

УДК 519.63:621.1.016.4
DOI: 10.17223/19988605/51/6

В.К. Толстых, К.А. Пшеничный

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРОТИВОТОЧНЫХ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТАХ

Обсуждаются проблемы математического и численного моделирования нестационарных процессов теплопереноса в противоточных теплообменных аппаратах. Получены одномерные модели нестационарного конвективного переноса тепла, которые позволяют учитывать изменения теплофизических параметров по длине потоков хладагентов (теплоносителей), что особенно актуально при фазовых переходах в хладагентах, когда плотность, коэффициент теплопередачи и другие параметры меняются во много раз. Приводятся примеры численного моделирования.

Ключевые слова: противоточный теплообменный аппарат; коэффициент теплопередачи; математическое моделирование; конечно-разностная схема.

В энергетике, металлургии, химической промышленности и других отраслях широко используются теплообменные аппараты, обычно – противоточные. От качества работы таких аппаратов существенно зависит качество работы других объектов потребителей теплоносителей и всей промышленности в целом.

Для проектирования управления теплообменными аппаратами в переходных режимах необходимо знание достаточно точных математических моделей нестационарных теплофизических процессов, протекающих в них. Кроме получения достоверных математических моделей нестационарных противоточных процессов возникает и задача их совместного численного решения с учетом реального изменения теплофизических параметров по длине потоков.

1. Состояние вопроса

Переходные теплофизические процессы описываются дифференциальными уравнениями в частных производных. К сожалению, на практике от прямого решения таких уравнений для моделирования переходных процессов в противоточных теплообменных аппаратах отказываются – вводят существенные ограничения на состояние процессов и переходят от дифференциальных уравнений к передаточным функциям [1–3]. Такая модель хоть и описывает температурное поле внутри теплообменного аппарата, но формулируется с существенными допущениями, предполагающими постоянство плотности скорости потока и других параметров теплоносителей по длине теплообменника.

Рассмотрим математическую модель одномерного нестационарного теплового потока, состоящую из уравнений теплопереноса, движения, неразрывности и состояния [4, 5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau} + v \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\lambda}{c_p \rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} &= \frac{q}{c_p \rho}, \quad \frac{\partial v}{\partial \tau} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} &= 0, \quad \Phi(p, \rho, T) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $T(x, \tau)$ – температура теплоносителя, $\tau \in [0, T]$ – время, $x \in [x_a, x_b]$ – пространственная координата, $v(x, \tau)$ – скорость потока, $\rho(x, \tau)$ – плотность теплоносителя, $p(x, \tau)$ – давление в потоке, λ – коэффициент теплопроводности, c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении, $q = \bar{q} + \hat{q}$ –

удельный тепловой поток $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} \right]$ от внешних источников \bar{q} и возможных фазовых переходов \hat{q} , η – коэффициент динамической вязкости, Φ – уравнение состояния неизоэнтальпических процессов.

Скорости хладагентов в промышленных теплообменных аппаратах достигают десятков метров в секунду. Конвективный теплообмен здесь существенно преобладает над диффузионным, поэтому диффузионным членом в первом уравнении пренебрегают.

Во втором уравнении присутствует член, характеризующий вязкость потока. Он определяет диссипативные процессы, приводящие к потере гидродинамического напора по длине теплообменного аппарата и, соответственно, – к некоторому нагреванию хладагентов. В реальных аппаратах потеря напора в теплообменниках составляет примерно 1%. Это – незначительная величина, поэтому далее вязкостью и изменением гидродинамического напора, связанного с диссипацией, мы будем пренебрегать. Естественно, будем пренебрегать и теплотой образующейся от диссипации энергии. Именно поэтому в систему (1) мы заранее не добавляли уравнение энергии.

Второе и третье уравнения представляют собой систему гиперболических уравнений, которая описывает волновые гидродинамические процессы в сжимаемых средах, когда изменение давления $p(x, \tau)$ приводит к изменению плотности $\rho(x, \tau)$. Как известно, скорость волн определяется в основном скоростью звука в среде, которая в промышленных хладагентах на несколько порядков выше скорости движения среды. В то же время волны повышения и понижения давления переносят импульс, а не сами частицы среды, как это происходит при конвективном теплообмене. Таким образом, в среднем по длине потока влиянием быстротечных волновых процессов повышения и понижения давления на относительно медленный тепловой конвективный перенос можно пренебречь. В итоге мы можем считать, что среда с хладагентом несжимаема и давление в среде по всей длине хладагента постоянно, т.е. $p(x, \tau) = p(\tau)$.

Невязкость и несжимаемость сред приводят к тому, что второе уравнение в системе (1) исчезает, а вся система с учетом предыдущих допущений приобретает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + v \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{c_p \rho} [\bar{q} + \hat{q}], \quad \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0, \quad \rho(T)|_p = 0. \quad (2)$$

Последнее уравнение состояния Φ вырождается в зависимость плотности среды от ее температуры при заданном давлении [6].

2. Математическое моделирование противоточных сред

На рис. 1 показана принципиальная схема работы противоточного теплообменного аппарата, в котором прямым потоком может быть, например, воздух, а обратным – жидкий кислород. Будем отмечать индексом 1 прямоточную среду (воздух) и индексом 2 – противоточную среду (кислород).

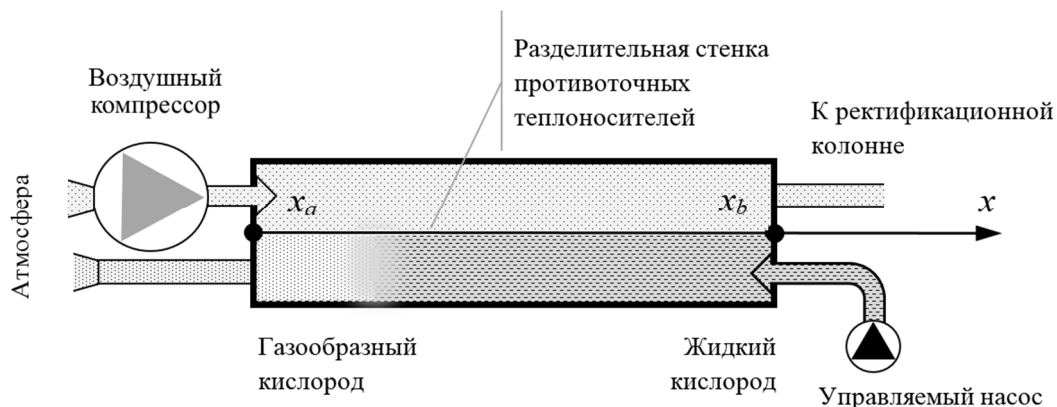


Рис. 1. Схема противоточного теплообменного аппарата
Fig. 1. Diagram of a counterflow heat exchanger

Одномерная постановка задачи предполагает достаточно интенсивное турбулентное перемешивание, такое что температура и скорость в поперечном сечении каждого потока элементарной толщины dx постоянны. Тогда процесс передачи тепла между участками длиной dx через площадь их взаимодействия $dF = Hdx$ (H – ширина разделительной стенки потоков), согласно законам теплопроводности и теплоотдачи, можно описать уравнениями мощностей элементарных тепловых потоков dP [7, 8]:

$$dP_1 = -\alpha_1 dF (T_1 - \tilde{T}_1), \quad dP_{12} = -\frac{\lambda_{12}}{\delta} dF (\tilde{T}_1 - \tilde{T}_2), \quad dP_2 = -\alpha_2 dF (\tilde{T}_2 - T_2),$$

где dP_1 – мощность теплового потока от теплоносителя 1 к стенке, dP_{12} – мощность потока в стенке, dP_2 – мощность теплового потока от стенки к теплоносителю 2, α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи от теплоносителя 1 к стенке и от стенки к теплоносителю 2 соответственно, λ_{12} – коэффициент теплопроводности стенки, δ – толщина стенки, \tilde{T}_1, \tilde{T}_2 – температуры стенки со стороны 1-го и 2-го теплоносителей. Здесь $T_1 > \tilde{T}_1 > \tilde{T}_2 > T_2$.

Мы видим, что тепло из среды 1 в среду 2 попадает с некоторым термическим сопротивлением

$$R_k = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda_{12}} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

Поскольку в теплообменных аппаратах разделительную стенку делают малой толщины и из высоко теплопроводящих материалов, то значение ее термического сопротивления $\delta/\lambda_{12} \approx 0$, и им пренебрегают. Кроме того, подразумевая качественную внешнюю теплоизоляцию теплообменных аппаратов, тепловыми потерями в окружающую среду также обычно пренебрегают. Тогда теплообмен для каждой среды можно представить как удельную мощность (на единицу объема) теплового потока $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^3} \right]$:

$$\bar{q} = \pm k dF (T_1 - T_2) / dV,$$

где $k = (1/\alpha_1 + 1/\alpha_2)^{-1}$ – коэффициент теплопередачи $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}} \right]$, $dV = S dx$ – объем элементарной ячейки, принимающей (знак плюс) или отдающей (знак минус) тепло, S – площадь поперечного сечения потока.

Если течения сопровождаются фазовыми переходами, то необходимо учитывать соответствующие выделения и поглощения тепла. Например, охладитель в виде жидкого кислорода внутри теплообменника всегда закипает и выходит в виде газа. При парообразовании кислород поглощает удельный тепловой поток $\hat{q}_2 = \bar{q}_1$ из первой противоточной среды (воздух) и удерживает температуру на уровне кипения $T_2 = T_{2\text{кип}}$ вплоть до полного испарения. Здесь

$$\hat{q}_2 = \begin{cases} -\rho_2 L_2 / \Delta \tau_2, & \text{если есть кипение,} \\ 0, & \text{если нет кипения,} \end{cases}$$

$$\bar{q}_1 = -k dF (T_1 - T_2) / dV,$$

где L_2 – удельная теплота парообразования кислорода $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \right]$, $\Delta \tau_2$ – время кипения ячейки кислорода до полного испарения.

Таким образом система (2) принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} &= \frac{1}{c_{p1} \rho_1} \left[-k \frac{H}{S_1} (T_1 - T_2) + \hat{q}_1 \right], \\ \frac{\partial T_2}{\partial \tau} - v_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} &= \frac{1}{c_{p2} \rho_2} \left[k \frac{H}{S_2} (T_1 - T_2) + \hat{q}_2 \right], \\ \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x} = 0, \quad \rho_1 (T_1) \Big|_{P_1} = 0, \quad \rho_2 (T_2) \Big|_{P_2} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Если для какого-либо хладагента отсутствуют табличные данные зависимости $\rho(T)$ в диапазоне рабочих давлений теплообменника, то необходимо воспользоваться уравнением состояния неидеальных сред (при высоких давлениях p), например в виде уравнения Битти–Бриджмена [9]. Запишем его для одного моля вещества

$$RT \frac{(1-\varepsilon)(V+B)}{V^2} - \frac{A}{V^2} - p = 0, \quad (4)$$

где R – универсальная газовая постоянная, $V(T)$ – объем моля вещества массой M , коэффициенты $A = A_0 \left(1 - \frac{a}{V}\right)$, $B = B_0 \left(1 - \frac{b}{V}\right)$, $\varepsilon = \frac{c}{VT^3}$, A_0 , B_0 , a , b , c – эмпирические постоянные [10]. Объем V из нелинейного уравнения (4) при заданном давлении p можно найти итерационно. Обычно это делается методом Ньютона. После чего мы получаем плотность

$$\rho(T) = \frac{M}{V(T)}. \quad (5)$$

Для вычисления удельной теплоемкости $c_p(T)$ обеих сред используют табличные данные, например [11]. На основе этих данных делается интерполяция функции $c_p(T)$.

В системе (3) первые два уравнения конвективного теплопереноса нуждаются в граничных и начальных условиях. Зададим их в виде:

$$T_1(\tau, x_a) = T_{1a}(\tau), \quad T_2(\tau, x_b) = T_{2b}(\tau), \quad T_1(0, x) = T_{10}(x), \quad T_2(0, x) = T_{20}(x). \quad (6)$$

Третье и четвертое уравнения неразрывности в (3) легко интегрируются с точностью до констант $C_1(\tau)$, $C_2(\tau)$ по длине потоков, откуда мы можем найти скорости хладагентов, зависящие от плотности потоков:

$$v_1(x, \tau) = \frac{C_1(\tau)}{\rho_1(T_1(x, \tau))}, \quad v_2(x, \tau) = \frac{C_2(\tau)}{\rho_2(T_2(x, \tau))}. \quad (7)$$

Пространственные константы C_1 , C_2 задаем через, как правило, известные плотности и скорости на входе или выходе потоков, например:

$$C_1(\tau) = \rho_{1a}(T_{1a}(\tau))v_1(x_a, \tau), \quad C_2(\tau) = \rho_{2b}(T_{2b}(\tau))v_2(x_b, \tau).$$

Система (3) при условиях (5)–(7) принимает вид:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{1}{c_{p1}\rho_1} [kF(T_2 - T_1) + \hat{q}_1], \quad \frac{\partial T_2}{\partial \tau} - v_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \frac{1}{c_{p2}\rho_2} [kF(T_1 - T_2) + \hat{q}_2]. \quad (8)$$

Полученная математическая модель в виде уравнений (5)–(8), в отличие от описываемых ранее в литературе, позволяет для противоточных теплообменников моделировать температуру $T(x, \tau)$ с учетом не только переходных и фазовых превращений в хладагентах, но и пространственной распределенности физических параметров потоков, таких как плотность, скорость, теплоемкость и теплопередача.

3. Численное моделирование

Для численного решения дифференциальных уравнений (8) для обеих сред использовалась одна и та же равномерная по пространству сетка $\left\{x_i = x_a + i\Delta x, i = 0, 1 \dots n, \Delta x = \frac{x_b - x_a}{n}\right\}$ с шагами по времени $\left\{\tau_j = j\Delta \tau, j = 0, 1 \dots m, \Delta \tau = \frac{T}{m}\right\}$. Для аппроксимации производных привлекалась неявная схема «прямоугольник» [11–13].

Согласно этой схеме значение производной по времени $\frac{\partial T}{\partial \tau}$ усредняется по пространственным точкам i и $i + 1$, а значение пространственной производной $\frac{\partial T}{\partial x}$ усредняется по временным слоям j и $j + 1$. Кроме того, все коэффициенты уравнений определяются в центре рассматриваемого прямоугольника. Погрешность аппроксимаций такой схемы имеет второй порядок малости относительно $\Delta \tau$ и Δx .

Система (8) приобретает следующий конечно-разностный вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\Delta\tau}(T_{1,i}^{j+1} - T_{1,i}^j + T_{1,i+1}^{j+1} - T_{1,i+1}^j) + \frac{v_1}{2\Delta x}(T_{1,i+1}^{j+1} - T_{1,i}^{j+1} + T_{1,i+1}^j - T_{1,i}^j) &= \frac{1}{c_{p1}\rho_1} \left[k \frac{H}{S_1} (T_{2,i+1/2}^{j+1/2} - T_{1,i+1/2}^{j+1/2}) + \hat{q}_1 \right], \\ \frac{1}{2\Delta\tau}(T_{2,i}^{j+1} - T_{2,i}^j + T_{2,i+1}^{j+1} - T_{2,i+1}^j) - \frac{v_2}{2\Delta x}(T_{2,i+1}^{j+1} - T_{2,i}^{j+1} + T_{2,i+1}^j - T_{2,i}^j) &= \frac{1}{c_{p2}\rho_2} \left[k \frac{H}{S_2} (T_{1,i+1/2}^{j+1/2} - T_{2,i+1/2}^{j+1/2}) + \hat{q}_2 \right], \end{aligned} \quad (9)$$

Шаги аппроксимаций должны удовлетворять условию Куранта:

$$\frac{\Delta x}{\max(|v_1(x, \tau)|, |v_2(x, \tau)|)} \leq \Delta \tau.$$

Система уравнений (9) – это система $2(n + m)$ алгебраических уравнений, которую мы будем решать совместно для обеих сред в пространственных узлах сетки на каждом новом временном слое. Поскольку первая среда (в примере – воздух) движется слева направо, то его искомая температура должна находиться в правой верхней точке конечно-разностного прямоугольника, т.е. в $T_{1,i+1}^{j+1}$. Соответственно для противоточной второй среды (в примере – кислород), движущейся справа налево, искомая температура должна находиться в левой верхней точке $T_{2,i}^{j+1}$.

Найти явным образом искомые температуры теплоносителей из уравнений (9) невозможно. Во-первых, потому что коэффициенты должны рассчитываться через неизвестную температуру $T_{i+1/2}^{j+1/2} = (T_i^{j+1} + T_i^j + T_{i+1}^{j+1} + T_{i+1}^j) / 4$. Во-вторых, как видно из правых частей уравнений (9), теплообмен определяется опять-таки неизвестной температурой противоточного теплоносителя. Для преодоления указанных проблем поступим следующим образом.

Сначала выберем, какая из сред будет рассчитываться первой на каждом временном слое. Пусть это будет кислород, поскольку работа теплообменника заключается в охлаждении воздуха. Тогда коэффициенты второго уравнения (кислород) будем вычислять по трехточечному шаблону через $(T_{2,i+1}^j, T_{2,i+1}^j, T_{2,i}^j)$, а для воздуха – через $(T_{1,i}^{j+1}, T_{1,i}^j, T_{1,i+1}^j)$. Разности температур теплоносителей в правой части второго уравнения будем вычислять по данным только старого временного слоя, т.е. через $(T_{1,i+1/2}^j - T_{2,i+1/2}^j)$. Для первого уравнения (воздух), такой проблемы не возникает, так как температура кислорода будет уже известна.

Теперь с учетом сделанных уточнений аппроксимаций можно из уравнений (9) выразить искомые температуры:

$$\begin{aligned} T_{2,i}^{j+1} &= T_{2,i}^j \frac{1 - \gamma_1 - \gamma_2}{1 + \gamma_1} - T_{2,i+1}^{j+1} \frac{1 - \gamma_1}{1 + \gamma_1} + T_{2,i+1}^j \frac{1 + \gamma_1 - \gamma_2}{1 + \gamma_1} + \frac{2\gamma_2 T_{1,i+1/2}^j}{1 + \gamma_1} + \frac{2\chi \hat{q}_2}{1 + \gamma_1}, \quad i = n - 1 \dots 0, \\ T_{1,i+1}^{j+1} &= T_{1,i+1}^j \frac{1 + \gamma_1 - 0.5\gamma_2}{1 + \gamma_1 + \gamma_2} - T_{1,i}^{j+1} \frac{1 - \gamma_1 + 0.5\gamma_2}{1 + \gamma_1 + \gamma_2} + T_{1,i}^j \frac{1 + \gamma_1 + 0.5\gamma_2}{1 + \gamma_1 + \gamma_2} + \\ &\quad + \frac{2\gamma_2 T_{2,i+1/2}^{j+1/2}}{1 + \gamma_1 + \gamma_2} + \frac{2\chi \hat{q}_1}{1 + \gamma_1 + \gamma_2}, \quad i = 0 \dots n - 1, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\gamma_1 = \frac{v_1 \Delta \tau}{\Delta x}$, $\gamma_2 = \frac{\Delta \tau k H}{S_{1,2} c_p \rho}$, $\chi = \frac{\Delta \tau}{c_p \rho}$, S_1 – первая среда (воздух), S_2 – вторая среда (кислород).

5. Результаты расчетов

При расчете нестационарных процессов почти всегда возникает проблема определения начальных условий. Пусть в начальный момент времени противоточные среды не взаимодействуют т.е. $k = 0$, тогда можно задать постоянные температуры, например $T_1(0, x) = 315 \text{ К}$ и $T_2(0, x) = 90 \text{ К}$. На следующем временном слое $j = 1$, когда $k \neq 0$, начнется нестационарное течение. Рассмотрением именно такого нестационарного процесса мы в данной статье и ограничимся. В начальный момент времени примем давления в потоках $p_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ Па}$, $p_2 = 2,4 \cdot 10^6 \text{ Па}$ и константы $C_1 = 1285$, $C_2 = 1717$. Константа для воздуха задавалась при скорости $v_1(x_a, \tau) = 20 \text{ м/с}$, а для жидкого кислорода – при скорости $v_2(x_b, \tau) = 1,5 \text{ м/с}$. Длина теплообменной поверхности аппарата принималась равной 9 м , площади поперечных сечений потоков $S_1 = 0,53 \text{ м}^2$, $S_2 = 0,18 \text{ м}^2$, площадь взаимодействия потоков $F = 1100 \text{ м}^2$. Приведенные данные соответствуют типичному кожухотрубному теплообменному аппарату. Расчетная сетка задавалась $\Delta x = 0,045 \text{ м}$ и $\Delta \tau = 0,00075 \text{ с}$, $T = 7 \text{ с}$ – время полного установления процесса.

Для указанного теплообменника воздух не меняет своего фазового состояния, $\hat{q}_1 = 0$, а вот кислород меняет. В этих условиях коэффициент теплопередачи между кислородом и воздухом нельзя считать постоянным по длине потоков. Будем задавать $k = 6 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2\text{К}$ – для зоны жидкого кислорода, $k = 4,5 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2\text{К}$ – для зоны парожидкостной смеси кислорода, $k = 3 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2\text{К}$ – для зоны газообразного кислорода.

На рис. 2 приведены результаты расчетов температуры воздуха (сплошная линия) и кислорода (пунктирная линия) в момент установления изначально нестационарного потока в рассматриваемом теплообменном аппарате. Две точки на температурных кривых для кислорода указывают на начало и конец парожидкостной зоны. В этой зоне, естественно, температура не меняется и равна $T_{2\text{кип}} = 135 \text{ К}$. Рисунок 2, *b* получен при постоянном по всей длине потоков коэффициенте теплопередачи со средним значением $k = 4,5 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2\text{К}$.

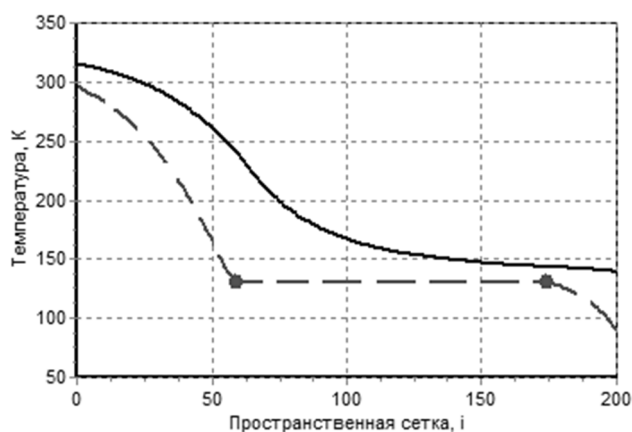


Рис. 2, *a*. Температуры потоков при переменном k
Fig. 2, *a*. Flows temperatures at variable k

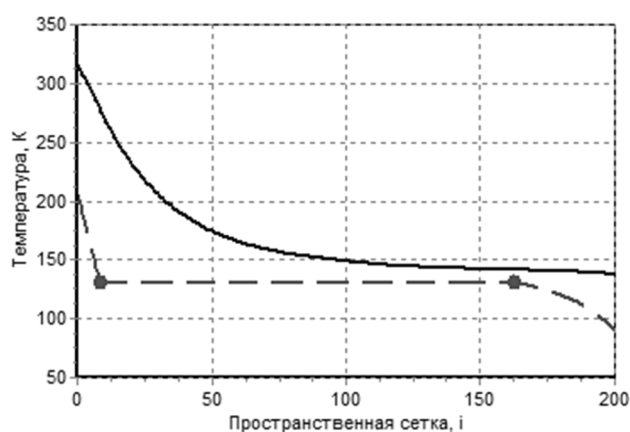


Рис. 2, *b*. Температуры потоков при постоянном k
Fig. 2, *b*. Flows temperatures at permanent k

Можно заметить, что распределенность коэффициента теплопередачи по длине теплообменного аппарата заметно влияет на процесс теплообмена.

На рис. 3 показаны конечные распределения скоростей потоков. Видно, как кислород (пунктирная линия) ускоряется справа налево по мере кипения за счет изменения своей плотности от жидкости к газу. В то же время поток воздуха замедляется слева направо из-за существенного охлаждения и повышения своей плотности.

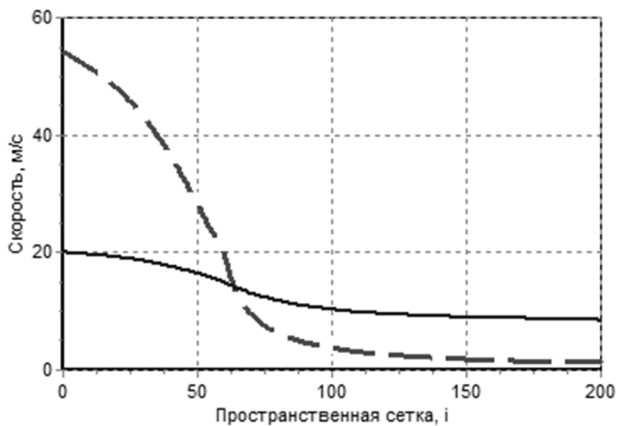


Рис. 3, а. Скорости потоков при переменном k
Fig. 3, a. Flows rate at a variable k

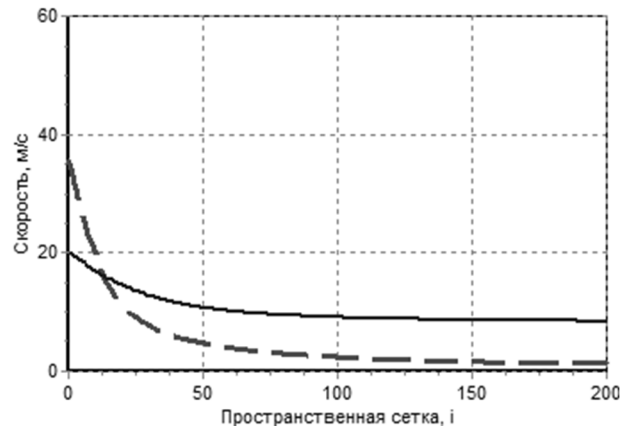


Рис. 3, б. Скорости потоков при постоянном k
Fig. 3, b. Flows rate at a permanent k

Приведенные расчеты показывают, что учет фазовых переходов в хладагентах и учет изменения коэффициента теплопередачи вдоль теплообменного аппарата существенно влияют на физическую картину тепловых и гидродинамических процессов теплообменного аппарата.

Заключение

Полученная математическая модель (5)–(8) и ее конечно-разностное представление (10) позволяют осуществлять физически обоснованное численное моделирование одномерных нестационарных тепловых потоков в противоточных теплообменных аппаратах. Такая модель дает возможность учитывать распределенность физических параметров по длине потоков, таких как плотность, скорость, теплоемкость и теплопередача между потоками, и позволяет моделировать потоки противоточных хладагентов с фазовыми переходами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данилушкин И.А., Лежнев М.В. Структурное представление процесса теплообмена при встречном направлении взаимодействующих потоков // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. 2007. № 1 (19). С. 16–22.
2. Данилушкин И.А., Гусева М.А. Построение численно-аналитических моделей теплообменных аппаратов // Проблемы управления, передачи и обработки информации – АТМ-ТКИ-50 : междунар. науч. конф. : сб. тр. / под ред. А.Г. Александрова, М.Ф. Степанова. Саратов : Саратов. гос. техн. ун-т, 2009. С. 168–170.
3. Лежнев М.В., Рапопорт Э.Я., Данилушкин И.А. Численное моделирование процессов теплопереноса в противоточном теплообменном аппарате // Математическое моделирование и краевые задачи : тр. пятой Всерос. науч. конф. Самара : СамГТУ, 2008. Ч. 2: Моделирование и оптимизация динамических систем и систем с распределенными параметрами. С. 66–69.
4. Крейт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи : пер. с англ. М. : Мир, 1983. 512 с.
5. Кафаров В.В., Глебов М.Б. Математическое моделирование основных процессов химических производств : учеб. пособие для вузов. М. : Высшая школа, 1991. 440 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика гидродинамика. М. : Физматлит, 1986. 736 с.
7. Григорьев В.А., Крохин Ю.И. Тепло и массообменные аппараты криогенной техники : учеб. пособие для вузов. М. : Энергоиздат, 1982. 312 с.
8. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. М. : Наука, 1982. 472 с.
9. Уэйлес С. Фазовые равновесия в химической технологии : в 2 ч. М. : Мир, 1989. Ч. 1. 304 с.
10. Шпильрайн Э.Э., Кессельман П.М. Основы теории теплофизических свойств веществ. М. : Энергия, 1977. 248 с.
11. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М. : Наука, 1972. 720 с.
12. Самарский А.А. Теория разностных схем. М. : Наука, 1977. 656 с.
13. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М. : Физматлит, Лаб. базовых знаний, 2002. 630 с.

Поступила в редакцию 25 сентября 2019 г.

Tolstykh V.K., Pshenychnyi K.A. (2020) MATHEMATICAL MODELING OF UNSTEADY HEAT PROCESSES IN COUNTER-CURRENT HEAT EXCHANGERS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 51. pp. 55–62

The countercurrent heat exchangers, usually are widely used in power engineering, metallurgy, chemical industry and other industries. For the design, management of heat exchangers in transient conditions, it is necessary to know sufficiently accurate mathematical models of non-stationary thermophysical processes flowing in them.

The paper deals with a mathematical model of one-dimensional unsteady heat fluxes, consisting of the equations of heat transfer, hydrodynamics and state. The issues of assumptions and accounting for various physical factors, including phase transitions that determine the specific kind of mathematical model, are discussed.

The resulting mathematical model allows for countercurrent heat exchangers to simulate the temperature, taking into account not only the transitional and phase transformations in refrigerants, but also taking into account the spatial distribution of the physical parameters of the flow.

For the numerical solution of differential equations “rectangle” scheme was used same for both environments. The error of approximations of such a scheme has a second order. The resulting system of algebraic equations was modernized, since in this scheme the coefficients must be calculated through an unknown temperature, and the heat transfer must be determined through an unknown temperature of the countercurrent coolant. A new scheme was obtained for explicitly calculating the temperature of the coolant.

The results of numerical calculations for a counter-flow heat exchanger are given. For this device, the air does not change its phase state, but the oxygen change. In such conditions, the density and flow rate are significantly variable along the length of the apparatus, respectively, and the heat transfer coefficient between oxygen and air cannot be considered constant along the length of the flow.

For calculations, large pressures in the flows were taken $p_1 = 5 \cdot 10^6$ Pa, $p_2 = 2,4 \cdot 10^6$ Pa. The length of the heat exchange surface was taken 9 m, the interaction area of the flows $F = 1100$ m². The flow temperatures at the initial moment of time were set as $T_1(0, x) = 315$ K, $T_2(0, x) = 90$ K. The data given correspond to a typical industrial shell-and-tube heat exchanger.

The influence of the constant and piecewise constant heat transfer coefficient k along the length of the flow, on the heat exchanger's operation was investigated. According to the results, it follows that the heat transfer coefficient, its distribution, significantly affects the heat exchange process.

The resulting mathematical model and its finite-difference representation allow physically-based numerical simulation of one-dimensional unsteady heat fluxes in countercurrent heat exchangers. This model allows to take into account the distribution of physical parameters along the length of the streams, such as density, speed, heat capacity and heat transfer between the streams, and allows to simulate the flows of counterflow refrigerants with phase transitions.

Keywords: heat exchanger; counterflow coolants; mathematical model; finite difference scheme; heat transfer coefficient.

TOLSTYKH Viktor Konstantinovich (Doctor of physics and mathematics, Professor, Donetsk National University).

E-mail: mail@tolstikh.com

PSHENYCHNYI Kyrylo Anatoliiovych (Post-graduate Student, Donetsk National University).

E-mail: kirill_pch@mail.ru

REFERENCES

1. Danilushkin, I.A. & Lezhnev, M.V. (2007) Strukturnoe predstavlenie protsessa teploobmena pri vstrechnom napravlenii vzaimodeystviyushchikh potokov [Structural representation of the heat exchange process in the opposite direction of the interacting flows]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Tekhnicheskie nauki – Vestnik of Samara State Technical University. Technical Sciences Series*. 1(19). pp. 16–22.
2. Danilushkin, I.A. & Guseva, M.A. (2009) Postroenie chislenno-analiticheskikh modeley teploobmennyykh apparatov [Construction of numerical-analytical models of heat exchangers]. In: Aleksandrov, A.G. & Stepanov, M.F. (eds) *Problemy upravleniya, peredachi i obrabotki informatsii – ATM-TKI-50* [Problems of management, transmission and processing of information – ATM-TKI-50]. Saratov: Saratov State Tech. University. pp. 168–170.
3. Lezhnev, M.V., Rapoport, E.Ya. & Danilushkin, I.A. (2008) Chislennoe modelirovanie protsessov teploperenosa v protivotochnom teploobmennom apparate [Numerical modeling of heat transfer processes in a countercurrent heat exchanger]. In: Radchenko, V.P. (ed.) *Matematicheskoe modelirovanie i kraevye zadachi* [Mathematical modeling and boundary value problems]. Part. 2. Samara: Samara State Technical University. pp. 66–69.
4. Kreith, F. & Black, W.Z. (1980) *Basic Heat Transfer*. New York: Harper & Row.
5. Kafarov, V.V. & Glebov, M.B. (1991) *Matematicheskoe modelirovanie osnovnykh protsessov khimicheskikh proizvodstv* [Mathematical modeling of the main processes of chemical production]. Moscow: Vysshaya shkola.
6. Landau, L.D. & Lifshits, E.M. (1986) *Teoreticheskaya fizika gidrodinamika* [Theoretical Physics and Hydrodynamics]. 3rd ed. Moscow: Nauka.
7. Grigoriev, V.A. & Krokhin, Yu.I. (1982) *Teplo i massoobmennyye apparaty kriogennoy tekhniki* [Heat and Mass Transfer Devices of Cryogenic Equipment]. Moscow: Energoizdat.
8. Zhukauskas, A.A. (1982) *Konvektivnyy perenos v teploobmennikakh* [Convective Transfer in Heat Exchangers]. Moscow: Nauka.
9. Walas, S. (1984) *Phase equilibria in chemical engineering*. Boston-London: Butterworth Publisher.
10. Shpilrayn, E.E. & Kesselman, P.M. (1977) *Osnovy teorii teplofizicheskikh svoystv veshchestv* [Fundamentals of the theory of thermophysical properties of substances]. Moscow: Energiya.
11. Vargaftik, N.B. (1972) *Spravochnik po teplofizicheskim svoystvam gazov i zhidkostey* [Handbook of thermophysical properties of gases and liquids]. Moscow: Nauka.
12. Samarsky, A.A. (1977) *Teoriya raznostnykh skhem* [Theory of difference schemes]. Moscow: Nauka.
13. Bakhvalov, N.S., Zhidkov, N.P. & Kobelkov, G.M. (2002) *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow: Fizmatlit, Lab. bazovykh znaniy.