МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 004.942
DOI: 10.17223/19988605/53/2

К.В. Кетова, И.Г. Русяк, Д.Д. Вавилова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И НЕЙРОСЕТЕВОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ И ДИНАМИКИ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Выполнено математическое моделирование величины и структуры человеческого капитала РФ. Построен прогноз его динамики до 2025 г. с использованием двумерного уравнения переноса, в котором учтены время и возраст демографических элементов, а также прогнозные объемы бюджетных и частных инвестиций в человеческий капитал, полученные по многослойной нейросетевой модели. Построенные прогнозы удовлетворяют заданной точности.
Keywords: математическое моделирование; прогнозирование; человеческий капитал; нейросетевой алгоритм.

О понятии «человеческий капитал» (ЧК) стали рассуждать достаточно давно. Еще в XVII–XVIII вв. этот вопрос поднимали такие известные ученые, как У. Петти [1] и А. Смит [2]. В дальнейшем, в XIX в., этой теме были посвящены работы Д. Рикардо [3], А. Маршалла [4] и И. Фишера [5]. Современная теория ЧК получила развитие в начале 50-х гг. XX в. Здесь можно отметить исследования Т. Шульца [6], Г. Беккера [7], Бен-Порэта [8]. Также оценка ЧК содержится в трудах А. Добрынина [9], Р. Капелюшникова [10], А. Корицкого [11].

Построение общей методики расчета ЧК затруднено наличием большой доли субъективных оценок. ЧК можно рассматривать как качество жизни [12], объем инвестиций [13], способность к инновационной деятельности [14], как стоимость произведенных товаров и услуг [15], как объем доходов человека [16]. Какой бы подход ни был выбран исследователем, в любом случае с позиции нарастающего усложнения применяемых технологий ЧК следует рассматривать в качестве одного из наиболее важных факторов, обеспечивающих рост социально-экономического развития страны.

В данной работе была поставлена задача оценить ЧК с помощью методов математического моделирования и спрогнозировать его динамику и структуру на примере статистических данных РФ. Используется экономико-математическая модель ЧК, включающая количественные и качественные характеристики. Количественной характеристикой является распределение демографических элементов по возрастам. К качественным характеристикам относятся составляющие ЧК: образование, здоровье и культура. Новизной использованного подхода является учет величины частных и бюджетных инвестиций, направленных на развитие образования, здоровья и культуры.

Решение задачи прогноза динамики ЧК получено на основе двумерного временно-возрастного уравнения. Прогнозные значения инвестиций в ЧК, входящие в уравнение, построены с помощью нейросетевого алгоритма. Примененный адаптивный алгоритм нейросетевого моделирования позволил построить прогноз ЧК РФ до 2025 г. Такой подход является новым, поскольку он учитывает влияние основных системных макроэкономических показателей на развитие ЧК и вследствие адап-

тивного выбора весовых коэффициентов позволяет достичь высокой точности его расчета. Все расчеты при решении поставленной задачи были выполнены по ежемесячным данным на интервале 2000–2018 гг.

1. Задача моделирования величины человеческого капитала

Основные принципы подхода к постановке задачи моделирования ЧК изложены в работе [17], где рассмотрены его составляющие: капиталы здоровья, образования, культуры. Носителями ЧК являются демографические элементы, следовательно, ЧК имеет две характеристики: количественную демографическую и качественную. Основным элементом количественной характеристики является численное воспроизводство населения. Под демографическим элементом будем понимать отдельного человека, который в момент времени t характеризуется возрастом τ.

Капиталовложения в здравоохранение повышают общий уровень здоровья, что способствует продлению экономически активной жизни. Инвестиции в образование повышают уровень квалификации, открывая резервы для повышения эффективности функционирования экономики. Вложения в культуру формируют нравственные ценности, повышают творческий потенциал личности.

Повышение качества ЧК в РФ является приоритетной задачей. На ее реализацию направлены национальные проекты в области образования, здравоохранения, культуры[1].

Для оценки экономической эффективности финансовых вложений в ЧК используется инструментарий математического моделирования. Анализ данного вопроса имеет существенное прикладное значение, позволяя определять экономически обоснованный объем инвестиций, направляемых на развитие ЧК как основного фактора экономического роста страны.

Оценку ЧК необходимо проводить с учетом демографической структуры. Важное значение имеет распределение демографических элементов по возрастам $\rho(t,\tau)$. Задача моделирования и прогнозирования демографической динамики подробно представлена в [17].

Удельное (на одну демографическую единицу) среднестатистическое значение ЧК определяется линейной комбинацией его составляющих здоровья (i = 1), образования (i = 2), культуры (i = 3):

$$h(t,\tau)=\alpha_1 h_1(t,\tau)+\alpha_2 h_2(t,\tau)+\alpha_3 h_3(t,\tau),\ \alpha_i\in(0,1);\ \sum_{i=1}^{3}\alpha_i=1, \tag{1}$$

α_i – весовые коэффициенты составляющих ЧК; $h_i=h_i(t,\tau)$ измеряются в денежных единицах.

Эволюция каждой из составляющих ЧК $h_i(t,\tau)$ описывается уравнением

$$\frac{\partial h_i(t,\tau)}{\partial t}+\frac{\partial h_i(t,\tau)}{\partial \tau}=-\nu_i h_i(t,\tau)+s_i(t,\tau)+p_i(t,\tau). \tag{2}$$

В формуле (2) используются следующие обозначения для каждой i-й составляющей ЧК: $s_i=s_i(t,\tau)$ – удельные расходы государства; $p_i=p_i(t,\tau)$ – удельные частные инвестиции; ν_i – коэффициент выбытия, который оценивается с использованием алгоритма идентификации [18].

Начальные условия при $t=t_0$ имеют вид:

$$h_i(t_0,\tau)=h_{i0}(\tau),\ \ (i=1,2,3), \tag{3}$$

где $h_{i0}(\tau)$ – известные функции. Алгоритм их определения подробно изложен в работе [19].

На левом конце демографической кривой граничные условия имеют вид:

$$h_i(t,0)=0,\ \ (i=1,2,3); \tag{4}$$

на правом конце при $i=1,2$, очевидно, следует записать

$$h_i(t,\infty)\approx h_i(t,\tau_m)=0, \tag{5}$$

где $\tau_m=\tau_m(t)$ –возраст дожития m% населения (в расчетах принималось m = 5).

[1] См.: http://static.government.ru/media/files/9gFM4FHj4PsB79I5v7yLVuPgu4bvR7M0.pdf

Зависимость от возраста для функций $\nu_i = \nu_i(\tau), (i = 1,2)$ примем в виде:

$$\nu_i(\tau) = \begin{cases} 0\ , \quad \tau \le \tau_{ai}, \\ b_i\{\exp[a_i(\tau - \tau_{ai})] - 1\},\ \tau_{ai} \le \tau \le \tau_m, \end{cases} \tag{6}$$

где неизвестные параметры (b_i, a_i) определятся из условий

$$b_i\{\exp[a_i(\tau_m - \tau_{ai})] - 1\} = 1, \tag{7}$$

$$\int_0^{\tau_m} [s_i(t,\tau) + p_i(t,\tau)]d\tau = \int_{\tau_{ai}}^{\tau_m} \{b_i(\exp[a_i(\tau - \tau_{ai})] - 1)\} h_i(t,\tau)d\tau\,. \tag{8}$$

Здесь τ_{ai} – верхняя граница активного периода физического состояния $(i = 1)$ или трудовой деятельности $(i = 2)$. В отличие от других составляющих, культура не подвержена износу, $\nu_3 \equiv 0$.

Решение задачи моделирования и прогнозирования демографической динамики позволяет определить функцию $a = a(t,\tau)$, которая задает долю населения возраста τ, участвующую в общественном производстве в год *t*. Суммарная величина ЧК населения определится из выражения

$$H(t) = \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^{3} \alpha_i h_i(t,\tau) a(t,\tau)\, \rho(t,\tau) d\tau\,. \tag{9}$$

2. Задача прогнозирования объемов инвестиций в человеческий капитал

Рассмотрим задающее эволюцию составляющих ЧК уравнение (2), в правой части которого присутствуют удельные расходы бюджета $s_i = s_i(t,\tau)$ и удельные частные инвестиции $p_i = p_i(t,\tau)$.

Распределение по возрастам удельных составляющих бюджетных расходов государства $s_i(t,\tau)$, направленных на приращение ЧК, определим по формулам

$$s_i(t,\tau) = \sum_{Ni} \frac{S_{Ni}(t)}{\int_{\tau_{1Ni}}^{\tau_{2Ni}} \rho(t,\tau)d\tau}\,, \qquad S_{Ni}(t) = \begin{cases} S_{Ni}(t,\tau),\ \tau \in [\tau_{1Ni}, \tau_{2Ni}], \\ 0\ ,\ \tau \notin [\tau_{1Ni}, \tau_{2Ni}]. \end{cases} \tag{10}$$

$S_{Ni}(t)$ – суммы, закладываемые в бюджете на статью расходов N_i (N_i – нумерация статей бюджета на здравоохранение $(i = 1)$, образование $(i = 2)$ и культуру $(i = 3)$). В соответствии с (10) эти суммы будем распределять на периоды жизни человека $[\tau_{1Ni}, \tau_{2Ni}]$ и на численность людей в соответствующих возрастных группах.

Распределение по возрастам удельных составляющих частных расходов $p_i(t,\tau)$, направленных на приращение ЧК, запишем по аналогии с (10):

$$p_i(t,\tau) = \sum_{i} \frac{P_i(t)}{\int_{\tau_{1i}}^{\tau_{2i}} \rho(t,\tau)d\tau}\,, \qquad P_i(t) = \begin{cases} P_i(t,\tau),\ \tau \in [\tau_{1i}, \tau_{2i}], \\ 0\ ,\ \tau \notin [\tau_{1i}, \tau_{2i}]. \end{cases} \tag{11}$$

В табл. 1 представлены годовые бюджетные и частные инвестиции, направленные на развитие человеческого капитала РФ за период 2000–2018 гг., по данным Федерального казначейства РФ и Федеральной службы государственной статистики.

На рис. 1 представлена структура исследования, направленного на решение задачи прогнозирования величины и динамики человеческого капитала.

Для решения задачи прогнозирования объемов бюджетных и частных инвестиций в ЧК будем использовать алгоритм нейросетевого моделирования. Преимущества, связанные с использованием нейросетевых моделей и их модификаций при анализе социально-экономических процессов и явлений, представлены в работах [20, 21]. Показано, что нейросетевые модели обладают свойством учитывать влияние неявных факторов и включать в исследование неочевидные математические связи, которые сложно выявить при использовании классических эконометрических моделей.

Таблица 1

Бюджетные и частные инвестиции, направленные на развитие человеческого капитала РФ за период 2000–2018 гг., в текущих ценах

Показатели	Временной интервал, год	Год, млрд руб.									
		2000	2002	2005	2007	2010	2012	2015	2016	2017	2018
Расходы консолидированного бюджета РФ и территориальных государственных внебюджетных фондов РФ[1]											
Бюджетные инвестиции в здравоохранение и спорт		*136,5*	*204,8*	*714,3*	*1197,1*	*1361,4*	*2382,8*	*3018,2*	*2995,9*	*2702,8*	*3174,5*
Здравоохранение	$1 \le \tau \le \tau_m$	128,5	193,2	690,6	1117,7	1244,8	2226,5	2825,1	2784,1	2449,1	2891,7
Спорт и физическая культура	$3 \le \tau \le \tau_m$	8,0	11,6	23,7	79,4	116,6	156,3	193,1	211,8	253,7	282,8
Бюджетные инвестиции в образование		*176,7*	*326,3*	*628,6*	*1060,7*	*1450,9*	*2047,1*	*2472,5*	*2546,9*	*2690,1*	*3015,6*
Дошкольное образование	$3 \le \tau \le 6$	33,8	62,5	111,1	191,9	317,0	464,5	688,4	675,6	719,3	838,1
Общее образование	$7 \le \tau \le 17$	110,9	204,8	354,2	609,8	821,6	1176,0	1385,7	1460,9	1315,2	1451,3
Начальное профессиональное образование	$14 \le \tau \le 17$	4,2	7,7	34,2	49,6	58,6	53,8	–	–	219,8	237,8
Среднее профессиональное образование	$18 \le \tau \le 21$	5,3	9,9	24,6	45,1	70,0	126,4	189,0	191,2	202,6	221,6
Переподготовка и повышение квалификации	$25 \le \tau \le 59$	1,1	2,1	3,7	5,9	7,6	10,1	12,1	14,6	16,6	22,6
Высшее профессиональное образование	$18 \le \tau \le 24$	2,0	3,6	6,7	12,5	13,3	16,2	18,6	19,5	19,0	21,8
Молодежная политика и оздоровление детей	$3 \le \tau \le 5$	–	–	13,8	22,9	48,9	62,2	57,3	63,2	61,2	67,9
Прикладные научные исследования в образовании	$3 \le \tau \le 5$	–	–	0,1	0,1	0,1	0,1	0,4	0,2	0,2	0,4
Другие вопросы в области образования	$3 \le \tau \le \tau_m$	19,4	35,7	80,2	122,9	113,8	137,8	121,1	121,8	136,2	154,2
Бюджетные инвестиции в культуру		*26,5*	*48,9*	*106,2*	*181,2*	*227,8*	*295,3*	*354,2*	*383,7*	*454,2*	*489,4*
Культура	$3 \le \tau \le \tau_m$	20,7	38,2	68,3	138,4	179,0	229,4	279,3	306,9	369,9	389,6
Кинематография	$3 \le \tau \le \tau_m$	0,4	0,7	1,0	1,2	1,2	27,6	31,3	33,5	40,3	51,7
Телевидение и радиовещание	$3 \le \tau \le \tau_m$	2,4	4,4	6,6	11,7	13,6	16,5	19,4	18,9	19,7	21,3
Периодическая печать и издательства	$7 \le \tau \le \tau_m$	1,8	3,4	5,4	8,2	9,3	12,2	12,8	12,8	12,4	13,0
Прочие расходы в области культуры и СМИ	$3 \le \tau \le \tau_m$	1,3	2,3	24,9	21,7	24,7	9,6	11,4	11,6	11,9	13,8
Итого		*339,7*	*580,0*	*1449,1*	*2439,0*	*3040,1*	*4725,2*	*5844,9*	*5926,5*	*5847,1*	*6679,5*
Расходы из федерального бюджета РФ и государственных внебюджетных фондов РФ[2]											
Бюджетные инвестиции в здравоохранение и спорт	$1 \le \tau \le \tau_m$	16,9	26,0	159,6	354,5	347,4	1545,3	2227,1	2155,5	2190,3	2589,2
Бюджетные инвестиции в образование	$1 \le \tau \le \tau_m$	38,1	81,7	173,1	310,4	442,9	603,9	610,8	598,1	615,1	772,8
Бюджетные инвестиции в культуру	$1 \le \tau \le \tau_m$	10,6	21,0	47,6	71,0	125,6	167,4	172,0	163,9	185,8	183,3
Итого		*65,6*	*128,7*	*380,3*	*735,9*	*915,9*	*2316,6*	*3009,9*	*2917,5*	*2991,2*	*3545,3*
Частные инвестиции населения РФ[3]											
Частные инвестиции в здравоохранение и спорт	$1 \le \tau \le \tau_m$	39,6	83,3	221,5	362,1	561,1	733,8	942,4	1030,5	1120,0	1149,5
Частные инвестиции в образование	$1 \le \tau \le \tau_m$	23,0	33,5	62,4	102,1	226,1	274,8	258,6	233,4	226,8	248,3
Частные инвестиции в культуру и отдых	$1 \le \tau \le \tau_m$	40,6	118,9	432,5	707,3	1172,0	1504,0	1830,8	1879,3	2036,1	2378,0
Итого		*103,3*	*235,7*	*716,4*	*1171,5*	*1959,2*	*2512,5*	*3031,8*	*3143,2*	*3382,9*	*3775,7*

[1] http://www.roskazna.ru/ispolnenie-byudzhetov/konsolidirovannyj-byudzhet/
[2] http://www.roskazna.ru/ispolnenie-byudzhetov/federalnyj-byudzhet/
[3] https://www.gks.ru/compendium/document/13271

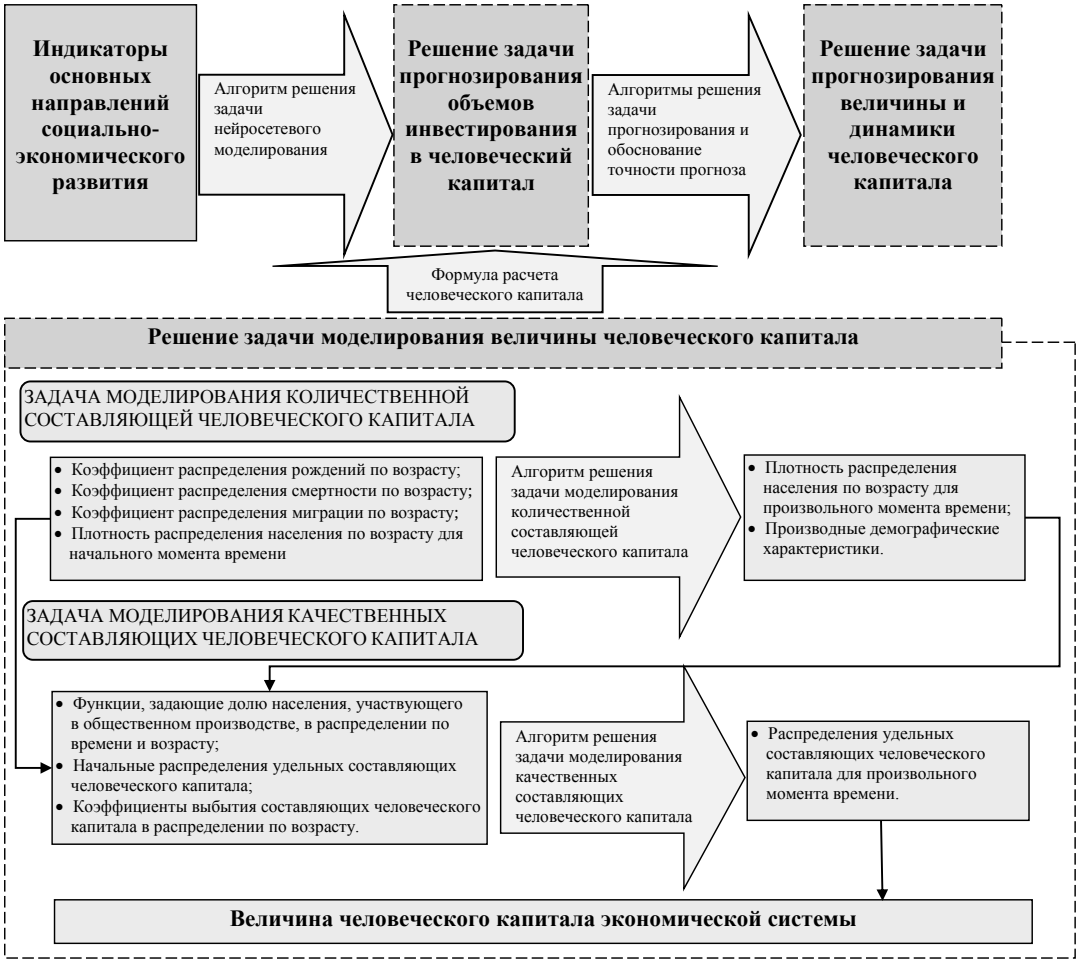

Рис. 1. Структура исследования
Fig. 1. Research structure

Как любой социально-экономический показатель, объемы инвестирования в ЧК зависят от множества факторов и окружающих условий. В работе С.А. Айвазяна [22] было исследовано восемь основных направлений, влияющих на качество социально-экономической среды (табл. 2).

Таблица 2

Динамика базовых индикаторов основных направлений социально-экономического развития РФ за 2000–2018 гг.

Направление соц.-экон. развития	Индикатор, характеризующий данное направление	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Производство товаров и услуг	Валовой внутренний продукт[1] (в текущих ценах), млрд руб.	7 305,6	8 943,6	10 830,5	13 208,2	17 027,2	21 609,8	26 917,2	33 247,5	41 276,8	38 807,2
Материальное благосостояние	Среднедушевые денежные доходы[2] (в текущих ценах), тыс. руб./мес.	2,3	3,1	4,0	5,2	6,4	8,1	10,2	12,6	14,9	17,9
Производство товаров и услуг на душу населения	Производство товаров и услуг на душу населения[5] (в текущих ценах), тыс. руб./чел.	36,0	44,5	53,5	61,2	69,5	94,9	119,3	144,3	173,1	157,4
Качество социальной сферы	Ввод жилья[3], млн кв. м.	30,3	31,7	33,8	36,4	41,0	43,6	50,6	61,2	64,1	59,9

[1] https://gks.ru/accounts
[2] https://gks.ru/folder/13397
[3] https://gks.ru/enterprise_industrial

Окончание табл. 2

Направление соц.-экон. развития	Индикатор, характеризующий данное направление	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Социальная безопасность	Количество зарег. преступлений[1], тыс. ед.	2 952	2 968	2 526	2 756	2 894	3 555	3 855	3 583	3 210	2 995
Демография	Естественный прирост населения[2], на 1 000 чел.	–6,6	–6,6	–6,5	–6,2	–5,5	–5,9	–4,8	–3,3	–2,5	–1,8
Здоровье	Смертность населения[9], на 1 000 чел.	15,3	15,6	16,2	16,4	15,9	16,1	15,1	14,6	14,5	14,1
Материальное благосостояние	Минимально необходимый месячный доход (в среднем на домохозяйство)[3], тыс. руб./мес.	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Индекс-дефлятор[5] (к предыдущему году), %		137,6	116,5	115,6	113,8	120,3	119,3	115,2	113,8	118,0	102,0

Направление соц.-экон. развития	Индикатор, характеризующий данное направление	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Производство товаров и услуг	Валовой региональный продукт (в текущих ценах), млн руб.	46 308,5	60 282,5	68 163,9	73 133,9	79 030,0	83 087,4	85 616,1	91 843,2	104 335,0
Материальное благосостояние	Среднедушевые денежные доходы (в текущих ценах), тыс. руб./мес.	18,9	20,8	23,2	25,9	27,8	30,5	30,9	31,7	33,0
Производство товаров и услуг на душу	Производство товаров и услуг на душу населения (в текущих ценах), тыс. руб./чел.	201,4	245,2	266,9	282,5	301,6	350,2	362,6	395,0	463,2
Качество социальной сферы	Ввод жилья, тыс. кв. м.	58,4	62,3	65,7	70,5	84,2	85,3	80,2	79,2	75,7
Социальная безопасность	Количество зарег. преступлений, тыс. ед.	2629	2405	2302	2206	2191	2388	2160	2058	1992
Демография	Естественный прирост населения, на 1 000 чел.	–1,7	–0,9	0,0	0,2	0,2	0,3	–0,0	-0,9	–1,6
Здоровье	Смертность населения, на 1 000 чел.	14,2	13,5	13,3	13	13,1	13	12,9	12,4	12,5
Материальное благосостояние	Минимально необходимый месячный доход (в среднем на домохозяйство), тыс. руб./мес.	*	45,0	51,1	57,7	60,6	65,1	67,5	68,0	71,4
Индекс-дефлятор (к предыдущему году),%		114,2	115,9	109,1	105,4	107,5	107,6	103,2	105,4	110,3

* – отсутствуют статистические данные.

Для каждого из восьми направлений был выбран базовый индикатор, наиболее полно характеризующий это направление. Динамика индикаторов направлений социально-экономического развития РФ за период 2000–2018 гг. по данным Федеральной службы государственной статистики и федеральных статистических наблюдений по социально-демографическим проблемам показана в табл. 2.

3. Результаты прогнозирования объемов инвестиций в человеческий капитал

Рассмотрим результаты решения задачи прогнозирования объемов бюджетных и частных инвестиций в ЧК страны. В качестве факторов, влияющих на определение объемов инвестиций в будущем, используются индикаторы, представленные в табл. 2. Модель используемой в расчетах нейрон-

[1] https://www.gks.ru/folder/210/document/13205
[2] https://gks.ru/folder/12781
[3] https://www.gks.ru/free_doc/new_site/inspection/itog_inspect1.htm

ной сети приведена на рис. 2. Сеть является полносвязной многослойной; её структура определяется количеством скрытых слоев и числом нейронов на них. Нейросетевая модель представляет собой многослойный персептрон с сигмоидальной логистической функцией активации.

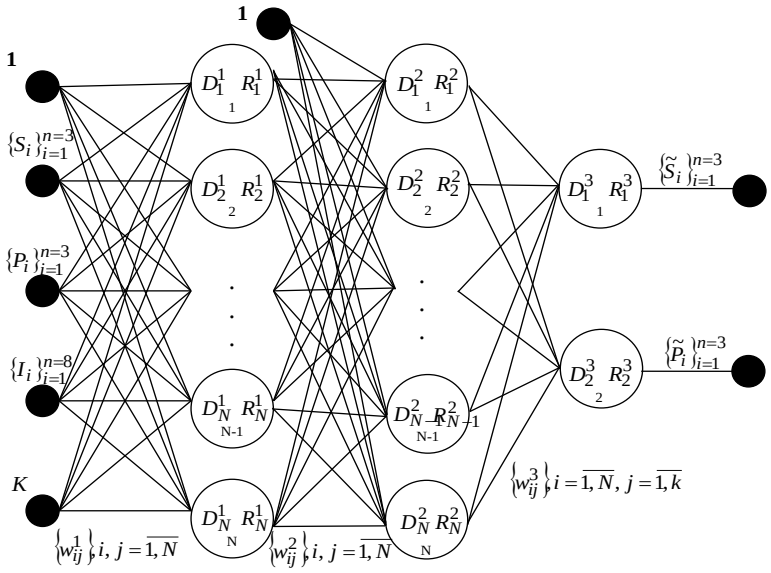

Рис. 2. Нейросетевая модель прогнозирования инвестиций в ЧК (D– входной сигнал, R– выходной сигнал)
Fig. 2. Neural network model for forecasting investments in human capital (D– input signal, R– output signal)

Входными данными в нейросетевой модели являются объемы бюджетных $\{S_i\}_{i=1}^{n=3}$ и частных инвестиций $\{P_i\}_{i=1}^{n=3}$ в ЧК, индикаторы направлений социально-экономического развития $\{I_i\}_{i=1}^{n=8}$. Для учета инфляционных процессов используется индекс-дефлятор *K*. Выходные данные нейронной сети – это прогнозные ежемесячные объемы бюджетных и частных инвестиций в ЧК: $\{\tilde{S}_i\}_{i=1}^{n=3}$ и $\{\tilde{P}_i\}_{i=1}^{n=3}$.

Для обучения нейронной сети производится нормировка входных и выходных данных в диапазоне [0; 1]. Для выбора структуры нейросетевой модели используется теорема А.Н. Колмогорова, согласно которой при *N* входах будет достаточно использовать при обучении (2*N* + 1) нейронов; максимальное количество скрытых слоев не должно превышать двух [23]. В используемой нейросетевой модели количество входных нейронов *N* = 16 (1, $\{S_i\}_{i=1}^{n=3}$, $\{P_i\}_{i=1}^{n=3}$, $\{I_i\}_{i=1}^{n=8}$, *K*), количество скрытых слоев равно двум (см. рис. 2).

На основе информации о значениях переменных в известные моменты времени сеть вырабатывает решение о наиболее вероятном значении последовательности в будущем. Для прогнозирования исходная статистическая база делится на обучающее множество $\Omega_l = \{2000, 2001, ..., 2014\}$ и тестовое множество $\Omega_t = \{2015, 2016, 2017, 2018\}$ – участок ретропрогноза. На множестве Ω_l проводится обучение сети методом обратного распространения ошибок [24]. Для адаптации весовых коэффициентов $\vec{W}$ используется погрешность обучения

$$E_q\left(\vec{W}\right) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}\left(y_{qj} - d_{qj}\right)^2,\ q = 1,...,n, \tag{12}$$

где y_{qj} – реальное значение *j*-го выхода при подаче на вход *q*-го образа, d_{qj} – модельное значение *j*-го выхода при подаче на вход *q*-го образа, *l* – выходы, *n* – количество элементов обучающей выборки.

Качество обучения нейронной сети определяется по формуле

$$\tilde{E}\left(\vec{W}\right) = \sqrt{\frac{2}{l \cdot n}\sum_{q=1}^{n} E_q\left(\vec{W}\right)} \cdot 100\%. \tag{13}$$

На рис. 3, *a–c* представлена динамика бюджетных и частных инвестиций составляющие в ЧК в текущих ценах за период 2000–2018 гг. и их прогноз, полученный с использованием обученной по ежемесячным данным нейросетевой модели, на период до 2025 г. Временной лаг задержки поступления инвестиций в составляющие ЧК на основе исследований [25] был выбран 12 месяцев. На рис. 3, *d* показана зависимость показателя качества обучения нейронной сети от числа итераций.

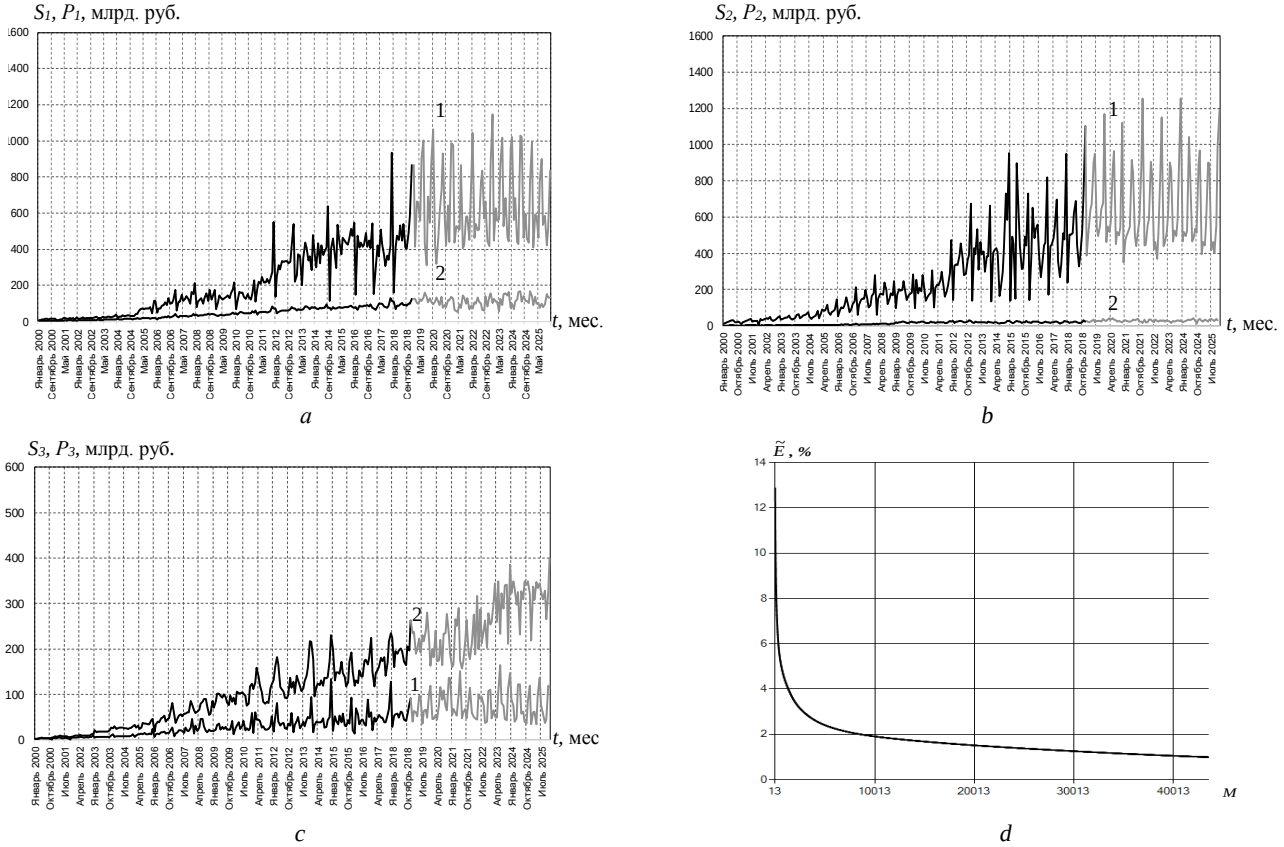

Рис. 3. Динамика бюджетных (*1*) и частных (*2*) инвестиций РФ за 2000–2018 гг. и их прогноз на 2019–2025 гг. в составляющие ЧК: *a* – здравоохранение, *b* – образование, *c* – культуру; *d* – зависимость показателя качества обучения нейронной сети от числа итераций

Fig. 3. Dynamics of budget (*1*) and private (*2*) investments of the Russian Federation for 2000–2018 and its forecast for 2019–2025 in the components of the human capital: *a* – healthcare, *b* – education, *c* – culture; *d* – the dependence of the quality indicator of learning a neural network from the number of iterations

Отклонение модельных значений инвестиций в составляющие ЧК РФ от фактических данных на тестовом множестве составило 1,6%.

4. Результаты прогнозирования величины и динамики человеческого капитала

По формуле (9) с использованием данных табл. 1 была рассчитана величина ЧК РФ в сопоставимых ценах 2018 г. за период 2000–2018 гг. Показано, что с 2000 по 2004 г. величина ЧК практически не менялась и была равна 50 трлн руб., что в удельных переменных в расчете на одного человека составило 350 тыс. руб./чел. Начиная с 2005 г. ЧК возрастал с ежегодным средним темпом 5,5% и достиг к 2018 г. величины 110 трлн руб. (752 тыс. руб./чел.). При этом за период 2000–2018 гг. ежегодные средние темпы роста инвестиций в составляющие ЧК также возрастали (здоровье – 9,2%, образование – 7,2%, культура – 9,8%). В абсолютном выражении удельные инвестиции в капитал здоровья выросли с 9,7 тыс. руб./чел. в 2000 г. до 47,2 тыс. руб./чел. в 2018 г., в капитал образования за этот же период – с 13,3 тыс. руб./чел. до 46,4 тыс. руб./чел., в капитал культуры – с 3,9 тыс. руб./чел. до 20,8 тыс. руб./чел.

В дальнейшем прогнозируется замедление темпов роста ЧК РФ до 1,0% в год, и к 2025 г. ЧК достигнет величины 123 трлн руб. (865 тыс. руб./чел.).

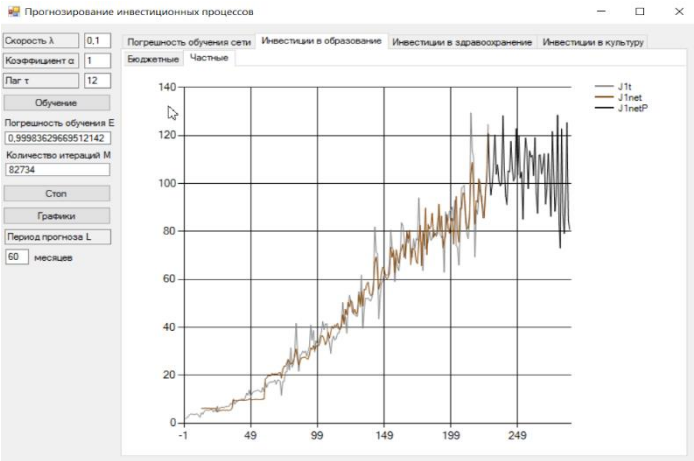

Рис. 4. Интерфейс программно-вычислительного комплекса
Fig. 4. Interface software complex

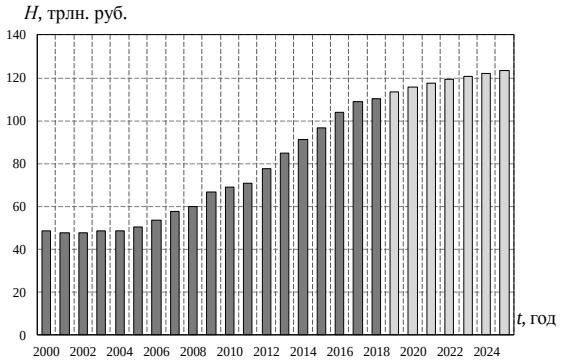

Рис. 5. Динамика ЧК РФ за 2000–2018 гг. и его прогноз на 2019–2025 гг.
Fig. 5. The dynamics of the human capital of the Russian Federation for 2000–2018 and its forecast for 2019–2025

Алгоритм нейросетевого прогнозирования социально-экономических процессов реализован авторами в программно-вычислительном комплексе (рис. 4) [26]. Результаты расчета ЧК РФ за 2000–2018 гг. и его прогноз до 2025 г. получены с использованием результатов решения задачи прогнозирования объемов инвестиций в составляющие ЧК методом нейросетевого моделирования (рис. 5).

Заключение

Предложен подход к решению задачи моделирования и прогнозирования ЧК с использованием нейросетевого алгоритма на основе статистических данных экономики РФ, который позволяет проводить анализ динамики ЧК и его составляющих: здоровья, образования и культуры, – по времени и по возрасту демографических элементов.

Расчеты показали, что для величины человеческого капитала Российской Федерации период 2000–2005 гг. являлся периодом стабилизации, далее, вплоть до 2018 г., наблюдался рост этого показателя. Наибольшие темпы роста приходятся на 2013–2017 гг. Прогнозируется замедление средних ежегодных темпов роста ЧК РФ с 4,4% в 2000–2018 гг. до 1,0% в дальнейшем до 2025 г.

Нейросетевое моделирование прогнозных значений объемов инвестиций в ЧК показало свою эффективность. Так, отклонение модельных значений инвестиций от фактических в составляющие ЧК на участке ретропрогноза составило 1,6%.

Предложенная методика расчета величины и динамики ЧК может быть использована для оценки и сравнения социально-экономического положения регионов РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Petty W. Political Arithmetick. London, 1690.
2. Smith A. An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations. Scotland, 1776.
3. Ricardo D. On the Principles of Political Economy and Taxation. England, 1817.
4. Marshall A. Principles of Economics. London, 1860.
5. Fisher I. Senses of “Capital” // The Journal of Political Economy. 1897. V. 7, No. 26. P. 199–213.
6. Schultz T.W. Economic value of education. New York : Columbia University Press, 1963. XII, 92 p.
7. Becker G.S. Human capital: a Theoretical and Empical Analisis with Special Reference to Education. New York : Columbia University Press, 1975. XVI, 187 p.
8. Ben-Porath Y. The production of Human Capital and the Life Cycle of Earning // Journal of Political Economy. 1967. No. 4 (75). P. 352–365.
9. Добрынин А.И., Дятлов С.А., Цыренова Е.Д. Человеческий капитал в транзитивной экономике: формирование, оценка, эффективность использования. СПб. : Наука, 1999. 310 с.

10. Капелюшников Р.И. Записка об отечественном человеческом капитале. М. : ГУ ВШЭ, 2008. 56 с.
11. Корицкий А.В. Введение в теорию человеческого капитала. Новосибирск : СибУПК, 2000. 112 с.
12. Айвазян С.А. Анализ синтетических категорий качества жизни населения субъектов РФ: их измерение, динамика, основные тенденции // Уровень жизни населения регионов России. 2002. № 11. С. 5–40.
13. Keskin K., Saglam C. Investment on human capital in a dynamic contest model // Studies in nonlinear dynamics and econometrics. 2019. Vol. 23, No. 1. DOI: 10.1515/snde-2017-0095
14. Макаров В.Л., Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Бахтизин А.Р., Нанавян А.М. Оценка эффективности регионов РФ с учетом интеллектуального капитала // Экономика региона. 2014. № 4. С. 9–30.
15. Fedotova M.A., Loseva O.V., Kontorovich O.I. Monetary Valuation of Intellectual Human Capital in Innovative Activity // Equilibrium-quarterly journal of economics and economic policy. 2016. Vol. 11, No. 2. P. 369–-385. DOI: 10.12775/ EQUIL.2016.017
16. Xu Y., Li A. The relationship between innovative human capital and interprovincial economic growth based on panel data model and spatial econometrics // Journal of computational and applied mathematics. 2020. V. 365. DOI :10.1016/j.cam.2019.112381
17. Кетова К.В. Математические модели экономической динамики. Ижевск : ИжГТУ, 2013. 284 с.
18. Русяк И.Г., Кетова К.В. Анализ экономических характеристик демографических потерь // Вестник Томского государственного университета. 2008. № 310. С. 153–160.
19. Кетова К.В., Русяк И.Г. Идентификация и прогнозирование обобщающих показателей развития региональной экономической системы // Прикладная эконометрика. 2009. № 3 (15). С. 56–71.
20. Cavarretta F., Naldi G. Mathematical study of a nonlinear neuron model with active dendrites // Aims Mathematics. 2019. V. 4, No. 3. P. 831–846. DOI: 10.3934/math.2019.3.831
21. Nguyen G., Dlugolinsky S., Bobk M. Machine Learning and Deep Learning frameworks and libraries for large-scale data mining: a survey // Artificial Intelligence Review. 2019. No. 52. P. 77–124. DOI: 10.1007/s10462-018-09679-z
22. Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Кудров А.В. Индикаторы основных направлений социально-экономического развития и их агрегаты в пространстве характеристик региональной дифференциации // Прикладная эконометрика. 2019. № 2 (54). С. 51–62.
23. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М. : Финансы и статистика, 2004. 343 с.
24. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети. генетические алгоритмы и нечеткие системы. М. : Горячая линия – Телеком, 2006. 383 с.
25. Кетова К.В., Касаткина Е.В., Насридинова Д.Д. Прогнозирование динамики инвестиционных процессов // Вестник Ижевского государственного технического университета. 2013. № 3 (59). С. 150–154.
26. Вавилова Д.Д. Программа нейросетевого моделирования и прогнозирования инвестиционных процессов. Св-во о регистрации программы для ЭВМ 2019667497. Заявка № 2019666706 от 16.12.2019.

Поступила в редакцию 25 марта 2020 г.

Ketova K.V., Rusyak I.G., Vavilova D.D. (2020) MATHEMATICAL MODELING AND NEURAL NETWORK PREDICTION OF THE STRUCTURE AND DYNAMICS OF HUMAN CAPITAL OF THE RUSSIAN FEDERATION. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitelnaja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 53. pp. 13–24

DOI: 10.17223/19988605/53/2

The problem of mathematical modeling and forecasting the values, structure and dynamics of human capital using the neural network algorithm is solved. The paper is used an integrated economic and mathematical model of human capital, which includes quantitative and qualitative characteristics. A quantitative characteristic is the distribution of demographic elements by ages. Qualitative characteristics include such components of human capital as educational capital, health, and cultural capital.

The forecast of the dynamics of human capital is based on the two-dimensional transport equation, which takes into account the time and age of demographic elements, as well as the forecast values of the volume of budgetary and private investments in human capital, built on a multilayer neural network model.

The calculations were made on the basis of statistical information for the Russian Federation, including data on demographics, volumes of investments in human capital of the economic system of the Russian Federation, as well as indicators of directions of socio-economic development. Volumes of investments in human capital determine budget expenditures and private expenses of citizens. To forecast the dynamics of human capital, the values of the volumes of investments in it are used, the forecast of which, in turn, is built using the neural network model.

The period 2000-2018 was chosen as the studied one. The adaptive neural network modeling algorithm used in the work made it possible to construct a forecast of human capital of the Russian Federation until 2025.

The neural network model used in this study is a multilayer fully connected perceptron with a sigmoidal logistic activation function. Neural network modeling of investment values has been shown to be effective. The constructed forecasts satisfy the given accuracy. So, the deviation of the model values of investments from the actual in the components of human capital for the period of retrospective forecast 2015-2018. amounted to 1.6%.

Calculations of the human capital of the Russian Federation in the interval 2000-2018 showed that it began to increase since 2005 with an annual average rate of 5.5%. Since that moment in time, the average annual investment rate in the components of human

capital has increased: health - 3.7%, education - 3.8%, culture - 2.6%. In the future, until 2025, a slowdown in the growth of human capital of the Russian Federation to 1.0% per year is forecasted.

The proposed methodology for calculating the magnitude and dynamics of human capital can be used to assess and compare the socio-economic situation of the Russian Federation regions.

Keywords: mathematical modeling; forecasting; human capital; neural network algorithm.

KETOVA Karolina Vyacheslavovna (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation).
E-mail: ketova_k@mail.ru

RUSYAK Ivan Grigoryevich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Russian Academy of Missile and Artillery Sciences, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation).
E-mail: primat@istu.ru

VAVILOVA Daiana Damirovna (Post-graduate Student, Assistant, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation).
E-mail: vavilova_dd@mail.ru

REFERENCES

1. Petty, W. (1690) *Political Arithmetick*. London: Printed for Robert Clavel ... and Hen. Mortlock.
2. Smith, A. (1776) *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations.* Scotland: [s.n.].
3. Ricardo, D. (1817) *On the Principles of Political Economy and Taxation*. London: John Murray, Albemarle-Street.
4. Marshall A. (1860) *Principles of Economics*. London: [s.n.].
5. Fisher, I. (1897) Senses of Capital. *The Journal of Political Economy*. 7(26). pp. 199–213.
6. Schultz, T.W. (1963) *Economic value of education*. New York: Columbia University Press.
7. Becker, G.S. (1975) *Human capital: A Theoretical and Empical Analisis with Special Reference to Education*. New York: Columbia University Press.
8. Ben-Porath, Y. (1967) The production of Human Capital and the Life Cycle of Earning. *Journal of Political Economy*. 4(75). pp. 352–365.
9. Dobrynin, A.I., Dyatlov, S.A. & Tsyrenova, E.D. (1999) *Chelovecheskiy kapital v tranzitivnoy ekonomike: formirovanie, otsenka, effektivnost' ispol'zovaniya* [Human capital in a transitive economy: formation, evaluation, use efficiency]. St. Petersbirg: Nauka.
10. Kapelyushnikov, R.I. (2008). *Zapiska ob otechestvennom chelovecheskom kapitale* [A note on domestic human capital]. Moscow: HSE.
11. Koritsky, A.V. (2000) *Vvedenie v teoriyu chelovecheskogo kapitala* [Introduction to the theory of human capital]. Novosibirsk: SibUPK.
12. Ayvazyan, S.A. (2002) Analiz sinteticheskikh kategoriy kachestva zhizni naseleniya sub"ektov RF: ikh izmerenie, dinamika, osnovnye tendentsii [Analysis of synthetic categories of quality of life of the population of the constituent entities of the Russian Federation: their measurement, dynamics, and main trends]. *Uroven' zhizni naseleniya regionov Rossii – Living Standards of the Population in the Regions of Russia*. 11. pp. 5–40.
13. Keskin K. & Saglam C. (2019) Investment on human capital in a dynamic contest model. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*. 23(1). DOI: 10.1515/snde-2017-0095
14. Makarov, V.L., Aivazyan, S.A., Afanasiev, M.Yu., Bakhtizin, A.R. & Nanavyan, A.M. (2014) The estimation of the regions' efficiency of the Russian Federation including the intellectual capital, the characteristics of readiness for innovation, level of well-being, and quality of life. *Ekonomika regiona – Economy of Region*. 4. pp. 9–30.
15. Fedotova, M.A., Loseva, O.V. & Kontorovich, O.I. (2016) Monetary Valuation of Intellectual Human Capital in Innovative Activity. *Equilibrium-Quarterly Journal of Economics and Economic Policy*. 11(2). pp. 369–385. DOI: 10.12775/EQUIL.2016.017
16. Xu, Y. & Li, A. (2020) The relationship between innovative human capital and interprovincial economic growth based on panel data model and spatial econometrics. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 365. DOI: 10.1016/j.cam.2019.112381
17. Ketova, K.V. (2013) *Matematicheskie modeli ekonomicheskoy dinamiki* [Mathematical models of economic dynamics]. Izhevsk: IzhSTU.
18. Rusyak, I.G. & Ketova, K.V. (2008) Analiz ekonomicheskikh kharakteristik demograficheskikh poter' [Analysis of the economic characteristics of demographic losses]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal*. 310. pp. 153–160.
19. Rusyak, I.G. & Ketova, K.V. (2009) Identification and Forecast of Generalized Indicators of Regional Economic System Development. *Prikladnaya ekonometrika – Applied Econometrics*. 15(3). pp. 56–71.
20. Cavarretta, F. & Naldi, G. (2019) Mathematical study of a nonlinear neuron model with active dendrites. *Aims Mathematics*. 4(3). pp. 831–846. DOI:10.3934/math.2019.3.831
21. Nguyen, G., Dlugolinsky, S. & Bobk, M. (2019) Machine Learning and Deep Learning frameworks and libraries for large-scale data mining: a survey. *Artificial Intelligence Review*. 52. pp. 77–124. DOI: 10.1007/s10462-018-09679-z

22. Aivazian, S.A., Afanasiev, M.Yu. & Kudrov. A.V. (2019) Indicators of the main directions of socio-economic development in the space of characteristics of regional differentiation. *Prikladnaya ekonometrika – Applied Econometrics*. 54(2). pp. 51–62.
23. Osovsky, S. (2004) *Neyronnye seti dlya obrabotki informatsii* [Neural networks for information processing]. Moscow: Finansy i statistika.
24. Rutkovskaya, D., Pilinsky, M. & Rutkovsky, L. (2006) *Neyronnye seti. geneticheskie algoritmy i nechetkie sistemy* [Neural networks, genetic algorithms and fuzzy systems]. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom.
25. Kasatkina, E.V., Ketova, K.V. & Nasridinova, D.D. (2013) Forecasting the dynamics of investment processes. *Vestnik Izhevskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of Kalashnikov ISTU*. 59(3). pp. 150–154.
26. Vavilova, D.D. (2019) *Programma neyrosetevogo modelirovaniya i prognozirovaniya investitsionnykh protsessov* [The program of neural network modeling and forecasting of investment processes]. Certificate of Computer Program Registration 2019667497. Application No. 2019666706 dated December 16, 2019.