

\* \*  
\*

УДК 531

DOI: 10.17223/00213411/63/9/33

Т.Б. ГОЛЬДВАРГ, В.Н. ШАПОВАЛОВ

## СВОЙСТВА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Даны определения и сформулированы свойства инерционных характеристик твердого тела, описано влияние геометрической симметрии тела на его характеристики. Использован геометрический подход к изложению материала.

**Ключевые слова:** твердое тело, инерционные характеристики, симметрия.

### Введение

Во всех пособиях по теоретической механике рассматриваются инерционные свойства твердого тела (например, [1–5]), при этом отсутствуют четкие определения и доказательства их свойств.

В данной работе даны геометрические определения центра массы и моментов инерции относительно точки, оси, плоскости, а также тензора инерции и рассмотрены их свойства. Описано влияние геометрической симметрии тела на его характеристики.

### 1. Движение в $E_3$

**Определение 1.** Неособенное отображение  $D: E_3 \rightarrow E_3$  называется движением пространства, если

$$\rho(a, b) = \rho(D(a), D(b)); \quad \forall a, b \in E_3.$$

Из определения следует существование ортогонального оператора  $\hat{d}: E_3 \rightarrow E_3$ , с которым верно

$$D(a)D(b) = \hat{d}ab; \quad \forall a, b \in E_3. \quad (1)$$

Здесь и далее вектор будем обозначать  $ab$ .

### 2. Инерционные характеристики тела

Пусть  $a(i), m(i)$  – местоположение и масса  $i$ -й частицы тела,  $m$  – масса тела.

**Определение 2.** Центром массы тела называется точка  $c \in E_3$ , радиус-вектор которой относительно некоторой точки  $o \in E_3$  имеет вид

$$moc = m(i)oa(i). \quad (2)$$

Здесь и далее идет суммирование по повторяющемуся в одночлене 2 раза индексу.

**Определение 3.** Моментом инерции относительно точки  $o$  называется скаляр

$$I_o = m(i)oa(i)^2. \quad (3)$$

**Определение 4.** Моментом инерции относительно ориентированной прямой, проходящей через точку  $o$  и параллельной единичному вектору  $l$ , называется скаляр

$$I_o(l) = m(i)[oa(i), l]^2. \quad (4)$$

**Определение 5.** Моментом инерции относительно ориентированной плоскости с нормалью  $l$ , проходящей через точку  $o$ , называется скаляр

$$\Pi_o(l) = m(i)(oa(i), l)^2. \quad (5)$$

**Определение 6.** Тензором инерции относительно точки  $o$  называется величина

$$\hat{I}_o = m(i)(oa(i)^2 \hat{E} - oa(i) \circ oa(i)), \quad (6)$$

где  $\hat{E}$  – единичный тензор; кронекерово произведение векторов [6] задано так:

$$(a \circ b)x = a(b, x); \quad \forall a, b, x \in E_3.$$

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала  
**«Известия высших учебных заведений. Физика»**  
осуществляется на платформе  
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU  
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>