УДК 519.6, 551.509.3
DOI 10.17223/19988621/66/3

MSC 2020: 65M08, 86A10

А.В. Старченко, А.А. Барт, Л.И. Кижнер, Е.А. Данилкин

МЕЗОМАСШТАБНАЯ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ TSUNM3 ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ МЕТЕОПАРАМЕТРОВ ПРИЗЕМНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ НАД КРУПНЫМ НАСЕЛЕННЫМ ПУНКТОМ¹

Для исследования и прогнозирования поведения метеопараметров атмосферы предлагается метеорологическая модель TSUNM3, которая является негидростатической и включает трехмерные нестационарные уравнения гидротермодинамики атмосферного пограничного слоя с параметризацией турбулентности, микрофизики влаги, длинноволновой и коротковолновой (солнечной) радиации, адвективного и скрытого потоков тепла в атмосфере и на границе ее взаимодействия с подстилающей поверхностью. Апробация модели TSUNM3 произведена на данных измерений, выполненных с помощью приборов ЦКП «Атмосфера» ИОА СО РАН им. В.Е. Зуева

Ключевые слова: математическое моделирование атмосферных процессов с высоким разрешением, сравнение расчетов с измерениями ЦКП «Атмосфера».

В настоящее время для краткосрочного и сверхкраткосрочного прогнозирования и исследования погоды создаются и совершенствуются численные модели высокого пространственного разрешения (с горизонтальным разрешением от нескольких сотен метров до нескольких километров), позволяющие предсказывать локальные мезомасштабные атмосферные явления для разных районов Земного шара [1].

Во многих странах наиболее широкое распространение получила мезомасштабная модель WRF (Weather Research and Forecasting, США [2]), которая активно применяется для решения многих практических задач. В частности, в работе [3] представлены результаты успешного использования модели для прогноза интенсивных осадков над горной территорией Анды (Чили) с разрешением 6 км. Для территории РФ одной из основных региональных моделей, использующихся в настоящее время в Гидрометцентре России для прогноза элементов погоды, является модель COSMO-Ru, созданная в рамках международного сотрудничества стран Европы и России. Для Европейской территории РФ реализованы версии модели COSMO с шагом сетки от 1.1 до 13.2 км, а для Сибирского региона функционирует технология COSMO-Ru14-Sib, численные прогнозы по которой проводятся параллельно прогнозам по модели ICON в Немецкой метеослужбе [4].

Целью данной работы является описание математической постановки и численного метода развиваемой в ТГУ мезомасштабной метеорологической модели высокого разрешения TSUNM3 (Tomsk State University Nonhydrostatical Mesoscale Meteorological Model) [5], а также сравнительного анализа результатов расчетов с данными наблюдений, полученными с помощью метеоприборов, установленных в

¹ Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №19-71-20042).

аэропорту Томска Богашево и в г. Томске (ЦКП «Атмосфера» ИОА СО РАН им. В.Е. Зуева).

Постановка задачи

Основные уравнения модели атмосферного пограничного слоя TSUNM3 получаются для осредненных по Рейнольдсу дифференциальных уравнений гидротермодинамики [6] в системе координат, связанной с поверхностью Земли, при следующих допущениях:

1. Мезомасштабные вариации плотности квазистационарные. При представлении силы плавучести в уравнении для вертикальной компоненты скорости используется приближение Буссинеска.

2. Молекулярная диффузия полагается пренебрежимо малой по отношению к турбулентному обмену.

3. Учитываются фазовые переходы влаги в атмосферном пограничном слое, коротковолновый и длинноволновый радиационный теплообмен с явным представлением в атмосфере.

Математическая модель TSUNM3 включает следующие уравнения:

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0. \quad (1)$$

Уравнения движения

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f v + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z^m \frac{\partial u}{\partial z} \right); \quad (2)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho f u + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z^m \frac{\partial v}{\partial z} \right); \quad (3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z^m \frac{\partial w}{\partial z} \right). \quad (4)$$

Здесь t – время, u , v , w – продольная, поперечная и вертикальная компоненты вектора осредненной скорости ветра в направлении декартовых координат x , y , z соответственно, ρ – плотность, f – параметр Кориолиса, K_H – коэффициент горизонтальной диффузии, K_z^m – коэффициент вертикальной диффузии количества движения, g – ускорение свободного падения, p – давление.

Уравнение баланса энергии

$$\rho \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z^h \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{\theta}{c_p T} (Q_{rad} - \rho L_w \Phi). \quad (5)$$

Здесь T – абсолютная температура, θ – потенциальная температура, $\theta = T(p_0/p)^{R_0/c_p}$, c_p – теплоемкость воздуха при постоянном давлении, $p_0 = 101300$ Н/м², R_0 – газовая постоянная, Q_{rad} – нагрев (охлаждение) атмосферы за счет радиационных длинноволновых и коротковолновых потоков тепла, распространяющихся во влажной атмосфере, $\rho L_w \Phi$ – изменение температуры за счет фазовых переходов влаги в атмосфере, K_z^h – коэффициент вертикальной диффузии тепла и влаги, L_w – теплота парообразования.

Основные уравнения схемы WSM6 имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial q_j}{\partial t} + u \frac{\partial q_j}{\partial x} + v \frac{\partial q_j}{\partial y} + w \frac{\partial q_j}{\partial z} \right) + \frac{\partial (\rho V_j q_j)}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_H \frac{\partial q_j}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_H \frac{\partial q_j}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z^h \frac{\partial q_j}{\partial z} \right) + \rho \Phi_j; \end{aligned} \quad (7)$$

$j = V, C, R, S, I, G.$

Здесь $q_V, q_C, q_R, q_S, q_I, q_G$ – массовые концентрации водяного пара (Vapor), облачной влаги (Cloud), дождевой влаги (Rain), снега (Snow), ледяных кристаллов (Ice) и крупы (Graupel) в атмосфере. V_j – скорость осаднения j -й компоненты ($V_V = V_C = 0$) [7]. Для негазообразных составляющих диффузионные процессы не учитываются.

Источниковые члены уравнений Φ_j для j -го класса представляют собой математическую запись параметризации переходов атмосферной влаги из одного состояния в другое в соответствии с рис. 1. Часть переходов осуществляется при положительной температуре воздуха, часть – при отрицательной. В схеме WSM6 [7] рассматриваются такие процессы, как захват одних компонентов другими (аккреция), плавление ледяных кристаллов, снега, крупы, испарение/конденсация дождевых капель или облачной влаги, осаднение/сублимация крупы или снега, автоконверсия облачной влаги в дождевые капли (ледяных кристаллов в снег или снега в крупу), испарение/плавление снега, замерзание дождевых капель с образованием крупы и т.д.

Модель турбулентности

Для замыкания системы уравнений (1) – (7) используется модель турбулентности, состоящая из уравнения для кинетической энергии [9], а также алгебраических соотношений для определения коэффициентов турбулентной диффузии:

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} + \rho w \frac{\partial k}{\partial z} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \sigma_k \sqrt{k} l \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \sigma_k \sqrt{k} l \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \sigma_k \sqrt{k} l \frac{\partial k}{\partial z} \right) + P + B - \frac{\rho C_D k^{3/2}}{l}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь k – кинетическая энергия турбулентных пульсаций; l – интегральный масштаб турбулентности; $\sigma_k = 1.2$ – числовой коэффициент; член $C_D k^{3/2}/l$ отвечает за вязкую диссипацию энергии турбулентности ($C_D = 0.189$), а члены P и B выражают генерацию турбулентности за счет сдвиговых напряжений и действия силы плавучести:

$$\begin{aligned} P &= K_z^m \left[2 \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right]; \\ B &= -K_z^h \frac{g}{\theta_v} \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} - \gamma_\theta \right), \end{aligned}$$

где $\gamma_\theta = 0.00065$ К/м.

Коэффициенты вертикальной диффузии количества движения и тепла рассчитываются как

$$K_z^m = \rho c^m \sqrt{k} l; \quad c^m = 0.5; \quad K_z^h = \rho c^h \sqrt{k} l; \quad c^h = 0.675.$$

Коэффициент горизонтальной диффузии оценивается по формуле Смагоринского [10]:

$$K_H = \alpha_{Sm} (\Delta x \Delta y) \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right)^{1/2},$$

где α_{Sm} – коэффициент, зависящий от выбора шагов горизонтальной сетки Δx и Δy .

Мезомасштабная модель TSUNM3 прогнозирует составляющие скорости ветра и температурно-влажностные характеристики в пограничном слое атмосферы на 29 вертикальных уровнях (до $H = 10000$ м) для площади 200×200 км и вложенной в нее 50×50 км (шаг сетки 1 км с центром в г. Томск) на 24 ч. Инициализация модели проводится на основе результатов численного прогноза по оперативной глобальной модели ПЛАВ [11] Гидрометцентра РФ (за срок 00 UTC на уровнях 1000, 925 и 850 гПа).

Граничные условия для уравнений (1) – (7) имеют следующий вид:

$$\text{при } z = H: \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial q_j}{\partial z} = \frac{\partial k}{\partial z} = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = \gamma; \quad (9)$$

$$\text{при } x = 0, x = L_x: \quad \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} + c_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + c_\phi \frac{\partial \phi_0}{\partial x}, \\ \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \frac{\partial q_j}{\partial x} = 0, \frac{\partial k}{\partial x} = 0; \end{cases}$$

$$\text{при } y = 0, y = L_y: \quad \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t} + c_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + c_\phi \frac{\partial \phi_0}{\partial y}, \quad \phi = u, v, \theta, q_j; \\ \frac{\partial w}{\partial y} = 0, \frac{\partial k}{\partial y} = 0, \frac{\partial q_j}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Индекс $()_0$ соответствует динамическим и термодинамическим параметрам синоптического масштаба, c_ϕ – фазовая скорость. Граничные условия вида (10) часто называются условиями «радиационного» типа [12]. Фазовая скорость c_ϕ рассчитываются численно из пространственных и временных тенденций внутри сеточной области вблизи ее границ.

Вблизи подстилающей поверхности ставятся условия, соответствующие основным соотношениям теории подобия Монина – Обухова [13, 14]. Согласно этой теории, значения турбулентных потоков динамических и термодинамических параметров в приземном слое атмосферы постоянны и определяются в зави-

симости от значения масштаба длины Обухова: $L = -\frac{\theta v_*^3}{g \kappa (\theta' w')_s}$.

Значения горизонтальных компонент скорости, температуры и влажности, а также турбулентных характеристик (кинетической энергии турбулентности k и масштаба турбулентности l) в первом над поверхностью Земли вычислительном уровне z_1 , находящемся в приземном слое, выражаются функциями безразмерной

высоты $\zeta_1 = z_1/L$:

$$\begin{aligned} |W|_1 &= \frac{v_*}{\kappa} f_m(\zeta_1, \zeta_0), \quad \theta_1 - \theta_S = \frac{\theta_*}{\kappa} f_\theta(\zeta_1, \zeta_{0T}), \\ q_1 - q_S &= \frac{q_*}{\kappa M} f_\theta(\zeta_1, \zeta_{0T}), \quad k_1 = v_*^2 f_k(\zeta_1). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь индекс $()_1$ соответствует первому расчетному узлу, расположенному вблизи поверхности, а индекс $()_S$ – на высоте шероховатости z_{0T} , $\kappa = 0,41$ – константа фон Кармана. Динамическая скорость v_* , динамическая температура θ_* и динамическая влажность q_* являются характерными масштабами скорости, температуры и влажности и выражаются через турбулентные потоки импульса, тепла и влаги на поверхности следующим образом:

$$\left[(\overline{u'w'})_S^2 + (\overline{v'w'})_S^2 \right]^{1/2} = v_*^2; \quad -(\overline{\theta'w'})_S = v_* \theta_*; \quad -(\overline{q'w'})_S = v_* q_*. \quad (12)$$

Эмпирические функции f_m, f_θ имеют вид [14]

$$f_m(\zeta) = \begin{cases} f_2(\zeta) - f_2(\zeta_0), & \zeta < 0, \\ \ln(\zeta/\zeta_0) + 4.7(\zeta - \zeta_0), & \zeta \geq 0; \end{cases}$$

$$f_\theta(\zeta) = \begin{cases} f_4(\zeta) - f_4(\zeta_{0T}), & \zeta < 0, \\ \ln(\zeta/\zeta_0) + 5(\zeta - \zeta_{0T}), & \zeta \geq 0; \end{cases}$$

$$f_2(\zeta) = \ln(-16\zeta) + 2 \arctan\left(\frac{1}{f_1(\zeta)}\right) - \ln\left(\frac{(1 + f_1^2(\zeta))^2}{f_1^4(\zeta)}\right);$$

$$f_4(\zeta) = \ln(-16\zeta) - 2 \ln\left(\frac{1 + f_1^2(\zeta)}{f_1^2(\zeta)}\right);$$

$$f_1(\zeta) = (1 - 16\zeta)^{-0,25}; \quad \zeta_0 = z_0/L; \quad \zeta_{0T} = z_{0T}/L,$$

где z_0 и z_{0T} – параметры динамической и термической шероховатости.

Для расчета приземных значений параметров по формулам (12) необходимо знать значения масштабов длины L , скорости v_* , температуры θ_* и влажности q_* , а также значения потенциальной температуры воздуха θ_S и абсолютной влажности q_S вблизи подстилающей поверхности.

При определении температуры поверхности Земли θ_g используется поток тепла через поверхность, обусловленный радиационным нагревом (выхлаживанием) и турбулентными потоками тепла и влаги на поверхности; также учитывается изменение температуры влагосодержания нижних слоев почвы (глубина ≈ 2 м, период моделирования несколько суток).

Поток тепла на поверхности Земли определяется формулой

$$Q_w = ((1 - A_s) Q_{shortw}^{in} + Q_{longw}^{in} - Q_{longw}^{out})_w - \rho c_p (\overline{\theta'w'})_w - \rho L_w (\overline{q'w'})_w, \quad (13)$$

где Q_{shortw}^{in} , Q_{longw}^{in} и Q_{longw}^{out} – потоки коротковолнового излучения, приходящего и уходящего длинноволнового излучения соответственно; A_s – альбеда поверхно-

сти; $(\overline{\theta'w'})_w$ и $(\overline{q'w'})_w$ – турбулентные потоки тепла и влаги вблизи подстилающей поверхности.

Для моделирования процессов обмена тепла и влаги между нижним уровнем атмосферы, растительностью и почвой используется схема параметризации ISBA (Interaction Soil Biosphere Atmosphere), разработанная Noilhan и Planton [15]. Эта схема учитывает изменение теплового режима почвы, содержания влаги в почве, осадки, накапливающиеся на растительности и аэродинамические процессы переноса в приземном слое атмосферы. Схема использует модель восстановления тепла и содержания влаги в почве и модель испарения.

Модель ISBA включает в себя пять прогностических уравнений для температуры почвы на глубине, T_2 , содержания воды в почве на глубине, w_2 , температуры на поверхности почвы/растительности, T_g , содержания воды на поверхности почвы, w_g и перехвата воды, задержавшейся на поверхности, W_r .

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} = C_T \left[(1 - A_S) Q_{shortw}^{in} + Q_{longw}^{in} - \varepsilon_S \sigma T_g^4 - \rho c_p (\overline{\theta'w'}) - \rho L_w (\overline{q'w'}) \right] + \frac{2\pi}{\tau_{24}} (T_2 - T_g); \quad (14)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{T_g - T_2}{\tau_{24}}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial w_g}{\partial t} = \frac{C_1}{\rho_w d_1} (P_g - E_g) - \frac{C_2}{\tau_{24}} (w_g - w_{geq}), 0 \leq w_g \leq w_{sat}; \quad (16)$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} = \frac{1}{\rho_w d_2} (P_g - E_g - E_{tr}) - \frac{C_3}{d_2 \tau_{24}} \max(0, w_2 - w_{fc}), 0 \leq w_2 \leq w_{sat}; \quad (17)$$

$$\frac{\partial W_r}{\partial t} = veg P - (E_v - E_{tr}) - R_r, 0 \leq W_r \leq W_{rmax}. \quad (18)$$

Здесь $\tau_{24} = 86400$ с, E_g – испарение с поверхности почвы, E_v – испарение с растительности ($E = E_g + E_v$), P – интенсивность жидких осадков, P_g – осадки, достигшие поверхности Земли, E_{tr} – поток влаги в почву, veg – доля поверхности, покрытой растительностью, C_T , C_1 , C_2 , C_3 , d_1 , d_2 , w_{geq} , w_{fc} , R_r – параметры модели почвы [15].

При отсутствии облачности коротковолновая составляющая радиационного потока, достигающего поверхности Земли, а также длинноволновое излучение атмосферы на верхней границе расчетной области определяются по формулам [16–18]:

$$Q_{shortw(clear-sky)}^{in} = \begin{cases} (a_g - a_w(h(x))) S_{slope} S_o \cos \chi, & \cos \chi > 0; \\ 0, & \cos \chi \leq 0; \end{cases} \quad (19)$$

$$Q_{l(clear-sky)}^{in} = 59.38 + 113.7(T_2 / 273.15)^6 + 96.96(r(h(x, y)) / 25)^{0.5}. \quad (20)$$

Здесь χ – зенитный угол Солнца; $S_o = 1367$ Вт/м² – солнечная постоянная; $a_g = 0.485 + 0.515(1.041 - 0.16/\sqrt{\cos \chi})$; $a_w(z) = 0.039(r(z)/\cos \chi)^{0.3}$ – коэффициент ослабления потока солнечного тепла за счет поглощения содержащейся в атмосфере парообразной влагой; $r(z) = \int_z^H \rho q_V dz$ – количество влаги в столбе воздуха

ха от высоты z до высоты верхней границы расчетной области H ; $h(x, y)$ – высота поверхности Земли над уровнем моря; S_{slope} – степень наклона поверхности к падающему солнечному потоку.

Изменение температуры воздуха при рассеивании излучения водяным паром, содержащимся в воздухе, определяется следующей зависимостью [17]:

$$Q_{rad(clear-sky)} = -S_o \cos \chi \frac{\partial a_w}{\partial z} - \sigma_{SB} \frac{\partial \varepsilon^\uparrow}{\partial z} (T^4(z) - T^4(h(x, y))) - \\ - \sigma_{SB} \frac{\partial \varepsilon^\downarrow}{\partial z} (T^4(h(x, y)) - T^4(z)),$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ – постоянная Стефана – Больцмана, а степень черноты столба воздуха выше ($\varepsilon^\downarrow$) и ниже ($\varepsilon^\uparrow$) высоты z : $h(x, y) \leq z \leq H$ [17].

При учете влияния облачности используется предположение Стефенса [19], согласно которому допускается, что ясные и облачные участки неба могут давать вклад в суммарный радиационный баланс по отдельности. Коротковолновая и длинноволновая составляющие излучения модифицируются облачными участками согласно эмпирическим соотношениям, определяющим степень пропускания и рассеивания излучения в зависимости от содержания конденсированной влаги в атмосфере [16, 19]:

$$\Psi_{Transmission}(z) = \begin{cases} \exp\left(-16W^{in}(z) + 13(W^{in}(z))^2\right), & W^{in}(z) \leq 0.11, \\ 0.2, & W^{in}(z) > 0.11; \end{cases}$$

$$\Psi_{Absorption}(z) = \begin{cases} 0.3\sqrt{W^{in}(z)}, & W^{in}(z) \leq 0.11, \\ 0.1, & W^{in}(z) > 0.11; \end{cases}$$

$$\varepsilon_l^{in} = \min(0.9; 1 - \exp(-158W^{in}(z))); \quad \varepsilon_l^{out} = \min(0.9; 1 - \exp(-130W^{out}(z)));$$

$$W^{in}(z) = \int_z^H \rho \min(0.0003; q_c) dz; \quad W^{out}(z) = \int_h^z \rho \min(0.0003, q_c) dz.$$

Приходящее коротковолновое излучение, а также приходящее и уходящее длинноволновое излучение трансформируются согласно формулам:

$$Q_{shortw}^{in}(z) = Q_{shortw(clear-sky)}^{in} \Psi_{Transmission}(z);$$

$$Q_{longw}^{in}(z) = Q_{longw(clear-sky)}^{in} (1 - \varepsilon_l^{in}(z)) + \varepsilon_l^{in}(z) \sigma T^4(z);$$

$$Q_{longw}^{out}(z) = Q_{longw(clear-sky)}^{out} (1 - \varepsilon_l^{out}(z)) + \varepsilon_l^{out}(z) \sigma T^4(z).$$

Изменение температуры воздуха с учетом наличия облачности определяется следующей зависимостью [16]:

$$Q_{rad} = Q_{rad(clear-sky)} + \frac{\partial \Psi_{Heat}}{\partial z},$$

$$\text{где } \Psi_{Heat}(z) = Q_{shortw(clear-sky)}^{in} \Psi_{Absorption}(z) + Q_{longw}^{in}(z) - Q_{longw}^{out}(z).$$

Численный метод решения

Для системы уравнений перед ее численным решением методом сеток применялось преобразование координат вида

$$\begin{cases} \xi = x, \\ \eta = y, \\ \sigma = H \frac{z - h(x, y)}{H - h(x, y)}. \end{cases} \quad (21)$$

Преобразование (21) позволяет отобразить трехмерную область с криволинейной границей на параллелепипед. Аппроксимация построенной выше дифференциальной задачи с выполненным преобразованием (21) осуществляется на основе метода конечного объема [20]. Основная идея этого метода заключается в разбиении расчетной области на непересекающиеся, граничащие друг с другом конечные объемы так, чтобы один узел расчетной сетки содержался только в своем конечном объеме. Для дискретизации используется равномерная по горизонтальным направлениям сетка со сгущением сеточных плоскостей при приближении к поверхности Земли. После разбиения расчетной области каждое дифференциальное уравнение математической модели интегрируется по каждому конечному объему. Значения компонент скорости определяются на гранях конечных объемов, а скалярные характеристики – в их центре. При вычислении интегралов используются кусочно-полиномиальные приближения для зависимых величин. Аппроксимация конвективных членов уравнений переноса выполняется с использованием монотонизированной линейной противопотоковой схемы MLU Ван Лира [21, 22]. В результате такого приближенного интегрирования получается дискретный аналог системы дифференциальных уравнений – система линейных алгебраических уравнений. Для дискретизации по времени желательно использование схемы второго или более высокого порядка аппроксимации. Для этих целей в данной работе применяются явный метод Адамса – Бэшфорда и неявный метод Кранка – Николсона второго порядка аппроксимации:

$$\begin{aligned} \Phi_h^{n+1} = & \Phi_h^n + \Delta t_n \left(\frac{3}{2} L_h(\Phi_h^n) - \frac{1}{2} L_h(\Phi_h^{n-1}) \right) + \\ & + \Delta t_n \left(\frac{1}{2} \Lambda_h(\Phi_h^{n+1}) + \frac{1}{2} \Lambda_h(\Phi_h^n) \right) + \Delta t_n \left(\frac{3}{2} S_h(\Phi_h^n) - \frac{1}{2} S_h(\Phi_h^{n-1}) \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь L_h – конечно-разностный аналог конвективно-диффузионного оператора в уравнениях (2) – (5), (7), (8) за исключением вертикальной диффузии вдоль оси Oz , Λ_h – разностный аналог дифференциального оператора вертикальной диффузии, $S(\Phi)$ – источниковые члены уравнений (2) – (5), (7), (8). Заметим, что выбранный способ аппроксимации для конвективно-диффузионных уравнений позволяет использовать при их численном решении экономичный метод прогонки вдоль вертикальных сеточных линий.

В гидродинамической части модели для согласования полей скорости и давления использовалась схема предиктор – корректор, в соответствии с которой явно-неявная схема (22) для уравнений движения (2) – (4) выполняла функцию предиктора для компонент скорости, а коррекция поля скорости с целью удовлетворения сеточного аналога уравнения неразрывности (1) осуществлялась на основе итерационного решения дискретного уравнения Пуассона для поправки к негидростатической части давления $p'_h = p_h^{n+1} - p_h^n$.

Параллельный алгоритм

В качестве основного подхода распараллеливания для мезомасштабной метеорологической модели TSUNM3 выбрана геометрическая декомпозиция сеточной области на подобласти: каждому процессорному элементу вместе с выделенной сеточной подобластью распределяются все значения сеточной функции, принадлежащие этой подобласти [23]. Из-за используемого шаблона явно-неявной разностной схемы для вычисления очередного приближения в приграничных узлах каждой подобласти необходимо знать значения сеточной функции с соседнего граничащего процессорного элемента. Для этого на каждом вычислительном узле создаются фиктивные ячейки для хранения данных с соседнего вычислительного узла и организуются пересылки этих граничных значений, необходимых для обеспечения однородности вычислений [23]. Для передачи данных другим процессорным элементам и получения необходимых для продолжения вычислений данных от них в данной работе используется стандарт передачи сообщений MPI (Message Passing Interface).

В данной работе для решения разностного уравнения (22) используется метод прогонки, для разностного уравнения для поправки давления p'_h применяется полинейный метод Зейделя с красно-черным упорядочиванием узлов вычислительной сетки [23, 24], параллельная реализация которого при проведении расчетов показывает независимость скорости сходимости итерационного процесса от количества применяемых процессорных элементов. Важно, что такая реализация алгоритма на многопроцессорной вычислительной системе целиком сохраняет свойство последовательного алгоритма и очень хорошо масштабируется на любое разумное количество вычислительных узлов.

Некоторые результаты и их обсуждение

Разработанная мезомасштабная модель была применена к исследованию метеорологических условий над г. Томск (85.0°E 56.5°N, центр города) и аэропортом Богашево (85.21°E, 56.38°N).

Результаты расчетов по мезомасштабной метеорологической модели TSUNM3 сравнивались с измерениями, полученными с помощью метеорологических приборов Центра коллективного пользования «Атмосфера» Института оптика атмосфера СО РАН им. В.Е. Зуева для различных сезонных условий [25].

Ниже представлены сравнительные данные расчета метеовеличин по модели и фактические наблюдения в районе размещения датчиков за 25 ноября 2016 г. По метеосводкам, в этот день в районе Томска на протяжении всех суток наблюдался интенсивный снегопад, за сутки выпало более 10 мм осадков. Ветер юго-юго-восточного направления, постепенно переходящий в юго-юго-западное. Скорость ветра составляла 3–5 м/с, погода характеризовалась высокой влажностью и температурой, близкой к климатической норме (минимальная ночью –11 °С, максимальная – днем –5 °С). Рис. 2 является прекрасной иллюстрацией описанных процессов. Расчеты по модели практически в точности повторяют изменение основных метеорологических параметров, улавливая их изменения в течение времени: суточный ход температуры воздуха, высокая относительная влажность, незначительное увеличение скорости ветра при приближении фронта в период 06–09 ч) и изменение его направления. Различия прогностических метеоданных от измеренных находится в пределах погрешности измерительных приборов.

Рис. 2. Рассчитанные с помощью мезомасштабной модели TSUNM3 и измеренные ультразвуковой метеостанцией «Метео-2» приземные значения температуры и относительной влажности воздуха, а также скорости и направления ветра для 25 ноября 2016 г. в районе размещения приборов ЦКП «Атмосфера»

Fig. 2. Surface temperature and relative humidity values, as well as wind speed and direction calculated with the use of the TSUNM3 mesoscale model and measured by the Meteo-2 ultrasonic weather station for November 25, 2016 in the area where the instruments of the Atmosfera Collective Use Center are located.

Вертикальный профиль температуры воздуха смоделирован также очень точно на всех высотах (рис. 3): суточные изменения у земли и высотный ход, различие с профилимером не превышает на отдельных высотах 1.5 °С.

Рис. 3. Рассчитанные с помощью мезомасштабной модели TSUNM3 и измеренные температурным профилимером МТР-5 вертикальные профили температуры для 25 ноября 2016 г. в районе размещения приборов ЦКП «Атмосфера»

Fig. 3. Vertical temperature profiles calculated with the use of the TSUNM3 mesoscale model and measured by the MTR-5 temperature profile meter for November 25, 2016 in the area where the instruments of the Atmosfera Collective Use Center are located.

Результаты сравнения прогностических и измеренных метеовеличин за 21 мая 2018 г. представлены на рис. 4–6. По метеосводкам (<http://gp5.ru>), исследуемый район находился в теплом секторе циклона, расположенного северо-восточнее. Отмечалась облачная с прояснениями погода, местами в районе осадки. Преобладала погода с выраженным суточным ходом температуры, влажности, преобладанием южного – юго-западного ветра.

Моделью TSUNM3 были предсказаны эти особенности. Различие в температуре не превысило 2 °С, по скорости ветра погрешность составила не более 2 м/с, рассчитанные относительная влажность и направление ветра были незначительно завышены (максимальное различие составило соответственно 15 % и 60°).

Прогноз вертикального профиля температуры оказался менее удачен ночью и рано утром (00 и 06 ч). В ночной срок модель не предсказала температурную инверсию в слое до 200 м и более резкое понижение температуры выше этого слоя, хотя значения температуры у земли и на высоте 1 км совпали. В утренний срок модель также не «увидела» изотермию. Но при этом различия в показаниях не превысили 1.5 °С. В остальные сроки вертикальный профиль был предсказан верно (включая и следующий ночной срок, когда наблюдалась инверсия температуры).

Сравнение рассчитанных по модели и фактических данных по скорости и направлению ветра на высотах в приземном слое показало, что на высотах скорость ветра незначительно занижается, а направление – завышается. При этом с увеличением заблаговременности ошибки возрастают (по скорости различие с измерениями не более 4 м/с, по направлению – не более 40°).

Рис. 4. Рассчитанные с помощью мезомасштабной модели TSUNM3 и измеренные ультразвуковой метеостанцией «Метео-2» приземные значения температуры и относительной влажности воздуха, а также скорости и направления ветра для 21 мая 2018 г. в районе размещения приборов ЦКП «Атмосфера»

Fig. 4. Surface temperature and relative humidity values, as well as wind speed and direction calculated with the use of the TSUNM3 mesoscale model and measured by the Meteo-2 ultrasonic weather station for May 21, 2018 in the area where the instruments of the Atmosfera Collective Use Center are located.

Рис. 5. Рассчитанные с помощью мезомасштабной модели TSUNM3 и измеренные температурным профилемером МТР-5 вертикальные профили температуры для 21 мая 2018 г. в районе размещения приборов ЦКП «Атмосфера»
Fig. 5. Vertical temperature profiles calculated with the use of the TSUNM3 mesoscale model and measured by the MTR-5 temperature profile meter for May 21, 2018 in the area where the instruments of the Atmosfera Collective Use Center are located.

Рис. 6. Рассчитанные с помощью мезомасштабной модели TSUNM3 и измеренные содаром «Волна-4М» вертикальные профили скорости и направления ветра для 21 мая 2018 г. в районе размещения приборов ЦКП «Атмосфера»
Fig. 6. Vertical profiles of wind speed and direction calculated with the use of the TSUNM3 mesoscale model and measured by the Volna-4M sodar for May 21, 2018 in the area where the instruments of the Atmosfera Collective Use Center are located.

Результаты прогнозирования осадков

Способности модели TSUNM3 по предсказанию осадков в условиях Сибирского региона были оценены также для нескольких выбранных исторических дат в период 2016–2018 гг. (11.07.2016, 24.11.2016, 27.06.2016, 5.08.2017, 6.08.2017, 25.01.2017, 29.12.2017, 2.05.2018, 8.05.2018, 21.05.2018), когда наблюдались интенсивные осадки на территории аэропорта Богашево и которые фиксировались стандартными метеонаблюдениями.

На рис. 7 представлены рассчитанные по модели TSUNM3 осадки в районе аэропорта г. Томск – Богашево во время 25 ноября 2016 г. и 8 мая 2018 г. Из рисунка видно, что первый период времени характеризуется осадками в виде снега. Наблюдения в аэропорту (<http://rp5.ru>) указывают на непрекращающиеся снежные осадки в течение суток с усилением в интервалы времени: 7:00–9:30, 17:00–18:30. Во второй период времени до 10:30 метеорологами фиксировалось выпадение снега, затем до 17:00 наблюдались исключительно жидкие осадки. После 17:00 шел слабый снег и дождь. В целом, модель TSUNM3 удовлетворительно предсказала наблюдаемый характер изменения осадков в течение суток для каждого выбранного периода.

Рис. 7. Предсказанные значения накопленных за 1 ч осадков на 25 ноября 2016 г. и на 8 мая 2018 г. в районе аэропорта Богашево

Fig. 7. Predicted values of precipitation accumulated for 1 hour as of November 25, 2016 and May 8, 2018 in the area of Bogashevo Airport

Результаты оценки качества численного прогноза осадков по факту их выпадения даны в таблице. Последний столбец отражает характеристики для всех случаев выпадения осадков (дождь, снег, град). Качество численных прогнозов осадков устанавливается по факту их наличия или отсутствия и количеству осадков путем сравнения рассчитанных данных об осадках с фактическими наблюдениями. При оценке прогноза осадков по факту рассчитывается общая оправдываемость U , оправдываемость прогноза «осадки» U_+ и «без осадков» U_- , предупрежденность случаев с осадками P_+ , без осадков P_- (все значения рассчитываются в %) и критерий качества Пирси – Обухова T . Для получения этих характеристик строится таблица сопряженности, показывающая соотношение между количеством случаев прогноза и фактом выпадения осадков.

При оценке качества прогноза осадков по факту их выпадения использованы ежечасные прогностические и фактические данные об осадках для рассмотренных выше дат.

Характеристики качества прогноза осадков по факту их выпадения

№ п/п	Характеристики	Прогноз дождя	Прогноз снега	Прогноз осадков в целом
1	Общая оправдываемость U	77	68	74
2	Оправдываемость прогноза наличия осадков U_+	34	68	57
3	Предупрежденность факта наличия осадков P_+	59	98	87
4	Оправдываемость прогноза факта отсутствия осадков U_-	92	–	91
5	Предупрежденность факта отсутствия осадков P_-	80	–	67
6	Критерий Пирси – Обухова T	39	–	54

Из таблицы можно сделать следующие выводы:

- общая оправдываемость всех видов осадков по модели TSUNM3 составляет 74 %;
- для всех осадков характеристики 1, 2, 4 и 6 соответствуют качеству современных мезомodelей;
- предупрежденность факта наличия осадков выше, а факта отсутствия осадков несколько ниже, чем для известных моделей;
- общая оправдываемость дождя несколько выше, чем снега;
- модель TSUNM3 лучше прогнозирует факт отсутствия дождя, а по снегу лучше прогнозируется факт его наличия, что связано, возможно, с особенностями выборок;
- модель точно прогнозирует фазовое состояние осадков: только в одном случае дождь был дан в прогнозе как снег;
- из 6 случаев выпадения града модель не спрогнозировала его.

Что касается оценки модели по прогнозу количества осадков, то в связи с отсутствием фактических ежечасных данных по их количеству получить численные характеристики не удастся. Однако можно предварительно сказать, что по факту «дождь» и «ливневой дождь» модель прогнозирует на соответствующий час количество осадков от 0.2 до 1.0 мм. В случае выпадения снега по факту «снег» расчеты по модели TSUNM3 дают количество осадков до 1 мм/ч, при осадках «ливневой снег» прогнозы по модели дают от 1 до 5 мм/ч.

Заключение

Рассмотрены математическая постановка и параллельный алгоритм реализации создаваемой в ТГУ мезомасштабной метеорологической модели высокого разрешения TSUNM3, для которой в качестве «ведущей» глобальной модели прогноза погоды использовались расчеты по модели оперативного прогноза погоды ПЛАВ Гидрометцентра РФ.

Представлены результаты численного прогнозирования основных метеорологических параметров атмосферы (температура, влажность воздуха, скорость и направление ветра) и осадков в различные сезоны в Сибирском регионе. Модель была применена для заранее выбранных исторических дат, характеризующихся интенсивным выпадением осадков в виде дождя, снега или крупы в Томском районе. В качестве параметризации микрофизики атмосферной влаги использовалась модель Хонга и Лима WSM6 [7] и параметризация взаимодействия атмосферного пограничного слоя с почвой ISBA [15], предсказывающая изменение температуры и влажности поверхности. Апробация моделей проведена на наблюдениях, полученных с помощью содара «Волна-4М», температурного профилометра МТР-5 и ультразвуковых метеостанций «Метео-2» ЦКП «Атмосфера». Кроме того, результаты численного прогноза сравниваются с фактическими погодными наблюдениями в аэропорту г. Томска Богашево.

Результаты расчетов, направленные, в первую очередь, на валидацию разрабатываемой авторами мезомасштабной метеорологической модели TSUNM3, показали следующее. В целом, усовершенствованная модель TSUNM3 адекватно отражает время выпадения и интенсивность осадков, при этом однако в отдельных случаях время начала и окончания их не всегда совпадают, различие может достигать нескольких часов. Достоверно отображается фазовое состояние осадков. Более 70 % случаев выпадения осадков подтверждено численными расчетами. Модель удовлетворительно прогнозирует температурно-влажностные характеристики. Качество модели по прогнозу осадков сопоставимо с современными моделями мезомасштаба, например с моделью Weather Research and Forecasting (WRF).

ЛИТЕРАТУРА

1. Sokhi R., Baklanov A., Schlünzen H., et al. Mesoscale Modelling for Meteorological and Air Pollution Applications. New York: Anthem Press, 2018. 260 p.
2. Skamarock W.C., Klemp J.B., Dudhia J., Gill D.O., Barker D.M., Duda D.M., Wang W., Powers J.G. A description of the advanced research WRF version 3 // NCAR Tech. Note. NCAR/TN-68CSTR, 2008. 100 p. DOI: 10.5065/D68S4MVH.
3. Yáñez-Morroni G., Gironás J., Caneo M., Delgado R., Garreaud R. Using the Weather Research and Forecasting (WRF) model for precipitation forecasting in an andean region with complex topography // Atmosphere. 2018. V. 9. No. 8. P. 304. DOI: 10.3390/atmos9080304.
4. Ривин Г.С., Вильфанд Р.М., Киктев Д.Б., Розинкина И.А., Тудрий К.О., Блинов Д.В., Варенцов М.И., Самсонов Т.Е., Бундель А.Ю., Кирсанов А.А., Захарченко Д.И. Система численного прогнозирования явлений погоды, включая опасные, для Московского мегаполиса: разработка прототипа // Метеорология и гидрология. 2019. № 11. С. 33–45.
5. Starchenko A.V., Bart A.A., Bogoslovsky N.N., Danilkin E.A., Terentyeva M.V. A mathematical modelling of atmospheric processes above an industrial center // Proc. SPIE. 2014. V. 9292. P. 929249-1–929249-30. DOI: 10.1117/12.2075164.
6. Pielke R. Mesoscale Meteorological Modeling. San Diego, California: Academic Press, 2002. 676 p.
7. Hong S.-Y., Lim J.-O.J. The WRF single-moment 6-class microphysics scheme (WSM6) // J. Korean Meteorological Society, 2006. V. 42. No. 2. P. 129–151.

8. Bao J.-W., Michelson S.A., Grell E.D. Pathways to the Production of Precipitating Hydrometeors and Tropical Cyclone Development // Monthly Weather Review. 2016. V. 144. P. 2395–2420. DOI: 10.1175/MWR-D-15-0363.1.
9. Andren A. Evaluation of a turbulence closure scheme suitable for air pollution applications // J. Applied Meteorology and Climatology. 1990. V. 29. P. 224–239.
10. Smagorinsky J. General circulation experiments with the primitive equations: Part I. The basic experiment // Monthly Weather Review. 1963. V. 91. No. 2. P. 99–164.
11. Толстых М.А., Булдовский Г.С. Усовершенствованный вариант глобальной полулагранжевой модели прогноза полей метеозадающих элементов в версии с постоянным разрешением заблаговременностью до 10 суток и результаты его оперативных испытаний // Фундаментальные и прикладные гидрометеорологические исследования. СПб.: Гидрометеонаучный институт, 2003. С. 24–47.
12. Carpenter K. Note on the paper «Radiation condition for the lateral boundaries of limited-area numerical models» by Miller, M. and Thorpe, A. (V. 107. P. 615–628) // J. Royal Meteorological Society. 1982. V. 108. P. 717–719.
13. Монин А.С., Обухов А.М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы // Труды Геофизического института АН СССР. 1954. № 24. С. 163–187.
14. Dyer A.J., Hicks B.B. Flux-gradient relationships in the constant flux layer // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1970. V. 96. P. 715–721.
15. Noilhan J., Mahfouf J.-F. The ISBA land surface parameterization scheme // Global and Planetary Change. 1996. V. 13. P. 145–159.
16. Hurley P. The Air Pollution Model (TAPM) Version 2 // CSIRO Atmospheric Research. 2002. Paper No. 55. P. 49. DOI: 10.4225/08/5863fe87915fd.
17. Mahrer Y., Pielke R.A. A numerical study of the airflow over irregular terrain // Beitr. Phys. Atmosph. 1977. V. 50. P. 98–113.
18. Dilley A.C., O'Brien D.M. Estimating downward clear-sky long-wave irradiance at the surface from screen temperature and precipitable water // Quart. J. Roy. Meteorol. Soc. 1998. V. 124. P. 1391–1401.
19. Stephens G. Radiation profiles in extended water clouds. Part II: Parameterization schemes // J. Atmospheric Sciences. 1978. V. 35. P. 2123–2132.
20. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости: пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1984. 149 с.
21. Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme // J. Computational Physics. 1974. V. 14. P. 361–370.
22. Семёнова А.А., Старченко А.В. Разностная схема для нестационарного уравнения переноса, построенная с использованием локальных весовых интерполяционных кубических сплайнов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 49. С. 61–74. DOI: 10.17223/19988621/49/6.
23. Starchenko A., Danilkin E., Semenova A., Bart A. Parallel algorithms for a 3D photochemical model of pollutant transport in the atmosphere // Communications in Computer and Information Science. 2016. V. 687. P. 158–171. DOI: 10.1007/978-3-319-55669-7.
24. Старченко А.В., Берцун В.Н. Методы параллельных вычислений. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2013. 223 с.
25. Starchenko A.V., Bart A.A., Kizhner L.I., Odintsov S.L., Semyonov E.V. Numerical simulation of local atmospheric processes above a city // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 2019. V. 11208. P. 1–9. DOI: 10.1117/12.2541630.

Starchenko A.V., Bart A.A., Kizhner L.I., Danilkin E.A. (2020) MESOSCALE METEOROLOGICAL MODEL TSUNM3 FOR THE STUDY AND FORECAST OF METEOROLOGICAL PARAMETERS OF THE ATMOSPHERIC SURFACE LAYER OVER A MAJOR POPULATION CENTER. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 66. pp. 35–55

DOI 10.17223/19988621/66/3

Keywords: mathematical modeling of atmospheric processes with high resolution, comparison of calculations with measurements of the Atmosfera Collective Use Center

The paper describes the mathematical formulation and numerical method of the TSUNM3 high-resolution mesoscale meteorological model being developed at Tomsk State University. The model is nonhydrostatic and includes three-dimensional nonstationary equations of hydrothermodynamics of the atmospheric boundary layer with parameterization of turbulence, moisture microphysics, long-wave and short-wave (solar) radiation, and advective and latent heat flows in the atmosphere and at the boundary of its interaction with the underlying surface.

The numerical algorithm is constructed using structured grids with uniform spacing in horizontal directions and condensing to the Earth surface in the vertical direction. When approximating the differential formulation of the problem, the finite volume method with the second order approximation in the spatial variables is used. Explicit-implicit approximations in time (Adams–Bashforth and Crank–Nicolson) are used to achieve second-order accuracy in time.

The paper presents results of numerical forecasting of the main meteorological parameters of the atmosphere (temperature, humidity, wind speed and direction) and precipitation in different seasons in the Siberian region. The models were tested with the help of observations obtained using the Volna-4M sodar, MTR-5 temperature profile meter, and Meteo-2 ultrasonic weather stations of the Atmosfera Collective Use Center.

The improved TSUNM3 model is shown to adequately reflect the precipitation time and intensity. However, in some cases, the times of its beginning and end do not always coincide, the difference can reach several hours. The precipitation phase state is reflected reliably. Over 70% of precipitation cases are confirmed by numerical calculations. The model satisfactorily predicts temperature and humidity characteristics. The quality of the precipitation forecast model is comparable to the modern mesoscale models, such as the Weather Research and Forecasting (WRF) model.

AMS 2020 Mathematical Subject Classification: 65M08, 86A10

Financial support. The work was supported by the Russian Science Foundation (project no. 19-71-20042).

Alexander V. STARCHENKO (Professor, Doctor of Physics and Mathematics, Head of Department of Computational Mathematics and Computer Modelling of National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: starch@math.tsu.ru

Andrey A. BART (Candidate of Physics and Mathematics, Lead Engineer of the University Laboratory of the Department of Computational Mathematics and Computer Modelling, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: bart@math.tsu.ru

Lyubov I. KIZHNER (Candidate of Geology and Geography, Associate Professor of the Department of Meteorology and Climatology, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: kdm@mail.tsu.ru

Evgeniy A. DANILKIN (Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Computational Mathematics and Computer Modelling, National Research Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: ugin@math.tsu.ru

REFERENCES

1. Sokhi R., Baklanov A., Schlünzen H. et al. (2018) *Mesoscale Modelling for Meteorological and Air Pollution Applications*. New York: Anthem Press.
2. Skamarock W.C., Klemp J.B., Dudhia J., Gill D.O., Barker D.M., Duda D.M., Wang W., Powers J.G. (2008) A description of the advanced research WRF version 3. *NCAR Technical Notes. NCAR/TN-68CSTR*. DOI: 10.5065/D68S4MVH.
3. Yáñez-Morroni G., Gironás J., Caneo M., Delgado R., Garreaud R. (2018) Using the Weather Research and Forecasting (WRF) Model for Precipitation Forecasting in an Andean Region with Complex Topography. *Atmosphere*. 9(8). p. 304. DOI: 10.3390/atmos9080304.
4. Rivin G.S., Vil'fand R.M., Kiktev D.B., Rozinkina I.A., Tudrii K.O., Blinov D.V., Varentsov M.I., Samsonov T.E., Bundel' A. Yu., Kirsanov A.A., Zakharchenko D.I. (2019) Sistema chislennogo prognozirovaniya yavleniy pogody, vklyuchaya opasnyye, dlya Moskovskogo megapolisa: razrabotka prototipa [The System for Numerical Prediction of Weather Events Including Severe Ones for the Moscow Megacity: The Prototype Development]. *Meteorologiya i gidrologiya – Meteorology and hydrology* 11. pp. 33–45.
5. Starchenko A.V., Bart A.A., Bogoslovsky N.N., Danilkin E.A., Terentyeva M.V. (2014) A mathematical modelling of atmospheric processes above an industrial center. *Proceedings of SPIE*. 9292. P. 929249-1-929249-30. DOI: 10.1117/12.2075164.
6. Pielke R. (2002) *Mesoscale meteorological modeling*. San Diego: Academic Press.
7. Hong S.-Y., Lim J.-O.J. (2006) The WRF single-moment 6-class microphysics scheme (WSM6). *Journal of Korean Meteorological Society*. 42(2). pp. 129–151.
8. Bao J.-W., Michelson S.A., Grell E.D. (2016) Pathways to the Production of Precipitating Hydrometeors and Tropical Cyclone Development. *Monthly Weather Review*. 144. pp. 2395–2420. DOI: 10.1175/MWR-D-15-0363.1.
9. Andren A. (1990) Evaluation of a turbulence closure scheme suitable for air pollution applications. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*. 29. pp. 224–239.
10. Smagorinsky J. (1963) General Circulation Experiments with the Primitive Equations: Part I. The Basic Experiment. *Monthly Weather Review*. 91(2). P. 99–164.
11. Tolstykh M. A., Buldovsky G.S. (2003) Uovershenstvovanny variant global'noy polulagranzhevoy modeli prognoza poley meteoelementov v versii s postoyannym razresheniyem zablago vremennost'yu do 10 sutok i rezul'taty ego operativnykh ispytaniy [An improved version of the global semi-Lagrangian model for forecasting meteorological fields in a version with a constant resolution up to 10 days in advance and results of its operational tests]. *Fundamental'nyye i prikladnyye gidrometeorologicheskiye issledovaniya – Fundamental and Applied Hydrometeorological Studies*. P. 24–47.
12. Carpenter K. (1982) Note on the Paper "Radiation Condition for the Lateral Boundaries of Limited-Area Numerical Models" by Miller M. and Thorpe A. (V. 107. pp. 615–628). *Journal of Royal Meteorology Society*. 108. P. 717–719.
13. Monin, A.S., Obukhov, A.M. (1954) Osnovnyye zakonomernosti turbulentnogo peremeshivaniya v prizemnom sloe atmosfery [Basic laws of turbulent mixing in the surface layer of the atmosphere]. *Trudy Akademii Nauk SSSR Geofizika*. 24. pp. 163–187.
14. Dyer A.J., Hicks B.B. (1970) Flux-Gradient Relationships in the Constant Flux Layer. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 96. pp. 715–721.
15. Noilhan J., Mahfouf J.-F. (1996) The ISBA land surface parameterization scheme. *Global and Planetary Change*. 13. pp. 145–159.
16. Hurley P. (2002) The Air Pollution Model (TAPM) Version 2. *CSIRO Atmospheric Research*. 55. pp. 49. DOI: 10.4225/08/5863fe87915fd.
17. Mahrer Y., Pielke R.A. (1977) A numerical study of the airflow over irregular terrain. *Beiträge zur Physik der Atmosphäre* 50. pp. 98–113.
18. Dilley A.C., O'Brien D.M. (1998) Estimating downward clear-sky long-wave irradiance at the surface from screen temperature and precipitable water. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 124. pp. 1391–1401.
19. Stephens G. (1978) Radiation Profiles in Extended Water Clouds. Part II: Parameterization Schemes. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 35. pp. 2123–2132.

20. Patankar, S. (1980) *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC Press. Taylor & Frances Group.
21. Van Leer B. (1974) Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second order scheme. *Journal of Computational Physics*. 14. pp. 361–370.
22. Semyonova A.A., Starchenko A.V. (2017) Raznostnaya skhema dlya nestatsionarnogo uravneniya perenosa, postroyennaya s ispol'zovaniyem lokal'nykh vesovykh interpolatsionnykh kubicheskikh splaynov [The finite-difference scheme for the unsteady convection-diffusion equation based on weighted local cubic spline interpolation]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 49. pp. 61–74. doi: 10.17223/19988621/49/6.
23. Starchenko A., Danilkin E., Semenova A., Bart A. (2016) Parallel Algorithms for a 3D Photochemical Model of Pollutant Transport in the Atmosphere. *Communications in Computer and Information Science*. 687. pp. 158–171. DOI: 10.1007/978-3-319-55669-7
24. Starchenko A.V., Berzun V.N. (2013) *Metody parallel'nykh vychisleniy [Parallel Computing Methods]*. Tomsk: Tomsk State University.
25. Starchenko A.V., Bart A.A., Kizhner L.I., Odintsov S.L., Semyonov E.V. (2019) Numerical Simulation of Local Atmospheric Processes above a City. *Proceedings of SPIE*. 11208. pp. 1–9. DOI: 10.1117/12.2541630.

Received: March 10, 2020