

УДК 535-92

DOI: 10.17223/00213411/63/11/121

Б.Б. АВЕРБУХ, И.Б. АВЕРБУХ

ОПТИЧЕСКОЕ МАГНИТНОЕ ЗЕРКАЛО С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ОПТИКИ

Получено условие реализации оптического магнитного зеркала на границе раздела вакуум – среда из электрических диполей (или из электрических и магнитных диполей). Это условие в определенных частотных диапазонах может выполняться не только для метаматериалов, как обычно считается, но и для обычных сред. Показана возможность реализации магнитного зеркала при отражении от дипольной среды с нулевым или отрицательным показателем преломления, а также от среды из линейных электрических квадруполь.

Ключевые слова: оптическое магнитное зеркало, молекулярная оптика, электрический и магнитный диполи, электрический квадруполь.

Введение

При отражении нормально падающей плоской электромагнитной волны от проводящей поверхности (например, металлического зеркала) напряженности электрического поля падающей и отраженной волн противоположны друг другу. Полное (падающее плюс отраженное) электрическое поле на отражающей поверхности равно нулю. Направления магнитных полей этих волн совпадают. Магнитных проводников в природе нет. Поэтому считается, что подобный отклик для магнитного поля (когда магнитные поля падающей и отраженной волн противоположны, а электрические по направлению совпадают, увеличивая полное электрическое поле вблизи поверхности) возможен только при отражении от «искусственной магнитной поверхности» или от «магнитного зеркала» [1–7]. Магнитное зеркало привлекло внимание исследователей из-за многочисленных возможных приложений. Реализовать его можно, используя искусственно создаваемые материалы. Экспериментально это наблюдалось для рельефной металлической поверхности [3], металл-диэлектрической [1, 2, 4, 7] и диэлектрической структур [5, 6]. Оптическое магнитное зеркало обычно рассматривается как новый эффект, демонстрирующий необычные граничные условия.

Опубликованные работы – в основном экспериментальные. В них исследуются метаматериалы с различными формами (куб [5], диск [1, 6] и др.) резонаторов, параметры которых определяются рабочей частотой. Среда характеризуется диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями [1, 3, 6] или показателем преломления [2]. Широко используются численные методы. Считается, что эффект обусловлен магнитным откликом среды [5] на падающее поле, хотя в [8] было показано, что роль магнитных откликов (дипольного и других) могут играть электрические резонансы более высоких порядков.

Но макроскопический подход и численные методы оставляют скрытыми многие детали физического механизма явления, которые при таком подходе не могут быть исследованы. Каково общее условие наблюдения явления? Действительно ли магнитное зеркало возможно только на границе искусственной среды? Можно ли его наблюдать на границе среды, состоящей только из электрических диполей? Почему можно наблюдать явление на границе слоя с квазинулевым показателем преломления [2] и будет ли оно наблюдаться на границе среды с отрицательным показателем преломления? Общий ответ на эти вопросы, как и микроскопическая модель явления, отсутствует. Не исследовалась также связь с законом отражения и формулами Френеля.

В первой части настоящей работы на основании анализа, проведенного ранее в [9–11] для плоской поверхности раздела сред, получено общее микроскопическое условие реализации магнитных зеркал на границе диэлектрических сред, скомпонованных только из электрических диполей (т.е. без магнитного отклика и без учета мультипольных моментов, рассматривавшихся в [8]). Отсюда следует, что это явление может наблюдаться и на границе раздела материалов, существующих в природе. Полученное условие справедливо также для сред из электрических и магнитных диполей (т.е. с магнитным откликом). В частности, это могут быть среды с почти нулевым или нулевым показателем преломления [2], или среды с отрицательным показателем преломления (такие эксперименты нам не известны).

Во второй части работы впервые показана возможность реализации магнитного зеркала на границе квадрупольной среды, не имеющей дипольного отклика на падающее поле. Пространственное распределение квадрупольного излучения существенно отличается от пространственного распределения дипольного. Это открывает новые возможности с точки зрения различных практических приложений. Вклад квадрупольного отклика метаматериала в картину рассеяния в последнее время активно исследуется [12]. В частности, имеются работы по рассеянию излучения квадрупольными метаматериалами [13, 14], в которых на определенной частоте отсутствует электрический дипольный отклик, а реализуются дипольный магнитный и электрический квадрупольный отклики. Со временем, видимо, будут созданы и материалы только с квадрупольным откликом на внешнее поле. Среди естественных материалов свойствами квадрупольной среды, возможно, обладает, например, молекулярный кристалл твердого CO_2 (сухой лед), так как линейные неполярные молекулы типа CO_2 можно моделировать линейными электрическими квадрупольными.

Оптическое магнитное зеркало на границе дипольной среды

Постановка задачи такая же, как и в работах [9–11]. Рассмотрим отражение падающей под углом α поляризованной вдоль оси x плоской электромагнитной волны

$$\mathbf{E}_0 = \mathbf{e}_0 E_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_0 = (\cos \alpha \mathbf{e}_y - \sin \alpha \mathbf{e}_z) E_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}) \quad (2)$$

с частотой ω , волновым вектором $\mathbf{k}_0 = (0, k_{0y}, k_{0z})$ и вектором поляризации \mathbf{e}_0 от границы раздела вакуум – среда из электрических диполей. Здесь $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_x$, \mathbf{e}_y и \mathbf{e}_z – единичные векторы вдоль соответствующих осей. Среда состоит из плоскопараллельных монослоев электрических диполей, характеризующихся поляризуемостью $A_d = A_d' - iA_d''$. Поля диполей учитываются полностью. Дипольные монослои лежат в плоскостях xy , пересекающих ось z в точках z_1, z_2, z_3, \dots . Расстояния между монослоями по оси z равны a , причем $a \ll \lambda$, где λ – длина волны излучения. Диполи одного монослоя расположены неупорядоченно с поверхностной плотностью N_d (т.е. количеством диполей на единицу площади монослоя) и не взаимодействуют между собой. Размеры диполей много меньше расстояний между диполями, а также величин a и λ .

Поскольку все характерные размеры полагаются меньшими λ , распространение излучения в среде описывается в модели молекулярной оптики. Среда рассматривается как вакуум, в котором находятся диполи вещества. Под действием внешнего поля диполи становятся источниками вторичных когерентных электромагнитных волн. Интерференция этих волн и определяет структуру электромагнитного поля в среде и за ее пределами.

В [9] показано, что отраженная от среды волна определяется выражениями

$$\mathbf{E}_R(x, y, z < z_1) = -iP_d B \mathbf{e}_0 E_0 \exp(i\omega t - ik_{0y}y + ik_{0z}z - 2ik_{0z}z_1); \quad (3)$$

$$\mathbf{H}_R(x, y, z < z_1) = iP_d B E_0 (\cos \alpha \mathbf{e}_y + \sin \alpha \mathbf{e}_z) \exp(i\omega t - ik_{0y}y + ik_{0z}z - 2ik_{0z}z_1), \quad (4)$$

где $P_d = 2\pi N_d A_d k^2 / k_{0z}$; $k = \omega / c$; $B = [1 - (1 - iP_d) \exp(-2ik_{0z}a)]^{-1}$. Величина $(-iP_d B)$ определяет коэффициент отражения. В оптическом диапазоне ($k_{0z}a \ll 1$), раскладывая в ряд функцию $\exp(-2ik_{0z}a)$ и учитывая член первого порядка малости, при $|P_d| \ll 1$ получаем

$$\mathbf{E}_R(x, y, z < z_1) = R_s \mathbf{e}_0 E_0 \exp(i\omega t - ik_{0y}y + ik_{0z}z - 2ik_{0z}z_1); \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_R(x, y, z < z_1) = -R_s E_0 (\cos \alpha \mathbf{e}_y + \sin \alpha \mathbf{e}_z) \exp(i\omega t - ik_{0y}y + ik_{0z}z - 2ik_{0z}z_1), \quad (6)$$

где $R_s = (k_{0z} - k_{2z}) / (k_{0z} + k_{2z})$ – коэффициент отражения Френеля. Здесь

$$k_{2z} = k_{0z} + \varphi_d / a \quad (7)$$

даёт z -компоненту волнового вектора k_2 волны в среде. Величина $\varphi_d = \arctg[P_d'/(1-P_d'')]$ определяется из соотношения $1-iP_d = 1-i(P_d'-iP_d'') = F_d \exp(-i\varphi_d)$ [10] и описывает изменение фазы φ_d волны из-за излучения дипольного монослоя.

Поля (5), (6) описывают поперечную отраженную волну.

При нормальном падении $\alpha = 0$ и z -компонента магнитного поля в падающей и отраженной волнах исчезает. Если $\varphi_d > 0$, то $k_{2z} > k_{0z}$ и $R_s < 0$. При этом электрические поля падающей и отраженной волн противоположны, а магнитные – параллельны друг другу. Это соответствует обычному (электрическому) зеркалу. Если $\varphi_d < 0$ (т.е. $A_d' < 0$), то $k_{2z} < k_{0z}$ и $R_s > 0$. Электрические поля падающей и отраженной волн параллельны друг другу. Магнитные поля этих волн направлены противоположно друг другу. Это соответствует магнитному зеркалу. При наклонном падении условие $k_{2z} < k_{0z}$ означает, что преломленная волна отклоняется от направления падающей, прижимаясь к границе раздела (рис. 1). Как видно из соотношений (5), (6), электрические поля падающей и отраженной волн по-прежнему параллельны. Тангенциальные компоненты магнитных полей этих волн противоположны друг другу.

Представим k_2 в виде $k_0 n_d$, где $n_d^2 = 1 + 2\xi \cos \alpha + \xi^2$ – квадрат реальной части показателя преломления, а $\xi = \varphi_d / ak_0$. Условие $k_{2z} < k_{0z}$ означает $n_d < 1$ и в определенных областях частот выполняется и для обычных сред. Оно может выполняться, в частности, и при $k_{0z} = |\varphi_d|/a$ и $k_{0y} = 0$, когда, как следует из (7), $n_d = 0$, так как $k_{2z} = k_2 = 0$.

Рассмотрим теперь среду из периодически чередующихся электрических и магнитных дипольных монослоев. При падении поля (1) на такой метаматериал z -компонента волнового вектора $\mathbf{K} = (0, k_{0y}, K_z)$ волны в среде определяется выражением [10]

$$K_z = k_{0z} + (\varphi_d + \varphi_m) / 2a, \quad (8)$$

где $\varphi_m = \arctg[P_m'/(1-P_m'')]$ следует из соотношения $1-iP_m = 1-i(P_m'-iP_m'') = F_m \exp(-i\varphi_m)$ [10] и описывает изменение фазы волны, обусловленное излучением магнитного дипольного монослоя. Здесь $P_m = 2\pi N_m A_m k^2 / k_{0z}$, N_m – поверхностная плотность распределения магнитных диполей в монослое, а $A_m = A_m' - iA_m''$ – поляризуемость магнитного диполя. Коэффициент отражения Френеля теперь дается выражением $R_{s1} = (k_{0z} - K_z)(k_{0z} + K_z)$. Показатель преломления среды

$n_1 = \sqrt{1 + 2\xi_1 \cos \alpha + \xi_1^2}$, где $\xi_1 = (\varphi_d + \varphi_m) / 2ak_0$ [10]. Магнитное зеркало реализуется при $R_{s1} > 0$, т.е. при $(\varphi_d + \varphi_m) < 0$. Возможны ситуации с $K_z \geq 0$ и $K_z < 0$. Если $k_{0z} > K_z \geq 0$, то должно выполняться условие $2ak_{0z} \geq |\varphi_d + \varphi_m|$. В частности, при $k_{0z} = |\varphi_d + \varphi_m| / 2a$ и $k_{0y} = 0$ из (8) следует, что $n_1 = 0$, так как $K_z = K = 0$. Если $K_z < 0$, т.е. в среде могут распространяться обратные волны, то должно выполняться условие $2ak_{0z} < |\varphi_d + \varphi_m| < 4ak_{0z}$ (рис. 2).

Теперь рассмотрим среду, состоящую из периодически расположенных плоскопараллельных монослоев, составленных из точечных элементов Гюйгенса. Под элементами Гюйгенса понимаются частицы с электрической A_d и магнитной A_m дипольными поляризуемостями [15], распределенные в монослое со средней поверхностной плотностью N_{dm} . Индуцированные электрические \mathbf{d} и магнитные \mathbf{m} дипольные моменты взаимно перпендикулярны и пропорциональны падающему на них элект-

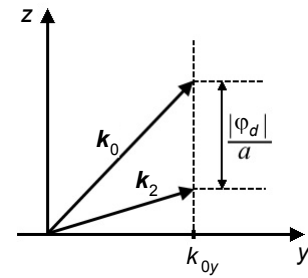


Рис. 1. Схема расположения волновых векторов падающей и преломленной волн в случае среды из электрических диполей

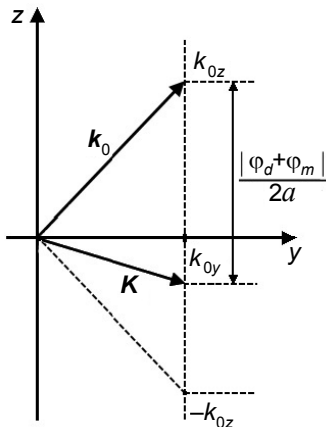


Рис. 2. Схема расположения волновых векторов падающей и преломленной волн в случае среды из электрических и магнитных диполей

трическому и магнитному полям соответственно. Такая ситуация реализуется, например, когда рассеивающими элементами среды являются наносферы [15]. При падении поля (1) на такой метаматериал z -компонента волнового вектора $\mathbf{K}_2 = (0, k_{0y}, K_{2z})$ волны в среде определяется выражением [11]

$$K_{2z} = k_{0z} + \varphi_{dm} / a, \quad (9)$$

где $\varphi_{dm} = \arctg[P_{dm}' / (1 - P_{dm}'')]$ следует из равенства $1 - iP_{dm} = 1 - i(P_{dm}' - iP_{dm}'') = F_{dm} \exp(-i\varphi_{dm})$ и определяет изменение фазы волны, обусловленное излучением монослоя элементов. Здесь $P_{dm} = P_d + P_m$. Коэффициент отражения Френеля дается выражением $R_{s2} = (k_{0z} - K_{2z}) / (k_{0z} + K_{2z})$.

Показатель преломления $n_2 = \sqrt{1 + 2\xi_2 \cos \alpha + \xi_2^2}$, а $\xi_2 = \varphi_{dm} / ak_0$ [11]. Анализ ситуации здесь аналогичен случаю среды из чередующихся электрических и магнитных дипольных монослоев с учетом замены $(\varphi_d + \varphi_m) / 2$ на φ_{dm} . Значит, такая среда будет представлять собой магнитное зеркало при $R_{s2} > 0$, т.е. при $\varphi_{dm} < 0$. Если $k_{0z} > K_{2z} \geq 0$, то должно выполняться условие $ak_{0z} \geq |\varphi_{dm}|$. В частности, это возможно при $k_{0z} = |\varphi_{dm}| / a$ и $k_{0y} = 0$, когда, как следует из (9), реальная часть показателя преломления n_2 среды равна нулю, так как $K_{2z} = K_2 = 0$.

Если $K_{2z} < 0$, т.е. в среде могут распространяться обратные волны, то должно выполняться условие $ak_{0z} < |\varphi_{dm}| < 2ak_{0z}$.

Оптическое магнитное зеркало на границе квадрупольной среды

Рассмотрим теперь отражение падающей под углом α плоской монохроматической электромагнитной волны

$$\mathbf{E}_0 = (-\cos \alpha \mathbf{e}_y + \sin \alpha \mathbf{e}_z) E_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{e}_x E_0 \exp(i\omega t - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}) \quad (11)$$

с частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}_0 = (0, k_{0y}, k_{0z})$ от границы раздела вакуум – квадрупольная среда. Среда представляет собой монослой, состоящий из точечных электрических линейных квадрупольей. Монослой лежит в плоскости xy , пересекающей ось z в точке z_1 . Линейные квадрупольи расположены вдоль оси z и представляют собой пары двух одинаковых электрических диполей, направленных по одной прямой и осциллирующих в противофазе. Расстояние между центрами диполей равно b . Дипольные моменты такой системы равны нулю, а электрический квадрупольный момент имеет одну отличную от нуля компоненту. Квадрупольи в монослое распределены неупорядоченно с поверхностной плотностью N_q и не взаимодействуют между собой.

Точечность квадрупольи означает, что его размеры много меньше расстояний между квадрупольями, а также длины волны излучения λ . Поля квадрупольи, находящегося в точке с радиус-вектором $\mathbf{r}_p = (x_1, y_1, z_1)$, учитываются полностью и в точке наблюдения, отстоящей от квадрупольи на расстояние R_p , даются выражениями

$$\mathbf{E}_p = \frac{D_0}{2R_p^2} \exp(i\omega t - ikR_p - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}_p) [(x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y)E_1' + z\mathbf{e}_z E_1''], \quad (12)$$

где $D_0 = 2qb^2$ и

$$E_1' = \frac{15z^2}{R_p^5} + \frac{15ikz^2}{R_p^4} - \frac{3(1 + 2k^2 z^2)}{R_p^3} - \frac{ik(3 + k^2 z^2)}{R_p^2} + \frac{k^2}{R_p}; \quad (13)$$

$$E_1'' = \frac{15z^2}{R_p^5} + \frac{15ikz^2}{R_p^4} - \frac{3(3 + 2k^2 z^2)}{R_p^3} - \frac{ik(9 + k^2 z^2)}{R_p^2} + \frac{4k^2}{R_p} + ik^3; \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_p = \frac{kD_0}{2R_p^2} z \left(\frac{3i}{R_p^3} - \frac{3k}{R_p^2} - \frac{ik^2}{R_p} \right) (x\mathbf{e}_y - y\mathbf{e}_x) \exp(i\omega t - ikR_p - i\mathbf{k}_0 \mathbf{r}_p). \quad (15)$$

Для определения поля E_{10R} , рассеянного монослоем назад (отражение) в точке наблюдения $(x, y, z < z_1)$, надо проинтегрировать выражения (12) и (15) по всем квадруполям этого монослоя:

$$E_{10R} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} N E_p \rho d\rho,$$

где φ – угол между направлением ρ и осью x (рис. 3).

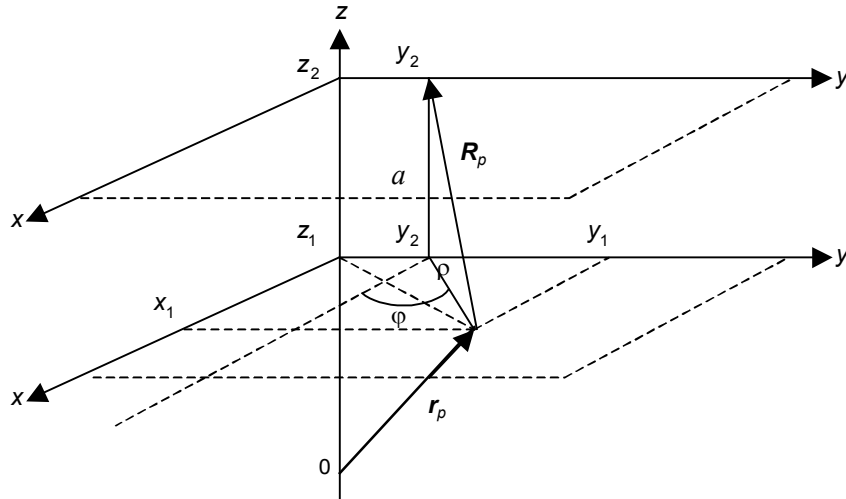


Рис. 3. Система координат, использованная при получении формулы (16)

В результате вычислений, аналогичных проведенным в [16], получаем, что

$$E_{10R}(x, y, z < z_1) = P_q E_0 (-\cos \alpha e_y - \sin \alpha e_z) \exp(i\omega t - ik_{0y}y + ik_{0z}z - 2ik_{0z}z_1); \quad (16)$$

$$H_{10R}(x, y, z < z_1) = -P_q e_x E_0 \exp(i\omega t - ik_{0y}y + ik_{0z}z - 2ik_{0z}z_1), \quad (17)$$

где $P_q = 2\pi N D k k_{0y}$, $D = A_d b$.

При нормальном падении $k_{0y} = 0$ и отражение отсутствует. При наклонном падении, если $P_q' < 0$, то тангенциальные компоненты электрических полей падающей и отраженной волн противоположны, а магнитные – параллельны друг другу. Это соответствует обычному (электрическому) зеркалу. При $P_q' > 0$ тангенциальные компоненты электрических полей падающей и отраженной волн параллельны, а магнитные – противоположны друг другу. Это соответствует магнитному зеркалу.

Заключение

В модели молекулярной оптики рассмотрено отражение плоской электромагнитной волны от дипольной и квадрупольной сред (выражения (7), (8) и (9) нельзя получить в рамках макроскопического описания среды с введением $\epsilon(\omega)$ и $\mu(\omega)$). Проанализированы три вида дипольных сред: состоящие только из электрических диполей, состоящие из чередующихся электрических и магнитных дипольных монослоев и состоящие из монослоев, скомпонованных из элементов Гюйгенса. Квадрупольная среда представляет собой монослой из линейных электрических квадруполей.

Показано, что при отражении от дипольной среды оптическое магнитное зеркало возможно, если z -компонента волнового вектора волны в среде меньше z -компоненты волнового вектора падающей волны. Условие реализации $k_{2z} < k_{0z}$ (или $k_{0z} > K_z$, или $k_{0z} > K_{2z}$) переходит в $n_d < 1$ (или $|n_1| < 1$, или $|n_2| < 1$). Эффект возможен в средах только с электрическим дипольным откликом на внешнее поле и значит, в частности, на границе с естественными материалами в частотных областях, где $n_d < 1$. Возможен он и на границе среды с $n_d = 0$ (или $n_1 = 0$, или $n_2 = 0$). Идеальному магнитному зеркалу соответствует $R_s = R_{s1} = R_{s2} = 1$. Это возможно при $k_{2z} = K_z = K_{2z} = 0$.

При $k_{0y} \neq 0$ это соответствует волне, бегущей вдоль границы раздела по оси y , а при $k_{0y} = 0$ – среде с $n_d = n_1 = n_2 = 0$. Поля в точке нахождения диполя n -го монослоя даются выражениями [9]

$$\mathbf{E}(x_n, y_n, z_n) = D_{s1} E_0 \mathbf{e}_0 \exp[i\omega t - ik_{0y} y_n - ik_{0z} z_1 - ik_{2z} a(n-1)],$$

$$\mathbf{H}(x_n, y_n, z_n) = (k_2 / k_0) D_{s1} E_0 \mathbf{e}_1 \exp[i\omega t - ik_{0y} y_n - ik_{0z} z_1 - ik_{2z} a(n-1)],$$

где $D_{s1} = 2k_{0z} / (k_{0z} + k_{2z})$ – коэффициент пропускания Френеля, а $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_y \cos \beta - \mathbf{e}_z \sin \beta$, где β – угол преломления. Видно, что при $k_2 = 0$ переменное магнитное поле в среду не проникает.

Эффект возможен и на границе среды с отрицательным преломлением.

В случае монослоя из линейных квадрупольей отражение при нормальном падении отсутствует. При падении под углом магнитное зеркало может быть реализовано в областях частот, на которых положительна вещественная часть дипольной поляризуемости [17, 18].

Авторы выражают благодарность студенткам М.С. Пономаревой и Е.Е. Новиковой за помощь при оформлении рисунков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Valagiannopoulos C.A., Tukiainen A., Aho T., et al. // Phys. Rev. – 2015. – V. B91. – P. 115305-1–115305-9.
2. Choi S.B., Park D.J., Byun S.J., et al. // Adv. Opt. Mater. – 2015. – V. 3. – P. 1719–1725.
3. Esfandyarpour M., Garnett E.C., Cui Y., et al. // Nature Nanotechnology. – 2014. – V. 9. – No. 7. – P. 542–547. DOI: 10.1038/NNANO.2014.117.
4. Fedonov V.A., Rogacheva A.V., Zheludev N.I., et al. // Appl. Phys. Lett. – 2006. – V. 88. – P. 091119-1–091119-3.
5. Liu S., Sinclair M.B., Manony T.S., et al. // Optica. – 2014. – V. 1. – No. 4. – P. 250–256.
6. Lin L., Jiang Z.H., Ma D., et al. // Appl. Phys. Lett. – 2016. – V. 108. – P. 171902-1–171902-5.
7. Headland D., Nirantar S., Withayachumnankul W., et al. // Adv. Mater. – 2015. – V. 27. – P. 7137–7144. DOI: 10.1002/adma.201503069.
8. Liu W. // Phys. Rev. Lett. – 2017. – V. 119. – P. 123902-1–123902-6.
9. Авербух Б.Б., Авербух И.Б. // Изв. вузов. Физика. – 2015. – Т. 58. – № 12. – С. 83–88.
10. Авербух Б.Б., Авербух И.Б. // Изв. вузов. Физика. – 2016. – Т. 59. – № 5. – С. 117–122.
11. Averbukh B.B. and Averbukh I.B. // Proc SPIE. – 2016. – V. 10176. – P. 1017601-1–1017601-10.
12. Babicheva V.E. and Evlyukhin A.B. // ACS Photonics. – 2018. – V. 5. – P. 2022–2033.
13. Shevchenko A., Kivijarvi V., Grahn P., and Lindfors K. // Phys. Rev. Appl. – 2015. – V. 4. – P. 024019-1–024019-6.
14. Grahn P., Shevchenko A., and Kaivola M. // Phys. Rev. – 2012. – V. B86. – P. 035419-1–035419-4.
15. Краснок А.Е., Максимов И.С., Денисюк А.И. и др. // УФН. – 2013. – Т. 183. – Вып. 6. – С. 561–589.
16. Авербух Б.Б., Авербух И.Б. // Изв. вузов. Физика. – 2009. – Т. 52. – № 12. – С. 8–13.
17. Авербух Б.Б., Авербух И.Б. // Сб. науч. трудов VII Междунар. конф. по фотонике и информационной оптике. Москва, 24–26 октября 2018 г. – М.: НИЯУ МИФИ, 2018. – С. 434–435.
18. Авербух Б.Б., Новикова Е.Е., Пономарева М.С. // Материалы XVI региональной науч. конф. «Физика: фундаментальные и прикладные исследования, образование». Хабаровск, 1–4 октября 2018 г. – Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2018. – С. 3–5.

Поступила в редакцию 09.04.2019,
после доработки – 11.01.2020.

Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск, Россия

Авербух Бернард Борисович, к.ф.-м.н., доцент каф. физики ТОГУ, e-mail: aviwork@rambler.ru;

Авербух Игорь Бернардович, программист ТОГУ, e-mail: aviwork@rambler.ru.