УДК 537.874.6

DOI: 10.17223/19988605/51/4

А.Г. Дмитренко, О.М. Балашова

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО РАССЕЯНИЯ НА ТОНКИХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЦИЛИНДРАХ

Метод вспомогательных источников использован для моделирования в резонансной частотной области электромагнитного рассеяния на тонких параллельных идеально проводящем и диэлектрическом цилиндрах. Приведены некоторые результаты численных расчетов бистатистических сечений рассеяния и сечений обратного рассеяния рассматриваемой структуры. Выполнено сравнение получаемых результатов с известными результатами, определена область применимости использованного метода решения задачи.

Ключевые слова: электромагнитное рассеяние; метод вспомогательных источников; идеально проводящий цилиндр; диэлектрический цилиндр; сечение рассеяния.

Значительный интерес для исследователей представляет изучение рассеяния электромагнитных волн в резонансной частотной области на структурах, состоящих из одного или нескольких тонких цилиндров конечной длины. Этот интерес обусловлен необходимостью решения таких практически важных проблем, как проблемы радиолокационной заметности, идентификации объектов, оценки рассеяния диэлектрическими или металлическими цилиндрическими деталями различных геометрически сложных тел и др.

Под тонким цилиндром обычно понимается цилиндрическое тело, поперечные размеры которого много меньше его длины и длины падающей волны. Анализ имеющейся в распоряжении авторов литературы показывает, что известны работы, например [1–4], в которых рассмотрено рассеяние электромагнитной волны на одиночном тонком прямолинейном идеально проводящем цилиндре, а также работы, например [5–8], в которых рассмотрено рассеяние электромагнитной волны на одиночном тонком однородном прямолинейном диэлектрическом цилиндре. Однако в известной литературе до сих пор отсутствуют работы, посвященные рассеянию на структурах, состоящих как из идеально проводящих, так и из диэлектрических тонких цилиндров.

В данной статье рассматривается электромагнитное рассеяние на одной из структур, содержащих как идеально проводящие, так и диэлектрические тонкие цилиндры, а именно на структуре, образованной параллельными цилиндрами. Изложен численный метод решения задачи, приведены некоторые результаты численных расчетов бистатистических сечений рассеяния и сечений обратного рассеяния рассматриваемой структуры, выполнено сравнение получаемых результатов с известными результатами, определена область применимости использованного метода решения задачи.

1. Формулировка задачи

Геометрия задачи показана на рис. 1. Будем рассматривать стационарную (зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$) задачу дифракции электромагнитного поля $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$ на структуре, состоящей из двух тонких прямолинейных параллельных цилиндров, один из которых является диэлектрическим, а другой – идеально проводящим. Диэлектрический цилиндр D_i имеет длину l_d , радиус r_d и характеризуется электродинамическими параметрами ε_i, μ_i . Идеально проводящий ци-

цилиндр D имеет длину l_p , радиус r_p . Для цилиндров выполняются условия $2r_d \ll \lambda$, $r_d \ll l_d$; $2r_p \ll \lambda$, $r_p \ll l_p$, где λ – длина падающей волны. Декартова система координат $Oxyz$ выбрана таким образом, что ее начало O совпадает с серединой осевой линии диэлектрического цилиндра, а ось z направлена вдоль осевой линии. Структура размещена в однородной среде D_e с электродинамическими параметрами ϵ_e, μ_e . Требуется найти рассеянное поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в области D_e .

Рис. 1. Геометрия задачи
Fig. 1. Geometry of the problem

Кроме поля $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в D_e , существует поле $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ внутри диэлектрического цилиндра (в области D_i).

Поля $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ и $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ должны удовлетворять уравнениям Максвелла

$$\nabla \times \vec{E}_e = i\omega\mu_e \vec{H}_e, \quad \nabla \times \vec{H}_e = -i\omega\epsilon_e \vec{E}_e \quad \text{в } D_e, \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E}_i = i\omega\mu_i \vec{H}_i, \quad \nabla \times \vec{H}_i = -i\omega\epsilon_i \vec{E}_i \quad \text{в } D_i, \quad (2)$$

граничным условиям

$$\vec{n}_d \times (\vec{E}_i - \vec{E}_e) = \vec{n}_d \times \vec{E}_0, \quad \vec{n}_d \times (\vec{H}_i - \vec{H}_e) = \vec{n}_d \times \vec{H}_0 \quad (3)$$

на поверхности S_d диэлектрического цилиндра и граничным условиям

$$\vec{n}_p \times \vec{E}_e = -\vec{n}_p \times \vec{E}_0 \quad (4)$$

на поверхности S_p идеально проводящего цилиндра.

Кроме того, поле $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ в D_e должно удовлетворять условиям излучения

$$\{\sqrt{\epsilon_e} \vec{E}_e; \sqrt{\mu_e} \vec{H}_e\} \times \vec{R} / R + \{\sqrt{\mu_e} \vec{H}_e; -\sqrt{\epsilon_e} \vec{E}_e\} = O(R^{-1}), \quad R \rightarrow \infty. \quad (5)$$

В выражениях (3)–(4) $\vec{n}_d$ – единичный вектор нормали к поверхности S_d ; $\vec{n}_p$ – единичный вектор нормали к поверхности S_p ; $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; $\vec{a} \times \vec{b}$ – векторное произведение.

2. Модель рассеянного поля и определение неизвестных параметров модели

Модель рассеянного поля строится следующим образом. Введем на оси диэлектрического цилиндра неизвестные непрерывно распределенные электрический $\vec{J}_d^e$ и магнитный $\vec{J}_d^m$ токи, а на оси идеально проводящего цилиндра – только непрерывно распределенный электрический ток $\vec{J}_p^e$. Представим неизвестное рассеянное поле в виде суммы полей введенных вспомогательных токов:

$$\begin{aligned}\vec{E}_e(M) &= \frac{i}{\omega\epsilon_e} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_d^e) - \nabla \times \vec{\Pi}_d^m + \frac{i}{\omega\epsilon_e} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_p^e), \\ \vec{H}_e(M) &= \nabla \times \vec{\Pi}_d^e + \frac{i}{\omega\mu_e} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_d^m) + \nabla \times \vec{\Pi}_p^e, \\ \vec{\Pi}_d^e &= \int_{-l_d/2}^{l_d/2} \frac{\vec{J}_d^e(z') e^{ik_e R_{MM'}}}{4\pi R_{MM'}} dz', \quad \vec{\Pi}_d^m = \int_{-l_d/2}^{l_d/2} \frac{\vec{J}_d^m(z') e^{ik_e R_{MM'}}}{4\pi R_{MM'}} dz', \\ \vec{\Pi}_p^e &= \int_{l_p} \frac{\vec{J}_p^e(z'_p) e^{ik_e \bar{R}_{MM'}}}{4\pi \bar{R}_{MM'}} dz'_p, \quad M \in D_e.\end{aligned}\quad (6)$$

В выражениях для $\vec{\Pi}_d^e$ и $\vec{\Pi}_d^m$ интегрирование проводится вдоль оси z диэлектрического цилиндра; $R_{MM'} = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z')^2}$ – расстояние от точки z' на оси диэлектрического цилиндра до точки M в D_e ; x, y, z – декартовы координаты точки M ; $k_e = \omega\sqrt{\epsilon_e\mu_e}$. В выражении для $\vec{\Pi}_p^e$ интегрирование проводится вдоль оси идеально проводящего цилиндра; $\bar{R}_{MM'} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z'_p)^2}$ – расстояние от точки z'_p на оси идеально проводящего цилиндра до точки M в D_e ; x_0 и y_0 – координаты осевой линии идеально проводящего цилиндра в системе отсчета $Oxyz$.

Для представления электромагнитного поля $\vec{E}_i, \vec{H}_i$ внутри диэлектрического цилиндра введем вспомогательную поверхность S_i (рис. 2), охватывающую цилиндр, аналогично тому, как это сделано в работе [7]. Поверхность S_i также представляет собой круговой цилиндр со сферически скругленными торцами; радиус цилиндра равен R_i , его длина равна длине рассеивающего цилиндра l_d .

Выберем на вспомогательной поверхности S_i конечную совокупность точек $\{M_{n,i}\}_{n=1}^{N_i}$, в каждой из которых разместим пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\vec{p}_{\tau_1}^{n,i} = p_{\tau_1}^{n,i} \vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$ и $\vec{p}_{\tau_2}^{n,i} = p_{\tau_2}^{n,i} \vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$. Единичные векторы $\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$ и $\vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$ выбраны в плоскости, касательной к S_i в точке $M_{n,i}$; вектор $\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$ расположен в сечении $\varphi = const$, проходящем через точку $M_{n,i}$, а вектор $\vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$ ортогонален вектору $\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$. Предполагается, что диполи, размещенные на S_i , излучают в однородную среду с проницаемостями ϵ_i и μ_i .

Представим неизвестное поле $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ внутри диэлектрического цилиндра в виде суммы полей введенных вспомогательных диполей:

$$\begin{aligned}\vec{E}_i(M) &= \frac{i}{\omega\epsilon_i} \sum_{n=1}^{N_i} \nabla \times (\nabla \times \vec{\Pi}_{n,i}), \quad \vec{H}_i(M) = \sum_{n=1}^{N_i} \nabla \times \vec{\Pi}_{n,i}, \\ \vec{\Pi}_{n,i} &= \Psi_i(M, M_{n,i}) \vec{p}_{\tau}^{n,i}, \quad \vec{p}_{\tau}^{n,i} = p_{\tau_1}^{n,i} \vec{e}_{\tau_1}^{n,i} + p_{\tau_2}^{n,i} \vec{e}_{\tau_2}^{n,i}, \quad M \in D_i.\end{aligned}\quad (7)$$

В выражениях (7) функция $\Psi_i(M, M_{n,i}) = \exp(ik_i R_{MM_{n,i}}) / (4\pi R_{MM_{n,i}})$, $R_{MM_{n,i}}$ – расстояние от точки $M_{n,i}$ на вспомогательной поверхности S_i до точки M внутри диэлектрического цилиндра;

$k_i = \omega\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}$; N_i – число точек размещения на S_i ; $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ ($n = 1, 2, \dots, N_i$) – неизвестные дипольные моменты.

Рис. 2. Вспомогательная поверхность, охватывающая диэлектрический цилиндр
Fig. 2. The auxiliary surface enclosing the dielectric cylinder

Представления (6) удовлетворяют уравнениям Максвелла (1) для внешней области D_e и условиям излучения (5), а представления (7) – уравнениям Максвелла (2) для области D_i . Чтобы удовлетворить граничным условиям (3)–(4), необходимо соответствующим образом выбрать дипольные моменты $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ ($n = 1, 2, \dots, N_i$) и распределения осевых токов $\vec{J}_d^e$, $\vec{J}_d^m$ и $\vec{J}_p^e$.

Предварительно введем кусочно-постоянную аппроксимацию вспомогательных осевых токов. Разобьем осевую линию диэлектрического цилиндра на N_d участков, в пределах каждого из которых величины токов $\vec{J}_d^e$ и $\vec{J}_d^m$ можно считать постоянными, а осевую линию идеально проводящего цилиндра разобьем на N_p участков, в пределах каждого из которых величину тока $\vec{J}_p^e$ также можно считать постоянной. Тогда выражения для $\vec{\Pi}_d^e$, $\vec{\Pi}_d^m$ и $\vec{\Pi}_p^e$ в (6) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}_d^e &= \vec{e}_z \sum_{i=1}^{N_d} J_{d,i}^e \int_{z'_{i-1}}^{z'_i} \frac{\exp(ik_e R_{MM'})}{4\pi R_{MM'}} dz', \quad \vec{\Pi}_d^m = \vec{e}_z \sum_{i=1}^{N_d} J_{d,i}^m \int_{z'_{i-1}}^{z'_i} \frac{\exp(ik_e R_{MM'})}{4\pi R_{MM'}} dz', \\ \vec{\Pi}_p^e &= \vec{e}_z \sum_{i=1}^{N_p} J_{p,i}^e \int_{z'_{p,i-1}}^{z'_{p,i}} \frac{\exp(ik_e \bar{R}_{MM'})}{4\pi \bar{R}_{MM'}} dz'_{p,i}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $J_{d,i}^e$ и $J_{d,i}^m$ – элементы электрического и магнитного токов на i -м участке осевой линии диэлектрического цилиндра; $J_{p,i}^e$ – элемент электрического тока на i -м участке осевой линии идеально про-

водящего цилиндра; $\vec{e}_z$ – единичный вектор, направленный вдоль оси z . При таком подходе нахождение неизвестных распределений осевых токов сводится к нахождению значений $(2N_d + N_p)$ элементов тока.

Для определения дипольных моментов и элементов токов используем граничные условия (3)–(4), удовлетворяя им в соответствии с методом коллокаций. Предварительно учтем, что для идеально проводящего тонкого цилиндра, в силу малости его диаметра по сравнению с длиной волны возбуждающего поля, вкладом в рассеянное поле азимутальной составляющей тока на поверхности цилиндра можно пренебречь.

Пусть M_{j_d} – точки коллокации на поверхности S_d диэлектрического цилиндра, а M_{j_p} – точки коллокации на поверхности S_p идеально проводящего цилиндра. Пусть число точек коллокации на поверхности S_d равно L_d , а число точек коллокации на поверхности S_p равно L_p . Тогда для нахождения неизвестных дипольных моментов $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ ($n = 1, 2, \dots, N_i$) и элементов токов $J_{d,i}^e$, $J_{d,i}^m$ ($i = 1, 2, \dots, N_i$), $J_{p,i}^e$ ($i = 1, 2, \dots, N_p$) получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$[\vec{n}_i^{j_d}, (\vec{E}_i^{j_d} - \vec{E}_e^{j_d})] = [\vec{n}_i^{j_d}, \vec{E}_0^{j_d}], \quad [\vec{n}_i^{j_d}, (\vec{H}_i^{j_d} - \vec{H}_e^{j_d})] = [\vec{n}_i^{j_d}, \vec{H}_0^{j_d}], \quad j_d = 1, 2, \dots, L_d, \\ E_{e,z}^{j_p} = -E_{0,z}^{j_p}, \quad j_p = 1, 2, \dots, L_p, \quad (9)$$

где $\vec{n}_i^{j_d}$ – единичный вектор нормали в точках коллокации M_{j_d} на поверхности диэлектрического цилиндра; $\vec{E}_e^{j_d}, \vec{H}_e^{j_d}, \vec{E}_i^{j_d}, \vec{H}_i^{j_d}$ и $\vec{E}_0^{j_d}, \vec{H}_0^{j_d}$ – компоненты внешнего, внутреннего и возбуждающего полей в этих же точках; $\vec{E}_{e,z}^{j_p}, \vec{E}_{0,z}^{j_p}$ – ориентированные вдоль оси z составляющие рассеянного и возбуждающего полей в точках коллокации M_{j_p} на поверхности идеально проводящего цилиндра.

Решение системы (9) осуществляем путем минимизации функционала

$$\sum_{j_d=1}^{L_d} \left\{ \left| [\vec{n}_i^{j_d}, (\vec{E}_i^{j_d} - \vec{E}_e^{j_d}) - [\vec{n}_i^{j_d}, \vec{E}_0^{j_d}]] \right|^2 + \frac{\mu_e}{\varepsilon_e} \left| [\vec{n}_i^{j_d}, (\vec{H}_i^{j_d} - \vec{H}_e^{j_d}) - [\vec{n}_i^{j_d}, \vec{H}_0^{j_d}]] \right|^2 \right\} + \sum_{j_p=1}^{L_p} \left| E_{e,z}^{j_p} + E_{0,z}^{j_p} \right|^2. \quad (10)$$

После решения системы (9) – определения неизвестных дипольных моментов $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ ($n = 1, 2, \dots, N_i$) и элементов токов $J_{d,i}^e, J_{d,i}^m$ ($i = 1, 2, \dots, N_i$), $J_{p,i}^e$ ($i = 1, 2, \dots, N_p$) – необходимые характеристики рассеянного поля определяются из представлений (6). В частности, для рассеянного поля в дальней зоне получаем следующие выражения:

$$E_{e,\theta}(M) = \sqrt{\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}} H_{e,\varphi}(M) = \frac{e^{ik_e R}}{R} D_\theta(\theta, \varphi) + O(R^{-2}), \\ E_{e,\varphi}(M) = -\sqrt{\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}} H_{e,\theta}(M) = \frac{e^{ik_e R}}{R} D_\varphi(\theta) + O(R^{-2}), \quad (11)$$

где компоненты диаграммы рассеяния $D_\theta(\theta, \varphi)$ и $D_\varphi(\theta)$ определяются выражениями

$$D_\theta(\theta, \varphi) = -\frac{i\omega\mu_e}{4\pi} \sin\theta \left[\sum_{i=1}^{N_d} J_{d,i}^e \int_{z'_{i-1}}^{z'_i} e^{-ik_e z' \cos\theta} dz' + e^{-ik_e(x_0 \sin\theta \cos\varphi + y_0 \sin\theta \sin\varphi)} \sum_{i=1}^{N_p} J_{p,i}^e \int_{z'_{p,i-1}}^{z'_{p,i}} e^{-ik_e z' \cos\theta} dz'_p \right], \\ D_\varphi(\theta) = \frac{ik_e}{4\pi} \sin\theta \sum_{i=1}^{N_d} J_{d,i}^m \int_{z'_{i-1}}^{z'_i} e^{-ik_e z' \cos\theta} dz', \quad (12)$$

где R , θ и φ – общепринятые сферические координаты точки наблюдения M .

Контроль точности решения осуществляем по критерию невязки граничных условий, т.е. путем вычисления относительного значения функционала (10) на сетке точек, промежуточных по отношению к точкам коллокации, выбираемых на поверхностях S_d и S_p :

$$\Delta = (\Phi' / \Phi_0)^{1/2}, \quad (13)$$

где Φ' – значение функционала (10) на указанной выше совокупности точек; Φ_0 – значение соответствующей нормы падающего поля на этой же совокупности точек, определяемое выражением

$$\sum_{j_d=1}^{L'_d} \left\{ \left| [\vec{n}_i^{j_d}, \vec{E}_0^{j_d}] \right|^2 + \frac{\mu_e}{\varepsilon_e} \left| [\vec{n}_i^{j_d}, \vec{H}_0^{j_d}] \right|^2 \right\} + \sum_{j_p=1}^{L'_p} \left| E_{0,z}^j \right|^2,$$

в котором L'_d и L'_p – число промежуточных точек соответственно на поверхностях S_d и S_p .

3. Результаты моделирования

Изложенные выше соотношения реализованы в виде программы для расчета компонент рассеянного поля и контроля точности получаемых результатов по критерию невязки граничных условий. Входными величинами программы являются длины цилиндров l_d и l_p , их радиусы r_d и r_p , значения относительной и магнитной проницаемостей диэлектрического цилиндра $\varepsilon'_i = \varepsilon_i / \varepsilon_e$, $\mu'_i = \mu_i / \mu_e$, координаты x_0, y_0 осевой линии идеально проводящего цилиндра, координата z_0 середины его осевой линии, а также параметры метода $N_d, N_p, R_i, N_i, L_d, L_p$, определяющие разбиение осевых линий цилиндров, выбор вспомогательной поверхности, количество точек размещения диполей на ней, количество точек коллокации на поверхностях цилиндров. Данная программа была использована для определения области применимости метода решения задачи, сравнения получаемых с ее помощью результатов с известными результатами, а также для расчета сечений рассеяния некоторых конкретных структур. Ниже приведены некоторые результаты, полученные для структуры, показанной на рис. 3.

Рис. 3. Исследованная структура
Fig. 3. The investigated structure

Рис. 4. Зависимость нормы невязки граничных условий от радиусов цилиндров
Fig. 4. Dependence of the residual norm of the boundary conditions on radii of the cylinders

Структура состоит из диэлектрического цилиндра с осью, направленной вдоль оси z , и параллельного ему идеально проводящего цилиндра. Середины осевых линий цилиндров расположены на оси x на расстоянии $k_e x_0$ одна от другой. При выполнении вычислений, результаты которых представ-

лены ниже, длины цилиндров $k_e l_d$ и $k_e l_p$ предполагались одинаковыми и равными $4,71$ ($l_d = l_p = 0,75\lambda$), относительная магнитная проницаемость диэлектрического цилиндра предполагалась равной 1 (немagnetный цилиндр). Остальные параметры структуры менялись в зависимости от целей исследований. Во всех случаях предполагалось, что структура возбуждается плоской волной, падающей вдоль оси x , вектор $\vec{E}_0$ падающей волны направлен вдоль оси z .

Параметры метода для диэлектрического цилиндра, определяющие положение вспомогательной поверхности, а также число и расположение диполей на ней во всех рассмотренных ниже случаях одинаковые. Радиус $k_e R_i$ вспомогательной поверхности выбран равным двум, число точек размещения диполей на вспомогательной поверхности равно 160 . Эти точки размещены как на цилиндрической части вспомогательной поверхности (60 точек), так и на ее сферических скруглениях (по 50 точек на каждом скруглении). Линии тока (осевые линии) обоих цилиндров разбиты на 30 участков ($N_d = N_p = 30$).

Число поперечных сечений $z = \text{const}$, в которых размещены точки коллокации на поверхностях каждого из цилиндров, выбрано также равным 30 . Эти сечения проведены посередине каждого из участков разбиения осевой линии, в каждом сечении расположено 4 точки коллокации равномерно по азимутальному углу. Такой выбор параметров для диэлектрического цилиндра основан на результатах работы [9].

Результаты, представленные на рис. 4, определяют область применимости метода решения задачи. По оси абсцисс отложены значения радиусов цилиндров $k_e r_d = k_e r_p = k_e r$, по оси ординат – значения невязки граничных условий (13). Кривая 1 относится к случаю, когда относительная диэлектрическая проницаемость ϵ'_i диэлектрического цилиндра равна 4 , а кривая 2 – к случаю, когда она равна 20 .

Как показывает рисунок, область применимости метода сужается с ростом относительной диэлектрической проницаемости диэлектрического цилиндра. Если считать приемлемым значение невязки, меньшее $0,1$, то при $\epsilon'_i = 4$ метод можно применять при $k_e r_d = k_e r_p < 0,2$, тогда как при $\epsilon'_i = 20$ его можно применять только при $k_e r_d = k_e r_p < 0,13$.

Рис. 5. Сравнение бистатических сечений рассеяния, вычисленных предложенным методом, с результатами работы [4]
Fig. 5. Comparison of the bistatic cross sections calculated with the help of proposed method and results from study [4]

Рис. 6. Зависимость сечений обратного рассеяния от расстояния между цилиндрами
Fig. 6. Dependence of the backscattering cross sections on the distance between cylinders

Рисунок 5 иллюстрирует сравнение результатов расчета, выполненных предлагаемым методом, с результатами других авторов. Поскольку решенная нами задача другими авторами ранее не решалась, мы не имеем возможности сравнить наши результаты с такими же результатами других авторов для рассматриваемой задачи. Однако при малых значениях относительной диэлектрической проницаемости диэлектрического цилиндра получаемые нами результаты должны быть очень близки соответствующим результатам для одиночного идеально проводящего цилиндра. Последняя задача является решенной, и результаты ее решения содержатся, в частности, в работе [4]. Это обстоятельство и

было использовано для контроля правильности получаемых нами результатов. По оси абсцисс на рис. 5 отложен угол θ в градусах (см. рис. 3), по оси ординат – сечение рассеяния

$$\sigma(\theta, \varphi) = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 [|E_{e,\theta}|^2 + |E_{e,\varphi}|^2] / |\vec{E}_0|^2,$$

нормированное на квадрат длины волны. Кривая 1 – сечение рассеяния, взятое из работы [4], кривые 2 и 3 – сечения рассеяния для рассматриваемой структуры при относительной диэлектрической проницаемости диэлектрического цилиндра $\varepsilon'_i = 4$ в полуплоскостях $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$ соответственно.

При получении кривых 2 и 3 радиус $k_e r_d$ диэлектрического цилиндра выбран равным 0,1, а радиус идеально проводящего цилиндра $k_e r_p$ – равным 0,03; расстояние между цилиндрами $k_e x_0 = 1,884$ ($x_0 = 0,3\lambda$). Уменьшение радиуса идеально проводящего цилиндра обусловлено стремлением приблизиться к радиусу, который выбран в работе [4] (в работе [4] $k_e r_p = 0,03$).

При анализе результатов, представленных на рис. 5, необходимо иметь в виду, что для одиночного идеально проводящего цилиндра бистатистические сечения рассеяния во всех полуплоскостях $\varphi = \text{const}$ одинаковы. Для нашей задачи они в общем случае должны быть различными в силу отсутствия у структуры осевой симметрии. Однако, как показывают приведенные на рис. 5 кривые, при $\varepsilon'_i = 4$, как и следовало ожидать, различия сечений рассеяния для разных полуплоскостей $\varphi = \text{const}$ очень малы. Близость полученных нами сечений рассеяния к сечениям рассеяния, представленным в работе [4], говорит как о правильности самого метода решения задачи, так и о правильности выбора параметров метода.

На рис. 6 показаны полученные в результате выполненных расчетов зависимости сечений обратного рассеяния исследуемой структуры от расстояния между осевыми линиями цилиндров при различных значениях относительной диэлектрической проницаемости ε'_i диэлектрического цилиндра. По оси абсцисс отложено расстояние между осями цилиндров, по оси ординат – сечение обратного рассеяния, нормированное на квадрат длины волны. Кривая 1 относится к случаю, когда $\varepsilon'_i = 4$, кривая 2 – к случаю, когда $\varepsilon'_i = 15$, кривая 3 – к случаю, когда $\varepsilon'_i = 30$.

Как показывают кривые на рис. 6, зависимость сечения обратного рассеяния от расстояния между осевыми линиями цилиндров имеет немонотонный (осциллирующий) характер. Амплитуда осцилляций тем больше, чем больше значение относительной диэлектрической проницаемости диэлектрического цилиндра. Такое поведение сечения обратного рассеяния определяется интерференцией рассеянных волн, одна из которых создается диэлектрическим цилиндром, а другая – идеально проводящим цилиндром.

Заключение

В работе на основе метода вспомогательных источников построена модель поля, рассеянного структурой, состоящей из тонких параллельных идеально проводящего и диэлектрического цилиндров. На основе этой модели разработан численный алгоритм решения задачи электромагнитного рассеяния рассматриваемой структурой. Алгоритм реализован в виде компьютерной программы для расчета компонент рассеянного поля. Определена область применимости предложенной модели, выполнено сравнение получаемых результатов с известными. Приведены некоторые результаты моделирования, характеризующие зависимость сечения обратного рассеяния от расстояния между цилиндрами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bogerd J.C., Tijhuis A.G., Klaasen J.J.A. Electromagnetic excitation of a thin wire: a traveling-wave approach // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1998. V. 46, No. 8. P. 1202–1211.
2. Hatamzadeh-Varmazyar S. New numerical method for determining the scattered electromagnetic fields from thin wires // Progress in Electromagnetic Research B. 2008. V. 3. P. 207–218.

3. Tavis M.T. Total radar cross section of thin wires at all angles of incidence // J. of Applied Physics. 1975. V. 46, No. 7. P. 3213–3215.
4. Bowman J.J., Senior T.B.A., Uslengli P.L.E. Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes. Amsterdam : North-Holland Publ. Company, 1969. P. 488.
5. Sarabandi K., Senior T.B.A. Low-frequency scattering from cylindrical structures at oblique incidence // IEEE Trans. on GRS. 1990. V. 28, No. 5. P. 879–885.
6. Yan W.Z., Du Y., Wu H., Liu D.W. EM scattering from a long dielectric circular cylinder // Progress in Electromagnetic Research, PIER 85. 2008. P. 39–67.
7. Дмитренко А.Г., Гольцварт Е.П. Решение задачи электромагнитного рассеяния на тонком диэлектрическом цилиндре методом вспомогательных источников // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56, № 5. С. 600–607.
8. Santalla del Rio V., Abalde-Lima L., Christodoulou C.G. Electromagnetic scattering from vegetation cylindrical components // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2015. V. 12, No. 4. P. 751–755.
9. Дмитренко А.Г., Полин Е.П. Исследование особенностей применения метода вспомогательных источников к решению задачи электромагнитного рассеяния на тонком диэлектрическом цилиндре // Известия вузов. Физика. 2015. Т. 58, № 11/2. С. 15–21.

Статья поступила 27 октября 2019 г.

Dmitrenko A.G., Balashova O.M. (2020) SIMULATING OF ELECTROMAGNETIC SCATTERING ON THIN PARALLEL IDEALLY CONDUCTING AND DIELECTRIC CYLINDERS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 51. pp. 35–44

DOI: 10.17223/19988605/51/4

Using the method of auxiliary sources, we solve the problem of electromagnetic-wave scattering by a structure consisting of a thin dielectric cylinder and a thin perfectly conducting cylinder oriented parallel towards dielectric cylinder. The gist of the method to be used is the following. We introduce an unknown continuously distributed auxiliary electric current and an unknown continuously distributed auxiliary magnetic current on the axis of dielectric cylinder and we introduce only unknown continuously distributed auxiliary electric current on the axis of perfectly conducting cylinder. Now we represent the unknown scattered field $\{\vec{E}_e, \vec{H}_e\}$ in outer medium D_e as a sum of the fields from the introduced auxiliary currents.

In order to represent field $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ inside the dielectric cylinder we introduce auxiliary surface S_i enclosing the cylinder. Surface S_i is also a circular cylinder with spherically rounded butt-ends. Then we choose finite set of points $M_{n,i}$ on auxiliary surface S_i . At each of these points we place a pair of independent auxiliary electric dipoles with the moments which are chosen in the plane tangent to S_i at point $M_{n,i}$. It is assumed that dipoles placed on S_i , radiate into a homogeneous medium with dielectric and magnetic permeabilities which are equal to permeabilities of the dielectric cylinder. Now we represent unknown field $\{\vec{E}_i, \vec{H}_i\}$ inside the dielectric cylinder as the sum of the fields of the introduced auxiliary dipoles.

The chosen representations of the fields satisfy Maxwell's equations and radiation conditions. To satisfy boundary conditions on the surfaces of the cylinders, we should properly select the unknown dipole moments and axial currents. Before making that, we introduce the piecewise-constant approximation for the axial currents by dividing the axial lines of dielectric cylinder and perfectly conducting cylinder into small sections (current elements) such that the current can be assumed constant within each section. Then we use the boundary conditions on the surfaces of the cylinders, which are satisfied according to the collocation method, to obtain the system of linear algebraic equations for determination of unknown dipole moments and the current elements. For perfectly conducting cylinder we take into account that the contribution of the azimuthal component of the current on the cylinder surface to the scattered radiation can be neglected due to the fact that the cylinder diameter is small compared with the wavelength of the exciting-field.

Based on the method described above, we developed a computer code for calculating the scattered-field components. Using this code, we carried out a series of computational calculations aimed at determination the domain of applicability of the proposed method, comparison of the results calculated with the help of proposed method and known results, and analysis of the scattering cross section of different structures.

Keywords: electromagnetic scattering; auxiliary sources method; thin perfectly conducting cylinder; thin dielectric cylinder; scattering cross section.

DMITRENKO Anatoly Grigor'evich (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).
E-mail: agdmitr.202@mail.ru

BALASHOVA Olga Mihailovna (National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation).
E-mail: balashovajkz@mail.ru

REFERENCES

1. Bogerd, J.C., Tijhuis, A.G. & Klaasen, J.J.A. (1998) Electromagnetic excitation of a thin wire: a traveling-wave approach. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*. 48(8). pp. 1202–1211. DOI: 10.1109/8.718576
2. Varmazyar, S. & Naser-Moghadasi, M. (2008) New numerical method for determining the scattered electromagnetic fields from thin wires. *Progress in Electromagnetic Research B*. 3. pp. 207–218. DOI: 10.2528/PIERB07121303
3. Tavis, M.T. (1975) Total radar cross section of thin wires at all angles of incidence. *Journal of Applied Physics*. 46(7). pp. 3213–3215. DOI: 10.1063/1.321977
4. Bowman, J.J., Senior, T.B.A. & Uslengli, P.L.E. (eds) (1969) *Electromagnetic and acoustic scattering by simple shapes*. Amsterdam: North-Holland Publ. Company.
5. Sarabandi, K. & Senior, T.B.A. (1990) Low-frequency scattering from cylindrical structures at oblique incidence. *IEEE Transactions on GRS*. 28(5). pp. 879–885. DOI: 10.1109/36.58977
6. Yan, W.Z., Du, Y., Wu, H. & Liu, D.W. (2008) EM scattering from a long dielectric circular cylinder. *Progress in Electromagnetic Research, PIER*. 85. pp. 39–67. DOI: 10.2528/PIER08081106
7. Dmitrenko, A.G. & Goltsvart, E.P. (2011) Solution of the problem of electromagnetic scattering by a thin dielectric cylinder with the use of the auxiliary source method. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 56(5). pp. 557–564.
8. Santalla del Rio, V., Abalde-Lima, L. & Christodoulou C.G. (2015) Electromagnetic scattering from vegetation cylindrical components. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*. 12(4). pp. 751–755. DOI: 10.1109/LGRS.2014.2361066
9. Dmitrenko, A.G. & Polin, E.P. (2015) Investigation of particularities of using of auxiliary sources method to the solution of the problem of electromagnetic scattering by a thin dielectric cylinder. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Fizika – Russian Physics Journal*. 58(11/2). pp. 15–21.