

УДК 533, 004
DOI 10.17223/19988621/68/13

Т. Редер, В.А. Тенев, А.А. Чернова

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНОГО КЛАПАНА

Настройка предохранительных клапанов на требуемый режим регулирования требует численного моделирования переходных процессов, составляющих полный цикл работы. Газодинамические процессы в клапане рассчитываются на основе численного решения уравнений движения вязкого теплопроводного газа с применением метода С.К. Годунова в сочетании со схемой MUSCL. Проведено сравнение с экспериментальными данными. Исследовано влияние длины подводящей магистрали на устойчивость работы клапана.

Ключевые слова: *предохранительный клапан, численное моделирование, динамический процесс, метод С.К. Годунова, схема MUSCL.*

Моделирование рабочих процессов в регуляторах давления на основе вычислительной динамики жидкости CFD (Computational Fluid Dynamics) дает основу для проектирования и оптимизации работы предохранительных клапанов. Основными затруднениями при осуществлении численных расчетов являются большое время вычислений и дискретное представление расчетной области при наличии подвижных твердых границ. В закрытом клапане имеются две изолированные области с условными названиями: нижняя – от входа до сечения седла клапана; верхняя – от седла до выхода. При подъеме диска с седла эти области соединяются через образовавшийся зазор. Возникает проблема выбора начальной величины зазора и соответствующей ему скорости движения диска. Уменьшение зазора приводит к соответствующему уменьшению расчетного шага по времени и к возрастанию времени счета, а при большом начальном зазоре теряется информация о предыстории движения диска. В разных работах проводятся разные обоснования начальной величины дискового зазора. Веуне (2009) [1] проводил стационарные расчеты с зазором от 0.1 мм в 3D постановке. Динамика движения рассчитывалась в 2D-постановке, начиная с зазора в 0.01 мм. В работе [2] проводили 3D-моделирование предохранительного клапана с применением ANSYS CFX. Начальный зазор составлял 0.1 мм. В этой работе подтверждено, что комбинированная модель способна предсказать динамику работы клапана, а также характеристики потока в разные моменты времени. Для расчета применялся метод динамического наложения слоев, требующий нескольких слоев сетки под диском. При численном моделировании работы клапана большинство авторов применяют пакеты ANSYS FLUENT и ANSYS CFX, а величина начального зазора меняется от 0.1 до 1 мм.

Поведение предохранительного клапана во время переходных режимов его работы (переходного процесса) является объектом исследования многих авто-

ров. В работе [3] анализируется математическая модель подпружиненного предохранительного клапана, соединенного с резервуаром сжимаемого газа через трубу. Клапан моделируется с использованием уравнений Ньютона и уравнений одномерной газодинамики. Одномерные модели с использованием эмпирических зависимостей гидравлической силы от характеристик течения применялись для исследования неустойчивых режимов работы клапана для жидкостных сред [4, 5].

Математическая модель работы клапана

Схема предохранительного клапана и расчетная область показаны на рис. 1.

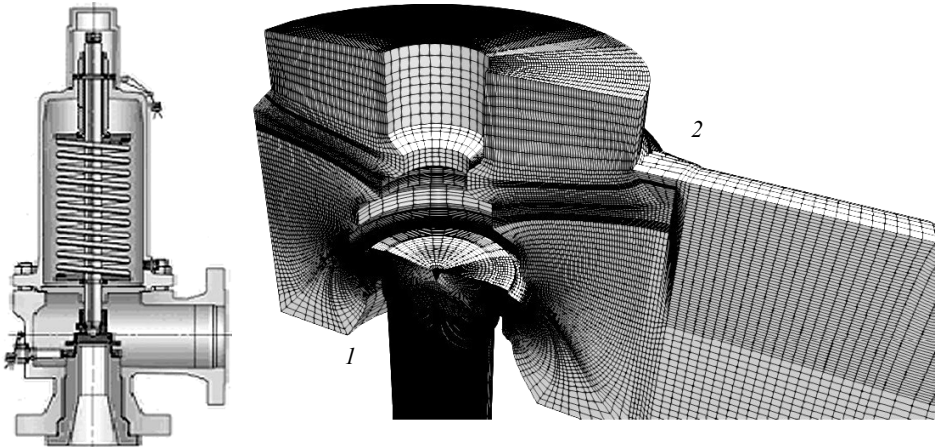


Рис. 1. Расчетная область в клапане
Fig. 1. Valve computational domain

Расчетная область разделена на две части. Первая часть является осесимметричной ($l=1$) и в ней используется цилиндрическая система координат (x, r, φ) . Во второй части ($l=0$) применяется прямоугольная система координат (x, y, z) . Безразмерные уравнения, описывающие движение вязкого теплопроводного газа, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial(q_2^l \mathbf{m})}{\partial t} + \frac{\partial[q_2^l (\mathbf{A} - \mathbf{A}_v)]}{\partial q_1} + \frac{\partial[q_2^l (\mathbf{B} - \mathbf{B}_v)]}{\partial q_2} + \frac{\partial(\mathbf{C} - \mathbf{C}_v)}{\partial q_3} = \mathbf{S}. \quad (1)$$

В зависимости от принадлежности к части расчетной области, координатами $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)^T$ являются:

$$(q_1, q_2, q_3) = \begin{cases} (x, y, z) & | l=0, \\ (x, r, \varphi) & | l=1, \end{cases}$$

где величина $l=0$ соответствует декартовой системе координат (при этом $y^l = 1$), а $l=1$ – цилиндрической ($r^l = r$);

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \\ \rho K \\ \rho E \end{pmatrix}, \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ \rho v u \\ \rho w u \\ u(e+p) \\ \rho u K \\ \rho u E \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ \rho v v + p \\ \rho w v \\ v(e+p) \\ \rho v K \\ \rho v E \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho w u \\ \rho w v \\ \rho w w + p \\ w(e+p) \\ \rho w K \\ \rho w E \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_v = \frac{1}{\text{Re}_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \pi_{11} \\ \pi_{21} \\ \pi_{31} \\ \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{V} + \frac{(f_\varepsilon + \chi)}{\sigma_T} \rho \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_1} \\ \left(f_\varepsilon + \frac{\chi}{\sigma_K}\right) \rho \frac{\partial K}{\partial q_1} \\ \left(f_\varepsilon + \frac{\chi}{\sigma_K}\right) \rho \frac{\partial E}{\partial q_1} \end{pmatrix}, \mathbf{B}_v = \frac{1}{\text{Re}_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \pi_{12} \\ \pi_{22} \\ \pi_{32} \\ \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{V} + \frac{(f_\varepsilon + \chi)}{\sigma_T} \rho \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_2} \\ \left(f_\varepsilon + \frac{\chi}{\sigma_K}\right) \rho \frac{\partial K}{\partial q_2} \\ \left(f_\varepsilon + \frac{\chi}{\sigma_K}\right) \rho \frac{\partial E}{\partial q_2} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}_v = \frac{1}{\text{Re}_0} \begin{pmatrix} 0 \\ \pi_{13} \\ \pi_{23} \\ \pi_{33} \\ \mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{V} + \frac{(f_\varepsilon + \chi)}{\sigma_T} \rho \gamma \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_3} \\ \left(f_\varepsilon + \frac{\chi}{\sigma_K}\right) \rho \frac{\partial K}{\partial q_3} \\ \left(f_\varepsilon + \frac{\chi}{\sigma_K}\right) \rho \frac{\partial E}{\partial q_3} \end{pmatrix}, \mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ I \left(p + \rho w^2 - \frac{\pi_{33}}{\text{Re}_0} \right) \\ I \left(-\rho v w + \frac{\pi_{23}}{\text{Re}_0} \right) \\ 0 \\ q_2' \rho (2D_\chi^2 - E) \\ q_2' \frac{E}{K} \rho (2C_1 D_\chi^2 - c_2 E) \end{pmatrix}$$

Вектор скорости $\mathbf{V} = (u, v, w)^T$ имеет составляющие в соответствующем базисе (q_1, q_2, q_3) . Векторы $\mathbf{m}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{A}_v, \mathbf{B}_v, \mathbf{C}_v, \mathbf{S}, \mathbf{S}_v$ содержат газодинамические комплексы, составленные из переменных: ρ – плотность газа; $e = \rho \varepsilon + \rho \frac{|\mathbf{V}|^2}{2}$ – полная энергия единицы объема газа; внутренняя энергия определяется уравнением состояния совершенного газа $\varepsilon = c_v T = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho}$, где $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – показатель адиабаты; c_p, c_v – изобарные и изохорные теплоемкости; T – температура, $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ – конвективные члены; $\mathbf{A}_v, \mathbf{B}_v, \mathbf{C}_v$ – вязкие члены; \mathbf{S} – источниковый член.

Переменные ρ, V отнесены к критическим значениям ρ_*, a_* , давление p и энергия e к $\rho_* a_*^2$, где $a_* = \sqrt{\gamma \frac{p_*}{\rho_*}}$ – скорость звука. Пространственный масштаб

r_0 – радиус седла клапана, масштаб времени $\tau = \frac{r_0}{a_*}$. Критические значения пере-

менных связаны с параметрами торможения в контролируемой емкости известными соотношениями:

$$\rho_* = \rho_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, p_* = p_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}.$$

В качестве масштабов энергии турбулентности K и скорости ее диссипации E выбраны $\frac{v_0}{\tau}$ и $\frac{v_0}{\tau^2}$ соответственно. Турбулентная вязкость, отнесенная к v_0 :

$\chi = c_\mu \frac{K^2}{E}$. Коэффициент кинематической вязкости ν_0 соответствует температуре торможения T_0 . Зависимость вязкости от температуры учитывается формулой Саттерленда в виде

$$\nu(\varepsilon) = \nu_0 f_\varepsilon, f_\varepsilon = \nu_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{1.5} \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_s}{\varepsilon + \varepsilon_s},$$

где $\varepsilon_0 = \frac{c_v T_0}{a_*^2}$, $\varepsilon_s = \frac{c_v T_s}{a_*^2}$, $T_s = 122$ К.

Компоненты π_{ij} образуют тензор

$$\Pi = \rho (f_\varepsilon + \chi) \left(2 \text{def}(\mathbf{V}) - \frac{2}{3} \text{div}(\mathbf{V}) \right), D = \text{def}(\mathbf{V}),$$

$$\mathbf{p}_i = (\pi_{ij}), \eta_E = \frac{K \sqrt{2D^2}}{E}, C_1 = c_1 - \frac{\eta_E}{1 + \beta_E \eta_E^3} \left(1 - \frac{\eta_E}{\eta_{E0}} \right).$$

Константы имеют следующие значения:

$$c_\mu = 0.085; c_1 = 1.42; c_2 = 1.68; \beta_E = 0.012;$$

$$\eta_{E0} = 4.38; \sigma_k = 0.72; \sigma_E = 0.72,$$

σ_T – число Прандтля; $Re_0 = \frac{r_0 a_*}{\nu_0}$ – число Рейнольдса.

Перемещение диска в осевом направлении ξ , совпадающим с осью x определяется действием силы со стороны газа F_f ; силы упругости пружины $F_s = K_s (\xi + \xi_0)$; демпфирующей силы трения $F_d = K_d \eta$ и силы тяжести $m_s g$. Здесь: K_s – коэффициент жесткости пружины; ξ – перемещение диска (высота подъема); ξ_0 – начальное сжатие пружины; K_d – коэффициент демпфирования (трения); η – скорость перемещения диска.

Уравнения движения диска имеют вид

$$m_s \frac{d\eta}{dt} = F_f - F_s - F_d - m_s g, \quad (2)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \eta \quad (3)$$

Адиабатическое изменение давления торможения в емкости, откуда происходит сброс газа, определяется изменением массы газа в емкости $\frac{dm_v}{dt} = G_{in} - G_{valve}$ при расходе газа через клапан G_{valve} и приходе газа от внешних источников G_{in}

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\gamma R T_0}{W} (G_{in} - G_{valve}) \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad (4)$$

где W – объем емкости; R – газовая постоянная; T_0, p_0 – температура и давление газа в начальный момент времени.

Начальные условия для решения уравнений газодинамики соответствуют закрытому клапану. Это значит, что в объеме под диском клапана параметры равны параметрам в емкости, а в объеме над диском – параметрам окружающей среды.

Граничные условия для уравнения (1):

- Вход. Задаются направление вектора скорости, условие постоянства энтропии, соотношения на характеристике, входящей в область. Для K и E заданы начальные уровни турбулентности, соответствующие $\chi = 1$.

- Выход. Задано давление p_a , для параметров турбулентности ставятся «мягкие» условия.

- Твердые стенки. Для скорости – условие прилипания, для K и E – нулевые градиенты по направлению нормали.

Начальные условия: до зазора давление, как в резервуаре; после зазора – давление окружающей среды; скорости нулевые.

Для численного решения систем газодинамических уравнений (1), применяется метод контрольного объема. Для каждой грани с индексом h выражение для потоков имеет вид

$$\mathbf{Q}_h = \Delta t^n \sigma_h \begin{bmatrix} R(\psi - N) \\ R(\psi - N)U - n_x P \\ R(\psi - N)V - n_y P \\ R(\psi - N)W - n_z P \\ R(\psi - N)G - NP \\ R(\psi - N)Y \\ R(\psi - N)Z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где R, U, V, W, G, P, Y, Z – величины, соответствующие плотности, скоростям, энергии, давлению, энергии турбулентности, скорости диссипации; ψ – скорость грани в направлении нормали; N – нормальная составляющая вектора скорости; σ_h – площадь поверхности соответствующей грани.

Для каждой грани решается соответствующая задача о распаде разрыва с двумя наборами газодинамических параметров в контрольных объемах, разделенных этой гранью. Параметры газа на границах контрольных объемов определяются по методу С.К. Годунова с использованием автомодельного решения задачи о распаде произвольного разрыва [6]. К сожалению, способы приближенного решения задачи Римана, сокращающие время расчета [7], хорошо работают только в относительно простых областях и для тестовых задач. В случае осесимметричного течения в клапане появляются осцилляции в давлении. В трехмерной постановке для условий сложного течения в клапане схема становится неустойчивой. Для повышения порядка аппроксимации разностного метода Годунова применяется схема MUSCL. Значения газодинамических параметров для решения задачи о распаде разрыва определяются с применением экстраполяции с ограничителем [8, 9]. Например, для направления по индексу i для правой грани:

- значения переменных $f = (\rho, u, v, w, p)$ «справа» от поверхности разрыва

$$f_R = f_{i+1jk} + 0.5\Psi(c)(f_{ijk} - f_{i+1jk}),$$

$$c = \frac{f_{i+1jk} - f_{i+2jk}}{f_{ijk} - f_{i+1jk}}, \quad \Psi(c) = \frac{c^2 + c}{1 + c^2};$$

- значения переменных «слева» от поверхности разрыва

$$f_L = f_{ijk} + 0.5\Psi(c)(f_{i+1jk} - f_{ijk}), \quad c = \frac{f_{ijk} - f_{i-1jk}}{f_{i+1jk} - f_{ijk}}.$$

Величины R, U, V, W, G определяются из решения общей задачи о распаде произвольного разрыва. Величины Y, Z на гранях контрольного объема определяются с применением экстраполяции с ограничителем в соответствии с направлением нормали скорости.

Для уравнений (1), записанных в цилиндрической системе координат, строится разностная сетка в блоке 1 в плоскости $\varphi = \text{const}$ комплексным методом граничных элементов. Контрольные объемы представляют собой секторальные вырезки из цилиндров с криволинейной образующей (рис. 1). Для таких контрольных объемов нормаль и касательная к боковым граням рассчитываются просто, так как сетка является ортогональной. Для блока 2 контрольные объемы могут иметь вид произвольного многогранника, причем грани не обязательно плоскости. Для пространственного четырехугольника с вершинами 1, 2, 3, 4, пронумерованными против часовой стрелки, вектор нормали имеет составляющие:

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} \Delta y_{21} \Delta z_{32} - \Delta y_{32} \Delta z_{21} + \Delta y_{43} \Delta z_{14} - \Delta y_{14} \Delta z_{43} \\ \Delta z_{21} \Delta x_{32} - \Delta z_{32} \Delta x_{21} + \Delta z_{43} \Delta x_{14} - \Delta z_{14} \Delta x_{43} \\ \Delta x_{21} \Delta y_{32} - \Delta x_{32} \Delta y_{21} + \Delta x_{43} \Delta y_{14} - \Delta x_{14} \Delta y_{43} \end{bmatrix},$$

где, например, $\Delta x_{21} = x_2 - x_1$. Тангенциальный вектор возьмем в виде

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_{31} \\ \Delta y_{31} \\ \Delta z_{31} \end{bmatrix}.$$

Векторы \mathbf{n}, \mathbf{T} нормируются и третий орт определим как векторное произведение

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} = [\mathbf{N} \times \mathbf{T}].$$

Проекции вектора скорости на орты, необходимые для решения задачи о распаде разрыва, это скалярные произведения $N = (\mathbf{V}, \mathbf{n})$; $T = (\mathbf{V}, \mathbf{T})$; $K = (\mathbf{V}, \mathbf{K})$.

После решения задачи о распаде произвольного разрыва восстанавливаются величины скорости на ребре:

$$U = n_x N + \tau_x T + k_x K, \quad V = n_y N + \tau_y T + k_y K, \quad W = n_z N + \tau_z T + k_z K$$

и вычисляются потоки (5) через соответствующие грани.

Градиенты переменных, входящие в компоненты π_{ij} , тензор Π вычисляются в середине каждой грани через значения переменных в окружающих контрольных объемах, как это описано в работе [10]. Например, для направления по индексу i на правой грани градиент функции f имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial q_\alpha} = c_\alpha^\beta b_\beta,$$

где

$$\begin{aligned} b_1 &= f_{i+1jk} - f_{ijk}, \quad \mathbf{c}_1 = \mathbf{q}_{i+1jk} - \mathbf{q}_{ijk}, \quad b_2 = f_{ij+1k} - f_{ij-1k} + f_{i+1j+1k} - f_{i+j-1k}, \\ \mathbf{c}_2 &= \mathbf{q}_{ij+1k} - \mathbf{q}_{ij-1k} + \mathbf{q}_{i+1j+1k} - \mathbf{q}_{i+1j-1k}, \quad b_3 = f_{ijk+1} - f_{ijk-1} + f_{i+1jk+1} - f_{i+1jk-1}, \\ \mathbf{c}_3 &= \mathbf{q}_{ijk+1} - \mathbf{q}_{ijk-1} + \mathbf{q}_{i+1jk+1} - \mathbf{q}_{i+1jk-1}, \quad C = \mathbf{c}_1 \cdot (\mathbf{c}_2 \times \mathbf{c}_3), \quad \mathbf{c}^\alpha = \frac{\mathbf{c}_\beta \times \mathbf{c}_\gamma}{C}. \end{aligned}$$

Переход к следующему шагу по времени осуществляется по двухшаговой схеме со вторым порядком точности:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} G_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{m}_{i,j,k}^n G_{i,j,k}^n - \left(\sum_h \mathbf{Q}_h^n - \mathbf{S}_{i,j,k}^n G_{i,j,k}^n \right) \frac{\Delta t^n}{2}, \\ \mathbf{m}_{i,j,k}^{n+1} G_{i,j,k}^{n+1} &= \mathbf{m}_{i,j,k}^n G_{i,j,k}^n - \left(\sum_h \mathbf{Q}_h^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{S}_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} G_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \Delta t^n; \end{aligned} \quad (\text{блок 1})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} &= \mathbf{m}_{i,j,k}^n - \frac{1}{G_{i,j,k}^n} \left(\sum_h \mathbf{Q}_h^n - \mathbf{S}_{i,j,k}^n \right) \frac{\Delta t^n}{2}, \\ \mathbf{m}_{i,j,k}^{n+1} &= \mathbf{m}_{i,j,k}^n - \frac{1}{G_{i,j,k}^n} \left(\sum_h \mathbf{Q}_h^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{S}_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \Delta t^n, \end{aligned} \quad (\text{блок 2})$$

где, i, j, k – номер контрольного объема; $G_{i,j,k}^n$ – величина контрольного объема на временном шаге n ; суммирование потоков проводится по всем граням контрольного объема. В первом блоке контрольные объемы деформируются при движении диска, во втором в течение времени не изменяются.

Задача совместного решения уравнений (1) – (3) является сопряженной. Связь осуществляется через газодинамическую силу, определяемую через интеграл давления и вязкого напряжения трения τ_w по поверхности диска

$$F_f = \int (p + \tau_w) r dr d\varphi$$

и деформацию подвижной границы блока 1. Величина вязкого напряжения трения τ_w определяется через пристеночные функции [11].

Дифференциальные уравнения (2),(3) интегрируются по неявной схеме [2]

$$\xi^{n+1} = \frac{(F_f - K_s \xi_0 - m_s g) \Delta t + K_{de} \xi^n + m_s \left(\frac{\xi^n - \xi^{n-1}}{\Delta t} + \frac{\xi^n}{\Delta t} \right)}{K_s \Delta t + \frac{m_s}{\Delta t} + K_d}$$

Анализ начального участка движения диска

Цикл работы предохранительного пружинного клапана начинается от момента времени, когда давление в контролируемом резервуаре превышает допустимое. Газодинамическая сила, действующая на запорный диск клапана, по величине превышает силу упругости пружины. Диск начинает перемещаться, площадь проходного сечения увеличивается и рабочая среда из резервуара сбрасывается через выходной патрубок в атмосферу. Циклограммы для клапана 2J3 «давление – перемещение диска» показаны на рис. 2.

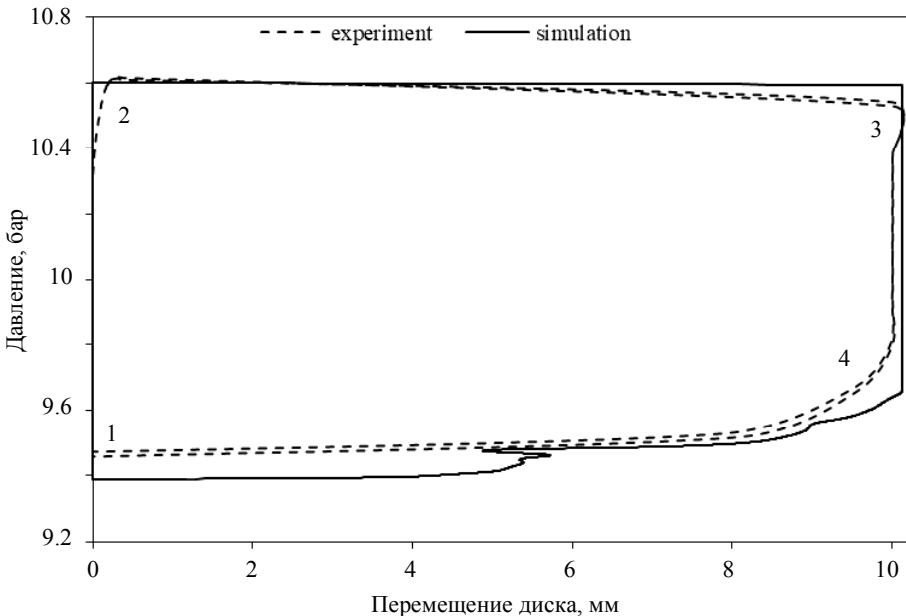


Рис. 2. Циклограмма клапана «давление – перемещение диска»
Fig. 2. «Pressure – disc displacement» cyclogram of the valve

Из точки 1 давление возрастает до предельного значения в точке 2 и клапан начинает открываться. Точка 3 соответствует максимальному ходу диска. На этом рисунке принято избыточное давление. В точке 2 преодолевается сила упругости пружины. С увеличением зазора между диском и седлом клапана газодинамическая сила возрастает, все время превышая силу упругости пружины. В точке 3 диск занимает предельное положение и начинается более интенсивный сброс давления в резервуаре, приводящий к снижению газодинамической силы. При достижении газодинамической силы величины силы упругости пружины в точке 4 диск начинает опускаться. Газодинамическая сила снижается как за счет снижения давления, так и за счет уменьшения дискового зазора. Цикл замыкается с закрытием клапана и приходом в точку 1.

Газодинамические процессы, требующие численного моделирования, соответствуют участку циклограммы 2–3–4. При проведении численного моделирования динамических процессов в пружинных клапанах и анализе результатов все авторы отмечают проблематичность расчета стартового отрезка времени. При величине зазора порядка 0.01 мм при количестве десяти слоев дискретный шаг по времени порядка $10^{-8} s$, в зависимости от допустимого числа Куранта, что приводит к большим временным затратам даже на высокопроизводительных компьютерах.

Запишем уравнение (2) в виде:

$$m_s \frac{d\eta}{dt} = F_f(\xi, p) - K_s(\xi + \delta_0) - k_d \eta - m_s g. \quad (6)$$

Начальные условия для уравнений (2), (3): $\xi(0) = 0$; $\eta(0) = 0$.

Предохранительный клапан настраивается на срабатывание при достижении заданного уровня давления p_0 . Сила со стороны газа на диск в момент достижения давления p_0 равна

$$F_f(\xi, p) = \sigma(p_0 - p_a), \quad (7)$$

где p_a – противодействие окружающей среды; σ – площадь проходного сечения седла клапана, определяемая конструкцией клапана. При превышении газодинамической силы упругости пружины и силы веса подвижной части $\sigma(p_0 - p_a) > K_s \delta_0 + m_s g$ начинается движение диска в соответствии с уравнением (6).

Разложим газодинамическую силу в ряд Тейлора в окрестности точки ($t = 0; \xi = 0; p = p_0$):

$$F_f(\xi, p) = F_f(0, p_0) + \left. \frac{\partial F_f(\xi, p)}{\partial \xi} \right|_{\xi=0, p=p_0} \xi + \left. \frac{\partial F_f(\xi, p)}{\partial p} \right|_{\xi=0, p=p_0} \frac{dp}{dt} \Big|_{t=0} t + O(\xi^2, t^2).$$

Из выражения (7) следует

$$\left. \frac{\partial F_f(\xi, p)}{\partial p} \right|_{\xi=0, p=p_0} = \sigma,$$

а из (4)

$$\left. \frac{dp}{dt} \right|_{t=0} = G_{in} \frac{kRT_0}{W},$$

с учетом того, что

$$G_{valve}(0) = 0.$$

Производную газодинамической силы по аргументу ξ заменим конечно-разностным соотношением:

$$\left. \frac{\partial F_f(\xi, p)}{\partial \xi} \right|_{\xi=0, p=p_0} \approx \frac{F_f(\Delta\xi, p_0) - F_f(0, p_0)}{\Delta\xi} = \frac{\Delta F}{\Delta\xi},$$

где $\Delta\xi$ – некоторая величина зазора.

Результаты анализа численных расчетов и экспериментов [12] показывают, что за время подъема диска на максимальную величину давление в емкости практически не изменяется. Поэтому при анализе срабатывания клапана важной является величина производной $\left. \frac{dp}{dt} \right|_{t=0}$, обеспечивающая выход динамической системы, описываемой уравнениями (2) – (4), из состояния покоя. Величина силы $F_f(\Delta\xi, p_0)$ при заданной величине зазора $\Delta\xi$ вычисляется при численном решении газодинамической задачи.

С учетом того, что $F_f(0, p_0) = K_s \delta_0 + m_s g$, $\Delta F = F_f(\Delta\xi, p_0) - F_f(0, p_0)$, для перемещения диска получаем уравнение

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \kappa \frac{d\xi}{dt} = \alpha\xi + bt,$$

где введены обозначения:

$$\kappa = \frac{k_d}{m_s}, \quad \alpha = \left(\frac{\Delta F}{\Delta\xi} - K_s \right) \frac{1}{m_s}, \quad b = \frac{kRT_0 G_{in} \sigma}{m_s W}.$$

Решение линейного неоднородного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид

$$\xi = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{b}{a} t, \quad \text{где } \lambda_{1,2} = \frac{\kappa}{2} \pm \sqrt{\frac{\kappa^2}{4} + a}.$$

Из начальных условий $\xi(0) = 0$, $\left. \frac{d\xi}{dt} \right|_{t=0} = 0$ определяем константы интегрирования C_1, C_2 и получаем аналитические выражения для зависимостей перемещения и скорости диска от времени:

$$\xi = \frac{b}{a} \left[e^{-\frac{\kappa t}{2}} \frac{\text{sh}(t\sqrt{A})}{\sqrt{A}} - t \right], \quad (8)$$

$$\eta = \frac{d\xi}{dt} = -\frac{\kappa}{2} \left(\xi + \frac{b}{a} t \right) + \frac{b}{a} \left[\text{ch}(t\sqrt{A}) - 1 \right] e^{-\frac{\kappa t}{2}}, \quad (9)$$

где $A = \frac{\kappa^2}{4} + a$.

Из уравнения (8) определяется время достижения заданной величины зазора $\Delta\xi$, из уравнения (9) – скорость движения диска в этот момент времени. Для дальнейшего решения эти величины применяются в качестве начальных условий при совместном решении уравнений (1) – (3).

Результаты расчетов полного цикла работы клапана

При движении диска сетка перестраивается. Для деформации сетки в процессе численного расчета предварительно рассчитываются несколько вариантов сетки от начального до конечного значения зазора (для расчета взято 10 положений диска). При моделировании по текущей величине зазора ξ строится текущая сетка по двум промежуточным вариантам с помощью интерполирования. Сетка во втором блоке является неструктурированной и не деформируется. Построенная таким образом сетка отслеживает участки течения с большими градиентами. Кроме того, такая сетка, близкая к ортогональной, легко измельчается или укрупняется при необходимости.

С применением рассмотренного алгоритма проведены расчеты полного цикла работы клапана 2J3 при максимальном абсолютном давлении в резервуаре 11.6 бар. На рис. 2 показаны расчетные и экспериментальные циклограммы «давление – перемещение диска». Условия проведения экспериментов описаны в работе авторов [12]. Сравнение расчетных и экспериментальных циклограмм «давление – перемещение диска» является комплексным показателем возможности моделирования полного цикла работы клапана. В рассчитываемых условиях) клапан работает в режиме полного подъема диска в течение основного времени процесса. Характеристикой конструкции клапана для различных давлений служит зависимость приведенной силы (отношение газодинамической силы к величине давления) от высоты подъема диска. Результаты численного моделирования и экспериментальных измерений представлены на рис. 3.

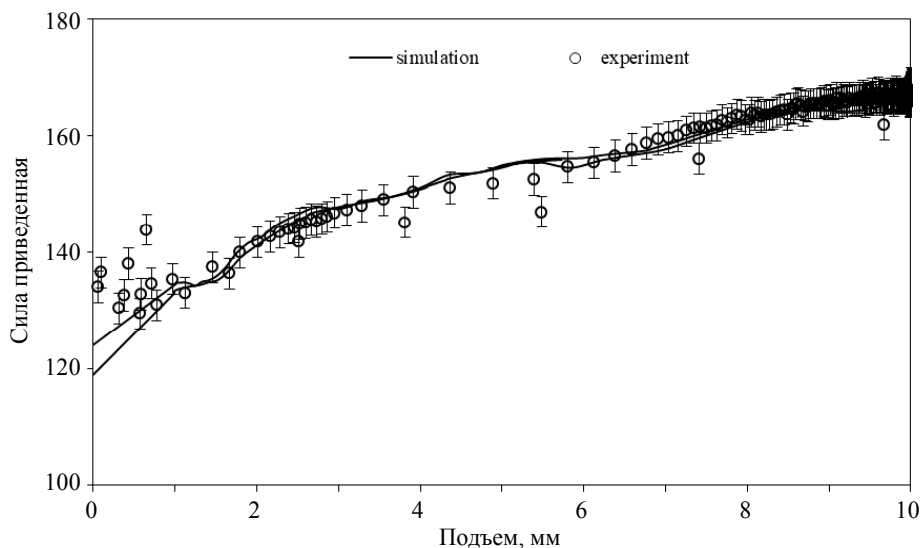


Рис. 3. Зависимость приведенной силы от высоты подъема диска
Fig. 3. Dependence of the reduced force on the height of the disc

Из рис. 3 следует, что расчетные значения приведенной силы на основном участке работы находятся в пределах доверительного интервала при доверительной вероятности 0.99. При малой величине подъема диска наблюдаются большие разбросы экспериментальных значений. Эти разбросы связаны с вибрациями при по-

садке диска на седло. Вибрации также возникают при столкновениях диска с верхним ограничителем при полном открывании. В это время в экспериментах фиксируются аномальные значения силы и подъема диска. В эксперименте величина прихода газа от внешних источников G_{in} контролируется только до момента полного открытия клапана. В расчетах использовалось это значение G_{in} . Затем приход газа снижается оператором до начала следующего цикла. Более высокое значение G_{in} на участке сброса давления является причиной отклонения расчетной и экспериментальной циклограмм на рис. 2 в сторону увеличения времени работы клапана.

Расчеты показывают сложную структуру течения (рис. 4).

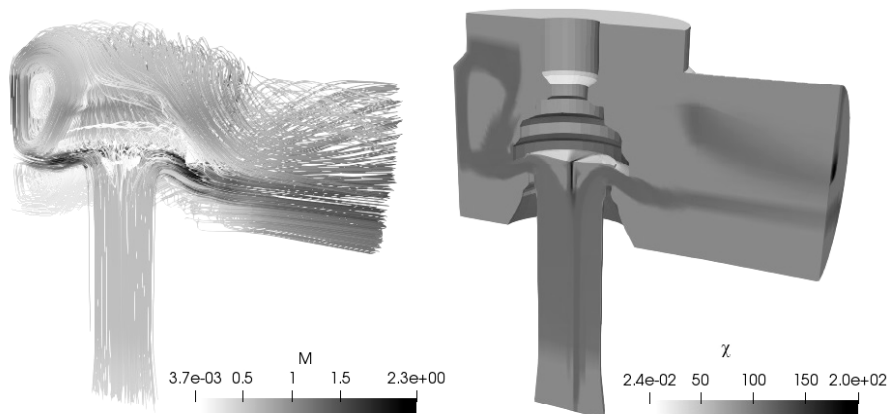


Рис. 4. Структура течения и турбулентная вязкость в клапане
Fig. 4. Flow structure and turbulent viscosity in the valve

В левой части показаны линии тока и величины числа Маха. Течение после зазора становится сверхзвуковым с образованием ударных волн. Большая деформация поля скорости приводит к росту турбулентной вязкости (правая часть рис. 4).

Нестабильные режимы работы клапана

При наличии подводящей трубы от резервуара к клапану в экспериментах наблюдается колебательный режим движения диска и давления в клапане. Одномерный расчет таких режимов проводился рядом авторов [3–5] при различных допущениях о связях изменения газодинамики с движением диска. Трехмерный газодинамический расчет на сетке порядка 10^6 узлов (рис. 1) с шагом 10^{-8} с на полный цикл работы 3 с является очень трудоемким даже при распараллеливании вычислений. Для возможности оперативного проведения расчетов динамического режима работы клапана предлагается перейти от трехмерной вязкой постановки к двумерной невязкой в блоке 1 на грубой сетке. Коррекция полученного грубого решения осуществляется введением корректирующих множителей для газодинамической силы и массового расхода, полученных из сопоставления с трехмерным расчетом. Грубая сетка строится из исходной в блоке 1 отбрасыванием коорди-

натных линий. Так как продольные координатные линии полностью отслеживают контур диска, то возможно рассчитать газодинамическую силу, хотя течение здесь следует считать промежуточным между одномерным и двумерным. Из сопоставления с трехмерным вариантом расчета определяются:

1 – поправочная функция к нижней приведенной силе, зависящая от перемещения диска ξ : $\psi(\xi) = 1 + 0.0156\xi + 0.0009\xi^2$;

2 – поправочная функция к массовому расходу $g(\xi) = 1 + 0.0584\xi - 0.0045\xi^2$;

3 – поправочная функция к верхней силе $f_{\text{уп}} = 1 - 0.0081\xi$.

Полученные в расчете 2D значения параметров умножаются на соответствующие поправочные функции. При данном алгоритме трехмерность течения учитывается поправочными функциями, а нестационарность обеспечивается совместным решением уравнений (2), (3) и нестационарных 2D-уравнений газодинамики на грубой сетке.

Для повышения производительности также применялись параллельные вычисления с разделением расчетной области 1 с осевой симметрией на количество блоков в продольном направлении, равное количеству потоков (логических процессоров). Границы блоков являются динамическими для обеспечения равенства времени расчета во всех блоках.

Влияние длины подводящей трубы на стабильность работы клапана

Рассмотрим влияние длины подводящей трубы на колебательные процессы в клапане. Длина трубы изменялась от 0 до 2 м. Исследуется режим, когда диск не прижимается полностью к верхнему ограничителю. Движение диска показано на рис. 5.

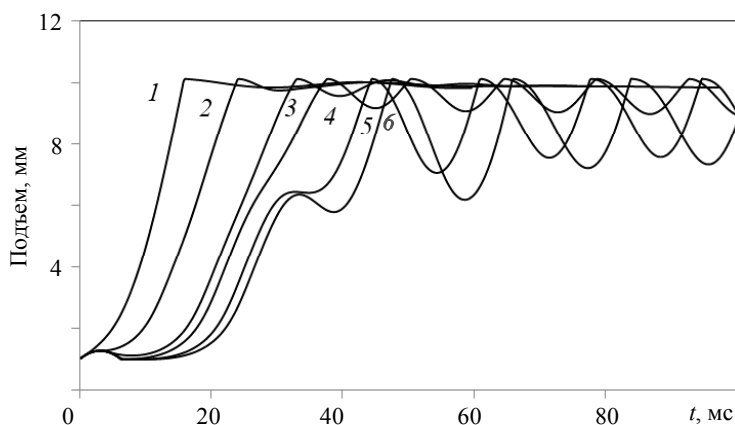


Рис. 5. Зависимость перемещения диска от времени

Fig. 5. Disc displacement as a function of time

Номера кривых соответствует длине трубы: 1 – $L = 0$; 2 – $L = 0.5$ м; 3 – $L = 0.75$ м; 4 – $L = 1$ м; 5 – $L = 1.5$ м; 6 – $L = 1.75$ м. С увеличением длины трубы амплитуда колебаний диска возрастает, а частота колебаний уменьшается (рис. 6).

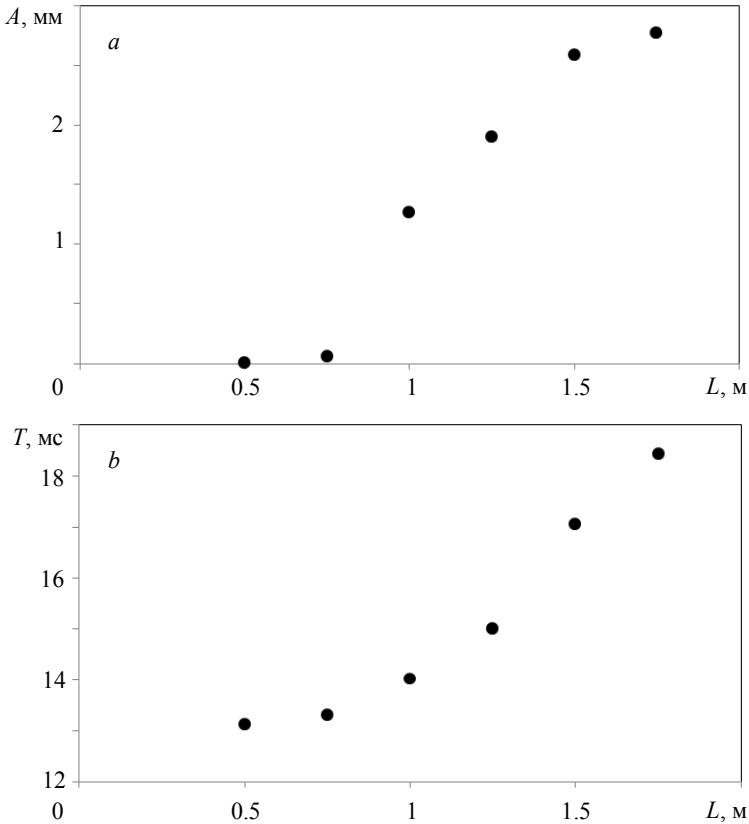


Рис. 6. Амплитуда колебаний диска (а); величина периода колебаний (б)
Fig. 6. (a) Disc oscillation amplitude and (b) the oscillation period

Причиной колебаний является образование волн давления в трубе после открытия клапана (рис. 7). Показано изменение давления на входе в клапан и величины газодинамической силы.

Собственная круговая частота колебаний подвижной части клапана равна 154.7 1/c с длиной периода $T = 40.6 \text{ мс}$ большей в два раза, чем на рис. 6, б. Для определения характера движения газа в трубе проведен расчет при фиксированном зазоре 1 мм. Начальные условия такие же, как при открывании клапана. Изменение давления во времени в различных сечениях трубы показано на рис. 7, б. Волна доходит до входа в трубу, где со временем давление стабилизируется. На входе в клапан давление также стабилизируется. В середине трубы происходит волновой процесс, связанный с отражением волн. Период колебаний примерно 10 мс, что примерно в два раза меньше, чем при движении диска. Частота колебаний при движении диска определяется сложным характером взаимодействия звуковых волн с упругой системой диска. В короткой трубе колебания быстро затухают и процесс стабилизируется. При длине трубы 2 м клапан начинает открываться, а затем на фазе снижения давления в результате волнового процесса полностью закрывается. Далее он может открыться, если давление в резервуаре возрастет.

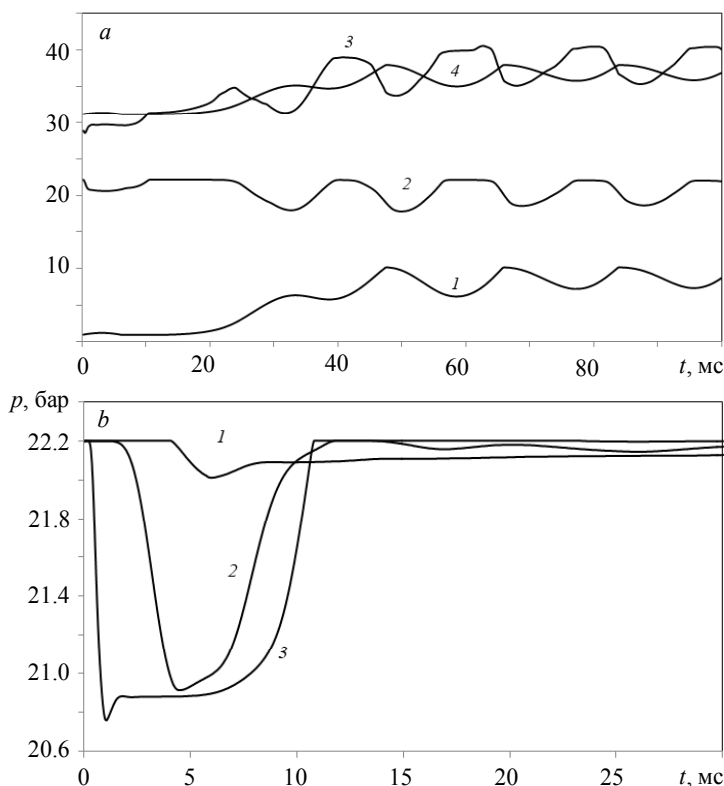


Рис. 7. Волновой процесс в клапане для длины трубы 1.75 м, зависимости от времени: *a* – перемещения диска, мм (кр. 1); давления, бар (кр. 2); газодинамической силы, кН (кр. 3); силы пружины, кН (кр. 4); *b* – давления, бар: на входе в трубу (кр. 1); в середине трубы (кр. 2); в конце трубы (вход в клапан) (кр. 3)

Fig. 7. Wave process in the valve for a pipe of 1.75 m length. (*a*): 1, disc displacement in mm as a function of time; 2, pressure in bar; 3, gas dynamic force in kN; and 4, spring force in kN; (*b*): 1, pipe inlet; 2, middle of the pipe; and 3, pipe outlet (valve inlet)

Заключение

Для численного моделирования работы предохранительных клапанов применен метод С.К. Годунова в трехмерной постановке для вязкого теплопроводного газа. Для повышения точности с сохранением монотонности решения используется схема MUSCL (Monotone Upwind Schemes for Conservation Laws) и двухшаговый по времени метод. Сравнение численных расчетов газодинамической силы с результатами проведенных экспериментов для клапана 2J3 показало их удовлетворительное согласование. Существующая проблема расчета стартового отрезка времени при малой величине дискового зазора решается с применением аналитического решения, используемого для определения начальных условий при моделировании. По результатам численных 3D-экспериментов динамических режимов работы клапана осуществлен переход к нестационарной 2D-модели на грубой осесимметричной сетке, дающий согласование расчетной и экспериментальной

динамики клапана. На основе данного подхода проведено исследование влияния длины подводящей к клапану магистрали на устойчивость работы клапана. С увеличением длины трубы стабильность процесса открывания клапана уменьшается. Частота колебаний находится в интервале от собственной частоты пружинного устройства до частоты звуковых колебаний в трубе, что свидетельствует о необходимости решения сопряженной газодинамической задачи с деформируемой границей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Beune A.* Analysis of high-pressure safety valves. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 2009. 134 p. DOI: 10.6100/IR652510.
2. *Song X.G., Wang L.T., Park Y.C., Sun W.A.* fluid-structure interaction analysis of the spring-loaded pressure safety valve during popping off // 14th International Conference on Pressure Vessel Technology. *Procedia Engineering*. 2015. V. 130. pp.87–94. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.178
3. *Hos C.J., Champneys A.R., Paulc K., McNeelyc M.* Dynamic behavior of direct spring loaded pressure relief valves in gas service: Model development, measurements and instability mechanisms // *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. 2014. V. 31. P. 70–81.
4. *Hos C.J., Champneys A.R., Paul K., McNeely M.* Dynamic behaviour of direct spring loaded pressure relief valves: III valves in liquid service // *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. 2016. V. 43. P. 1–9. DOI: 10.1016/j.jlp.2016.03.030.
5. *Dimitrov S., Komitovski M.* Static and dynamic characteristics of direct operated pressure relief valves // *Machine Design*. 2013. V. 5. No. 2. P. 83–86.
6. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
7. *Сафронов А.В., Фомин Ю.В.* Метод численного решения уравнений газодинамики с помощью соотношения на разрывах // *Труды МФТИ*. 2010. Т. 2. № 2. С. 137–148.
8. *van Albada G.D., van Leer B., Roberts W.W.Jr.* A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics // *Astronomy and Astrophysics*. 1982. V. 108. No. 1. P. 76–84.
9. *Wesseling P.* Principles of Computational Fluid Dynamics. Berlin: Springer-Verlag, 2001. 644 p.
10. *Wesseling P., Segal A., and Kassel C.G.M.* Computing flows on general three-dimensional nonsmooth staggered grids // *Journal of Computational Physics*. 1999. V. 149. P. 333–362.
11. *Волков К.Н., Емельянов В.Н.* Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008. 368 с.
12. *Редер Т., Тенев В.А., Паклина Н.В.* Исследование влияния величины начального зазора на динамику открывания предохранительного клапана // *Интеллектуальные системы в производстве*. 2018. Т.16. № 2. С. 28–40. DOI 10.22213/2410-9304-2018-2-28-40.

Статья поступила 07.10.2019

Raeder T., Tenenev V.A., Chernova A.A. (2020) NUMERICAL SIMULATION OF UNSTABLE MODES FOR A SAFETY VALVE. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 68. pp. 141–157

DOI 10.17223/19988621/68/13

Keywords: safety valve, numerical simulation, dynamic process, Godunov method, MUSCL scheme.

When designing pressure regulators, one needs to have a complete understanding of gas-dynamic processes. The numerical algorithm for three-dimensional gas-dynamic modeling of a full cycle of spring safety valve operation is proposed, which allows one to significantly reduce the computing time. Grid reconfiguration during CFD modeling is provided by interpolation

procedure using previously calculated grids. Calculations show that gas-dynamic numerical simulation should account for a three-dimensional structure of the unsteady flow and the motion of the disc. These factors are taken into account when calculating full cycle of the valve on a coarse grid with the use of correction functions for the force and flow characteristics of the valve. The correction functions are calculated by the false transient method in the three-dimensional formulation. Cyclograms of the valve operation demonstrate satisfactory agreement of the experimental and numerical simulation results. The agreement in the variation of gas-dynamic forces with time is observed, except for the transitional regime before the valve starts to close. In the main work area, the calculated values of the reduced force belong to a confidence interval.

Tomas RAEDER (Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation).
E-mail: raeder.t@leser.com

Valentin A. TENENEV (Doctor of Physics and Mathematics, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation). E-mail: v.tenenev@gmail.com

Alena A. CHERNOVA (Candidate of Technical Sciences, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation). E-mail: alicaaa@gmail.com

REFERENCES

1. Beune A. (2009) *Analysis of High-pressure Safety Valves*. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.
2. Song X.G., Wang L.T., Park Y.C., Sun W.A (2015) Fluid-structure interaction analysis of the spring-loaded pressure safety valve during popping off. *Procedia Engineering*. 130. pp. 87–94. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.12.178.
3. Hos C.J., Champneys A.R., Paulc K., McNeelyc M. (2014) Dynamic behavior of direct spring loaded pressure relief valves in gas service: Model development, measurements and instability mechanisms. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. 31. pp. 70–81. DOI: 10.1016/j.jlp.2014.06.005.
4. Hos C.J., Champneys A.R., Paul K., McNeely M. (2016) Dynamic behaviour of direct spring loaded pressure relief valves: III valves in liquid service. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. 43. pp. 1–9. DOI: 10.1016/j.jlp.2016.03.030.
5. Dimitrov S., Komitovski M. (2013) Static and dynamic characteristics of direct operated pressure relief valves. *Machine Design*. 5(2). pp. 83–86.
6. Godunov S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Krayko A.N., Prokopov G.P. (1976) *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical solution of multidimensional gas dynamics problems]. Moscow: Nauka.
7. Safronov A.V., Fomin Yu.V. (2010) Metod chislennogo resheniya uravneniy gazodinamiki s pomoshch'yu sootnosheniy na razryvakh [Method for the numerical solution of gas dynamics equations using the discontinuity relation]. *Trudy MFTI Proceedings of MIPT*. 2(2). pp. 137–148.
8. van Albada G.D., van Leer B., Roberts W.W.Jr. (1982) A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics. *Astronomy and Astrophysics*. 108(1). pp. 76–84.
9. Wesseling P. (2001) *Principles of Computational Fluid Dynamics*. Berlin: Springer-Verlag.
10. Wesseling P., Segal A., Kassel C.G.M. (1999) Computing flows on general three-dimensional nonsmooth staggered grids. *Journal of Computational Physics*. 149. pp. 333–362. DOI: 10.1007/978-94-017-1564-5_2.
11. Volkov K.N., Emel'yanov V.N. (2008) *Modelirovanie krupnykh vikhrey v raschetakh turbulentnykh techeniy* [Modeling of large vortices in calculations of turbulent flows]. Moscow: FIZMATLIT.
12. Reader T., Tenenev V.A., Paklina N.V. (2018) Trekhmernoe chislennoe modelirovanie gazodinamiki predokhranitel'nogo klapano [Numerical 3D simulation of safety valve gas dynamics]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikova Bulletin of Kalashnikov ISTU*. 21(4). pp. 174–181. DOI: 10.22213/2413-1172-2018-4-174-181.

Received: October 7, 2019