УДК 519.2

DOI: 10.17223/19988605/51/10

Л.А. Нежелская, А.А. Першина

ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРА РАВНОМЕРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТИ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ В ОБОБЩЕННОМ АСИНХРОННОМ ПОТОКЕ СОБЫТИЙ В ОСОБОМ СЛУЧАЕ

Рассматривается обобщенный асинхронный поток событий (обобщенный ММРР-поток), являющийся пространственной математической моделью потока элементарных частиц, информационных потоков заявок, функционирующих в телекоммуникационных и информационно-вычислительных сетях связи, и относящийся к классу дважды стохастических потоков событий. Функционирование потока рассматривается в условиях случайного непродлевающегося мертвого времени, распределенного по равномерному закону на отрезке $[0, T^*]$. Рассматривается особый случай, когда на параметры потока накладываются ограничения: $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2, p = 1$. Производится оценивание параметра T^* мертвого времени методом моментов. Приводятся результаты статистических экспериментов.

Ключевые слова: обобщенный асинхронный поток событий; непродлевающееся случайное мертвое время; оценка параметра; метод моментов.

В связи с интенсивным развитием сетей связи модель простейшего потока событий перестала быть адекватной реальным информационным потокам. Требования практики послужили стимулом к рассмотрению дважды стохастических потоков [1–14] в качестве математической модели реальных потоков событий в телекоммуникационных сетях.

Большинство авторов рассматривают математические модели потоков событий, когда события потока доступны наблюдению. В реальности же зарегистрированное событие создает период мертвого времени [15], в течение которого другие события потока становятся ненаблюдаемыми. При этом, чтобы оценить потери событий потока, необходимо оценить значение длительности мертвого времени. Период ненаблюдаемости потока может продолжаться некоторое фиксированное время, а также может быть случайным. Задачи по оценке параметров и состояний потока событий в условиях мертвого времени фиксированной длительности рассматривались в работах [16–23]. При этом в [16, 18, 20–23] получены результаты для непродлевающегося мертвого времени, в [17, 19] – для продлевающегося.

Достаточно открытым остается вопрос изучения потоков событий, когда мертвое время является случайной величиной. Здесь отметим работу [24], в которой решается задача оценки параметров асинхронного потока событий в условиях случайного мертвого времени, работу [25], в которой решается задача оценки параметра распределения непродлевающегося случайного мертвого времени в пуассоновском потоке, и работу [26], в которой находятся формулы для начальных моментов общего периода ненаблюдаемости в пуассоновском потоке событий при продлеваемом случайном мертвом времени.

В настоящей статье рассматривается обобщенный асинхронный поток событий (обобщенный ММРР-поток) в условиях непродлевающегося случайного мертвого времени, распределенного по равномерному закону, когда на параметры потока накладываются ограничения: $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2, p = 1$ (особый случай). Методом моментов находится оценка параметра равномерного распределения, приводятся результаты статистических экспериментов.

1. Постановка задачи

Рассматривается обобщенный асинхронный дважды стохастический поток событий, сопровождающий процесс которого есть кусочно-постоянный стационарный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$). В течение временного интервала, когда $\lambda(t) = \lambda_i$, имеет место пуассоновский поток событий с интенсивностью λ_i , $i = 1, 2$. Переход из первого состояния процесса $\lambda(t)$ во второе (из второго в первое) может осуществляться в произвольный момент времени. При этом длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии распределена по экспоненциальному закону с параметром α_i , $i = 1, 2$. При переходе процесса $\lambda(t)$ из первого состояния во второе инициируется с вероятностью p ($0 \leq p \leq 1$) дополнительное событие во втором состоянии. Наоборот, при переходе процесса $\lambda(t)$ из второго состояния в первое инициируется с вероятностью q ($0 \leq q \leq 1$) дополнительное событие в первом состоянии. В сделанных предположениях $\lambda(t)$ – скрытый (принципиально ненаблюдаемый) марковский процесс. После каждого зарегистрированного события в момент времени t_k наступает период мертвого времени случайной длительности, и другие события исходного потока, наступившие в течение этого периода мертвого времени (периода ненаблюдаемости), недоступны наблюдению и не вызывают его продления (непродлевающееся мертвое время). Принимается, что случайная длительность мертвого времени распределена по равномерному закону с плотностью $p(T) = 1/T^*$, $0 \leq T \leq T^*$.

Рассматривается стационарный режим функционирования наблюдаемого потока. Необходимо в момент времени t на основании выборки $t_1, t_2, \dots, t_n$ наблюдаемых на полуинтервале $(t_0, t]$ моментов наступления событий оценить методом моментов параметр T^* . В настоящей работе рассматривается особый случай, когда на параметры потока накладываются ограничения: $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = 1$.

Заметим, что задача оценки параметра T^* методом моментов без указанных ограничений на параметры потока решена в статье [27].

2. ММ-оценка параметра T^*

Обозначим $\tau_k = t_{k+1} - t_k$, $k = 1, 2, \dots$, – значение длительности k -го интервала между соседними событиями наблюдаемого потока ($\tau_k \geq 0$). Плотность вероятности значений длительности k -го интервала есть $p_{T^*}(\tau_k) = p_{T^*}(\tau)$, $\tau \geq 0$, для любого k , т.е. момент наступления события есть $\tau = 0$. В [20] получено выражение для плотности $p(\tau|T)$ в особом случае ($\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = 1$), когда длительность мертвого времени является детерминированной величиной:

$$p(\tau|T) = 0, 0 \leq \tau < T, \quad p(\tau|T) = \{\lambda_1 + \alpha_1 - \alpha_2(1-q)[1 - (\lambda_1 + \alpha_1)(\tau - T)]\pi_2(T)\} e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)(\tau - T)}, \tau \geq T; \quad (1)$$

$$\pi_2(T) = \pi_2 - [\pi_2 - \pi_2(0|T)]e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}, \quad \pi_2(0|T) = (p_{12} + \delta\pi_2[1 - e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}]) / (1 - \delta e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}),$$

$$\delta = (\lambda_1\lambda_2 - q\alpha_1\alpha_2) / (\lambda_1 + \alpha_1)^2, \quad \pi_2 = \alpha_1 / (\alpha_1 + \alpha_2), \quad p_{12} = \alpha_1 / (\lambda_1 + \alpha_1).$$

Тогда плотность $p_{T^*}(\tau)$ примет вид (для упрощения индекс T^* опустим):

$$p(\tau) = \int_{(T)} p(T) p(\tau|T) dT = \begin{cases} p_1(\tau) = \int_0^\tau p(T) p(\tau|T) dT, & 0 \leq \tau < T^*; \\ p_2(\tau) = \int_0^{T^*} p(T) p(\tau|T) dT, & \tau \geq T^*. \end{cases} \quad (2)$$

Подставляя в (2) выражение (1), учитывая, что $p(T) = 1/T^*$, находим

$$p_1(\tau) = \frac{1}{T^*} \left[1 - e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} \right] + \frac{1}{T^*} \frac{\alpha_1\alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} (1-q) e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} \left\{ [(\lambda_1 + \alpha_1)\tau - 1] J_1(\tau) + (\lambda_1 - \alpha_2) \left[\frac{1}{\lambda_1 + \alpha_1} - \tau \right] \times \right.$$

$$\times J_2(\tau) + \frac{\lambda_1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} J_3(\tau) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} J_4(\tau) \Big\}, 0 \leq \tau < T^*; \quad (3)$$

$$p_2(\tau) = \frac{1}{T^*} e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} \left[e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)T^*} - 1 \right] + \frac{1}{T^*} \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2} (1 - q) e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} \left\{ [(\lambda_1 + \alpha_1)\tau - 1] J_1(T^*) + (\lambda_1 - \alpha_2) \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{\lambda_1 + \alpha_1} - \tau \right] J_2(T^*) + \frac{\lambda_1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} J_3(T^*) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} J_4(T^*) \right\}, \tau \geq T^*, \quad (4)$$

где

$$J_s(z) = \int_{\varphi(z)}^1 f_s(x) dx, \quad s = \overline{1, 4}, \quad \varphi(z) = e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)z}, \quad z = \tau \text{ либо } z = T^*; \\ f_1(x) = 1/(1 - \delta x) x^{\left(1 + \frac{\lambda_1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)}, \quad f_2(x) = 1/(1 - \delta x) x^{\left(\frac{\lambda_1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)}, \quad f_3(x) = (\ln x)/(1 - \delta x) x^{\left(1 + \frac{\lambda_1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)}, \\ f_4(x) = (\ln x)/(1 - \delta x) x^{\left(\frac{\lambda_1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}\right)}, \quad 1 - \delta x > 0 \text{ для } x \in [0, 1].$$

В точке $\tau = T^*$ имеем: 1) $p_1(T^*) = p_2(T^*)$, 2) $p_1'(T^*) \neq p_2'(T^*)$, – т.е. плотность $p(\tau)$ в точке $\tau = T^*$ непрерывна, но имеет излом.

Подчеркнем, что обобщенный асинхронный поток событий, функционирующий в условиях непродлевающегося случайного времени, при $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = 1$ является коррелированным потоком.

Получим оценку параметра T^* методом моментов [28]. Математическое ожидание длительности τ интервала между соседними событиями наблюдаемого потока есть

$$M(\tau | T^*) = \int_0^\infty \tau p(\tau) d\tau = \int_0^{T^*} \tau p_1(\tau) d\tau + \int_{T^*}^\infty \tau p_2(\tau) d\tau. \quad (5)$$

Подставляя в (5) выражения (3), (4), получаем

$$M(\tau | T^*) = \frac{T^*}{2} + \frac{1}{\lambda_1 + \alpha_1} + \frac{\alpha_1 \alpha_2 (1 - q)}{T^* (\alpha_1 + \alpha_2)^2} \left\{ \int_0^{T^*} \tau [(\lambda_1 + \alpha_1)\tau - 1] \left[J_1(\tau) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} J_2(\tau) \right] e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} d\tau + \right. \\ \left. + \frac{\lambda_1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \int_0^{T^*} \tau \left[J_3(\tau) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} J_4(\tau) \right] e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} d\tau + e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)T^*} \left[(T^*)^2 + \frac{T^*}{\lambda_1 + \alpha_1} + \frac{1}{(\lambda_1 + \alpha_1)^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[J_1(T^*) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} J_2(T^*) \right] + \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(T^* + \frac{1}{\lambda_1 + \alpha_1} \right) e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)T^*} \left[J_3(T^*) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} J_4(T^*) \right] \right\},$$

где $J_s(\tau)$, $J_s(T^*)$ определены в (4), $s = \overline{1, 4}$.

Оценка $\hat{T}^*$ находится численно из уравнения моментов $M(\tau | T^*) = C_1$, $C_1 = (1/n) \sum_{k=1}^n (t_{k+1} - t_k)$; значение C_1 находится путем имитационного моделирования наблюдаемого потока. Можно показать, что $(dM(\tau | T^*)/dT^*) > 0$, $0 \leq T^* < \infty$. Последнее означает, что $M(\tau | T^*)$ – возрастающая функция переменной T^* . Отсюда следует, что уравнение моментов имеет единственное решение.

Особый случай $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $q = 1$ симметричен рассмотренному: нужно только в формуле для $M(\tau | T^*)$ заменить q на p . Наконец, особый случай $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = q = 1$ приводит к формуле $\hat{T}^* = 2[C_1 - 1/(\lambda_1 + \alpha_1)]$.

3. Результаты статистических экспериментов

С целью установления качества получаемых методом моментов оценок параметра T^* поставлены статистические эксперименты.

Первый статистический эксперимент (установление стационарного режима). Отдельный j -й эксперимент ($j = 1, \dots, N$) заключается в следующем:

1) при заданных значениях параметра потока λ_i , $i = 1, 2$, $\alpha_1, \alpha_2 = \lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1$, $p = 1$, q, T^*, Tm осуществляется имитационное моделирование наблюдаемого потока; выходом имитационной модели в отдельном j -м эксперименте является последовательность значений $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$;

2) численно решается уравнение $M(\tau | T^*) = C_1$, т.е. находится оценка $\hat{T}_j^*$;

3) осуществляется повторение N раз шагов 1, 2.

Результатом алгоритма является выборка $(\hat{T}_1^*, \dots, \hat{T}_N^*)$, на основании которой вычисляются

$$\hat{M}(\hat{T}^*) = (1/N) \sum_{j=1}^N \hat{T}_j^*, \quad \hat{V}(\hat{T}^*) = (1/N) \sum_{j=1}^N [\hat{T}_j^* - T^*]^2.$$

T^* – известное из имитационной модели значение параметра.

При проведении статистического эксперимента выбраны следующие параметры имитационной модели: $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 2$, $\alpha_1 = 0,5$, $\alpha_2 = 1,5$, $p = 1$, $q = 0,5$, $T^* = 1$. В табл. 1 приведены результаты эксперимента ($N = 100$).

Таблица 1

Первый статистический эксперимент при $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 2$, $\alpha_1 = 0,5$, $\alpha_2 = 1,5$, $p = 1$, $q = 0,5$, $T^* = 1$

Tm	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1 000
$\hat{M}(\hat{T}^*)$	0,9966	1,0038	0,9997	0,9978	0,9978	0,9977	0,9993	0,9991	0,9992	0,9997
$\hat{V}(\hat{T}^*)$	0,0055	0,0025	0,0029	0,0013	0,0011	0,0011	0,0008	0,0007	0,0008	0,0004

Второй статистический эксперимент (исследование влияния параметра T^* на качество оценок). Второй статистический эксперимент организован аналогично первому и поставлен при фиксированном времени моделирования $Tm = 500$, которое соответствует (см. табл. 1) времени установления стационарного режима, и при тех же значениях параметров потока, что и первый статистический эксперимент, за исключением значений T^* . Сначала второй статистический эксперимент реализуется для $T^* = 1$, затем для $T^* = 2, \dots$, затем для $T^* = 5$. В табл. 2 приведены результаты второго статистического эксперимента ($N = 100$, $Tm = 500$).

Таблица 2

Результаты второго статистического эксперимента

T^*	1	2	3	4	5
$\hat{M}(\hat{T}^*)$	0,9950	2,0025	2,9825	3,9700	5,0143
$\hat{V}(\hat{T}^*)$	0,0153	0,0155	0,0348	0,0352	0,0576

Анализ численных результатов показывает, что в смысле введенного критерия $\hat{V}(\hat{T}^*)$ увеличение параметра T^* отрицательно сказывается на качестве оценок $\hat{T}^*$, что является вполне естественным: увеличение параметра T^* приводит к увеличению числа потерянных событий исходного потока.

Заключение

По результатам проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

- 1) аналитически показано, что уравнение моментов имеет единственное решение;
- 2) результаты имитационного моделирования показывают, что качество оценок в смысле введенного критерия (выборочная вариация оценки $\hat{T}^*$) вполне удовлетворительное; при этом смещение оценок $\hat{T}^*$ относительно истинного значения параметра T^* , как это видно из результатов второго статистического эксперимента, не превышает сотых долей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч. 1 // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1979. № 6. С. 92–99.

2. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч. 2 // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1980. № 1. С. 55–61.
3. Neuts M.F. A versatile Markovian point process // Journal of Applied Probability. 1979. V. 16, No. 4. P. 764–779.
4. Lucantoni D.M. New results on single server with a bath Markovian arrival process // Communications in Statistics Stochastic Models. 1991. V. 7, No. 1. P. 1–46.
5. Lucantoni D.M., Neuts M.F. Some steady – state distributions for the MAP|SM|1 queue // Communications in Statistics Stochastic Models. 1994. V. 10, No. 3. P. 575–598.
6. Дудин А.Н., Клименок В.Н., Царенков Г.В. Расчет характеристик однолинейной системы обслуживания с групповым марковским потоком, полумарковским обслуживанием и конечным буфером // Автоматика и телемеханика. 2002. № 8. С. 8–101.
7. Башарин Г.П., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В., Гудкова Н.А. Новый этап развития математической теории телетрафика // Автоматика и телемеханика. 2009. № 12. С. 16–28.
8. Basharin G.P., Gaidamaka Y.V., Samouylov K.E. Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks // Automatic Control and Computer Sciences. 2013. V. 47, No. 2. P. 62–69.
9. Вишневский В.М., Ляхов А.И. Оценка пропускной способности локальной беспроводной сети при высокой нагрузке и помехах // Автоматика и телемеханика. 2001. № 8. С. 8–96.
10. Vishnevsky V.M., Larionov A.A., Smolnikov R.V. Optimization of topological structure of broadband wireless networks along the long traffic routes // Distributed Computer and Communications Networks: Control, Computation, Communications : proc. of the eighteenth Int. Scientific Conf. (DCCN–2015) (Moscow, 19–22 October 2015). M. : ICS RAS, 2015. P. 27–35.
11. Вишневский В.М., Ларионов А.А. Открытая сеть массового обслуживания с коррелированными входными потоками для оценки производительности широкополосных беспроводных сетей // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2016) : материалы XV Междунар. конф. Катунь, 12–16 сентября 2016. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2016. Ч. 1. С. 36–50.
12. Вишневский В.М., Дудин А.Н., Клименок В.И. Стохастические системы с коррелированными потоками. Теория и применение в телекоммуникационных сетях. М. : Техносфера, 2018. 564 с.
13. Наумов В.А., Самуйлов К.Е., Яркина Н.В. Теория телетрафика мультисервисных сетей. М. : Изд-во РУДН, 2007. 191 с.
14. Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р., Самуйлов К.Е. Модели обслуживания вызовов в сети сотовой подвижной связи. М. : Изд-во РУДН, 2008. 72 с.
15. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. Минск : Университетское, 1988. 256 с.
16. Gortsev A.M., Klimov I.S. An estimate for intensity of Poisson flow of events under the condition of its partial missing // Radiotekhnika. 1991. No. 12. P. 3–7.
17. Gortsev A.M., Klimov I.S. Estimation of the non-observability period and intensity of Poisson event flow // Radiotekhnika. 1996. No. 2. P. 8–11.
18. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimation of the dead-time period and parameters of a semi-synchronous double-stochastic stream of events // Measurement Techniques. 2003. V. 46, No. 6. P. 536–545.
19. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Полусинхронный дважды стохастический поток событий при продлеваемом мертвом времени // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, № 1. С. 31–41.
20. Горцев А.М., Леонова М.А., Нежелская Л.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов обобщенного асинхронного потока событий при непродлеваемом мертвом времени // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2012. № 4 (21). С. 14–25.
21. Nezhelskaya L. Optimal state estimation in modulated map event flows with unextendable dead time // Communications in Computer and Information Science. V. 487. P. 342–350.
22. Nezhelskaya L.A. Probability density function for modulated map event flows with unextendable dead time // Communications in Computer and Information Sciences. V. 564. P. 141–151.
23. Nezhelskaya L.A. Conditions for recurrence of a flow of physical events with unextendable dead time period // Russian Physics Journal. 2016. V. 58, No. 12. P. 1859–1867.
24. Васильева Л.А. Оценивание параметров дважды стохастического потока событий в условиях присутствия мертвого времени // Вестник Томского государственного университета. 2002. № S1-1. С. 9–13.
25. Горцев А.М., Завгородняя М.Е. Оценивание параметра непродлевающегося мертвого времени случайной длительности в пуассоновском потоке событий // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2017. № 40. С. 32–40.
26. Глухова Е.В., Терпугов А.Ф. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий при наличии продлевающегося мертвого времени // Известия вузов. Физика. 1995. Т. 38, № 3. С. 22–31.
27. Нежелская Л.А., Першина А.А. Оценивание параметра непродлевающегося мертвого времени случайной длительности в обобщенном асинхронном потоке событий // Информационные технологии и математическое моделирование (ИТММ–2019) : материалы XVIII междунар. конф. им. А.Ф. Терпугова. Томск : Изд-во НТЛ, 2019. Ч. 2. С. 352–357.
28. Шуленин В.П. Математическая статистика. Томск : Изд-во НТЛ, 2012. Ч. 1. 540 с.

Поступила в редакцию 6 сентября 2019 г.

Nezhel'skaya L.A., Pershina A.A. (2020) ESTIMATION OF THE UNIFORM DISTRIBUTION PARAMETER OF UNEXTENDABLE DEAD TIME DURATION IN A GENERALIZED ASYNCHRONOUS FLOW OF EVENTS IN SPECIAL CASE. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 51. pp. 87–93

DOI: 10.17223/19988605/51/10

We consider a generalized asynchronous flow of events (a generalized MMPP flow), which is a common mathematical model of a flow of elementary particles, information flows of applications operating in telecommunication and information-computer communication networks, and belongs to the class of doubly stochastic flows of events. The functioning of the flow is considered under the conditions of a random unextendable dead time distributed according to the uniform law on the interval $[0, T^*]$. A special case is considered when restrictions are imposed on the flow parameters: $\lambda_1 + \alpha_1 = \lambda_2 + \alpha_2$, $p = 1$. The dead time parameter T^* is estimated using the moment method. The results of statistical experiments are presented.

The mathematical expectation of the duration τ of the interval between adjacent events of the observed flow is given by the formula

$$M(\tau | T^*) = \frac{T^*}{2} + \frac{1}{\lambda_1 + \alpha_1} + \frac{\alpha_1 \alpha_2 (1 - q)}{T^* (\alpha_1 + \alpha_2)^2} \left\{ \int_0^{T^*} \tau [\tau (\lambda_1 + \alpha_1) - 1] \left[J_1(\tau) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} J_2(\tau) \right] e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} d\tau + \right. \\ \left. + \frac{\lambda_1 + \alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \int_0^{T^*} \tau \left[J_3(\tau) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} J_4(\tau) \right] e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)\tau} d\tau + e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)T^*} \left[(T^*)^2 + \frac{T^*}{\lambda_1 + \alpha_1} + \frac{1}{(\lambda_1 + \alpha_1)^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[J_1(T^*) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} J_2(T^*) \right] + \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_2} \left(T^* + \frac{1}{\lambda_1 + \alpha_1} \right) e^{-(\lambda_1 + \alpha_1)T^*} \left[J_3(T^*) - \frac{\lambda_1 - \alpha_2}{\lambda_1 + \alpha_1} J_4(T^*) \right] \right\},$$

The estimate $\hat{T}^*$ is found numerically from the equation of moments $M(\tau | T^*) = C_1$, $C_1 = (1/n) \sum_{k=1}^n (t_{k+1} - t_k)$; the value C_1 is found by simulating the observed flow. An analysis of the numerical results shows that, in the sense of the introduced criterion, an increase in the parameter T^* negatively affects the quality of the estimates, which is quite natural: an increase in the parameter T^* leads to an increase in the number of lost events in the initial stream.

Based on the results of the study, the following conclusions can be drawn: 1) it is analytically shown that the equation of moments has a unique solution; 2) the results of simulation modeling show that the quality of the estimates in the sense of the introduced criterion (sampling variance of the estimate $\hat{T}^*$) is quite satisfactory; in this case, the bias of the estimates relative to the true value of the parameter T^* does not exceed hundredth values.

Keywords: generalized asynchronous flow of events; unextendable random dead time; parameter estimation; method of moments.

NEZHEL'SKAYA Lyudmila Alekseevna (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of Applied Mathematics Department of the Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Russian Federation). E-mail: ludne@mail.tsu.ru

PERSHINA Anna Alexandrovna (Post-graduate Student of the Institute of Applied Mathematics and Computer Science, National Research Tomsk State University, Russian Federation). E-mail: diana1323@mail.ru

REFERENCES

1. Basharin, G.P., Kokotushkin, V.A. & Naumov, V.A. (1979) O metode ekvivalentnykh zamen rascheta fragmentov setey svyazi [On the equivalent substitutions method for computing fragments of communication network]. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 6. pp. 92–99.
2. Basharin, G.P., Kokotushkin, V.A. & Naumov, V.A. (1980) O metode ekvivalentnykh zamen rascheta fragmentov setey svyazi [On the equivalent substitutions method for computing fragments of communication network]. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. pp. 55–61.
3. Neuts, M.F. (1979) A versatile Markovian point process. *Journal of Applied Probability*. 16. pp. 764–779. DOI: 10.2307/3213143
4. Lucantoni, D.M. (1991) New results on the single server queue with a batch markovian arrival process. *Communications in Statistics Stochastic Models*. 7. pp. 1–46. DOI: 10.1080/15326349108807174
5. Lucantoni, D.M. & Neuts, M.F. (1994) Some steady-state distributions for the MAP/SM/1 queue. *Communications in Statistics Stochastic Models*. 10(3). pp. 575–598. DOI: 10.1080/15326349408807311
6. Dudin, A.N., Klimenok, V.N. & Tsarenkov, G.V. (2002) Calculation of the characteristics of a single-line service system with a group Markov flow, semi-Markov service, and a finite buffer. *Automation and Remote Control*. 8. pp. 87–101.
7. Basharin, G.P., Samouylov, K.E., Yarkina, N.V. & Gudkova, N.A. (2009) A new stage in the development of the mathematical theory of teletraffic. *Automation and Remote Control*. 12. pp. 16–28. DOI: 10.1134/S0005117909120030

8. Basharin, G.P., Gaidamaka, Y.V. & Samouylov, K.E. (2013) Mathematical Theory of Teletraffic and Its Application to the Analysis of Multiservice Communication of Next Generation Networks. *Automatic Control and Computer Sciences*. 47(2). pp. 62–69. DOI: 10.3103/S0146411613020028
9. Vishnevsky, V.M. & Lyakhov A.I. (2001) Estimation of the throughput of a local wireless network under high load and interference. *Automation and Remote Control*. 8. pp. 81–96.
10. Vishnevsky, V.M., Larionov, A.A. & Smolnikov, R.V. (2015) Optimization of topological structure of broadband wireless networks along the long traffic routes. *Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications. Proc. of the 18th International Conference (DCCN–2015)*. Moscow, October 19–22, 2015. Moscow: ICS RAS. pp. 27–35.
11. Vishnevsky, V.M. & Larionov, A.A. (2016) [Open queueing network with correlated input flows for estimating the performance of broadband wireless networks]. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie (ITMM–2016)* [Information Technologies and Mathematical Modelling (ITMM 2016)]. Proc. of the 15th International Conference. September 12–16, 2016. Tomsk. pp. 36–50.
12. Vishnevsky, V.M., Dudin, A.N. & Klimenok, V.N. (2018) *Stokhasticheskie sistemy s korrelirovannymi potokami. Teoriya i pri-menenie v telekommunikatsionnykh setyakh* [Stochastic systems with correlated flows. Theory and application in telecommunication networks]. Moscow: Tekhnosfera.
13. Naumov, V.A., Samouylov, K.E. & Yarkina, N.V. (2007) *Teoriya teletrafika mul'tiservisnykh setey* [Teletraffic Theory of Multi-service Networks]. Moscow: PFUR.
14. Gaidamaka, Yu.V., Zaripova, E.R. & Samouylov, K.E. (2008) *Modeli obsluzhivaniya vyzovov v seti sotovoy podvizhnoy svyazi*. [Call Service Models in Cellular Mobile Network]. Moscow: PFUR.
15. Apanasovich, V.V., Kolyada, A.A. & Chernyavskiy, A.F. (1988) *Statisticheskii analiz sluchaynykh potokov v fizicheskom eksperimente* [The statistical analysis of series of random events in physical experiment]. Minsk: Universitetskoe.
16. Gortsev, A.M. & Klimov, I.S. (1991) An estimate for intensity of Poisson flow of events under the condition of its partial missing. *Radiotekhnika*. 12. pp. 3–7.
17. Gortsev, A.M. & Klimov, I.S. (1996) Estimation of the non-observability period and intensity of Poisson event flow. *Radio-tekhnika*. 1996. No. 2. pp. 8–11.
18. Gortsev, A.M. & Nezhelskaya, L.A. (2003) Estimation of the dead-time period and parameters of a semi-synchronous double-stochastic stream of events. *Measurement Techniques*. 46(6). pp. 536–545. DOI: 10.1023/A:1025499509015
19. Gortsev, A.M. & Nezhelskaya, L.A. (2008) Semisynchronous twice stochastic flow of events with prolonged dead time. *Computational Technologies*. 13(1). pp. 31–41.
20. Gortsev, A.M., Leonova, M.A. & Nezhelskaya, L.A. (2012) The joint probability density of duration of the intervals in a generalized asynchronous flow of events with unprolonging dead time. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 4(21). pp. 14–25.
21. Nezhelskaya, L.A. (2014) Optimal State Estimation in Modulated MAP Event Flows with Unextendable Dead Time. In: Dudin A., Nazarov A., Yakupov R., Gortsev A. (eds) *Information Technologies and Mathematical Modelling. ITMM 2014. Communications in Computer and Information Science*. Vol. 487. Springer, Cham. pp. 342–350. DOI: 10.1007/978-3-319-13671-4_39
22. Nezhelskaya, L.A. (2015) Probability density function for modulated map event flows with unextendable dead time. In: Dudin A., Nazarov A., Yakupov R., Gortsev A. (eds) *Information Technologies and Mathematical Modelling: Queueing Theory and Applications*. Vol. 564. pp. 141–151. DOI: 10.1007/978-3-319-25861-4_12
23. Nezhelskaya, L.A. (2016) Conditions for recurrence of a flow of physical events with unextendable dead time period. *Russian Physics Journal*. 58(12). pp. 1859–1867. DOI: 10.1007/s11182-016-0727-6
24. Vasilieva, L.A. (2002) Otsenivanie parametrov dvazhdy stokhasticheskogo potoka sobytii v usloviyakh prisutstviya mertvogo vremeni [The abstract of clause estimation of parameters twice-stochastic flow of events in conditions of presence of dead time]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. 1-1. pp. 9–13.
25. Gortsev, A.M. & Zavgorodnyaya, M.E. (2017) Estimation of the parameter of unextendable dead time random duration in the Poisson flow of events. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 40. pp. 32–40. DOI: 10.17223/19988605/40/4
26. Glukhova, E.V. & Terpugov, A.F. (1995) Estimation of the intensity of the Poisson flow of events in the presence of prolonged dead time. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika*. 38(3). pp. 22–31.
27. Nezhelskaya, L.A. & Pershina, A.A. (2019) [Estimation of the unextendable dead time random duration parameter in a generalized asynchronous flow of events]. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskoe modelirovanie (ITMM–2019)* [Information Technologies and Mathematical Modelling (ITMM-2019): Proceedings of the 18th International Conference named after A.F. Terpugov]. Part 2. Tomsk: NTL. pp. 352–357.
28. Shulenin, V.P. (2012) *Matematicheskaya statistika* [Mathematical statistics]. Tomsk: NTL.