УДК 532.516

DOI 10.17223/19988621/69/9

О.В. Матвиенко, В.А. Архипов, Н.Н. Золоторёв

АЭРОДИНАМИКА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ПОЛУЗАМКНУТОМ ЦИЛИНДРЕ¹

Представлена математическая модель и результаты численного исследования характеристик закрученного турбулентного потока воздуха в полузамкнутом цилиндре, вращающемся вокруг оси симметрии. Из анализа результатов расчетов получено соотношение между высотой и угловой скоростью вращения цилиндра, обеспечивающее образование зоны квазитвердого вращения в его приторцевой области.

Ключевые слова: полузамкнутый цилиндр, закрученное течение, частота вращения, структура турбулентного потока, численное исследование.

Вращающиеся элементы используются в целом ряде технических систем (газовые турбины, авиационные двигатели, аппараты химической технологии, лабораторные установки и т.д.) [1, 2]. Вращение элементов индуцирует закрученное течение в их внутренних полостях, в частности в цилиндрических каналах, что приводит к формированию закрученного потока сложной структуры. Экспериментальным исследованиям и расчетно-теоретическому анализу структуры закрученного потока в цилиндрических каналах посвящено большое количество публикаций. В большинстве известных работ [3–11] рассматриваются характеристики течения при тангенциальном вводе газа или жидкости в канал. В настоящей статье представлены математическая модель и результаты численного исследования характеристик турбулентного течения в полузамкнутом цилиндрическом канале, индуцированного его вращением вокруг оси симметрии.

Постановка задачи

Для описания аэродинамики стационарного осесимметричного изотермического закрученного потока использовалась физико-математическая модель, которая включает уравнения Навье – Стокса в цилиндрических координатах x, r (ось x направлена в сторону открытого торца цилиндра) [1, 11]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_e \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_e r \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \\ \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v^2 r}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_e \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_e r \left(2 \frac{\partial v}{\partial r} - 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] - 2 \frac{\mu_e v}{r^2} + \frac{\rho v^2}{r}, \end{aligned} \quad (1)$$

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания No. 0721-2020-0036.

$$\frac{\partial \rho u w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v w r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_e \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\mu_e r^3}{\sigma_{r\varphi}} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right] - \frac{\rho v w}{r},$$

где u, v, w – осевая, радиальная и тангенциальная компоненты вектора скорости; p, ρ – давление и плотность воздуха; $\mu_e = \mu + \mu_t$ – коэффициент эффективной вязкости; μ – коэффициент динамической вязкости, μ_t – коэффициент турбулентной вязкости.

Исследование характеристик турбулентности осуществлялось с использованием составной модели Ментера SST (Shear Stress Transport) [12, 13], которая представляет собой комбинацию k - ε - и k - ω -моделей турбулентности, обеспечивающую сочетание лучших качества этих моделей. Известно [14–17], что k - ε -модель хорошо описывает свойства свободных и струйных сдвиговых течений, а k - ω -модель обеспечивает существенно более точное описание пристеночных пограничных слоев [18]. С учетом этого, Ментером было предложено объединить эти модели. Вблизи твердых стенок реализуется k - ω -модель, а вдали от них – k - ε -модель турбулентности. Плавный переход от одной модели турбулентности к другой обеспечивается введением весовой функции F_1 , которая принимает единичное значение в пристеночной области и равняется нулю вдали от стенки. Таким образом, для определения характеристик турбулентности используются уравнения [18, 19]

$$\frac{\partial \rho u k}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v k r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + F_2 \tilde{G} - C_\mu \rho \omega k - F_3 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u \omega}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v \omega r}{\partial r} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right] + \\ & + \left(\frac{C_\beta}{C_\mu} - \frac{\sigma_\omega}{\sqrt{C_\mu}} K^2 \right) \frac{\rho}{\mu_t} F_2 \tilde{G} - C_\beta \rho \omega^2 + (1 - F_1) C_{k\omega} - F_4, \end{aligned} \quad (3)$$

где k – турбулентная кинетическая энергия; ε – скорость диссипации турбулентной энергии; ω – частота турбулентных пульсаций.

Интенсивность скоростей сдвиговых деформаций (второй инвариант девиатора тензора скоростей деформаций) определяется выражением

$$G = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right]^2.$$

В уравнение (2) для расчета генерации турбулентной энергии введен ограничитель $\tilde{G} = \min[\mu_t G, 20 C_\mu \rho \omega k]$.

Последнее слагаемое в уравнении (3) описывает перекрестную диффузию:

$$C_{k\omega} = 2 \rho \sigma_{\omega 2} \omega^{-1} \left(\frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial r} \right).$$

Функция смещения и ее аргумент вычисляются следующим образом:

$$F_1 = \text{th}(F_s^4); \quad F_s = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega d_w}, \frac{500 \mu}{\rho d_w^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{\max[C_{k\omega}, 10^{-20}] d_w^2} \right],$$

где d_w – расстояние от рассматриваемой точки до ближайшей точки твердой поверхности.

Описанная выше модель турбулентности модифицирована для расчета закрученных потоков введением поправочной функции F_2 [20]:

$$F_2 = \max[\min[f_{\text{rot}}, 1.25], 0].$$

Данное определение ограничивает значения поправочной функции от $F_2 = 0$ (стабилизированное течение без генерации турбулентности) до $F_2 = 1.25$ (интенсивная генерация турбулентности).

Для расчета поправочной функции используются зависимости [20], которые с использованием индексной формы записи имеют вид

$$f_{\text{rot}} = 2\xi^* \left(\frac{1 + C_{\xi 1}}{1 + \xi^*} \right) (1 - C_{\xi 3} \arctg(C_{\xi 2} \xi)) - C_{\xi 1},$$

$$\xi = 2 \frac{\Omega_{jk} \dot{\epsilon}_{jk}}{\Omega F_6^3} \left(\frac{D \dot{\epsilon}_{ij}}{Dt} \right), \quad \xi^* = \frac{\sqrt{G}}{\Omega^2},$$

$$F_6 = \sqrt{\max(G, C_\mu \omega^2)}, \quad \Omega = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial rw}{\partial r} \right)^2 \right]}.$$

Компоненты тензора скоростей деформации и тензора вихря определяются выражениями

$$\dot{\epsilon}_{xr} = \dot{\epsilon}_{rx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad \dot{\epsilon}_{x\varphi} = \dot{\epsilon}_{\varphi x} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \dot{\epsilon}_{r\varphi} = \dot{\epsilon}_{\varphi r} = \frac{1}{2} \left(r \frac{\partial w/r}{\partial r} \right),$$

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \dot{\epsilon}_{rr} = \frac{\partial v}{\partial r}, \quad \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} = \frac{v}{r}.$$

$$\Omega_{xr} = -\Omega_{rx} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad \Omega_{x\varphi} = -\Omega_{\varphi x} = -\frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \Omega_{r\varphi} = -\Omega_{\varphi r} = -\frac{r}{2} \frac{\partial rw}{\partial r},$$

$$\Omega_{xx} = 0, \quad \Omega_{rr} = 0, \quad \Omega_{\varphi\varphi} = 0.$$

Оператор $D \dot{\epsilon}_{ij} / Dt$ – означает субстанциональную производную компонент тензора скоростей деформации $\dot{\epsilon}$, которая в случае стационарного осесимметричного течения имеет вид

$$\frac{D \dot{\epsilon}_{ij}}{Dt} = u \frac{\partial \dot{\epsilon}_{ij}}{\partial x} + v \frac{\partial \dot{\epsilon}_{ij}}{\partial r}.$$

Для определения турбулентной вязкости по известным значениям k и ω в SST-модели используется выражение, базирующееся на гипотезе Брэшоу [20, 21] о пропорциональности напряжению сдвига в пристеночной части пограничного слоя энергии турбулентных пульсаций:

$$\mu_t = \min \left[\frac{\rho k}{\omega}, \frac{\gamma \rho k}{F_7 G} \right].$$

Эмпирическая функция F_7 рассчитывается по формуле

$$F_7 = \text{th}(F_8^2), \quad F_8 = \max \left[2 \frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega d_w}, \frac{500 \mu}{d_w^2 \rho \omega} \right].$$

Эмпирические константы определяются через соответствующие константы k - ε - и стандартной k - ω -моделей с помощью функции F_1 :

$$\sigma_k = F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2}, \quad \sigma_\omega = F_1 \sigma_{\omega1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega2}, \quad C_\beta = F_1 C_{\beta1} + (1 - F_1) C_{\beta2}.$$

Индексы 1 и 2 относятся соответственно к константам k - ε - и k - ω -моделей: $\sigma_{k1} = 0.85$, $\sigma_{\omega1} = 0.5$, $C_{\beta1} = 0.075$, $\sigma_{k2} = 1$, $\sigma_{\omega2} = 0.856$, $C_{\beta2} = 0.0828$. Значения остальных констант выбираются в соответствии с рекомендациями [12, 14, 18]: $\gamma = 0.31$, $C_\mu = 0.09$, $C_{\xi1} = 1$, $C_{\xi2} = 2$, $C_{\xi3} = 1$, $\kappa = 0.41$.

Вследствие эллиптичности системы дифференциальных уравнений для замыкания задачи необходима постановка граничных условий на всех границах расчетной области.

На стенках цилиндра моделируются условие прилипания и непротекания, кинетическая энергия турбулентности полагается равной нулю, частота турбулентных пульсаций ω_{mw} определяется в ближайшем к твердой стенке узле конечноразностной сетки:

$$v = 0, \quad u = 0, \quad w = \frac{\pi}{30} nR, \quad k = 0, \quad \omega_{mw} = \vartheta_2 \frac{\mu}{\rho \Delta^2},$$

где n – частота вращения цилиндра (об/мин); R – радиус цилиндра; $\vartheta_2 = 80$ – параметр модели; Δ – расстояние до твердой стенки.

Граничные условия на торцевой поверхности также определяют условия прилипания и непротекания и записываются в виде

$$v = 0, \quad u = 0, \quad w = \frac{\pi}{30} nr, \quad k = 0, \quad \omega_{mw} = \vartheta_2 \frac{\mu}{\rho \Delta^2}.$$

На оси течения выполняются условия симметрии

$$r = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial r} = 0.$$

Давление p на входе в цилиндр полагается равным атмосферному. Остальные граничные условия на входе могут быть записаны как

$$v_{in} = 0, \quad w_{in} = 0, \quad k = Tu \cdot u_{in}^2, \quad \omega = \frac{C_\omega}{2R} \sqrt{k_{in}}.$$

Здесь $C_\omega = 10$, $Tu = 0.03$ – константы модели.

Метод решения

Представленные в предыдущем разделе уравнения представляют собой полную замкнутую систему уравнений, которая при соответствующих граничных условиях и известных свойствах потока определяет основные характеристики течения. Уравнения (1) – (3) решались численно с использованием метода конечного объема [22]. В соответствии с этим методом конечноразностные уравнения получают интегрированием дифференциальных уравнений по контрольным объемам, содержащим узлы конечноразностной сетки.

Численное решение проводилось с использованием шахматной сетки. Узлы для осевой и радиальной составляющих скорости располагались в середине граней контрольных объемов для скалярных величин. Вычисления проведены на сетке с 2000 узлами в осевом направлении и 1700 узлами в радиальном. Вблизи стенок, а также в областях с большими градиентами скорости проводилось сгущение сетки.

Известно [23–25], что при сильной закрутке в потоке возникают зоны со значительным продольным изменением гидродинамических параметров. Как следст-

вие, применение схем первого порядка по пространству является малоэффективным в силу сильной численной диффузии. В то же время традиционные схемы второго порядка приводят к появлению ложных осцилляций численного решения в областях больших градиентов [26]. Немонотонность этих схем является нежелательной и требует особого внимания при разработке вычислительных алгоритмов. В настоящей работе для решения уравнений динамики используется TVD-подход (Total Variation Diminishing). Этот подход связан с построением схем, которые уменьшают или сохраняют полную вариацию функции, не допуская тем самым появления ложных осцилляций. Основная идея TVD-подхода состоит в том, что расчет ведется всюду со вторым порядком точности, кроме зон с резким изменением параметров, где схема автоматически переключается на первый порядок точности. Этот переход обеспечивается с помощью специальных функций – лимитеров (ограничителей). Вопросы построения TVD-схем подробно освещены в [27]. В настоящей работе с целью монотонизации численной схемы используется ограничитель MinMod [28].

Уравнение неразрывности удовлетворялось с помощью алгоритма SIMPLEC [28]. Считалось, что сходимость итераций достигнута, если среднеквадратичная невязка для всех переменных не превышала 1%. Для оценки точности вычислений была выполнена серия расчетов на последовательностях сгущающихся сеток. Результаты тестирования показали, что уменьшение шага базовой сетки в 2 раза по осевой и радиальной координатам приводит к изменению значений основных переменных не более чем на 1%.

Результаты расчетов и их анализ

На основе представленной математической модели было проведено численное исследование структуры течения. Расчетные параметры имели значения: $R = 0.5$ см, $h = 1\text{--}10$ см, $n = 500\text{--}3000$ об/мин. На рис. 1 приведены линии тока во вращающемся цилиндре, рассчитанные для различной высоты стенки.

Вращение стенок цилиндра индуцирует закрутку слоев воздуха, примыкающих к твердым стенкам. Закрутка воздушного потока приводит к появлению тангенциальной составляющей скорости и формированию поля центробежных сил, которые интенсифицируют движение воздуха в радиальном направлении, оттесняя его к стенке. В приосевой зоне формируется область пониженного давления. В эту зону подсасывается воздух, и внутри цилиндра формируется циркуляционное течение. Незакрученные массы воздуха инжектируются в приосевую часть цилиндра и движутся по направлению к его торцу. В процессе движения они взаимодействуют с закрученными пристеночными слоями. В результате этого движение инжектируемых масс воздуха становится закрученным. В окрестности торца происходит разворот потока с последующим истечением вдоль стенок цилиндра. Интенсивность вращения пристеночных масс воздуха благодаря вращению стенок значительно возрастает.

Результаты исследования показывают, что структура потока определяется не только частотой вращения цилиндра n , но и его высотой h . В коротких цилиндрах ($h/R < 6$) при $n = 2800$ об/мин разворот потока происходит в непосредственной близости от торца. В длинных цилиндрах ($h/R > 6$) между торцевой поверхностью и зоной разворота потока формируется застойная зона с вихревым движением малой интенсивности. Таким образом, с ростом высоты цилиндра взаимодействие инжектируемого потока с торцевой поверхностью ослабевает.

Рис. 1. Линии тока во вращающемся цилиндре ($n = 2800$ об/мин):

$a - h/R = 10$, $b - h/R = 5$, $c - h/R = 1$

Fig. 1. Streamlines in a rotating cylinder ($n = 2800$ rpm):

$h/R = (a) 10$, $(b) 5$, and $(c) 1$

Типичные радиальные распределения осевой и тангенциальной скоростей, рассчитанные в различных сечениях, представлены на рис. 2.

Рис. 2. Радиальные распределения осевой (a) и тангенциальной скорости (b), ($n = 2800$ об/мин, $h = 5$ см): 1 – $x = 1$ см; 2 – $x = 2$ см; 3 – $x = 3$ см; 4 – $x = 4$ см

Fig. 2. Radial distributions of the (a) axial and (b) tangential velocity, ($n = 2800$ rpm, $h = 5$ cm): $x = (1) 1$; (2) 2; (3) 3; and (4) 4 cm

Радиальное распределение осевой скорости в приосевой части течения характеризуется отрицательными значениями, что свидетельствует об инжекции воздуха. Вдоль стенок цилиндра происходит истечение воздуха. Наибольшие значения осевой скорости, как в приосевой зоне инжекции, так и в пристеночной зоне истечения, наблюдаются вблизи среза цилиндра. По мере приближения к торцевой стенке значения осевой скорости уменьшаются.

Радиальное распределение тангенциальной скорости вблизи среза цилиндра характеризуется относительно невысокими значениями в приосевой зоне и резким увеличением значений тангенциальной скорости вблизи цилиндрических стенок. В результате действия вязких сил по мере проникновения воздушных масс происходит закручивание потока. В результате в приторцевой зоне течения вращение потока приобретает квазитвердый характер.

Рис. 3. Изолинии угловой скорости вращения потока ($n = 2800$ об/мин), рад/с: $a - h/R = 4.0$, $b - h/R = 2.5$, $c - h/R = 1.25$

Fig. 3. Isolines of the angular velocity of the flow rotation ($n = 2800$ rpm), rad/s: $h/R = (a) 4.0$, $(b) 2.5$, and $(c) 1.25$

На рис. 3 представлены распределения угловой скорости вращения потока $\tilde{\omega} = w/r$, рассчитанные для разных значений высоты цилиндра. Из рисунка видно, что угловая скорость инжектируемого потока возрастает по мере продвижения потока к торцевой стенке. Наибольшие значения угловой скорости потока достигаются вблизи стенок, наименьшие – в приосевой зоне. При ($h/R < 6$, $n = 2800$ об/мин) интенсивность вращения потока вблизи торцевой стенки невели-

ка, так как инжектируемые массы воздуха не успевают приобрести вращательное движение. С увеличением высоты цилиндра в результате контакта с закрученными пристеночными слоями интенсивность вращения потока вблизи торцевой стенки возрастает. При $h/R > 6$ угловая скорость вращения потока в торцевой зоне становится равной угловой скорости вращения цилиндра. Таким образом, при больших h относительное тангенциальное движение в окрестности торца прекращается.

Интенсивность движения потока относительно стенок цилиндра характеризует кинетическая энергия относительного движения потока

$$E = 0.5\rho[u^2 + v^2 + (w - n\pi r/30)^2].$$

Распределения E , Дж/м³, в потоке представлены на рис. 4.

Рис. 4. Изолинии кинетической энергии относительно движения потока ($n = 2800$ об/мин), Дж/м³:

$a - h/R = 10$, $b - h/R = 5$, $c - h/R = 2.5$

Fig. 4. Isolines of the kinetic energy relative to the flow motion ($n = 2800$ rpm), J/m³:
 $h/R = (a) 10, (b) 5, \text{ and } (c) 2.5$

Максимальные значения относительной кинетической энергии наблюдаются в зоне инъекции, где отсутствует вращательное движение потока. По мере закручивания потока его относительное движение ослабевает, что приводит к уменьшению E . В длинных цилиндрах минимальные значения E достигаются вблизи сте-

нок (цилиндрической и торцевой), где угловая скорость вращения потока близка к угловой скорости вращения цилиндра. В коротких цилиндрах поток достигает торца слабозакрученным, совершающим тангенциальное движение относительно торцевой поверхности. Это приводит к высоким значениям относительной кинетической энергии.

На рис. 5, *a*, *b* приведены радиальные распределения тангенциальной скорости относительного движения потока $\Delta w = w - \pi r / 30$ в приторцевой области цилиндра ($x = 0.2$ см). С увеличением высоты стенок время пребывания воздушных масс внутри цилиндра возрастает. В результате этого благодаря действию вязких сил интенсифицируется процесс вовлечения воздушных масс во вращательное движение. И, как следствие этого, скорость движения воздушных масс относительно стенок цилиндра уменьшается. С увеличением частоты вращения при фиксированной высоте цилиндра процесс вовлечения инжектируемых воздушных масс во вращательное движение не успевает завершиться по мере приближения к приторцевой области. В результате этого с ростом n относительная скорость тангенциального движения потока Δw вблизи торцевой стенки цилиндра увеличивается.

Рис. 5. Радиальные распределения относительной тангенциальной скорости в приторцевой зоне: *a* ($n = 2800$ об/мин): 1 – $h/R = 5$, 2 – $h/R = 10$, 3 – $h/R = 15$, 4 – $h/R = 20$; *b* ($h/R = 10$): 1 – $n = 500$ об/мин, 2 – $n = 1000$ об/мин, 3 – $n = 2000$ об/мин, 4 – $n = 2800$ об/мин

Fig. 5. Radial distributions of the relative tangential velocity in the near-edge zone: (*a*) $n = 2800$ rpm; $h/R = (1) 5$, (2) 10, (3) 15, and (4) 20; (*b*) $h/R = 10$; $n = (1) 500$, (2) 1000, (3) 2000, and (4) 2800 rpm

Таким образом, величина Δw , характеризующая воздействие потока на торцевую поверхность, определяется двумя параметрами: частотой вращения и высотой цилиндра. В результате проведенных исследований на основании анализа результатов численного моделирования получена аппроксимационная зависимость, устанавливающая связь между этими параметрами. Согласно этой зависимости, высота цилиндра, обеспечивающая разность скорости торцевой стенки и воздуха в пограничном слое не более 10 % для заданной частоты вращения равна

$$\frac{h}{R} = 2.14 \cdot 10^{-3} n,$$

где n измеряется в об/мин.

Заключение

Таким образом, анализ результатов расчетов показал, что при высоте цилиндра $h/R \leq 2.14 \cdot 10^{-3} n$ разворот потока происходит в непосредственной близости от торцевой поверхности. При этом интенсивность вращения воздуха в цилиндре невелика, так как инжектируемые массы воздуха не успевают приобрести вращательного движения.

С увеличением высоты цилиндра в результате взаимодействия с закрученными пристенными слоями интенсивность вращения потока вблизи торцевой стенки возрастает. В длинных цилиндрах ($h/R > 2.14 \cdot 10^{-3} n$) между торцевой поверхностью и областью разворота потока формируется зона квазитвердого вращения, в которой взаимодействие инжектируемого потока с поверхностью незначительно. В приторцевой области течения угловая скорость вращения потока практически равна угловой скорости вращения торцевой стенки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 588 с.
2. Халатов А.А. Теория и практика закрученных потоков. Киев: Наукова думка, 1989. 190 с.
3. Гешева Е.С., Литвинов И.В., Шторк С.И., Алексеенко С.В. Анализ аэродинамической структуры закрученного течения в моделях вихревых горелочных устройств // Теплоэнергетика. 2014. № 9. С. 33–41.
4. Siddiquee H., Shafkat Bin Hoqueeb Md., Mohammad A. Effect of swirl flow on heat transfer characteristics in a circular pipe // AIP Conference Proceedings. 2016. V. 1754. 050028. <https://doi.org/10.1063/1.4958419>.
5. Ianiro A., Cardone G. Heat transfer rate and uniformity in multichannel swirling impinging jets // Applied Thermal Engineering. 2012. V. 49. P. 89–98.
6. Nanan K., Wongcharee K., Nuntadusit C., Eiamsa-ard S. Forced convective heat transfer by swirling impinging jets issuing from nozzles equipped with twisted tapes // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2012. V. 39. P. 844–852.
7. Nuntadusit C., Wae-hayee M., Bunyajitradulya A., Eiamsa-ard S. Heat transfer enhancement by multiple swirling impinging jets with twisted-tape swirl generators // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2012. V. 39. P. 102–107.
8. Шевчук И.В., Халатов А.А. Теплообмен и гидродинамика в прямых каналах, вращающихся относительно параллельной или наклонной оси // Теплофизика высоких температур. 1996. Т. 34. № 3. С. 461–473.
9. Матвиенко О.В. Исследование теплообмена и формирования турбулентности во внутреннем закрученном потоке жидкости при низких числах Рейнольдса // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 4. С. 908–918.
10. Архипов В.А., Матвиенко О.В. Нестационарные процессы горения в канале при закрутке газового потока и ее прекращении // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35. № 4. С. 33–40.
11. Матвиенко О.В., Ушаков В.М. Численное исследование структуры закрученного потока в цилиндрической камере, частично заполненной пористым материалом // Вестник Томского государственного педагогического университета. 2003. № 4 (38). С. 14–24.
12. Menter F.R. Zonal two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1993. Technical Report No. 93-2906.
13. Menter F.R., Rumsey C.L. Assessment of two-equation turbulence models for transonic flows // AIAA Paper. 1994. No. 94-2343.
14. Piquet J. Turbulent flows: models and physics. Berlin: Springer. 1999. 762 p.
15. Jones W.P., Launder B.E. The calculation of low Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence // Int. J. of Heat Mass Transfer. 1973. V. 16. P. 1119–1130.

16. Архипов В.А., Матвиенко О.В., Трофимов В.Ф. Горение распыленного жидкого топлива в закрученном потоке // Физика горения и взрыва. 2005. Т. 41. № 2. С. 26–37.
17. Матвиенко О.В., Бубенчиков А.М. Математическое моделирование теплообмена и химического реагирования закрученного потока диссоциирующего газа // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89. № 1. С. 118–126.
18. Wilcox D.C. A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-shear flows // AIAA Paper. 1993. No. 93-2905.
19. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4. Begell House. Inc. 2003. P. 625–632.
20. Spalart P.R., Shur M. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature // Aerospace Science and Technology. 1997. V. 1. No. 5. P. 297–302. doi: 10.1016/S1270-9638(97)90051-1.
21. Bradshaw P., Ferriss D.H., Atwell N.P. Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation // Journal of Fluid Mechanics. 1967. V. 28. P. 593–616.
22. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с.
23. Ferziger J.H., Perić M. Computational Methods for Fluid Dynamics. Berlin: Springer, 1996.
24. Ушаков В.М., Матвиенко О.В. Численное исследование теплообмена и зажигания реакционноспособных стенок канала высокотемпературным потоком закрученного газа // Инженерно-физический журнал. 2005. Т. 78. № 3. С. 123–128.
25. Егоров А.Г., Тизлов А.С., Ниязов В.Я., Архипов В.А., Матвиенко О.В. Исследование влияния закрутки спутного высокоскоростного потока воздуха на геометрические параметры алюминиево-воздушного факела // Химическая физика. 2014. Т. 33. № 10. С. 58–61.
26. Van Leer B. Towards the ultimate conservative differencing scheme. IV. A new approach to numerical convection // Journal of Computational Physics. 1977. V. 23. P. 276–299.
27. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 1983. V. 49. P. 357–393.
28. Van Doormal J.P., Raithby G.D. Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows // Numerical Heat Transfer. 1984. V. 7. P. 147–163.

Статья поступила 26.05.2020

Matvienko O.V., Arkhipov V.A., Zolotarev N.N. (2021) AERODYNAMICS OF A TURBULENT FLOW IN A ROTATING SEMI-CLOSED CYLINDER. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. pp. 114–126

DOI 10.17223/19988621/69/9

Keywords: semi-closed cylinder, swirling flow, rotational speed, turbulent flow structure, numerical study.

The mathematical model and results of a numerical study of swirling turbulent air flow characteristics in a semi-closed cylinder rotating around a symmetry axis are presented. A physical and mathematical model is used to describe aerodynamics of the stationary isothermal axisymmetric swirling flow, which includes the Navier-Stokes equations in cylindrical coordinates. The study of turbulence characteristics is carried out using the composite model Menter SST (Shear Stress Transport). The numerical solution is obtained using a chess grid. Nodes for axial and radial velocity components are located in the middle of the control volume faces for scalar quantities. Calculations are performed on a grid with 2000 and 1700 nodes in the axial and radial directions, respectively. The grid refinement is performed near the walls and in the areas with large velocity gradients. The calculated results show that the main grid refinement by 2 times in the axial and radial coordinates leads to a change in the values of the main variables by less than 1%. It is shown that the flow structure is determined by the rotational speed and

cylinder height. Analyzing the calculated results, the ratio of the cylinder height to the angular velocity of the cylinder rotation is obtained, which ensures the formation of a quasi-solid rotation zone in the near-edge region.

Financial support. This work was carried out with financial support from the Ministry of Education and Science of the Russian Federation within the framework of State Assignment No. 0721-2020-0036.

Oleg V. MATVIENKO (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering, Tomsk, Russian Federation). E-mail: matvolegv@mail.ru

Vladimir A. ARKHIPOV (Doctor of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: leva@niipmm.tsu.ru

Nikolay N. ZOLOTOREV (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: nikzolotorev@mail.ru

REFERENCES

1. Gupta A., Lilley D., Syred N. (1987) *Zakruchennyye potoki* [Swirling flows]. Moscow: Mir.
2. Khalatov A.A. (1989) *Teoriya i praktika zakruchennykh potokov* [Theory and application of swirling flows]. Kyiv: Naukova Dumka.
3. Gesheva E.S., Litvinov I.V., Shtork S.I., Alekseenko C.V. (2014) Analyzing the aerodynamic structure of swirl flow in vortex burner models. *Thermal Engineering*. 61(9). pp. 649–657. DOI: 10.1051/epjconf/201715900052.
4. Siddiquea H., Shafkat Bin Hoqueb Md., Mohammad A. (2016) Effect of swirl flow on heat transfer characteristics in a circular pipe. *AIP Conference Proceedings*. 1754(050028). DOI: 10.1063/1.4958419.
5. Ianiro A., Cardone G. (2012) Heat transfer rate and uniformity in multichannel swirling impinging jets. *Applied Thermal Engineering*. 49. pp. 89–98. DOI: 10.1016/J.APPLTHERMALENG.2011.10.018.
6. Nanan K., Wongcharee K., Nuntadusit C., Eiamsa-ard S. (2012) Forced convective heat transfer by swirling impinging jets issuing from nozzles equipped with twisted tapes. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 39. pp. 844–852. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2012.05.002.
7. Nuntadusit C., Wae-hayee M., Bunyajitradulya A., Eiamsa-ard S. (2012) Heat transfer enhancement by multiple swirling impinging jets with twisted-tape swirl generators. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 39. pp. 102–107. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2011.10.003.
8. Shevchuk I.V., Khalatov A.A. (1996) Heat transfer and hydrodynamics in straight channels rotating about a parallel or inclined axis. *High Temperature*. 34(3). pp. 461–473.
9. Matvienko O.V. (2014) Heat transfer and formation of turbulence in an internal swirling fluid flow at low Reynolds numbers. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 87(4). pp. 908–918. DOI: 10.1007/s10891-014-1092-3.
10. Matvienko O.V., Arkhipov V.A. (1999) Unsteady combustion processes in a channel with gas stream swirling and its termination. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 35. pp. 379–385. DOI: 10.1007/BF02674467.
11. Matvienko O.V., Ushakov V.M. (2003) Chislennoe issledovanie struktury zakruchennogo potoka v tsilindricheskoy kamere, chastichno zapolnennoy poristym materialom [Numerical study of a swirling flow structure in the cylindrical chamber partially filled with a porous material]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta – Tomsk State Pedagogical University Bulletin*. 4. pp. 14–24.
12. Menter F.R. (1993) Zonal two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows. *AIAA Paper*. 93-2906. DOI: 10.2514/6.1993-2906.

13. Menter F.R., Rumsey C.L. (1994) Assessment of two-equation turbulence models for transonic flows. *AIAA Paper*. 94-2343. DOI: 10.2514/6.1994-2343.
14. Piquet J. (1999) *Turbulent Flows: Models and Physics*. Berlin: Springer. DOI: 10.1007/978-3-662-03559-7.
15. Jones W.P., Launder B.E. (1973) The calculation of low Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 16. pp. 1119–1130. DOI: 10.1016/0017-9310(73)90125-7.
16. Arkhipov V.A., Matvienko O.V., Trofimov V.F. (2005) Combustion of sprayed liquid fuel in a swirling flow. *Combustion, Explosion and Shock Waves*. 41(2). pp. 140–150. DOI: 10.1007/s10573-005-0016-0.
17. Matvienko O.V., Bubenichikov A.M. (2016) Mathematical modeling of the heat transfer and chemical reaction of a swirling flow of a dissociative gas. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 89(1). pp. 127–134. DOI: 10.1007/s10891-016-1359-y.
18. Wilcox D.C. (1993) A two-equation turbulence model for wall-bounded and free-shear flows. *AIAA Paper*. 93-2905. DOI: 10.2514/6.1996-2057.
19. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. (2003) Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Turbulence, Heat and Mass Transfer*. 4. pp. 625–632.
20. Spalart P.R., Shur M. (1997) On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace Science and Technology*. 1(5). pp. 297–302. DOI: 10.1016/S1270-9638(97)90051-1.
21. Bradshaw P., Ferriss D.H., Atwell N.P. (1967) Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation. *Journal of Fluid Mechanics*. 28(3). pp. 593–616. DOI: 10.1017/S0022112067002319.
22. Patankar S. (1984) *Chislennyye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti* [Numerical methods for solving problems of heat transfer and fluid dynamics]. Moscow: Energoatomizdat.
23. Ferziger J.H., Perić M. (1996) *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer. DOI: 10.1007/978-3-642-56026-2.
24. Ushakov V.M., Matvienko O.V. (2005) Numerical investigation of the heat exchange and firing of reactive channel walls by a high-temperature swirling-gas glow. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 78(3). pp. 541–547. DOI: 10.1007/s10891-005-0092-8.
25. Egorov A.G., Tizilov A.S., Niyazov V.Y., Arkhipov V.A., Matvienko O.V. (2014) Effect of the swirl of cocurrent high-velocity air flow on the geometry of an aluminum-air flame. *Russian Journal of Physical Chemistry B*. 8(5). pp. 712–715. DOI: 10.1134/S1990793114050157.
26. Van Leer B. (1977) Towards the ultimate conservative differencing scheme. IV. A new approach to numerical convection. *Journal of Computational Physics*. 23. pp. 276–299. DOI: 10.1016/0021-9991(77)90095-X.
27. Harten A. (1983) High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*. 49. pp. 357–393. DOI: 10.1016/0021-9991(83)90136-5.
28. Van Doormaal J.P., Raithby G.D. (1984) Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*. 7. pp. 147–163. DOI: 10.1080/01495728408961817.

Received: May 26, 2020