

УДК 532.517.4

DOI 10.17223/19988621/65/11

Р.Р. Турубаетв, А.В. Шваб

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ ЗАКРУЧЕННОГО
ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ И ПРОЦЕССА КЛАССИФИКАЦИИ
ЧАСТИЦ В ВИХРЕВОЙ КАМЕРЕ ЦЕНТРОБЕЖНОГО АППАРАТА**

Представлено численное исследование аэродинамики закрученного турбулентного течения и процесса классификации частиц в вихревой камере. Численные результаты показали возможность изменением формы лопаток ротора добиваться равномерного по высоте распределения радиальной составляющей вектора скорости в зоне сепарации, что является необходимым условием для эффективной работы сепаратора. На основе полученных результатов, были определены распределения траекторий движения одиночных частиц. Достоверность результатов исследования подтверждается тестовыми исследованиями и сравнением с экспериментом.

Ключевые слова: численное моделирование, турбулентность, давление, аэродинамика, вихрь, закрученное течение, функция тока, частицы, модель $k-\omega$ Уилкокса.

На сегодняшний день, аэро- и гидродинамика закрученных турбулентных потоков считается одним из самых перспективных и быстро развивающихся направлений в науке, это связано с высокой потребностью в получении мелкодисперсных порошков заданного гранулометрического состава. Данные порошки наиболее востребованы в авиации, энергетике и энергомашиностроении, химической технологии, атомной промышленности и во многих других отраслях промышленного сектора. В основе каждой из перечисленных отраслей лежат основные закономерности закрученных турбулентных потоков. Однако существующее математическое моделирование рассматриваемых процессов в центробежных аппаратах порошковых технологий как правило основано на полуэмпирических моделях и экспериментальных исследованиях. Поэтому фундаментальные исследования в области турбулентных закрученных потоков является необходимым для совершенствования существующих установок и проектирования принципиально новых устройств. Порошковые материалы нашли широкое применение в порошковой металлургии, аддитивной технологии, химической, атомной и других отраслях промышленности. В связи с этим, возникла потребность в получении тонкодисперсного порошка с заданным гранулометрическим составом. Существует много различных способов получения таких порошков, однако, одними из наиболее эффективных и безопасных, с точки зрения экологии, являются пневматические методы [1]. Одним из примеров аппарата, основанного на этой методологии, является комбинированный пневматический аппарат, разработанный в Национальном исследовательском Томском государственном университете. Одной из особенностей вихревой камеры данного аппарата является ротор, расположенный в верхней части вихревой камеры. Однако при прямоугольной форме лопаток ротора, профиль радиальной составляющей вектора скорости в области ротора имеет неравномерное распределение по высоте [2]. Данная работа посвящена решению этой проблемы.

Физико-математическая постановка задачи

Вихревая камера комбинированного пневматического аппарата (рис. 1) представляет собой цилиндрическую область, в верхней части которой находится ротор, который состоит из большого количества лопаток, вращающихся с постоянной угловой скоростью [3]. В центральной части камеры располагается диск, вращающийся с угловой скоростью ω_1 и предназначенный для отсеивания очень крупных частиц, поступающих через сечение А–А' в расчетную область вместе с несущей средой через патрубок, подведенный к нижней части камеры. Мелкая фракция вместе с несущей средой огибает центральный дисковый элемент за счет перепада давления и поступает в сепарационную зону камеры, расположенную в верхней части, где вращается вместе с лопатками ротора с угловой скоростью ω_2 . На этом этапе отсеивание частиц происходит за счет большой разницы между центробежной силой и силой аэродинамического сопротивления частиц. Отсеянные на одном из этапов частицы падают вниз для повторного измельчения.

Наличие большого количества вращающихся лопаток в роторе позволяет использовать допущение, согласно которому окружная составляющая вектора скорости в сепарационной зоне камеры имеет распределение по закону вращения твердого тела.

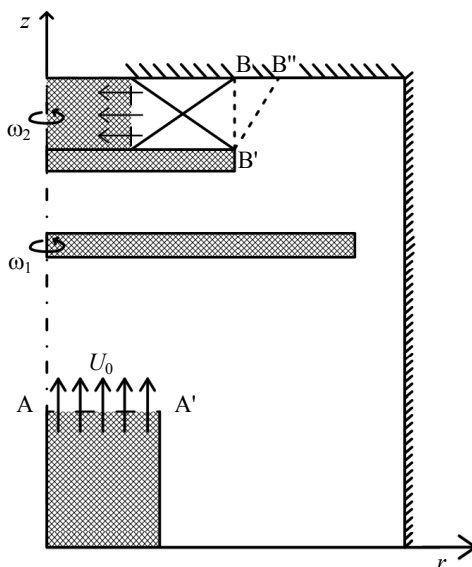


Рис. 1. Схема расчетной области
Fig. 1. Scheme of a computational domain

Численное моделирование аэродинамики в рассматриваемой вихревой камере проводится на основе уравнений Рейнольдса в цилиндрической системе координат, в силу особенностей геометрических составляющих камеры. Замыкается данная система при использовании обобщенной гипотезы Буссинеска [4], из которой следует, что Рейнольдсовы напряжения пропорциональны скорости деформации осредненного течения с точностью до скалярной функции, называемой коэффициентом турбулентной вязкости. В результате вышеизложенного, уравнения пе-

переноса импульса и неразрывности в безразмерной форме, и с учетом осесимметричности задачи можно привести к следующему виду [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_r u_r)}{\partial r} + \frac{\partial(u_r u_z)}{\partial z} - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 + v_t) \frac{\partial u_r}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(1 + v_t) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right] \right\} + \frac{u_r^2}{r} - \frac{u_\phi^2}{r} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r} (1 + v_t) \frac{\partial u_r}{\partial r} - (1 + v_t) \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial v_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial v_t}{\partial z} \frac{\partial u_r}{\partial z} \right]; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_r u_z)}{\partial r} + \frac{\partial(u_z u_z)}{\partial z} - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 + v_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(1 + v_t) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right] \right\} + \frac{u_r u_z}{r} = \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r} (1 + v_t) \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial v_t}{\partial r} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial v_t}{\partial z} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right]; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_\phi}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_r u_\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(u_z u_\phi)}{\partial z} - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 + v_t) \frac{\partial u_\phi}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(1 + v_t) \frac{\partial u_\phi}{\partial z} \right] \right\} + \frac{2u_r u_\phi}{r} = \\ = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r} (1 + v_t) \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - (1 + v_t) \frac{u_\phi}{r^2} + \frac{\partial v_t}{\partial r} u_\phi \right]; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0. \quad (4)$$

Безразмерная форма уравнений (1) – (4) получена с использованием следующих масштабов: входная скорость U_0 в качестве масштаба скорости, радиус входного сечения R_0 в качестве масштаба длины. Плотность газа в рассматриваемой задаче считалась постоянной, в силу небольших скоростей. В результате обезразмеривания образуется критерий Рейнольдса (Re).

Для моделирования турбулентной вязкости существует множество различных методов. В данной работе была использована распространенная модель турбулентности Уилкокса, согласно которой записываются два дополнительных уравнения переноса для кинетической энергии турбулентности и удельной скорости диссипации турбулентной энергии. В безразмерной форме, в цилиндрической системе координат и с учетом осевой симметрии эти уравнения будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_r k)}{\partial r} + \frac{\partial(u_z k)}{\partial z} - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 + v_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(1 + v_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial z} \right] \right\} + \frac{u_r k}{r} = \\ = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r} (1 + v_t \sigma^*) \frac{\partial k}{\partial r} \right] + G - r \beta^* k \omega; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(u_r \omega)}{\partial r} + \frac{\partial(u_z \omega)}{\partial z} - \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left[(1 + v_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[(1 + v_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial z} \right] \right\} + \frac{u_r \omega}{r} = \\ = \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{1}{r} (1 + v_t \sigma) \frac{\partial \omega}{\partial r} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} G - r \beta \omega^2 - \beta r \omega |\Omega|; \end{aligned} \quad (6)$$

$$v_t = \text{Re} \frac{k}{\omega}, \quad (7)$$

где $|\Omega|$ – модуль вектора завихренности; $\alpha, \beta, \sigma, \beta^*, \sigma^*$ – константы двухпараметрической дифференциальной модели турбулентности Уилкокса.

Для того чтобы получить единственное решение, используются следующие граничные условия. На входе в расчетную область безразмерная осевая компонента скорости задается равной $u_z = 1$. На твердой поверхности, для тангенциальных составляющих вектора скорости ставится условие частичного скольжения, где коэффициент скольжения определяется из известного закона стенки для турбулентного течения вблизи твердой поверхности. Это позволяет избежать измельчения шага разностной сетки вблизи твердой стенки. Более детальное описание реализации этих условий представлено в работе [6]. Поэтому скорость на стенке может быть выражена в следующей форме:

$$u_w = \gamma u_{w+1}; \quad \gamma = 1 - \frac{v_t}{u_{w+1}\chi^2},$$

Удельная скорость диссипации рассчитывалась по следующим формулам [7]:

$$\omega|_{r \rightarrow r_w} = \frac{4}{\text{Re}\beta(r-r_w)^2}; \quad \omega|_{z \rightarrow z_w} = \frac{6}{\text{Re}\beta(z-z_w)^2}.$$

Граничные условия на входе в исследуемую область для кинетической энергии турбулентности и удельной скорости диссипации турбулентной энергии были определены из экспериментальных данных. В выходном сечении рассматриваемой области ставится условие Неймана [8] для всех искомых переменных. В результате обезразмеривания граничных условий для окружной компоненты скорости, образуются два дополнительных критерия, которые фактически являются обратными числами Россби:

$$(u_\varphi)_1 = \left(\frac{U_\varphi}{U_0} \right)_1 = \frac{w_1 R_0}{U_0} \frac{R}{R_0} = Rg_1 r; \quad (u_\varphi)_2 = \left(\frac{U_\varphi}{U_0} \right)_2 = \frac{w_2 R_0}{U_0} \frac{R}{R_0} = Rg_2 r.$$

Здесь w_1, w_2 – угловые скорости диска и ротора соответственно.

Таким образом, полученная система (5) – (7) замкнута и описывает аэродинамику закрученного турбулентного течения в вихревой камере комбинированного пневматического аппарата. В силу особенностей закрученного турбулентного течения двухфазной среды континуальный подход не может быть использован, так как он подразумевает что траектории движения частиц не будут пересекаться между собой. Соответственно расчеты проводились на основе дискретно-траекторного подхода [9].

Допускается, что на твердую сферическую частицу действуют только центробежная, инерционная, гравитационная и аэродинамическая силы. Для достижения высокой эффективности процесса сепарации частиц по заданному размеру необходима малая концентрация частиц, следовательно, обратным воздействием частиц на поток можно пренебречь. В этом случае, в рамках дискретно-траекторного подхода, уравнения для описания траекторий движения частиц выглядят следующим образом:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{W}, \quad (8.1)$$

$$m \frac{d\vec{W}}{dt} = \vec{F}. \quad (8.2)$$

В результате перечисленных допущений уравнение (8.2) в цилиндрической системе координат с учетом перечисленных сил переписывается в виде [10]

$$\frac{dw_r}{d\tau} = \frac{(w_\varphi)^2}{r} + \frac{u_r - w_r}{Stk} \xi; \quad (9)$$

$$\frac{dw_z}{d\tau} = \frac{u_z - w_z}{Stk} \xi - \frac{1}{Fr}; \quad (10)$$

$$\frac{dw_\varphi}{d\tau} = -\frac{w_r w_\varphi}{r} + \frac{u_\varphi - w_\varphi}{Stk} \xi. \quad (11)$$

Здесь левая часть представляет инерционные силы. Выражение (9) представляет центробежную и аэродинамическую силу, в котором $\xi = 1 + 1/6 \cdot Re_p^{23}$ – коэффициент отклонения аэродинамического сопротивления трения частицы от закона Стокса; Stk , Fr , Re_p – безразмерные числа Стокса, Фруда и Рейнольдса частицы соответственно:

$$Fr = \frac{U_0^2}{g \cdot H}, \quad Stk = \frac{\rho_p \delta^2 U_0}{18 \rho \nu H}, \quad Re_p = \frac{|\bar{U} - \bar{W}| \delta}{\nu}.$$

В формуле в (10) последнее слагаемое отражает гравитационную силу.

Метод численного решения

Численно, задача решалась с использованием известного метода расщепления полей скорости и давления, который подробно изложен в работе [11]. В результате получаем систему нестационарных уравнений переноса. Решение каждого уравнения проводится эволюционным методом до установления по времени, в комбинации с обобщенным неявным методом переменных направлений в дельта-форме [12]. Решение указанным методом проводится следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= \Lambda_x \theta + \Lambda_y \theta + F, \\ \frac{\Delta \theta^*}{\Delta \tau} - \frac{1}{2} \Lambda_x \Delta \theta^* &= \Lambda_x \theta^n + \Lambda_y \theta^n + F; \\ \frac{\Delta \theta^{**}}{\Delta \tau} - \frac{1}{2} \Lambda_y \Delta \theta^{**} &= \frac{\Delta \theta^*}{\Delta \tau}; \\ \theta^{n+1} &= \theta^n + \Delta \theta^{**}. \end{aligned}$$

Здесь операторы Λ представляют собой конвективные и диффузионные слагаемые.

Разностные аналоги конвективно-диффузионных слагаемых расписывались на разнесенной разностной сетке с использованием экспоненциальной схемы [13]. Особенностью экспоненциальной схемы является то, что она снимает ограничение на сеточное число Рейнольдса.

Численное решение уравнения движения частицы основывается на неявном методе Эйлера.

Анализ численных результатов

Как видно из рис. 2, при прямоугольной форме ротора, в выходной области камеры сечение газа сужается, что неблагоприятно сказывается на процессе сепарации и классификации частиц. Посредством изменения формы лопаток ротора удалось создать дополнительный перепад давления, что позволило увеличить сечение газа и тем самым получить более равномерное по высоте распределение линий тока на входе в ротор.

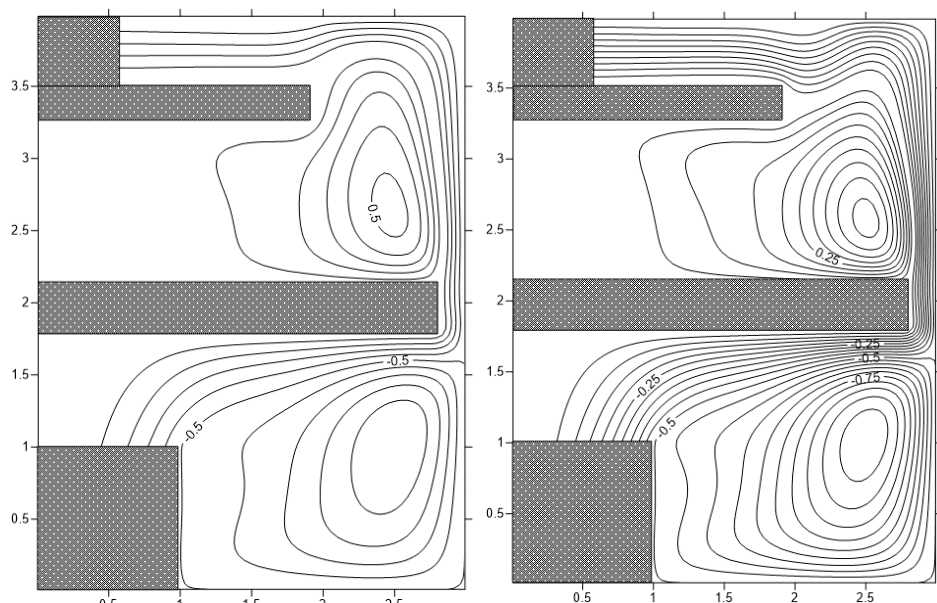


Рис. 2. Распределение изолиний функции тока для прямоугольной (слева) и трапецидальной (справа) формы ротора; $Re = 3000$, $Rg_1 = 3$, $Rg_2 = 3$

Fig. 2. Streamline distribution for rectangular (on the left) and trapezoidal (on the right) rotor shapes; $Re = 3000$, $Rg_1 = 3$, $Rg_2 = 3$

Посредством изменения формы лопаток ротора можно влиять на распределение радиальной составляющей вектора скорости в вертикальном сечении ротора, что демонстрирует рис. 3. Таким образом, можно добиться более равномерного распределения радиальной составляющей вектора скорости по высоте на входе в ротор, что является очень важным критерием для эффективной работы вихревой камеры центробежного аппарата.

На рис. 4 представлено распределение изолиний кинетической энергии турбулентности и окружной составляющей вектора скорости для трапецидальной формы ротора. Здесь можно отметить большую интенсивность кинетической энергии турбулентности на участке с измененной формой лопаток ротора.

Рис. 5 демонстрирует частный случай закрученного турбулентного течения двухфазной среды, из которого следует, что крупная фракция частиц попадает на периферию и падает для повторного измельчения. Однако мелкая фракция частиц беспрепятственно попадает в ротор, расположенный в верхней части вихревой камеры. В данном примере рассматривалась геометрия без центрального дискового элемента.

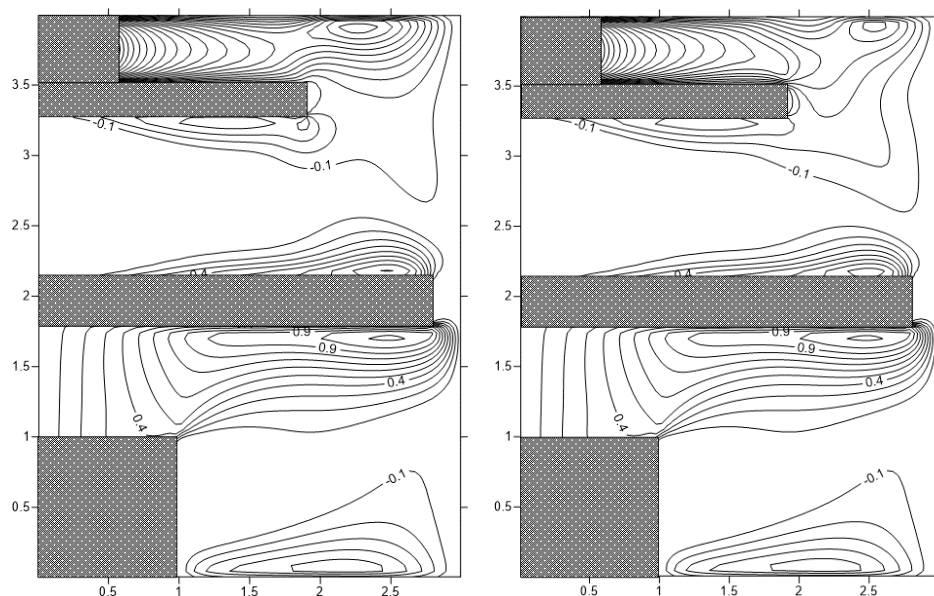


Рис. 3. Распределение изолиний радиальной составляющей вектора скорости для прямоугольной (слева) и трапециевидальной (справа) формы ротора; $Re = 3000$, $Rg_1 = 3$, $Rg_2 = 3$
Fig. 3. Isolines of the radial velocity component for rectangular (on the left) and trapezoidal (on the right) rotor shapes; $Re = 3000$, $Rg_1 = 3$, $Rg_2 = 3$

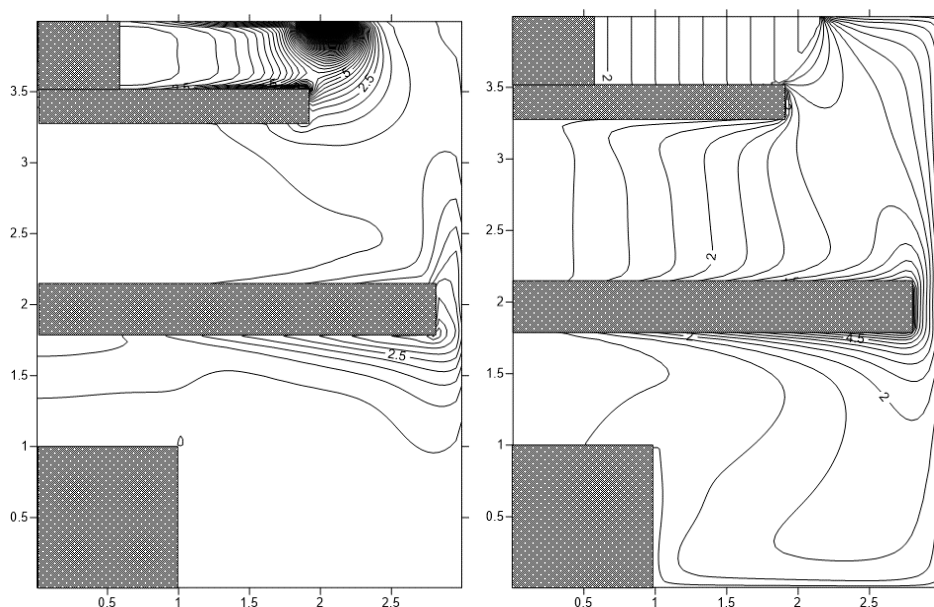


Рис. 4. Распределение изолиний кинетической энергии турбулентности (слева) и окружной составляющей вектора скорости (справа) для трапециевидальной формы ротора; $Re = 3000$, $Rg_1 = 3$, $Rg_2 = 3$
Fig. 4. Isolines of the turbulent kinetic energy (on the left) and circumferential velocity component (on the right) for a trapezoidal rotor shape; $Re = 3000$, $Rg_1 = 3$, $Rg_2 = 3$

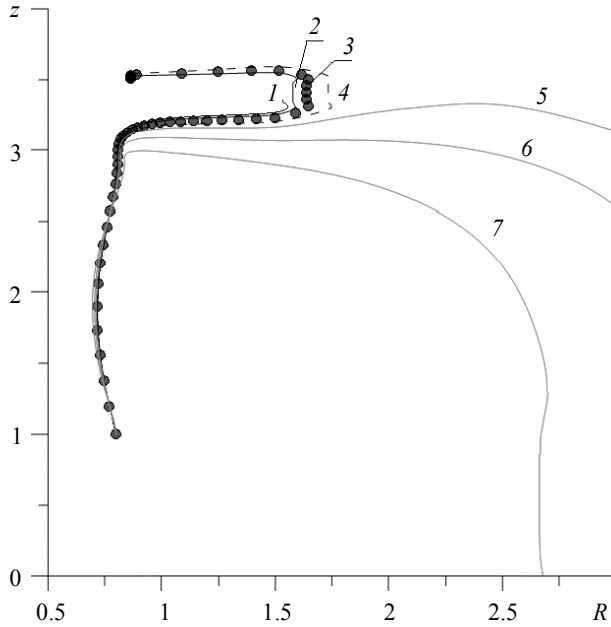


Рис. 5. Распределение траекторий движения частиц различного размера:
 1 – 10, 2 – 15, 3 – 20, 4 – 25, 5 – 30, 6 – 40 и 7 – 50 мкм
Fig. 5. Motion trajectories for particles of various sizes:
 (1) 10, (2) 15, (3) 20, (4) 25, (5) 30, (6) 40, and (7) 50 μm

Достоверность изложенного исследования подтверждается сравнением решения ламинарной задачи в переменных вихрь – функция тока и скорость – давление [11]. Также, было проведено сравнение полученных численных результатов с экспериментальными данными и получено согласование для закрученного турбулентного течения в междисковом пространстве при направлении течения от периферии к оси симметрии (рис. 6) [14].

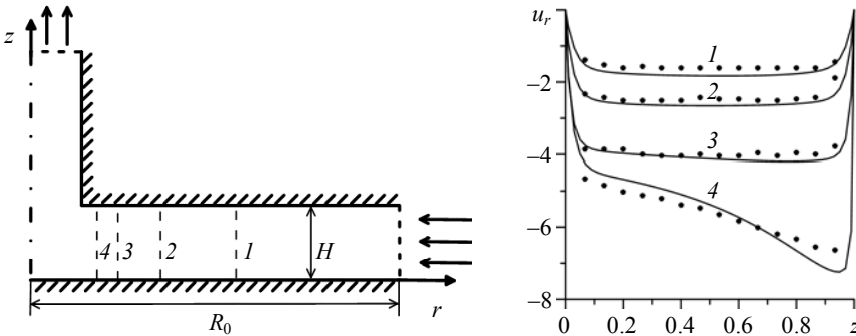


Рис. 6. Сравнение численных расчетов с экспериментальными данными при следующих параметрах течения: $\text{Re} = 2204$, $R_0/H = 10$, $1 - R/R_0 = 0.6$; 2 – $R/R_0 = 0.4$; 3 – $R/R_0 = 0.275$; 4 – $R/R_0 = 0.185$. Точками отображены экспериментальные данные [15]
Fig. 6. Comparison of numerical results with experimental data for the following flow parameters: $\text{Re} = 2204$, $R_0/H = 10$, $R/R_0 = (1) 0.6$, (2) 0.4, (3) 0.275, and (4) 0.185. The dotted line indicates experimental data [15]

Заключение

В данной работе представлены результаты численного исследования аэродинамики закрученного турбулентного течения и процесса сепарации частиц в вихревой камере пневматического аппарата. Выявлены характерные особенности в распределении полей скорости, турбулентной вязкости и кинетической энергии турбулентности. Показана возможность управлять балансом аэродинамических и центробежных сил в области ротора за счет изменения формы лопаток, что способствует повышению эффективности процесса сепарации порошков по заданному гранулометрическому составу. В результате математического моделирования динамики движения одиночной тяжелой частицы в закрученном турбулентном течении было выяснено влияние геометрических и режимных параметров на фракционное разделение частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шваб А.В., Евсеев Н.С. Исследование процесса сепарации частиц в турбулентном закрученном потоке // Теорет. осн. хим. техн. 2015. Т. 49. № 2. С. 197–205. DOI: 10.7868/S0040357115020128.
2. Шваб А.В., Турубаев Р.Р. Моделирование аэродинамики закрученного турбулентного течения в центробежном аппарате // Теорет. осн. хим. техн. 2019. Т. 53 № 2. С. 196–204. DOI: 10.1134/S0040357119010135.
3. Зятиков П.Н., Росляк А.Т., Шваб А.В., Демиденко А.А., Романдин В.И., Брендаков В.Н. Способ газовой центробежной классификации и измельчения порошков // Патент РФ № 2522674 от 20.07.2014.
4. Роуч П. Вычислительная гидромеханика. М.: Мир, 1977. 618 с.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
6. Кузьминов А.В., Лапин В.Н., Черный С.Г. Метод расчета турбулентных течений несжимаемой жидкости на основе двухслойной (κ - ϵ)-модели // Выч. техн. 2001. Т. 6. № 5. С. 73–86.
7. Шваб А.В., Садретдинов Ш.Р., Брендаков В.Н. Исследование влияния потока газа и турбулентной диффузии на процесс центробежной классификации тонкодисперсных частиц // Прикл. мех. и техн. физика. 2012. Т. 53. № 2. С. 33–42.
8. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 2. 726 с.
9. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Течение газа с частицами. М.: Физматлит, 2008. 600 с.
10. Шваб А.В., Марценко М.С. Исследование движения плотного слоя гранулированной среды и процесса смешения в сужающемся канале // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2010. № 4 (12). С. 123–130.
11. Турубаев Р.Р., Шваб А.В. Численное исследование аэродинамики закрученного потока в вихревой камере комбинированного пневматического аппарата // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 47. С. 87–98. DOI: 10.17223/19988621/47/9.
12. Патанкар С.В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 149 с.
13. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 1. 384 с.
14. Singh A, Vyas B.D., Powle U.S. Investigations on inward flow between two stationary parallel disks // Int. J. Heat and Fluid Flow. 1999. V. 20. No. 4. P. 395–401. DOI: 10.1016/S0142-727X(98)10058-9.
15. Wilcox D.C. Reassessment of the scale – determining equation for advanced turbulence models // Amer. Inst. of Aeron. And Astron. 1988. V. 26. No. 11. P. 1299–1310. DOI: 10.2514/3.10041.

Статья поступила 08.10.2019 г.

Turubaev R.R., Shvab A.V. (2020) NUMERICAL STUDY OF SWIRLING TURBULENT FLOW AERODYNAMICS AND CLASSIFICATION OF PARTICLES IN A VORTEX CHAMBER OF A CENTRIFUGAL MACHINE. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 65. pp. 137–147

DOI 10.17223/19988621/65/11

Keywords: numerical simulation, turbulence, pressure, aerodynamics, vortex, swirling flow, stream function, particles, Wilcox $k-\omega$ model.

This paper presents a numerical study of swirling turbulent flow aerodynamics, as well as a process of classifying of particles in a vortex chamber of a centrifugal machine. The considered vortex chamber involves the following particular features: a rotor located in the upper part of the chamber, which represents a system of rotating blades, and a central disk element, whose center coincides with a symmetry axis, and which serves to increase a circumferential velocity of the carrier medium. The numerical method that is used to describe the swirling turbulent flow aerodynamics is based on the physical splitting of velocity and pressure fields. Numerical results showed that it is possible to change the shape of the rotor blades, and thus to significantly affect the radial velocity component distribution in a separation zone. As a result, this distribution becomes uniform in height at the rotor inlet, which is a necessary condition for efficient operation of the separator. Based on the computed aerodynamics in the considered region, the motion trajectories for single particles have been obtained, as well as their dependence on the central disk position. Reliability of the numerical results is confirmed by test studies and by a comparison with experimental data.

Roman R. TURUBAEV (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: roma.turubaev@gmail.com

Aleksandr V. SHVAB (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: avshvab@inbox.ru

REFERENCES

1. Shvab A.V., Evseev N.S. (2015) Studying the separation of particles in a turbulent vortex flow. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. 49(2). pp. 191–199. DOI: 10.1134/S0040579515020128.
2. Shvab A.V., Turubaev R.R. (2019) Simulation of swirling turbulent flow aerodynamics in a centrifugal machine. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. 53(2). pp. 242–250. DOI: 10.1134/S0040579519010135.
3. Zyatikov P.N., Roslyak A.T., Shvab A.V., Demidenko A.A., Romandin V.I., Brendakov V.N. (2014) *Sposob gazovoy tsentrobeznoy klassifikatsii i izmel'cheniya poroshkov* [Gas centrifugal classification and grinding of powders]. RF Patent 2522674.
4. Roache P.J. (1982) *Computational Fluid Dynamics*. Albuquerque: Hermosa Publishers.
5. Loytsyanskiy L.G. (1987) *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid and gas mechanics]. Moscow: Nauka.
6. Kuz'minov A.V., Lapin V.N., Chernyy S.G. (2001) Metod rascheta turbulentnykh techeniy neszhimaemoy zhidkosti na osnove dvukhsloynoy ($k-\varepsilon$) modeli [A computational method for turbulent incompressible fluid flows based on the two-layer $k-\varepsilon$ model]. *Vychislitel'nye tekhnologii – Computational Technologies*. 6(5). pp. 73–86.
7. Shvab A.V., Sadretdinov Sh.R., Brendakov V.N. (2012) Effects of gas flow and turbulent diffusion on the centrifugal classification of fine particles. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 53(2). pp. 173–181. DOI: 10.1134/S0021894412020046.
8. Anderson D., Tannehill Dzh., Pletcher R. (1997) *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Part 2*. London: Taylor & Francis.
9. Volkov K.N., Emel'yanov V.N. (2008) *Techenie gaza s chastitsami* [Gas flow with particles] Moscow: FIZMATLIT.

10. Shvab A.V., Martsenko M.S. (2010) Issledovanie dvizheniya plotnogo sloya granulirovannoy sredy i protsessa smesheniya v suzhayushchemsya kanale [Research of motion of a dense bed of a granular medium and mixing process in a tapered channel]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i Mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 4(12). pp. 123–130.
11. Turubaev R.R., Shvab A.V. (2017) Chislennoe issledovanie aerodinamiki zakruchennogo potoka v vikhreвой kamere kombinirovannogo pnevmaticheskogo apparata [Numerical study of swirled flow aerodynamics in the vortex chamber of the combined pneumatic machine]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i Mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 47. pp. 87–98. DOI: 10.17223/19988621/47/9.
12. Patankar S.V. (1980) *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
13. Anderson D., Tannehill Dzh., Pletcher R. (1997) *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Part I*. London: Taylor & Francis.
14. Singh A., Vyas B.D., Powle U.S. (1999) Investigations on inward flow between two stationary parallel disks. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 20(4). pp. 395–401. DOI: 10.1016/S0142-727X(98)10058-9.
15. Wilcox D.C. (1988) Reassessment of the scale- determining equation for advanced turbulence models. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. 26(11). pp. 1299–1310. DOI: 10.2514/3.10041.

Received: October 8, 2019