* *
*

УДК 521.1, 521.182

DOI: 10.17223/00213411/63/12/96

О.М. СЮСИНА, В.А. ТАМАРОВ

ПРИМЕНЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ НЕЛИНЕЙНОСТИ БИЛА В ЗАДАЧАХ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ *

Выполнено преобразование алгоритма оценивания нелинейности, предложенного Билом, для использования его в астероидных задачах. Алгоритм Била протестирован на модельных и реальных астероидах. Показано, что показатель Била дает заниженные оценки нелинейности. Рассмотрены модификации показателя Била, позволяющие повысить его точность.

Ключевые слова: задача наименьших квадратов, нелинейность, астероиды.

Введение

Задача оценивания из наблюдений параметров движения астероидов может решаться в линейной или нелинейной постановке. Применение того или иного подхода зависит от степени нелинейности решаемой задачи оценивания. На данный момент существуют различные подходы к оцениванию нелинейности [1–5]. Бил был первым, кто предложил оценивать в статистических задачах величину нелинейности при помощи некоторой меры (или показателя) нелинейности [1]. Суть предложенного Билом способа сводится к сравнению функции, зависящей от искомых параметров нелинейно, с ее линеаризацией отрезком ряда в окрестности оценки, найденной методом наименьших квадратов.

Работа Била была сугубо теоретической. Никаких применений к каким-либо данным измерений Бил не сделал. Впоследствии были проведены некоторые экспериментальные проверки методики Била на простых моделях [6, 7].

Цель данной работы – адаптация предложенной Билом методики к задаче астероидной динамики. Такая адаптация сделана впервые. Тестирование полученных результатов выполнялось в сравнении с геометрическим показателем нелинейности, предложенным в работах [3, 4, 8].

1. Алгоритм Била оценивания нелинейности

Первая методика оценивания нелинейности была разработана Билом и опубликована им в работе [1], в которой он предложил в качестве меры нелинейности использовать число, вычисляемое из выражения

$$\chi_{\text{Beale}} = m \hat{\sigma}^2 \frac{\sum_{i=1}^s \|f(a_i) - \tilde{f}(a_i)\|^2}{\sum_{i=1}^s \|f(a_i) - f(\hat{a})\|^4}, \quad (1)$$

где m – размерность параметрического пространства; $\hat{\sigma}^2$ – оценка среднеквадратической ошибки; $\hat{a}$ – оценка наименьших квадратов; a_i – произвольные точки в окрестности $\hat{a}$; $f(a_i)$ – функция, зависящая от точек a_i нелинейно, а $\tilde{f}(a_i)$ – ее линеаризация.

Состав измерительной информации в астероидной задаче представляет собой прямые восхождения α_j и склонения δ_j на ряд моментов наблюдений t_j ($j = 1, \dots, N$). В качестве определяемых параметров предпочтительнее использовать переменные декартового пространства $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_6)$, так как эти переменные приводят к наименьшей нелинейности задачи оценивания [9]. Следовательно, в формуле (1) необходимо выполнить следующие преобразования.

* Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 0721-2020-0049).

Уважаемые читатели!

Доступ к полнотекстовой версии журнала
«Известия высших учебных заведений. Физика»
осуществляется на платформе
Научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU
на платной основе:

<https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=7725>