_3(9G_2^2 + 23G_2G_3 + 8G_3^2) + 3K_2(7G_2^2 + 52G_2G_3 + 21G_3^2)],$$

с начальными условиями для объемного содержания смолы при $\alpha_2 \to 0$:

$$K_3(0) = \frac{E_4}{3(1-2\nu_4)}, \qquad G_3(0) = \frac{E_4}{2(1+\nu_4)}, \tag{3.3}$$

где E_4, ν_4 – соответственно модуль Юнга и коэффициент Пуассона трещиноватой или трещиновато-пористой водонасыщенной породы.

Пересчет технических констант эффективной среды проводится по обычным формулам теории изотропной упругости:

$$E_3 = \frac{9K_3G_3}{3K_3 + G_3}, \qquad \nu_3 = \frac{3K_3 - 2G_3}{6K_3 + 2G_3}. \tag{3.4}$$

4. Области прочности и текучести слоев водоизолирующего экрана в пространстве параметров задачи

Далее определим области прочности и текучести слоев водоизолирующего барьера. Следуя работе [11], вводятся безразмерные параметры для однослойной изотропной идеально-пластической трубы

$$x = p/P, \qquad \Sigma_s = \sigma_s / P, \qquad \rho = R/r_0, \tag{4.1}$$

где x – отношение давлений соответственно на внутренней p и внешней P стенках трубы; σ_s – прочность материала трубы на сжатие; R – внешний радиус трубы; r_0 – внутренний радиус трубы.

Использование введенных безразмерных параметров, приводит к условию прочности Губера – Мизеса для толстостенной трубы [11]:

$$\begin{gathered} a_1x^2 + b_1x + c_1 < 0, \quad a_1 = 3\rho^4 + (1-2\nu)^2 > 0, \\ b_1 = -2[3\rho^4 + \rho^2(1-2\nu)^2] < 0, \quad c_1 = 4(\nu^2 - \nu + 1)\rho^4 - (\rho^2 - 1)^2\Sigma_s^2, \\ x_0 = -b_1/2a_1 > 1, \quad D = b_1^2 - 4a_1c_1, \\ x_{1,2} = (-b_1 \pm \sqrt{D})/2a_1. \end{gathered} \tag{4.2}$$

В таблице показаны области решения неравенства (4.2).

Области прочности и текучести цилиндра при $x \in [0,1]$

Номер области решения неравенства (4.2)	Области изменения D и c_1	Область изменения x_0	Положение корней x_1, x_2 относительно единицы	Область прочности	Область текучести
1	$D \le 0$	$x_0 > 1$	–	–	$x \in [0,1]$
2.1	$D > 0, c_1 \ge 0$	$x_0 > 1$	$x_2 \in [0,1], x_1 > 1$	$x \in]x_2, 1]$	$x \in [0, x_2]$
2.2	$D > 0, c_1 \ge 0$	$x_0 > 1$	$x_1 > 1, x_2 > 1$	–	$x \in [0,1]$
3	$D > 0, c_1 < 0$	$x_0 > 1$	$x_1 > 1, x_2 < 0$	$x \in [0,1]$	–

При исследовании прочности внутреннего слоя барьера в (4.1) и (4.2) нужно положить

$$p = p_e, \quad P = p_r, \quad \Sigma_s = \sigma_{s2} / p_r, \quad \rho = R_w / R_e, \quad \nu = \nu_2, \tag{4.3}$$

где σ_{s2} – прочность смолы на сжатие; ν_2 – коэффициент Пуассона смолы.

При исследовании прочности внешнего слоя барьера нужно положить:

$$p = p_r, \quad P = p_p, \quad \Sigma_s = \sigma_{s3} / p_p, \quad \rho = R / R_w, \quad \nu = \nu_3, \tag{4.4}$$

где σ_{s3} – прочность композита смола/порода на сжатие; ν_3 – коэффициент Пуассона двухфазной среды смола/порода, который так же, как и модуль Юнга E_3, вычисляется по формулам (3.4) в результате решения системы ОДУ (3.1) – (3.3).

При нахождении областей прочности и текучести слоев водоизоляционного экрана согласно таблице и формулам (4.1), (4.2) использовались следующие параметры: $R_t = 0.066$ м; $R_e = 0.073$ м; $R_w = 0.108$ м; $\alpha = 0.85$. Модуль Юнга стальной колонны равен $E_1 = 204000$ МПа, а ее коэффициент Пуассона равен $\nu_1 = 0.25$. Средняя плотность породы равна $\langle\rho\rangle = 2500$ кг/м^3. Модуль Юнга смолы равен $E_2 = 5$ ГПа. Трещиноватость породы варьировалась в пределах $m = 0.001$–0.1. Поровое давление в водонасыщенном пропластке равно $p = 20$ МПа. Радиус внешнего слоя барьера R, коэффициент Пуассона смолы ν_2, прочность смолы σ_{s2} и забойное давление p_w варьировались.

В качестве трещиноватой породы рассматривается известняк. Прочность известняков на сжатие σ_{s4} лежит в диапазоне 21–343 МПа [6], а прочность фенолформальдегидных смол σ_{s2} – в диапазоне 7–21 МПа. Для определения прочности σ_{s3} двухфазного барьера смола/трещиноватая порода необходимо проводить серию экспериментов на трещиноватых кернах, заполненных отвердевшей синтетической смолой. В данной работе прочность внешнего слоя барьера оценивалась по правилу смесей:

$$\sigma_{s3} = m\sigma_{s2} + (1-m)\sigma_{s4} \tag{4.5}$$

На рис. 2 показаны трехмерные области прочности (черным цветом) и текучести (серым цветом): *a* – внешнего слоя; *b* – внутреннего слоя; *c* – обоих слоев одновременно в зависимости от прочности смолы σ_{s2}, забойного давления p_w и коэффициента Пуассона смолы ν_2 при фиксированной глубине проникновения смолы $l = 0.5$ м, прочности породы $\sigma_{s4} = 30$ МПа с коэффициентом трещиноватости $m = 0.001$, модуле Юнга с «мягким» водонасыщенным скелетом в интервале водоизоляции $E_4 = 5$ ГПа и коэффициенте бокового давления $\beta = 1/3$. Видно, что

внешний слой (рис. 2, *a*) является прочным при любых параметрах, а внутренний слой (рис. 2, *b*), как и весь двухслойный водоизолирующий экран (рис. 2, *c*), имеет одинаковые области прочности в пространстве рассматриваемых параметров.

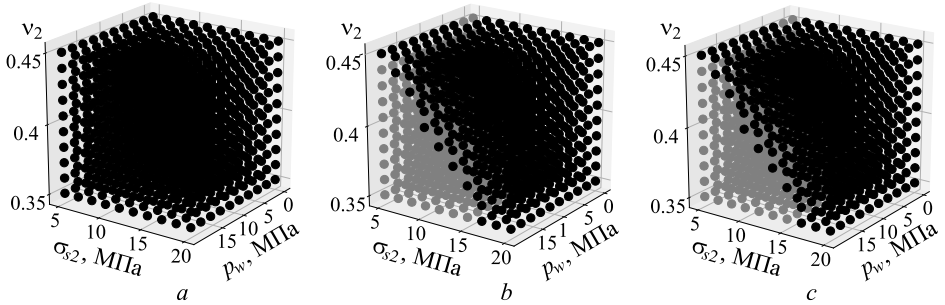

Рис. 2. Области прочности и текучести двухслойного водоизолирующего экрана: *a* – внешний слой, *b* – внутренний слой, *c* – оба слоя одновременно. Глубина проникновения смолы $l = 0.5$ м, прочность водонасыщенной трещиноватой породы $\sigma_{s4} = 30$ МПа, модуль Юнга водонасыщенного скелета $E_4 = 5$ ГПа, коэффициент трещиноватости $m = 0.001$, коэффициент бокового давления $\beta = 1/3$

Fig. 2. The strength and yield areas of a two-layered water shut-off baffle: (*a*) outer layer, (*b*) inner layer, and (*c*) both layers. The penetration depth of a resin is $l = 0.5$ m; the strength of a water-saturated fractured rock is $\sigma_{s4} = 30$ MPa; Young's modulus for water-saturated skeleton is $E_4 = 5$ GPa; the fracture porosity is $m = 0.001$; and the lateral pressure coefficient is $\beta = 1/3$

На рис. 3 представлены графики для аналогичных параметров, при коэффициенте бокового давления $\beta = 2/3$. Из рис. 3, *a* видно, что область прочности внешнего слоя экрана существенно уменьшается по сравнению с предыдущим случаем. Внешний слой остается прочным при умеренных значениях коэффициента Пуассона смолы. Наоборот, область прочности внутреннего слоя водоизолирующего экрана смещается в сторону более высоких значений коэффициента Пуассона

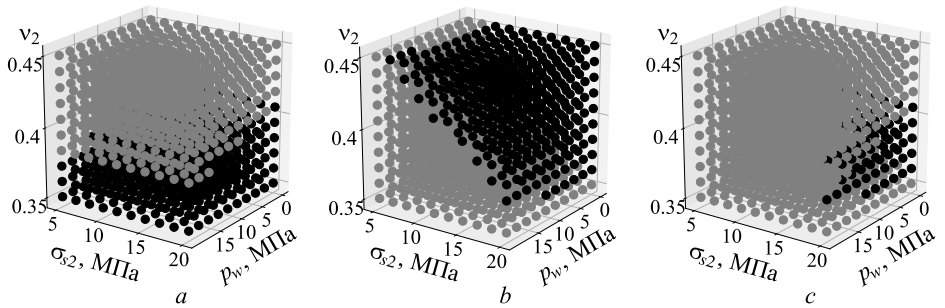

Рис. 3. Области прочности и текучести двухслойного водоизолирующего экрана: *a* – внешний слой, *b* – внутренний слой, *c* – оба слоя одновременно. Глубина проникновения смолы $l = 0.5$ м, прочность водонасыщенной трещиноватой породы $\sigma_{s4} = 30$ МПа, модуль Юнга водонасыщенного скелета $E_4 = 5$ ГПа, коэффициент трещиноватости $m = 0.001$, коэффициент бокового давления $\beta = 2/3$

Fig. 3. The strength and yield areas of a two-layered water shut-off baffle: (*a*) outer layer, (*b*) inner layer, and (*c*) both layers. The penetration depth of a resin is $l = 0.5$ m; the strength of a water-saturated fractured rock is $\sigma_{s4} = 30$ MPa; Young's modulus for water-saturated skeleton is $E_4 = 5$ GPa; the fracture porosity is $m = 0.001$; and the lateral pressure coefficient is $\beta = 2/3$

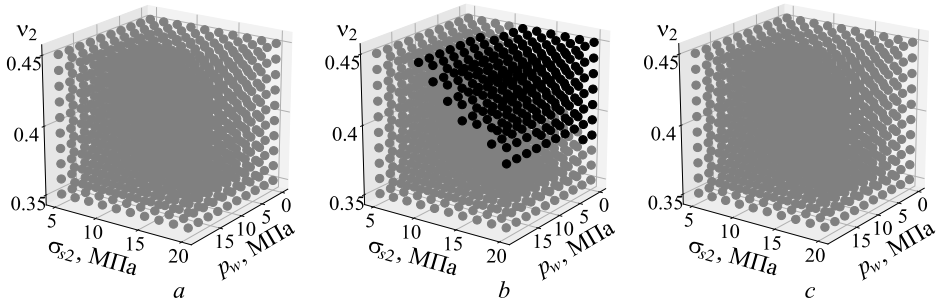

Рис. 4. Области прочности и текучести двухслойного водоизолирующего экрана: *a* – внешний слой, *b* – внутренний, *c* – оба слоя одновременно. Глубина проникновения смолы $l = 0.5$ м, прочность водонасыщенной трещиноватой породы $\sigma_{s4} = 30$ МПа, модуль Юнга водонасыщенного скелета $E_4 = 5$ ГПа, коэффициент трещиноватости $m = 0.001$, коэффициент бокового давления $\beta = 1$

Fig. 4. The strength and yield areas of a two-layered water shut-off baffle: (*a*) outer layer, (*b*) inner layer, and (*c*) both layers. The penetration depth of a resin is $l = 0.5$ m; the strength of a water-saturated fractured rock is $\sigma_{s4} = 30$ MPa; Young's modulus for water-saturated skeleton is $E_4 = 5$ GPa; the fracture porosity is $m = 0.001$; and the lateral pressure coefficient is $\beta = 1$

смолы, что видно из рис. 3, *b*. Область прочности экрана в целом существенно уменьшается, локализуясь в области умеренных значений коэффициента Пуассона и высоких значений прочности синтетической смолы (рис. 3, *c*).

Для коэффициента бокового давления $\beta = 1$, соответствующие графики показаны на рис. 4.

Из рис. 4, *a* видно, что внешний слой экрана разрушается при любых параметрах, а внутренний слой остается прочным в области умеренных и высоких значений коэффициента Пуассона и прочности смолы (рис. 4, *b*). На рис. 4, *c* показано, что операция водизоляции скважины в этом случае является неуспешной операцией. При увеличении тектонических напряжений ($\beta = 2$ и $\beta = 5$) водоизолирующие экраны также разрушаются.

Если коэффициент трещиноватости породы на порядок выше, т.е. равен $m = 0.01$, то области прочности слоев водоизолирующего экрана, для тех же параметров, что представлены на рис. 2 – 4, не изменятся.

Как показывают расчеты, если увеличивать объем закачки смолы, т.е. глубину ее проникновения в трещиновато-пористый пласт до 3 или 7 м, то успешность операции водоизоляции скважины для пород с коэффициентом трещиноватости $m = 0.001$ и 0.01 не повысится – результат будет совпадать с результатами, представленными на рис. 2 – 4.

Также были выполнены расчеты для тех же параметров, что показаны на рис. 2, но для породы с коэффициентом трещиноватости равным $m = 0.1$. Для коэффициента бокового давления $\beta = 1/3$ области прочности и текучести слоев экрана остаются такими же, как и на рис. 2. Результаты расчетов для коэффициента бокового давления $\beta = 2/3$ показаны на рис. 5.

Из рис. 5 видно, что по сравнению с результатами на рис. 3 области прочности слоев экрана и всего экрана в целом в пространстве параметров увеличиваются. При более интенсивных тектонических напряжениях с коэффициентом бокового давления $\beta = 1$, 2 и 5 внешний слой экрана разрушается при всех параметрах, а область прочности внутреннего слоя сильно уменьшается. При $\beta = 5$ внутренний

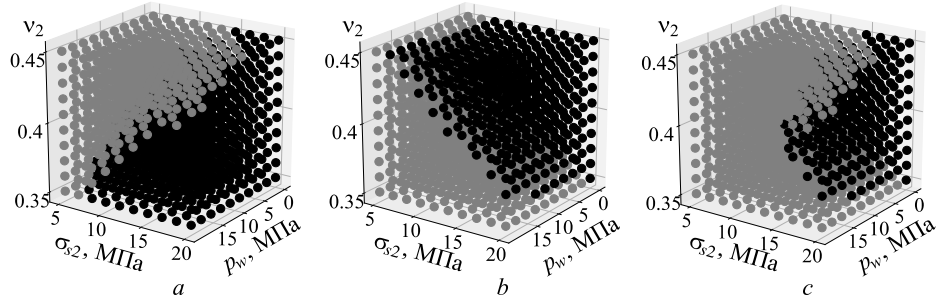

Рис. 5. Области прочности и текучести двухслойного водоизолирующего экрана: *a* – внешний слой, *b* – внутренний, *c* – оба слоя одновременно. Глубина проникновения смолы $l = 0.5$ м, прочность водонасыщенной трещиноватой породы $\sigma_{s4} = 30$ МПа, модуль Юнга водонасыщенного скелета $E_4 = 5$ ГПа, коэффициент трещиноватости $m = 0.1$, коэффициент бокового давления $\beta = 2/3$

Fig. 5. The strength and yield areas of a two-layered water shut-off baffle: (*a*) outer layer, (*b*) inner layer, and (*c*) both layers. The penetration depth of a resin is $l = 0.5$ m; the strength of a water-saturated fractured rock is $\sigma_{s4} = 30$ MPa; Young's modulus for water-saturated skeleton is $E_4 = 5$ GPa; the fracture porosity is $m = 0.1$; and the lateral pressure coefficient is $\beta = 2/3$

слой разрушается во всей области параметров. Таким образом, водоизоляция скважины при $\beta = 1$, 2, 5 и выше является неуспешной технологической операцией. Увеличение объема закачанной смолы (глубина проникновения смолы равна $l = 3$ и 7 м) не повышает эффективность процесса водоизоляции скважины.

Если водонасыщенный скелет породы является на порядок более «жестким», чем рассмотренные выше случаи, с модулем Юнга водонасыщенного скелета равным $E_4 = 50$ ГПа, то при фиксированной глубине проникновения смолы $l = 0.5$ м и коэффициенте трещиноватости породы равном $m = 0.001$, для коэффициентов бокового давления $\beta = 1/2$ и $\beta = 2/3$ области прочности в пространстве параметров увеличиваются не только по сравнению с соответствующими областями на рис. 2 и рис. 3, но и по сравнению с областями прочности на рис. 5 для породы, имеющей коэффициент трещиноватости на два порядка выше.

На рис. 6 представлены графики для тех же параметров при коэффициенте бокового давления $\beta = 1$. Сравнение с рис. 4 показывает, что в этом случае внешний слой экрана становится абсолютно прочным во всей области параметров (рис. 6, *a*), а для внутреннего слоя экрана область прочности в пространстве параметров увеличивается (рис. 6, *b*). В этом случае область прочности двухслойного водоизолирующего экрана совпадает с областью прочности внутреннего слоя (рис. 6, *c*).

На рис. 7 показаны графики для тех же параметров задачи, что и на рис. 6, но при коэффициенте бокового давления $\beta = 2$. Из рис. 7, *a* видно, что внешний слой экрана по-прежнему остается прочным во всей области параметров, а область прочности внутреннего слоя значительно уменьшается, локализуясь в области высоких значений прочности смолы и коэффициента Пуассона смолы, (рис. 7, *b*). В этом случае также область прочности двухслойного водоизолирующего экрана в пространстве параметров совпадает с областью прочности внутреннего слоя экрана (рис. 7, *c*).

При коэффициенте бокового давления $\beta = 5$ двухслойный экран разрушается при любых параметрах.

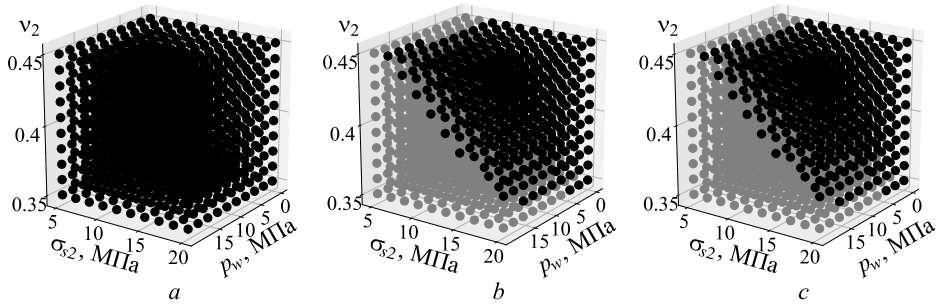

Рис. 6. Области прочности и текучести двухслойного водоизолирующего экрана: *a* – внешний слой, *b* – внутренний, *c* – оба слоя одновременно. Глубина проникновения смолы $l = 0.5$ м, прочность водонасыщенной трещиноватой породы $\sigma_{s4} = 30$ МПа, модуль Юнга водонасыщенного скелета $E_4 = 50$ ГПа, коэффициент трещиноватости $m = 0.001$, коэффициент бокового давления $\beta = 1$

Fig. 6. The strength and yield areas of a two-layered water shut-off baffle: (*a*) outer layer, (*b*) inner layer, and (*c*) both layers. The penetration depth of a resin is $l = 0.5$ m; the strength of a water-saturated fractured rock is $\sigma_{s4} = 30$ MPa; Young's modulus for water-saturated skeleton is $E_4 = 50$ GPa; the fracture porosity is $m = 0.001$; and the lateral pressure coefficient is $\beta = 1$

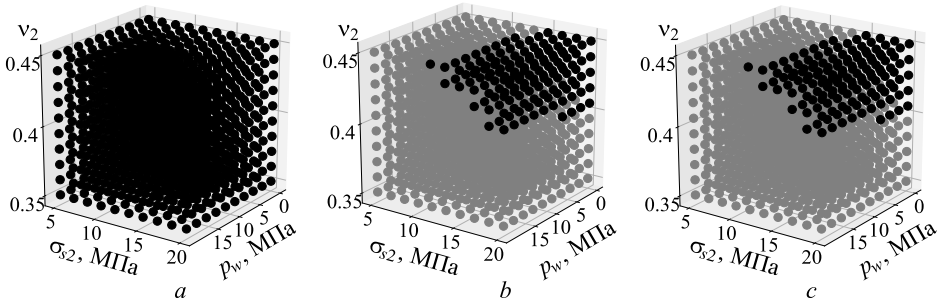

Рис. 7. Области прочности и текучести двухслойного водоизолирующего экрана: *a* – внешний слой, *b* – внутренний слой, *c* – оба слоя одновременно. Глубина проникновения смолы $l = 0.5$ м, прочность водонасыщенной трещиноватой породы $\sigma_{s4} = 30$ МПа, модуль Юнга водонасыщенного скелета $E_4 = 50$ ГПа, коэффициент трещиноватости $m = 0.001$, коэффициент бокового давления $\beta = 2$

Fig. 7. The strength and yield areas of a two-layered water shut-off baffle: (*a*) outer layer, (*b*) inner layer, and (*c*) both layers. The penetration depth of a resin is $l = 0.5$ m; the strength of a water-saturated fractured rock is $\sigma_{s4} = 30$ MPa; Young's modulus for water-saturated skeleton is $E_4 = 50$ GPa; the fracture porosity is $m = 0.001$; and the lateral pressure coefficient is $\beta = 2$

Отметим, что если в рассматриваемом случае «жесткого» скелета породы увеличивать объем закачки т.е. увеличивать глубину проникновения смолы в породу до 3–7 м, то результат практически не изменится для параметров бокового давления $\beta = 1/3, 2/3, 1, 2, 5$.

Также в пространстве параметров не изменятся области прочности и разрушения двухслойного водоизолирующего экрана, если рассмотреть породы с коэффициентом трещиноватости на порядок $m = 0.01$ и два порядка $m = 0.1$ выше.

Заключение

Предложена математическая модель для оценки прочности двухслойного водоизоляционного барьера, образованного в результате закачки отверждающейся синтетической смолы в трещиновато-пористую среду. Модель основана на решении задачи об изотропном упругом полупространстве с полостью, решении задачи Ламе для трехслойного цилиндра, а также критерии текучести Мизеса для изотропного идеально-пластического материала. Для определения эффективных модулей внешнего слоя барьера в породе использовался дифференциальный метод согласования упругих полей для игольчатых включений. Построены области прочности и текучести в пространстве параметров задачи с учетом тектонических напряжений и релаксации главных напряжений к гидростатическому напряженному состоянию.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ершов А.П.*, *Даммер А.Я.*, *Куперштох А.Л.* Неустойчивость «невязкого пальца» в регулярных моделях пористой среды // ПМТФ. 2001. Т. 42. № 2. С. 129–140.
2. *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.
3. *Динник А.Н.* О давлении горных пород и расчет крепи круглой шахты // Инж. работник. 1925. № 7. С. 1–12.
4. *Желтов Ю.П.*, *Христианович С.А.* О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // Изв. АН СССР. ОТН. 1955. № 5. С. 3–41.
5. *Басниев К.С.*, *Кочина И.Н.*, *Максимов В.М.* Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993. 416 с.
6. *Котяхов Ф.И.* Физика газовых и нефтяных коллекторов. М.: Недра, 1977. 287 с.
7. *Malkowski P., Ostrowski L.* The methodology for the young modulus derivation for rocks and its value // Proc. ISRM European Rock Mechanics Symposium – EUROCK 2017, 20–22 June, Ostrava. 2017. V. 191. P. 134–141.
8. *Димитриенко Ю.И.* Нелинейная механика сплошной среды. М.: Физматлит, 2009. 624 с.
9. *Устинов К.Б.* Об определении эффективных упругих характеристик двухфазных сред. Случай изолированных неоднородностей в форме эллипсоидов вращения // Успехи механики. 2003. № 2. С. 126–168.
10. *Wu T.T.* The effect of inclusion shape on the elastic moduli of a two-phase material // Int. J. Solids and Structures. 1966. V. 2. P. 1–8.
11. *Ильясов А.М.* Оценка прочности цементного кольца, примыкающего к стволу добывающей скважины // ПМТФ. 2017. Т. 58. № 1. С. 210–217. DOI: 10.15372/PMTF20170120.

Статья поступила 29.04.2019 г.

Il'yasov A.M., Kireev T.F., Bulgakova G.T. (2019) STRENGTH ASSESSMENT FOR WATER SHUT-OFF BAFFLES IN A FRACTURED MEDIUM. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 62. pp. 91–104

DOI 10.17223/19988621/62/8

Keywords: water shut-off baffle, fractured-porous medium, differential self-consistent method, ideal plastic body.

The paper proposes a mathematical model for estimating the strength of two-layered water shut-off baffle adjacent to a wellbore after pumping the cured synthetic resin into a fractured or fractured-porous water-saturated media. The mathematical model is based on the solution to the Lame problem of three-layered pipe, the solution to the problem of isotropic elastic half-space with a cavity, and the von Mises yield criterion for ideal-plastic body. For the outer layer of resin-

fractured rock barrier, the elastic moduli of equivalent homogeneous isotropic medium are calculated using the differential self-consistent method for needle-like inclusions.

The proposed model allows one to account for both the stress relaxation in the rock to a hydrostatic stress state in geological times and the possible tectonic stresses in the rock. In a three-dimensional space of parameters “resin strength — Poisson's ratio for resin — bottomhole pressure after water shut-off in a well”, the strength and yield areas for inner and outer layers of two-layered water shut-off baffle are calculated using some fixed parameters.

It is shown that in many cases involving the real elastic and strength properties of the cured synthetic resins, especially under stresses in the reservoir conditions, the water shut-off baffle will be destroyed in any production well operation. It is also proved that the water shut-off operation efficiency does not increase with an increase in the injected synthetic resin volume.

Financial support: The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 17-41-020226 r_a).

Aydar M. IL’YASOV (Candidate of Physics and Mathematics, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russian Federation). E-mail: amilyasov67@gmail.com

Timur F. KIREEV (Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russian Federation). E-mail: kireevtf@mail.ru

Guzel T. BULGAKOVA (Doctor of Physics and Mathematics, Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russian Federation). E-mail: bulgakova.guzel@mail.ru

REFERENCES

1. Ershov A.P., Dammer A.Ya., Kupershtokh A.L. (2001) “Inviscid finger” instability in regular models of a porous medium. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 42 (2). pp. 300–309. DOI: 10.1023/A:1018888205638.
2. Lekhnitskiy S.G. (1977) *Teoriya uprugosti anizotropnogo tela* [Theory of elasticity of an anisotropic elastic body]. Moscow: Nauka.
3. Dinnik A.N. (1925) O davlenii gornykh porod i raschet krepi krugloy shakhty [On rock pressure and calculation of the round shaft support]. *Inzhenernyy rabotnik.* 7. pp.1–12.
4. Zheltov Yu.P., Khristianovich S.A. (1955) O gidravlicheskom razryve neftenosnogo plasta [On hydraulic fracturing of oil reservoir]. *Izvestiya AN SSSR. Otdelenie tekhicheskikh nauk*. 5. pp. 3–41.
5. Basniev K.S., Kochina I.N., Maksimov V.M. (1993) *Podzemnaya gidromekhanika* [Subsurface hydromechanics]. Moscow: Nedra.
6. Kotyakhov F.I. (1977) *Fizika gazovykh i neftyanykh kollektorov* [Physics of gas and oil reservoirs]. Moscow: Nedra.
7. Malkowski P., Ostrowski L. (2017) The methodology for the young modulus derivation for rocks and its value. *Proceedings ISRM European Rock Mechanics Symposium*. 191. pp. 134–141. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.05.164.
8. Dimitrienko Yu.I. (2009) *Nelineynaya mekhanika sploshnoy sredy* [Nonlinear continuum mechanics]. Moscow: Fizmatlit.
9. Ustinov K.B. (2003) Ob opredelenii effektivnykh uprugikh kharakteristik dvukhfaznykh sred. Sluchay izolirovannykh neodnorodnostey v forme ellipsoidov vrashcheniya [On determination of the effective elastic characteristics of two-phase media. The case of isolated inhomogeneities in the shape of rotational ellipsoids]. *Uspekhi mekhaniki – Advances of Mechanics*. 2(2). pp. 126–168.
10. *Wu T.T.* (1966) The effect of inclusion shape on the elastic moduli of a two-phase material. *International Journal of Solids and Structures*. 2. pp. 1–8. DOI: 10.1016/0020-7683(66)90002-3.
11. Il'yasov A.M. (2017) Strength evaluation of a cement ring adjacent to a production well bore. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 58(1). pp. 182–187. DOI: 10.1134/S0021894417010205.

Received: April 29, 2019