УДК 533.6.011.72; 519.63
DOI 10.17223/19988621/66/10

Д.В. Садин, Б.В. Беляев, В.А. Давидчук

ВЛИЯНИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ФОКУСИРОВКУ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ОБЛАКЕ ГАЗОВЗВЕСИ

Исследуется взаимодействие плоского скачка уплотнения в воздухе с цилиндрической областью газовзвеси и влияние релаксационных процессов для различных размеров частиц на преломление и фокусировку ударной волны. Проведено численное моделирование в рамках неравновесного эйлерового подхода при описании газовой и дисперсной фаз. Для численного решения используется высокоустойчивая схема второго порядка по пространству и времени. Установлено, что увеличение размеров частиц приводит к уменьшению интенсивности фокусировки и перестройке ударно-волновой конфигурации с внутреннего на внешний режим.

Ключевые слова: ударная волна, фокусировка, релаксационные процессы, газовзвесь.

Движение ударных волн и их взаимодействие с неоднородностями (областями, отличными по плотности и/или температуре от окружающей среды) встречается при решении прикладных задач в технологических процессах импульсного нанесения порошковых покрытий, анализа взаимодействия ударных волн с заградительными дисперсными образованиями, прогнозирования последствий аварий при взрывах на угольных шахтах, изготовления ракетных двигателей на твердом топливе и др. Возникающее при этом течение сопровождается структурно-сложными ударно-волновыми конфигурациями с рефракцией скачка уплотнения на границе раздела сред, фокусировкой ударных волн и развитием неустойчивости на контактной поверхности.

Взаимодействию ударной волны в газах с различными показателями адиабаты, молекулярного веса и температуры посвящены теоретические [1–3] и экспериментальные [4–6] работы. Преломление скачка уплотнения на границах раздела различных конфигураций с учетом релаксационных процессов в газах изучен в [7]. Пространственные эффекты при взаимодействии ударной волны с продольным каналом газа пониженной плотности рассмотрены в [8].

С одной стороны, преломление скачка уплотнения на границе раздела неоднородных по плотности газовзвесей качественно согласуется с аналогичными явлениями в газах повышенной плотности. С другой стороны, наличие частиц в газе может приводит к «аномальным» эффектам, например формированию ударно-волновой структуры на дозвуковом (по несущему газу) режиму течения [9–11]. В работах [12, 13] изучено ускорение облака частиц из плексигласа и бронзы в спутном потоке за ударной волной и показано существенное влияние объемной концентрации частиц. Авторами [14, 15] рассмотрено влияние начальной геометрии и угла поворота облака на дисперсию частиц. В [16] численно в рамках односкоростной и одно-температурной постановки задачи исследовано распространение плоской сильной ударной волны по воздуху, содержащему цилиндрическое облако кварцевой пыли малой концентрации.

Настоящая работа является продолжением исследований структурно-сложных релаксирующих течений газовзвесей и посвящена изучению возможностей численного моделирования влияния релаксационных процессов при изменении размеров дисперсных частиц на фокусировку ударной волны в облаке газовзвеси.

Постановка задачи

Для математического описания ударно-волновых процессов в неравновесных по скоростям и температурам смесях двухкомпонентного газа и твердых монодисперсных частиц выпишем законы сохранения в следующем виде [17, 18]:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \nabla_d \mathbf{G} + \mathbf{B}(\nabla_d \mathbf{F}) = \mathbf{H}(\mathbf{q}), \quad (1)$$

$$\mathbf{q} = [\rho_{11}, \rho_{12}, \rho_2, \rho_1 \mathbf{v}_1, \rho_2 \mathbf{v}_2, \rho_2 e_2, \rho_1 E_1 + \rho_2 K_2]^T,$$

$$\mathbf{G} = [\rho_{11} \mathbf{v}_1, \rho_{12} \mathbf{v}_1, \rho_2 \mathbf{v}_2, \rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1, \rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2, \rho_2 e_2 \mathbf{v}_2, \rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 K_2 \mathbf{v}_2]^T,$$

$$\mathbf{F} = [0, 0, 0, p, p, 0, p(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2)]^T, \quad \mathbf{H} = [0, 0, 0, -\mathbf{F}_\mu, \mathbf{F}_\mu, Q_T, -Q_T]^T,$$

$$\nabla_d = \text{diag}(\nabla; \nabla; \nabla; \nabla, \nabla, \nabla, \nabla \cdot), \quad \mathbf{B} = \text{diag}[1, 1, 1, \alpha_1, \alpha_2, 1, 1],$$

$$\rho_1 = \rho_{11} + \rho_{12}, \quad \rho_i = \rho_i^\circ \alpha_i \quad (i=1, 2), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad E_1 = e_1 + v_1^2/2, \quad K_2 = v_2^2/2.$$

Здесь и далее индексы 1 и 2 внизу относятся соответственно к параметрам несущей и дисперсной фаз, а вторые индексы – к компонентам газа; ∇ – оператор Гамильтона. Через $\alpha_i, \rho_i^\circ, \rho_i, \mathbf{v}_i, E_i, e_i, p$ обозначены объемная доля, истинная и приведенная плотности, вектор скорости, полная и внутренняя энергии единицы массы i -й фазы, давление газа; $\mathbf{F}_\mu, Q_T$ – соответственно вязкая составляющая силы межфазного взаимодействия и мощность теплообмена между газом и частицами в единице объема; t – время.

Для замыкания системы (1) используем уравнения состояния идеального совершенного газа, аддитивности и термической равновесности его компонентов, а также несжимаемых твердых частиц:

$$p = (\gamma_1(\phi) - 1) \rho_1^\circ e_1, \quad \gamma_1(\phi) = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_{p1}\phi + c_{p2}(1-\phi)}{c_{v1}\phi + c_{v2}(1-\phi)},$$

$$e_1 = c_v T_1, \quad e_2 = c_2 T_2, \quad \{c_2, \rho_2^\circ\} \equiv \text{const},$$

где $c_{v1}, c_{p1}, c_{v2}, c_{p2} \equiv \text{const}$ – удельные теплоемкости при постоянном объеме и давлении для соответствующих газов; c_2 – теплоемкость частиц; T_i – температура i -й фазы; γ_1 – показатель адиабаты смеси газов; $\phi = \rho_{11}/\rho_1$ – массовая доля первого компонента.

Метод решения

Метод решения основан на расщеплении уравнений (1) по физическим процессам [18]:

$$\frac{\mathbf{q}^{(0)} - \mathbf{q}^k}{\tau} + \mathbf{B}[\nabla_d \mathbf{F}]_0^k = \mathbf{H}(\mathbf{q}^{(0)}), \quad \frac{\mathbf{q}^{(1)} - \mathbf{q}^{(0)}}{\tau} + [\nabla_d \mathbf{G}]_w^{(0)} = 0, \quad (2)$$

где τ – шаг по времени; k – индекс временного слоя; (0), (1) – этапы расщепле-

ния; $[\cdot]_0^k$ – оператор центральной разности; $[\cdot]_w^{(0)}$ – TVD-реконструкция потоков путем взвешенной линейной комбинации противопоточной и центральной аппроксимаций конвективных членов с ограничителями потоков [19].

На предварительном этапе используется адаптивная искусственная вязкость TVD-типа [20] как скалярная добавка к давлению газа [19]. Обозначив в (2) пространственный разностный оператор $L(\mathbf{q})$, используем двухшаговый TVD-метод Рунге-Кутты:

$$\mathbf{q}^{(1)} = \mathbf{q}^k + \tau L(\mathbf{q}^k), \quad \mathbf{q}^{k+1} = 0.5(\mathbf{q}^k + \mathbf{q}^{(1)}) + 0.5\tau L(\mathbf{q}^{(1)}). \quad (3)$$

Разностная схема (3) с настраиваемыми диссипативными свойствами – CDP2 (Customizable Dissipative Properties) – имеет второй порядок точности по пространству и времени на гладких решениях [21]. Схема CDP2 является К-устойчивой [22], т.е. условия устойчивости не зависят от интенсивности межфазных взаимодействий и размеров сетки. Число Куранта для всех задач в настоящей работе принято $CFL = 0.4$.

Валидация метода

Характерными чертами рассматриваемого явления являются различия плотности и скорости распространения звука в окружающей среде и в неоднородности, приводящие к преломлению скачка уплотнения, перестройке течения и фокусировки ударной волны. Для подтверждения вычислительных свойств схемы CDP2 рассмотрим широко применяемый тестовый пример взаимодействия ударной волны в воздухе с пузырем газа R22 [4].

Плоская ударная волна с числом Маха 1.22 распространяется в канале с поперечным размером 8.9 см, заполненный воздухом с показателем адиабаты $\gamma_1 = 1.4$ плотностью $\rho_{10} = 1.225 \text{ кг/м}^3$. Через некоторое время ударная волна встречает цилиндрический пузырь диаметром 5 см газа R22 (показатель адиабаты $\gamma_2 = 1.249$, газовая постоянная $R_2 = 91 \text{ Дж/(кг·К)}$, плотностью $\rho_{20} = 3.863 \text{ кг/м}^3$). Давление в обоих газах одинаковое – $p_{10} = p_{20} = 101325 \text{ Па}$. Задача решалась на равномерной сетке до оси симметрии с шагом 600 ячеек на радиус пузыря. Краевые условия: отражения – на оси симметрии и стенках; на входе – параметры за падающей ударной волной; выходные условия – экстраполяция параметров.

Шлирен-изображения градиента плотности газа в последовательные моменты времени представлены на рис. 1. Момент времени отсчитывается от прихода падающей ударной волны на левый край пузыря. Численные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [4]. На приведенных расчетных изображениях воспроизводятся тонкие детали ударно-волновой картины прохождения скачка уплотнения, его отражения от границы раздела сред, преломления, дифракции и фокусировки поперечных волн. Малая численная диссипация схемы позволяет выявить развитие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца вдоль контактной границы. Сравнение с расчетами других авторов [23, 24] подтверждает работоспособность (малую численную вязкость, монотонность и точность) схемы CDP2 для данного класса задач.

Рассмотрим также тестовую одномерную задачу фокусировки ударной волны в слое мелкодисперсной смеси: преломление ударной волны на границе раздела сред и отражения прошедшей в газозвесь волны от стенки. В начальный момент

Рис. 1. Шлирен-изображения градиента плотности газа в последовательные моменты времени: *a* – 111.2; *b* – 202.2; *c* – 249.2; *d* – 307.2; *e* – 401.2; *f* – 472.2 μs

Fig. 1. Schlieren-images of the gas density gradient at successive time instants:

(*a*) 111.2, (*b*) 202.2, (*c*) 249.2, (*d*) 307.2, (*e*) 401.2, and (*f*) 472.2 μs

времени ударная волна с числом Маха 3 движется слева направо по воздуху с давлением $p_0 = 101325$ Па и температурой $T_0 = 293$ К. На расстоянии 0.4 м расположен неподвижный слой смеси воздуха при указанных параметрах со взвешенными сферическими частицами диаметром $d = 0.1$ мкм, плотностью $\rho_2^\circ = 2650$ кг/м³ и объемной долей $\alpha_2 = 0.0015$. Начало координат $x = 0$ совпадает с левой границей слоя, а справа в точке $x = 1$ м находится стенка. Задача для ограниченного интервала времени $t > 0$ имеет точное предельное равновесное автомодельное решение [18], к которому сходится решение (1) при уменьшении диаметра частиц $d \rightarrow 0$.

На рис. 2 для трех характерных моментов времени приведены распределения плотности смеси, давления и скорости, отнесенные к соответствующим начальным величинам за ударной волной (ρ_1, p_1) и скорости звука в газе (a_0) перед ней. Здесь пунктирные кривые – численные решения на сетке с шагом $h = 1$ мм, а сплошные – точные автомодельные решения (рис. 2, *a–f*). После взаимодействия падающей ударной волны с левой границей газовой смеси с реализуется распад разрыва с прошедшим в слой s_1 и отраженным s_2 скачками уплотнения (рис. 2, *a–c*). Точные значения давления и плотности в сжатом слое газовой смеси составляют $p^{(1)} / p_1 = 1.70269$ и $\rho^{(1)} / \rho_1 = 10.8511$. После прохождения слоя смеси газа с частицами происходит отражение ударной волны от стенки s_3 и ее движение в обратном направлении навстречу границе разрыва сред c (рис. 2, *d–f*). При этом существенно повышается давление $p^{(3)} / p_1 = 18.2186$ и плотность смеси $\rho^{(3)} / \rho_1 = 72.2291$. Автомодельные значения скоростей D_1, D_2, D_3 и D_c распространения разрывов s_1, s_2, s_3 и c , рассчитанные по соотношениям из [18], приведены в табл. 1.

Рис. 2. Распределения относительных значений плотности смеси, давления и скорости в последовательные моменты времени: (a–c) – 1; (d–f) – 2.18; (g–i) – 2.5 мкс. Пунктирные кривые – расчет, а сплошные – точные автомодельные решения (a–f), расчет на измельченной сетке (g–i)

Fig 2. Distributions of relative values of the mixture density, pressure, and velocity at successive time instants: (a–c) 1, (d–f) 2.18, and (g–i) 2.5 μ s. The dashed lines are the calculated results; the solid lines are the exact self-similar solutions (a–f), calculations on a refined grid (g–i)

Таблица 1

Автомодельные значения скоростей распространения разрывов, м/с

D_1	D_2	D_3	D_c
601.559	51.5927	– 95.4303	539.793

При взаимодействии отраженной от стенки ударной волны с контактной границей c возникает очередной распад разрыва со скачком уплотнения s_4 и волной разрежения r . На рис. 2, g–i показаны профили параметров течения в поздний момент времени после ряда отражений волны разрежения от стенки и контактного

разрыва. Ввиду отсутствия автомодельного решения для этого момента времени для сравнения выбран расчет на измельченной сетке $h = 0.5$ мм (рис. 2, $g-i$: сплошные кривые).

Численные результаты хорошо согласуются с точными решениями. Схема CDP2 демонстрирует возможности при разрешении деталей преломления ударной волны, ее фокусировки с возникновением пиковых профилей распределения параметров.

Результаты расчета

Исследуется двумерная задача распространения плоской ударной волны с числом Маха 3 в воздухе и ее взаимодействия с цилиндрической областью газозвеси радиусом $r = 1$ м [16]. Начальные условия соответствуют приведенной выше одномерной тестовой задаче. Исходное положение ударной волны, отсчитываемое от левой границы облака газозвеси, $x_0 = -1$ м. Расчеты выполнены на равномерной сетке с шагом $h = 1/600$ м. Граничные условия заданы на оси симметрии – отражения; слева (входные) – параметры за падающей ударной волной; выходные условия – экстраполяция параметров.

На рис. 3 приведены ширен-изображения градиента плотности смеси в характерные моменты времени для различных размеров частиц от 0.1, 10, 50, 100 мкм. Пунктирной линией показано начальное положение границы газозвеси. При взаимодействии исходного скачка уплотнения s_0 с границей облака газозвеси c_0 возникает распад разрыва с прошедшей s_1 , отраженной s_2 ударными волнами и комбинированным разрывом (скачком пористости) c_1 между ними. Течение для достаточно мелких частиц $d = 0.1$ мкм является практически равновесным по скоростям и температурам фаз (рис. 3, a и b). Скорость звука и ударной волны s_1 в смеси меньше, чем в окружающем воздухе s_0 . Это приводит к формированию известной ударно-волновой структуры (двойное преломление фон Неймана) с тройной точкой tr и системой сопряженных волн $s_0-s_1-s_3-s_4$. Фронт огибающей волны s_0 обгоняет скачок уплотнения внутри облака s_1 . Поперечные волны и тройная точка движутся к оси симметрии и в некоторый момент времени происходит отражение от оси – фокусировка. При этом может значительно повышаться давление газа и плотность смеси. Вследствие несовпадения градиентов давления и плотности развивается неустойчивость Рихтмайера – Мешкова и вихреобразование v (рис. 3, a и b), которое в свою очередь приводит к энтропийным (малым) возмущениям в окружающем газе.

С увеличением размеров частиц зоны релаксации за проходящей в облаке газозвеси ударной волной и вторичными волнами становятся конечными. При этом для достаточно малых частиц $d \leq 10$ мкм ударная волна вырождается в волну сжатия с фронтом малой интенсивности, а тройная точка tr размывается до некоторой области сопряжения волн сжатия (рис. 3, c и d). При возрастании диаметра частиц скорость и интенсивность скачка s_1 уменьшается, но остается конечной (рис. 3, e и f). При $d < 50$ мкм фронт прошедшей s_1 ударной волны отстает от поперечного ударного разрыва s_3 и точки сопряжения i , поэтому фокусировка реализуется внутри облака газозвеси в окрестности ее границы (рис. 3, $a-f$). Напротив, для крупных частиц $d = 100$ мкм скачок s_3 приходит на границу облака на оси симметрии раньше, чем огибающая s_0 , поперечная s_3 волна и точка их сопряжения i (рис. 3, g и h). При этом режим фокусировки меняется с внутреннего на внешний.

Рис. 3. Шлирен-изображения градиента плотности смеси в характерные моменты времени: левая колонка – 3.8; справа – 4.1 мс. Размеры частиц: *a, b* – 0.1; *c, d* – 10; *e, f* – 50; *g, h* – 100 мкм. Пунктирной линией показано начальное положение границы газозвеси

Fig 3. Schlieren-images of the mixture density gradient at characteristic time instants: left column corresponds to 3.8 μs ; right column, 4.1 μs . Size of particles: (*a*), (*b*) 0.1, (*c*), (*d*) 10, (*e*), (*f*) 50, and (*g*), (*h*) 100 μm . A dashed line indicates an initial position of the gas suspension boundary

Для подтверждения качественных закономерностей фокусировки ударной волны в облаке газозвеси проведены расчеты продольной относительной координаты x_f и безразмерные давления p_{f1} и p_{fr} фокусировки, отнесенные соответственно к давлению за исходным скачком уплотнения p_1 и давлению при прямом отражении ударной волны от стенки p_r (тестовая одномерная задача фокусировки, приведенная выше). Параметры фокусировки ударной волны рассчитаны

вались следующим образом. На каждом временном шаге определялось наибольшее давление газа и его координата на оси симметрии. Затем из полученных дискретных значений рассчитывалось максимальное значение давления и соответствующая ему координата фокусировки:

$$1) p_{\max} = \max_{\forall x} p, x_{\max} = \arg \max_{\forall x} (p);$$

$$2) p_f = \max_{\forall t} p_{\max}, t_{\max} = \arg \max_{\forall t} (p_{\max}), x_f = (x_{\max}(t_{\max}) - x_c) / r.$$

Здесь x_c – координата центра цилиндрического облака газозвеси.

С увеличением размеров частиц точка фокусировки смещается к правой границе облака газозвеси, а при $d = 100$ мкм находится за его пределами (внешний режим фокусировки). При этом давление фокусировки уменьшается. Максимальное его значение превышает более чем в 8 раз давление за фронтом падающей ударной волны в окружающем воздухе и составляет менее 50 % от давления прямого отражения скачка уплотнения в газозвеси от стенки.

Результаты расчетов сведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Безразмерные параметры фокусировки ударной волны

	$d = 0.1$ мкм	$d = 10$ мкм	$d = 50$ мкм	$d = 100$ мкм
x_f	0.913	0.955	0.960	1.33
p_f	8.51	7.00	2.63	2.53
p_{fr}	0.467	0.385	0.144	0.139

Выводы

В результате численного моделирования изучены особенности взаимодействия плоской ударной волны с цилиндрическим облаком газозвеси с учетом релаксационных процессов. Установлено, что размеры дисперсных частиц оказывают существенное влияние на преломление скачка уплотнения, фокусировку поперечных ударных волн и развитие неустойчивости на границе раздела сред. Увеличение диаметров частиц при одинаковой их начальной концентрации приводит к качественным и количественным изменениям: уменьшению интенсивности фокусировки и перестройки ударно-волновой конфигурации с внутреннего на внешний режим фокусировки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Abd-El-Fattah A.M., Henderson L.F.* Shock waves at a fast-slow gas interface // *Journal of Fluid Mechanics*. 1978. V. 86. No. 1. P. 15–32. DOI: 10.1017/S0022112078000981.
2. *Abd-El-Fattah A.M., Henderson L.F.* Shock waves at a slow-fast gas interface // *Journal of Fluid Mechanics*. 1978. V. 89. No. 1. P. 79–95. DOI: 10.1017/S0022112078002475.
3. *Niederhaus J.H.J., Greenough J.A., Oakley J.G., Ranjan D., Anderson M.H., Bonazza R.A.* Computational parameter study for the three-dimensional shock–bubble interaction // *J. Fluid Mechanics*. 2008. V. 594. P. 85–124. DOI: 10.1017/S0022112007008749.
4. *Haas J.F., Sturtevant B.* Interaction of weak shock waves with cylindrical and spherical inhomogeneities // *Journal of Fluid Mechanics*. 1987. V. 181. P. 41–76. DOI: 10.1017/S0022112087002003
5. *Wang M., Si T. & Luo X.* Generation of polygonal gas interfaces by soap film for Richtmyer–Meshkov instability study // *Experiments in Fluids*. 2013. V. 54. P. 1–9. DOI: 10.1007/s00348-012-1427-9.

6. Wang M., Si T. & Luo X. Experimental study on the interaction of planar shock wave with polygonal helium cylinders // *Shock Waves*. 2015. V. 25. No. 4. P. 347–355. DOI: 10.1007/s00193-014-0528-1
7. Войнович П.А., Жмакин А.И., Фурсенко А.А. Моделирование взаимодействия ударных волн в газах с пространственными неоднородностями параметров // *ЖТФ*. 1988. Т. 58. № 7. С. 1259–1267.
8. Георгиевский П.Ю., Левин В.А., Сутырин О.Г. Пространственные эффекты при взаимодействии ударной волны с продольным каналом газа пониженной плотности // *Письма в ЖТФ*. 2018. Т. 44. № 20. С. 5–13. DOI: 10.21883/PJTF.2018.20.46887.17402.
9. Садин Д.В. Поведение нестационарной струи при истечении смеси газа высокого давления и дисперсной среды из цилиндрического канала в атмосферу // *ПМТФ*. 1999. Т. 40. № 1. С. 151–157.
10. Садин Д.В., Гузенков В.О., Любарский С.Д. Численное исследование структуры нестационарной двухфазной тонкодисперсной струи // *ПМТФ*. 2005. Т. 46. № 2. С. 91–97. DOI: 10.1007/PL00021900.
11. Садин Д.В., Любарский С.Д., Гравченко Ю.А. Особенности недорасширенной импульсной импактной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц // *ЖТФ*. 2017. Т. 87. № 1. С. 22–26. DOI: 10.21883/JTF.2017.01.1809.
12. Киселев В.П., Киселев С.П., Фомин В.М. О взаимодействии ударной волны с облаком частиц конечных размеров // *ПМТФ*. 1994. № 2. С. 26–37.
13. Kiselev V.P., Kiselev S.P., Vorozhtsov E.V. Interaction of a shock wave with a particle cloud of finite size // *Shock Waves*. 2006. V. 16. No. 1. P. 53–64. DOI: 10.1007/s00193-006-0043-0.
14. Jacobs G.B., Don W.S., Dittmann T. High-order resolution Eulerian–Lagrangian simulations of particle dispersion in the accelerated flow behind a moving shock // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2012. V. 2. No. 1–4. P. 37–50. DOI: 10.1007/s00162-010-0214-6.
15. Дэвис С.Л., Диттман Т.Б., Якобс Дж.Б., Дон В.С. Дисперсия облака частиц в ударной волне. Влияние формы, угла поворота и геометрических параметров облака на динамику потока и дисперсию // *ПМТФ*. 2013. Т. 54. № 6. С. 45–59.
16. Георгиевский П.Ю., Левин В.А., Сутырин О.Г. Фокусировка ударной волны при взаимодействии ударной волны с цилиндрическим облаком пыли // *Письма в ЖТФ*. 2016. Т. 42, №18. С. 17–24.
17. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. М.: Наука, 1987.
18. Садин Д.В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // *ЖВМиМФ*. 2016. Т. 56. № 12. С. 2098–2109. DOI: 10.1134/S0965542516120137.
19. Садин Д.В. Применение схемы с настраиваемыми диссипативными свойствами к расчету течений газа с развитием неустойчивости на контактной границе // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. 2018. Т. 18. № 1. С. 153–157. DOI: 10.17586/2226-1494-2018-18-6-1060-1065.
20. Christensen R.B. Godunov Methods on a Staggered Mesh – An Improved Artificial Viscosity. Preprint. UCRL-JC-105269. Livermore, California: Lawrence Livermore National Laboratory, 1990. 11 p.
21. Садин Д.В. Модификация метода крупных частиц до схемы второго порядка точности по пространству и времени для ударно-волновых течений газозвеси // *Вестник ЮУрГУ ММП*. 2019. Т. 12. № 2. С. 112–122. DOI: 10.14529/mmp190209.
22. Садин Д.В. Проблема жесткости при моделировании волновых течений гетерогенных сред с трехтемпературной схемой межфазного тепло- и массообмена // *ПМТФ*. 2002. Т. 43. № 2. С. 136–141. DOI: 10.1023/A:1014714012032.
23. Niederhaus J. A Computation parameter study for three-dimensional shock-bubble interactions. Ph. D. thesis. Madison, 2007. 283 p.
24. Wang B., Xiang G., Hu X. An incremental-stencil WENO reconstruction for simulation of compressible two-phase flows // *Int. J. Multiphase Flow*. 2018. 104. P. 20–31. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.03.013.

Статья поступила 22.09.2019 г.

Sadin D.V., Belyaev B.V., Davidchuk V.A. (2020) EFFECT OF RELAXATION PROCESSES ON THE SHOCK WAVE FOCUSING IN A GAS SUSPENSION CLOUD. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 66. pp. 121–131

DOI 10.17223/19988621/66/10

Keywords: shock wave, focusing, relaxation processes, gas suspension.

In this paper, the interaction of a plane shock wave in air with a cylindrical region of a gas suspension and the effect of relaxation processes for various particle sizes on the refraction and focusing of the shock wave are studied. In the course of numerical modeling, the Euler approach is used to describe non-equilibrium motion of the gas and dispersed phases. A second order accuracy method in space and time is used. Verification of the method through test problems by comparing with exact solutions and calculations of other authors confirms a capability of detecting shock wave refraction effects and wave focusing with the appearance of peak profiles in a distribution of parameters. With an increase in particle sizes, the relaxation zones behind the shock wave and secondary waves, which propagate through a gas suspension cloud, have a significant impact on the shock wave refraction, focusing of transverse shock waves, and interface instability evolution. A focus point is shifted towards suspension cloud boundaries, while for sufficiently large particles, it moves beyond the boundaries (external focus mode). Thus, the reflection pressure of transverse waves and intensity of the instability at the interface reduce.

Dmitriy V. SADIN (Doctor of Technical Sciences, Mozhaysky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation). E-mail: sadin@yandex.ru

Boris V. BELYAEV (Candidate of Technical Sciences, Mozhaysky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation). E-mail: belyaev.boris.spb@gmail.com

Viktor A. DAVIDCHUK (Mozhaysky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation). E-mail: david_lxii@mail.ru

REFERENCES

1. Abd-El-Fattah A.M., Henderson L.F. (1978) Shock waves at a fast-slow gas interface. *Journal of Fluid Mechanics*. 86(1). pp. 15–32. DOI: 10.1017/S0022112078000981.
2. Abd-El-Fattah A.M., Henderson L.F. (1978) Shock waves at a slow-fast gas interface. *Journal of Fluid Mechanics*. 89(1). pp. 79–95. DOI: 10.1017/S0022112078002475.
3. Niederhaus J.H.J., Greenough J.A., Oakley J.G., Ranjan D., Anderson M.H., Bonazza R.A. (2008) Computational parameter study for the three-dimensional shock–bubble interaction. *Journal of Fluid Mechanics*. 594. pp. 85–124. DOI: 10.1017/S0022112007008749.
4. Haas J.F., Sturtevant B. (1987) Interaction of weak shock waves with cylindrical and spherical inhomogeneities. *Journal of Fluid Mechanics*. 181. pp. 41–76. DOI: 10.1017/S0022112087002003.
5. Wang M., Si T., Luo X. (2013) Generation of polygonal gas interfaces by soap film for Richtmyer-Meshkov instability study. *Experiments in Fluids*. 54. pp. 1–9. DOI: 10.1007/s00348-012-1427-9.
6. Wang M., Si T., Luo X. (2015) Experimental study on the interaction of planar shock wave with polygonal helium cylinders. *Shock Waves*. 25(4). pp. 347–355. DOI: 10.1007/s00193-014-0528-1.
7. Voinovich P.A., Zhmakin A.I., Fursenko A.A. (1988) Numerical simulation of the interaction of shock waves in spatially inhomogeneous gases. *Soviet Physics: Technical Physics*. 33. pp. 748–753.
8. Georgievskiy P.Yu., Levin V.A., Sutyurin O.G. (2018) Spatial effects of interaction of a shock with a lateral low-density gas channel. *Technical Physics Letters*. 44(10). pp. 905–908. DOI: 10.1134/S1063785018100231.

9. Sadin D.V. (1999) Behavior of the unsteady jet of a mixture of a pressurized gas and dispersed particles discharged from a circular duct into the atmosphere. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 40(1). pp. 130–135.
10. Sadin D.V., Guzenkov V.O., Lyubarskii S.D. (2005) Numerical study of the structure of a finely disperse unsteady two-phase jet. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 46(2). pp. 224–229. DOI: 10.1007/PL00021900.
11. Sadin D.V., Lyubarskii S.D., Gravchenko Yu.A. (2017) Features of an underexpanded pulsed impact gas-dispersed jet with a high particle concentration. *Technical Physics*. 62(1). pp. 18–23. DOI: 10.1134/S1063784217010194.
12. Kiselev V.P., Kiselev S.P., Fomin V.M. (1994) Interaction of a shock wave with a cloud of particles of finite dimensions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 35(2). pp. 183–192.
13. Kiselev V.P., Kiselev S.P., Vorozhtsov E.V. (2006) Interaction of a shock wave with a particle cloud of finite size. *Shock Waves*. 16(1). pp. 53–64. DOI: 10.1007/s00193-006-0043-0.
14. Jacobs G.B., Don W.S., Dittmann T. (2012) High-order resolution Eulerian–Lagrangian simulations of particle dispersion in the accelerated flow behind a moving shock. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2(1–4). pp. 37–50. DOI: 10.1007/s00162-010-0214-6.
15. Davis S.L., Dittmann T.B., Jacobs G.B., Don W.S. (2013) Dispersion of a cloud of particles by a moving shock: Effects of the shape, angle of rotation, and aspect ratio. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 54(6). pp. 900–912. DOI: 10.1134/S0021894413060059.
16. Georgievskiy P.Yu., Levin V.A., Sutyurin O.G. (2016) Shock focusing upon interaction of a shock with a cylindrical dust cloud. *Technical Physics Letters*. 42(9). pp. 936–939. DOI: 10.1134/S1063785016090182.
17. Nigmatulin R.I. (1987) *Dinamika mnogofaznykh sred* [Dynamics of multiphase media]. Part 1, 2. Moscow: Nauka.
18. Sadin D.V. (2016) TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 56(12). pp. 2068–2078. DOI: 10.1134/S0965542516120137.
19. Sadin D.V. (2018) Primenenie skhemy s nastraivaemymi dissipativnymi svoystvami k raschetu techeniy gaza s razvitiem neustoychivosti na kontaktnoy granitse [Application of a scheme with customizable dissipative properties for a gas flow calculation with interface instability evolution]. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik informatsionnykh tekhnologiy, mekhaniki i optiki – Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*. 18(1). pp. 153–157. DOI: 10.17586/2226-1494-2018-18-1-153-157.
20. Christensen R.B. (1990) *Godunov Methods on a Staggered Mesh – An Improved Artificial Viscosity*. Preprint. UCRL-JC-105269. Livermore, California: Lawrence Livermore National Laboratory.
21. Sadin D.V. (2019) Modifikatsiya metoda krupnykh chastits do skhemy vtorogo poryadka tochnosti po prostranstvu i vremeni dlya udarno-volnovykh techeniy gazovzvesi [A modification of the large-particle method to the scheme having the second order of accuracy in space and time for shockwave flows in a gas suspension]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Matematicheskoe modelirovanie i programmirovaniye – Bulletin of the South Ural State University. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software*. 12(2). pp. 112–122. DOI: 10.14529/mmp190209.
22. Sadin D.V. (2002) Stiffness problem in modeling wave flows of heterogeneous media with a three-temperature scheme of interphase heat and mass transfer. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 43(2). pp. 286–290. DOI: 10.1023/A:1014714012032.
23. Niederhaus J. (2007) *A Computation parameter study for three-dimensional shock-bubble interactions*. Ph. D. thesis. Madison.
24. Wang B., Xiang G., Hu X. (2018) An incremental-stencil WENO reconstruction for simulation of compressible two-phase flows. *International Journal of Multiphase Flow*. 104. pp. 20–31. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.03.013.

Received: September 22, 2019