МЕХАНИКА

УДК 537.85; 536.24

DOI 10.17223/19988621/70/3

С.И. Володченко, А.А. Глазунов, С.В. Синяев

**ЭЛЕКТРОИМПУЛЬСНЫЙ НАГРЕВ
РЕАКЦИОННОСПОСОБНЫХ СОСТАВОВ
ТОНКОСТЕННЫМИ ПРОВОДНИКАМИ-ТЭНАМИ
В РЕЖИМАХ МНОГООЧАГОВОГО ЗАЖИГАНИЯ
МЕТАТЕЛЬНЫХ ЗАРЯДОВ¹**

Представлены результаты численно-аналитического исследования процессов электроимпульсного нагрева теплопроводных сред проводниками из металлической фольги (тэнов) применительно к устройствам многоочагового зажигания комбинированных метательных зарядов. Определены условия равномерного нагрева таких проводников в режимах интенсивной теплоотдачи в прилегающие слои реакционноспособных составов при различных условиях теплообмена.

Ключевые слова: *электрический разряд, импульсный нагрев, проводник-тэн, нагреваемая среда, теплообмен, условие однородности, сопряженная задача.*

В последние десятилетия получили развитие электротермохимические (ЭТХ) ускорители [1, 2], обладающие рядом преимуществ перед традиционными пороховыми ствольными системами за счет дополнительного ввода электрической энергии в пороховой заряд с помощью электроразрядной плазмы. Процесс электроимпульсной генерации плазмы энергозатратен, а относительно низкая плотность запасаемой электрической энергии может приводить к неприемлемо высоким весогабаритным характеристикам накопителя. В [3, 4] предложена и экспериментально исследована энергетически экономичная плазмозамещающая схема ЭТХ-зажигания метательных зарядов, основанная на замене плазменной субстанции высокотемпературными двухфазными продуктами сгорания дополнительного заряда (ДЗ) высокоэнергетического гетерогенного топлива. Эффективное многоочаговое зажигание ДЗ осуществляется потоками раскаленных металлических частиц, генерируемых в результате капельной деструкции проводников из металлической фольги под действием электрического разряда конденсаторной батареи [5, 6]. Такие устройства энергетически экономичны по сравнению с плазмотронами и не требуют высоковольтных источников электрической энергии, поскольку при таком способе зажигания основную часть вводимой в пороховой заряд энергии составляют высокоэнергетические двухфазные продукты сгорания ДЗ. Нагрев топлива ДЗ происходит в два этапа: при омическом нагреве проводников до нача-

¹ Данное научное исследование (№8.2.12.2018) выполнено при поддержке Программы повышения конкурентоспособности ТГУ.

ла их мелкодисперсного капельного разрушения и каплями расплавленного металла, образованными при тепловой и электродинамической капельной деструкции проводников. Увеличение суммарной контактной поверхности проводника после его деструкции существенно ускоряет процесс нагрева и зажигания прилегающих слоев топлива ДЗ. В [7, 8] исследована возможность дополнительного уменьшения запасаемой электрической энергии за счет нанесения высокоэнергетических пиротехнических покрытий на фольговые проводники. Результаты экспериментов на ЭТХ-ускорителе калибром 35 мм [3] подтвердили эффективность и энергетическую экономичность такого решения.

Условие равномерного нагрева фольговых проводников для их капельной деструкции исследовано экспериментально [9]. Капельная деструкция проводника происходит, если при начале его плавления тепловое состояние проводника близко к однородному [10]. Выполнение этого условия накладывает ограничение на толщину проводника. Ее допустимое значение зависит от теплофизических параметров фольги и иницируемого состава, условий их теплообмена, а также от характерной частоты нагревающего проводник тока. В рассматриваемой задаче мощность омического нагрева проводника из металлической фольги практически однородна по его объему [11], а неравномерное распределение температуры обусловлено теплообменом с нагреваемой средой. В настоящей работе получено выражение для оценки допустимой толщины проводника, температурное состояние которого близко к однородному на момент начала его плавления. Применимость оценочного выражения подтверждается решением сопряженной тепловой задачи для характерных импульсных режимов омического нагрева проводников-тэнов.

Постановка и решение сопряженной тепловой задачи

Проводник-тэн длиной l , шириной a и толщиной h нагревается током I . Развертка тэна с направлением тока плотностью $\mathbf{j}$ и удельным тепловым потоком q приведена на рис. 1. Предполагается, что мощность омического нагрева тэна $N(t) = R(t) \cdot I(t)^2$ равномерно распределена по его объему. $R(t)$ – сопротивление тэна в процессе электрического разряда, t – время. Плотность материала тэна – ρ , удельные значения его теплоемкости c и его теплопроводности k – постоянные величины. Распределение температуры в тэне изменяется по его толщине в направлении оси x .

В декартовых координатах уравнение теплопроводности для развертки тэна (см. рис. 1) приводится к виду

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{N(t)}{m \cdot c}, \quad \theta = T - T_0, \quad -0.5h \leq x \leq 0.5h,$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c}, \quad \frac{\partial \theta(t, x = 0)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

где x – координата соответствующего поперечного сечения тэна, T – его температура, T_0 – начальная температура тэна и реакционноспособной среды, находящей-

Рис. 1. Развертка тэна в декартовых координатах, q – тепловой поток в среду
Fig. 1. Scan of a heater in Cartesian coordinates; q is the heat flow into a medium

ся в тепловом контакте с тэном, $m = a \cdot l \cdot h \cdot \rho$ – масса тэна. В сечении $x = 0$ выполняется условие симметрии. Тепловое состояние среды описывается соотношениями

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \quad v = T_1 - T_0, \quad x \geq 0.5h, \quad \alpha_1 = \frac{k_1}{\rho_1 \cdot c_1}, \quad v(t, \infty) = 0. \quad (2)$$

В (2) индексом «1» отмечены температура среды и ее теплофизические параметры, значения которых – постоянные величины. На границе с тэном выполняются условия идеального теплового контакта и равенства тепловых потоков:

$$\theta(t, 0.5h) = v(t, 0.5h), \quad k \frac{\partial \theta(t, 0.5h)}{\partial x} = k_1 \frac{\partial v(t, 0.5h)}{\partial x}. \quad (3)$$

При идеальном тепловом контакте тэна со средой температурная неоднородность в тэне максимальна, поэтому ограничение на толщину тэна h будет заведомо выполняться при других режимах теплообмена. Тепловая задача (1) – (3) решается методом интегрального преобразования Лапласа. В изображениях задача преобразуется к виду

$$\begin{aligned} p \cdot \tilde{\theta}(x) &= \alpha \cdot \frac{d^2 \tilde{\theta}}{dx^2} + \frac{\tilde{N}}{m \cdot c}, \quad p \cdot \tilde{v}(x) = \alpha_1 \cdot \frac{d^2 \tilde{v}(x)}{dx^2}, \\ k \cdot \frac{d\tilde{\theta}(0.5h)}{dx} &= k_1 \cdot \frac{d\tilde{v}(0.5h)}{dx}, \quad \tilde{\theta}(0.5h) = \tilde{v}(0.5h), \end{aligned} \quad (4)$$

где p – параметр преобразования, а волна сверху обозначает изображение соответствующей функции. Решение задачи (4) определяется в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(x) &= \frac{\tilde{N}}{m \cdot c \cdot p} \left[1 - \frac{\exp\left(-\frac{(0.5h+x) \cdot q}{\sqrt{\alpha}}\right) + \exp\left(-\frac{(0.5h-x) \cdot q}{\sqrt{\alpha}}\right)}{(b_1+1) \cdot \left(1 - b \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot q}{\sqrt{\alpha}}\right)\right)} \right], \\ \tilde{v}(x) &= \frac{b_1 \cdot \tilde{N}}{m \cdot c \cdot p} \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{h \cdot q}{\sqrt{\alpha}}\right)\right) \exp\left(-\frac{(x-0.5h) \cdot q}{\sqrt{\alpha_1}}\right)}{(b_1+1) \left(1 - b \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot q}{\sqrt{\alpha}}\right)\right)}, \\ q &= \sqrt{p}, \quad b_1 = \sqrt{\frac{k \cdot p \cdot c}{k_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1}}, \quad b = \frac{b_1 - 1}{b_1 + 1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Коэффициенты b_1 и b – безразмерные параметры, причем $|b| < 1$. Выражение

$$\left(1 - b \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot q}{\sqrt{\alpha}}\right)\right)^{-1}$$

разлагается в ряд Маклорена:

$$\left(1 - b \cdot \exp\left(-\frac{h \cdot q}{\sqrt{\alpha}}\right)\right)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cdot \exp\left(-\frac{n \cdot h \cdot q}{\sqrt{\alpha}}\right),$$

при этом решение (5) принимает вид

$$\tilde{\theta}(x) = \frac{\tilde{N}}{m \cdot c \cdot p} \cdot \left[1 - \frac{1}{b_1 + 1} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} b^n \cdot (\exp(-d_1(n, x) \cdot q) + \exp(-d_2(n, x) \cdot q)) \right],$$

$$\tilde{v}(x) = \frac{b_1 \cdot \tilde{N}}{m c (b_1 + 1) p} \sum_{n=0}^{\infty} b^n (\exp(-d_3(x) \cdot q) (\exp(-d_2(n, h) \cdot q) - \exp(-d_1(n, h) \cdot q))), \quad (6)$$

$$d_{1,2}(n, x) = \alpha^{-0.5} \cdot [(n + 0.5) \cdot h \pm x], \quad d_3(x) = \alpha_1^{-0.5} \cdot (x - 0.5h).$$

Оригиналы функций в (6) определяются по теореме о свертке с учетом обратного преобразования Лапласа $L^{-1} \left\{ \frac{\exp(-d \cdot q)}{p} \right\} = \text{erfc} \left(\frac{d}{2\sqrt{t}} \right)$, $d \geq 0$:

$$T(t, x) = T_0 + \frac{1}{m \cdot c} \int_0^t N(\tau) \left\{ 1 - \frac{1}{b_1 + 1} \sum_{n=0}^{\infty} b^n \left[\text{erfc} \frac{(n + 0.5)h + x}{2\sqrt{\alpha(t - \tau)}} + \text{erfc} \frac{(n + 0.5)h - x}{2\sqrt{\alpha(t - \tau)}} \right] \right\} d\tau,$$

$$T_1(t, x) = T_0 + \frac{b_1}{m \cdot c} \int_0^t \frac{N(\tau)}{b_1 + 1} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} b^n \left[\text{erfc} \left(\frac{x - 0.5h}{2\sqrt{\alpha_1(t - \tau)}} + \frac{n \cdot h}{2\sqrt{\alpha(t - \tau)}} \right) - \text{erfc} \left(\frac{x - 0.5h}{2\sqrt{\alpha_1(t - \tau)}} + \frac{(n + 1) \cdot h}{2\sqrt{\alpha(t - \tau)}} \right) \right] \right\} d\tau. \quad (7)$$

Ряды в (7) являются быстро сходящиеся, для их вычисления с точностью до построения достаточно нескольких первых слагаемых. При $b_1 = 1$ функции $T(t, x)$ и $T_1(t, x)$ в (7) определяются в виде конечных квадратур:

$$T(t, x) = T_0 + \frac{1}{m \cdot c} \int_0^t N(\tau) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\text{erfc} \frac{0.5h + x}{2\sqrt{\alpha(t - \tau)}} + \text{erfc} \frac{0.5h - x}{2\sqrt{\alpha(t - \tau)}} \right] \right\} d\tau;$$

$$T_1(t, x) = T_0 + \frac{1}{2m \cdot c} \int_0^t N(\tau) \left[\text{erfc} \left(\frac{x - 0.5h}{2\sqrt{\alpha_1(t - \tau)}} \right) - \text{erfc} \left(\frac{x - 0.5h}{2\sqrt{\alpha_1(t - \tau)}} + \frac{h}{2\sqrt{\alpha(t - \tau)}} \right) \right] d\tau.$$

Одним из необходимых условий электроимпульсной капельной деструкции тэна является такой режим его нагрева, при котором его тепловое состояние близко к однородному [10]. Степень однородности теплового состояния тэна перед началом его плавления может быть описана следующим безразмерным параметром:

$$\varphi = \frac{T_h - T_0}{T_m - T_0}, \quad (8)$$

где T_m – температура плавления материала тэна, $T_h = T(t_m, x = 0.5h)$ – температура тэна на границе со средой в момент t_m , при котором $T(t_m, x = 0) = T_m$, т.е. температура в центральном сечении тэна достигает величины плавления. С помощью (7) выражение (8) преобразуется к виду

$$\varphi = \frac{\int_0^{t_m} N(\tau) \left\{ 1 - \frac{1}{b_1 + 1} \sum_{n=0}^{\infty} b^n \left[\text{erfc} \frac{(n + 1)h}{\sqrt{\alpha(t_m - \tau)}} + \text{erfc} \frac{nh}{\sqrt{\alpha(t_m - \tau)}} \right] \right\} d\tau}{\int_0^{t_m} N(\tau) \left[1 - \frac{2}{b_1 + 1} \sum_{n=0}^{\infty} b^n \text{erfc} \frac{(2n + 1)h}{2\sqrt{\alpha(t_m - \tau)}} \right] d\tau}. \quad (9)$$

Условие «однородности» теплового состояния тэна перед его плавлением определяется соотношениями

$$1 - \varepsilon \leq \varphi \leq 1, \quad 0 \leq \varepsilon \ll 1. \quad (10)$$

При постоянной мощности N выражение (9) значительно упрощается за счет того, что в него не входят электротехнические параметры устройства зажигания заряда. С учетом обратного преобразования Лапласа

$$L^{-1} \left\{ \frac{\exp(-g \cdot q)}{p^2} \right\} = (t + 0.5g^2) \operatorname{erfc} \left(\frac{g}{2\sqrt{t}} \right) - \sqrt{\frac{t}{\pi}} \cdot g \cdot \exp \left(-\frac{g^2}{4t} \right), \quad g \geq 0,$$

интегралы в выражении для коэффициента φ определяются в явном виде и выражение (10) приводится к виду

$$\varphi = \frac{b_1 + 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{b_1 - 1}{b_1 + 1} \right)^n [f(n+1) + f(n)]}{b_1 + 1 - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{b_1 - 1}{b_1 + 1} \right)^n f(n + 0.5n)}, \quad (11)$$

$$f(n) = (1 + 2 \cdot b_2 \cdot n) \operatorname{erfc}(\sqrt{b_2 \cdot n}) - 2\sqrt{b_2 \cdot n} \cdot \pi^{-1} \exp(-b_2 \cdot n),$$

$$b_2 = h^2 \cdot \rho \cdot c \cdot (k \cdot t_m)^{-1}.$$

Таким образом, коэффициент «однородности» φ является функцией двух безразмерных комплексов – b_1 и b_2 . Их значения определяются теплофизическими характеристиками тэна и среды, толщиной тэна h и временем его нагрева до температуры плавления t_m . Значение t_m зависит от электротехнических параметров устройства и может регулироваться величиной начального напряжения накопителя электрической энергии. Основным параметром тэна, влияющим на процесс его капельной деструкции, является толщина фольги h , из которой изготовлен тэн. Чем меньше h , тем более равномерно нагрет тэн к моменту начала его капельной деструкции. Из (11) следует: $\varphi(h \rightarrow 0) \rightarrow 1$, т.е. при уменьшении толщины тэна распределение температуры в момент t_m стремится к однородному, что обеспечивает оптимальные условия для его объемной капельной деструкции [9].

Результаты расчетов

Влияние режима мощности нагрева $N(t)$ на параметр «однородности» φ определяется при трех характерных зависимостях $N_f(t)$:

$$N_1 = A_1, \quad N_2(t) = A_2(e^{-q_1 \cdot t} - e^{-q_2 \cdot t}), \quad N_3(t) = A_3 e^{-q_3 \cdot t} \sin^2(q_4 \cdot t),$$

которые реализуются при квазистационарном нагреве, нагреве униполярным импульсом тока и колебательном затухающем токе соответственно. Режим $N_2(t)$ характерен при нагреве тэна низковольтным источником энергии [3], а колебательный режим $N_3(t)$ моделирует его индукционный нагрев [6]. На рис. 2 показаны эти зависимости применительно к нагреву тэна из магниевой фольги толщиной $h_0 = 100$ мкм, нагреваемого за время $t_m = 5$ мс до температуры плавления. Длина тэна $l = 0.1$ м, его ширина $a = 0.02$ м. Параметры нагреваемой среды: $k_1 = 40$ Вт·м⁻¹·град⁻¹, $\rho_1 = 7.7$ кг·дм⁻³, $c_1 = 650$ Дж·кг⁻¹·град⁻¹. Режимы нагрева реализуются при следующих значениях тепловых параметров: $A_1(h_0) = 0.47$ МВт, $A_2(h_0) = 3.8$ МВт, $A_3(h_0) = 1.3$ МВт, $q_1(h_0) = 162$ с⁻¹, $q_2(h_0) = 243$ с⁻¹, $q_3(h_0) = 120$ с⁻¹, $q_4 = 482$ с⁻¹.

Рис. 2. Три режима мощности омического нагрева тэна из магниевой фольги

Fig. 2. Three power modes for ohmic heating of the heater made of magnesium foil

Значения параметра «однородности» температуры φ для этих режимов нагрева следующие: $\varphi_1 = 0.974$, $\varphi_2 = 0.966$, $\varphi_3 = 0.967$, т. е. перепад температуры тэна в момент $t_m = 5$ мс составляет 2.6, 3.4 и 3.3 % соответственно. На рис. 3 построены зависимости $\varphi_j(h)$ для каждого из трех режимов нагрева тэнов с толщиной магниевой фольги h от 20 до 200 мкм. Время нагрева – $t_m = 5$ мс. Значения тепловых параметров для тэнов толщиной h и их массы m определяются формулами при $h_0 = 100$ мкм:

$$A_j = \frac{h}{h_0} A_j(h_0), \quad q_1 = \frac{h_0}{h} q_1(h_0), \quad q_2 = \frac{h}{h_0} q_2(h_0),$$

$$q_3 = \frac{h_0}{h} q_3(h_0), \quad q_4 = 500, \quad m = m(h_0) \frac{h}{h_0}.$$

Рис. 3. Зависимости параметра «однородности» тэна от его толщины при трех режимах нагрева

Fig. 3. The "uniformity" parameter of the heater as the functions of its thickness in three heating modes

При всех режимах нагрева тепловая неоднородность в тэне растет с увеличением его толщины до 6.5 %. Параметр «однородности» φ_j мало «чувствителен» к режиму омического нагрева тэна. Поэтому целесообразно оценку допустимой толщины тэна, обеспечивающей его объемную капельную деструкцию за фиксированное время нагрева, проводить в приближении постоянной мощности нагрева (11). Такое допущение существенно упрощает оценку и расширяет область ее применимости, поскольку при ее расчете не используются электротехнические параметры устройства зажигания заряда.

Для оценки толщины тэна при различных временах его нагрева удобно ввести усредненный по трем режимам нагрева параметр «однородности»:

$$\varphi_{\text{ср}} = \frac{1}{3}(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3).$$

На рис. 4 приведены зависимости $\varphi_{\text{ср}}(t_{mj}, h)$ при фиксированных временах нагрева тэна $t_{mj} = 1, 2$ и 5 мс.

Рис. 4. Усредненные зависимости параметра «однородности» для тэна из магниевой фольги различной толщины при трех временах его нагрева

Fig. 4. Averaged dependences of the "uniformity" parameter for the heater made of magnesium foil of different thickness at three heating times

С уменьшением времени нагрева тэна его температурная неоднородность заметно увеличивается, что должно компенсироваться уменьшением толщины фольги. Так, при нагреве тэна за 5 мс температурная неоднородность менее 5 % достигается для магниевой фольги толщиной до ~ 200 мкм, при нагреве за 2 мс – до ~125 мкм, а при 1 мс – до ~ 65 мкм.

Приближение «тонкого» тэна

Под термином «тонкий» подразумевается тэн с близким к однородному тепловым состоянием при импульсном нагреве до температуры плавления. В приближении однородного распределения температуры по объему тэна тепловой поток в среду $Q(t)$ интерпретируется как однородный объемно распределенный по тэну сток части энергии его омического нагрева в окружающую среду. Уравнение теплопроводности для тэна в этом случае принимает вид

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{N(t) - Q(t)}{m \cdot c}, \quad Q(t) = -S \frac{\partial v(t, x = 0.5h)}{\partial x} \quad (12)$$

Решение сопряженной тепловой задачи с выражениями (12) построено методом интегрального преобразования Лапласа аналогичным образом:

$$T_{00}(t) = T_0 + \frac{1}{m \cdot c} \int_0^t N(\tau) \cdot F \left(b_0 \sqrt{\frac{t-\tau}{t_m}} \right) d\tau, \\ b_0 = \frac{2\sqrt{t_m \cdot \alpha_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1}}{h \cdot \rho \cdot c}, \quad F(z) = \exp(z^2) \operatorname{erfc}(z), \quad (13)$$

$$T_{10}(t, x) = T_0 + \frac{1}{m \cdot c} \int_0^t N(\tau) \exp \left[b_0^2 \left(\frac{t-\tau}{t_m} + \frac{x}{b_0 \sqrt{\alpha_1 \cdot t_m}} \right) \right] \operatorname{erfc} \left(b_0 \sqrt{\frac{t-\tau}{t_m}} + \frac{x}{2\sqrt{\alpha_1(t-\tau)}} \right) d\tau,$$

где $T_{00}(t)$ и $T_{10}(t, x)$ температуры тэна и среды соответственно, а b_0 – безразмерный параметр, учитывающий практически все исходные данные для тэна, среды и длительности процесса его нагрева.

Рис. 5. Температурные профили в момент нагрева среднего сечения тэна $x = 0$ до температуры плавления $T_m = 651^\circ\text{C}$: (а), (с) – в тэне, (б), (д) – в среде

Fig. 5. Temperature profiles when the middle section of the heater $x = 0$ is heating up to a melting point $T_m = 651^\circ\text{C}$: (а), (с) in the heater and (б), (д) in the medium

На рис. 5 показаны два варианта финишного распределения температуры в тэне и среде для процессов нагрева длительностью 1 мс (графики а, б) и 5 мс (графики с, д). Сплошными линиями выделены результаты расчетов в приближении (7), пунктирными – в приближении «тонкого» тэна (13). Расчеты проведены для

тэна из магниевой фольги толщиной 100 мкм, нагреваемого в колебательном режиме. График мощности нагрева тэна длительностью 5 мс показан на рис. 2 под номером 3. Параметры нагреваемой среды приведены выше.

Таким образом, приближение «тонкого» тэна (13) применимо для оценки теплового состояния среды даже при достаточно «быстрых» режимах нагрева тэна с толщиной фольги до 100 мкм. Для оценки теплового состояния тэна перед началом процесса его капельной деструкции модель «тонкого» тэна также применима в сочетании с параметром «однородности» из (11). Нагрев тэна при значениях параметра $\varphi \geq 0.95$ создает благоприятные условия для эффективной капельной деструкции тэна.

При теплообмене по закону Ньютона приближение «тонкого» тэна выполняется с большей точностью за счет снижения скорости теплоотдачи от тэна в среду по сравнению с условием идеального теплового контакта на границе «тэн – среда». Увеличение длительности нагрева приводит к дополнительному выравниванию температуры по толщине тэна за счет механизма теплопроводности. Решение тепловой задачи с граничным условием $Q_H(t) = H \cdot [T_H(t, 0.5h) - T_{H1}(t, 0.5h)]$ в приближении «тонкого» тэна получено с помощью приведенного выше алгоритма методом интегрального преобразования Лапласа и имеет следующий вид:

$$T_H(t) = T_0 - \frac{b_1}{b_3} \int_0^t \operatorname{Im} \left[\frac{1}{\beta} F \left(\beta \sqrt{\frac{t-\tau}{t_m}} \right) \right] N(t) d\tau, \quad F(z) = \exp(z^2) \operatorname{erfc}(z),$$

$$T_{H1}(t, x) = T_0 - \frac{2b_2}{b_3} \int_0^t \operatorname{Im} \left\{ \exp \left(\beta \frac{x-0.5h}{\sqrt{\alpha_1 t_m}} + \beta^2 \frac{t-\tau}{t_m} \right) \operatorname{erfc} \left[\frac{x-0.5h}{2\sqrt{\alpha_1(t-\tau)}} + \beta \sqrt{\frac{t-\tau}{t_m}} \right] \right\} N(t) d\tau, \quad (14)$$

$$b_1 = \frac{2H \cdot \sqrt{t_m}}{h \cdot \rho \cdot c}, \quad b_2 = \frac{H \cdot \sqrt{t_m}}{2\sqrt{k_1 \cdot \rho_1 \cdot c_1}}, \quad \beta = b_2 + i \cdot \sqrt{b_1 - b_2^2}, \quad b_3 = m \cdot c \cdot \sqrt{b_1 - b_2^2}.$$

Здесь H – коэффициент теплообмена между тэном и средой, а индекс « H » указывает на условие теплообмена. Из (14) следует, что распределение температур в значительной степени определяется безразмерным комплексным параметром β .

Линейная зависимость удельного сопротивления тэна η от его температуры $\eta(T) = \eta_0 [1 + b_T(T - T_0)]$ позволяет с помощью (14) определить текущее значение сопротивления тэна через мощность его нагрева:

$$R_H(t) = \frac{\eta_0 \cdot l}{a \cdot h} \left\{ 1 - \frac{b_1}{b_3} \int_0^t \operatorname{Im} \left[\frac{1}{\beta} F \left(\beta \sqrt{\frac{t-\tau}{t_m}} \right) \right] N(\tau) d\tau \right\}, \quad (15)$$

где η_0 – удельное сопротивление материала тэна при температуре T_0 , а b_T – постоянный температурный коэффициент для твердого агрегатного состояния материала тэна [12]. С помощью квадратурной зависимости (15) электротехнические уравнения устройства приводятся к интегро-дифференциальному виду. Из решения соответствующей электротехнической задачи определяется, в том числе, мощность омического нагрева тэна $N(t)$ для конкретного источника электрической энергии. Температуры тэна и среды, а также другие тепловые характеристики процесса определяются по найденному значению $N(t)$ с помощью соответствующих квадратурных формул.

Заключение

Решена задача электроимпульсного нагрева среды проводником-тэном при идеальном тепловом контакте со средой для произвольной функции мощности омического нагрева тэна. С помощью полученного решения введен критерий «тонкого» тэна, для которого возможна объемная капельная деструкция в результате импульсного омического нагрева. В приближении «тонкого» тэна получены решения тепловой задачи при теплообмене по закону Ньютона и идеальном тепловом контакте тэна со средой. Во всех решениях выделены специфические безразмерные параметры подобия моделируемых процессов. Показана применимость модели «тонкого» тэна для расчета теплового состояния нагреваемой среды. Полученные результаты применимы при расчетах и проектировании компактных электроимпульсных устройств многоочагового зажигания метательных зарядов и различных реакционноспособных составов с использованием плазмозамещающих технологий с минимизацией затрат электрической энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chaboki A., Zelenac S., Jslle B. Recent Advances in Electrothermal-Chemical Gun Propulsion at United Defense, L.P. // IEEE Transactions on Magnetics. 1997. V. 33. No. 1. P. 284–288.
2. Bradley D. Goodell. Electrothermal Chemical (ETC) Armament System Integration into a Combat Vehicle // Proceedings of the 6th International All-Electric Combat Vehicle (AECV). Conference 13–16 June 2005. Bath, England. P. 1.1–1.9.
3. Sinyaev S.V., Kramar M.A., Kulpin V.I., Surkov V.G. Plasma-Replacement Technology of ETC-Ignition of Powder Charges in High-Velocity Launchers // IEEE Transactions on Magnetics. 2007. V. 43. No.1. P. 318–321.
4. Сinyaев С.В., Буркин В.В., Христенко Ю.Ф., Щегерцов А.Ю., Сурков В.Г. Квазиобъемное очаговое электротермохимическое зажигание гелеобразных высокоэнергетических веществ // Третья Международная конференция «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и ствольных системах» (JCOC99), Россия, Ижевск, 7–8 июля 1999 г. Ижевск: Изд-во ИПМ УрО РАН, 2000. ч.2. С. 640–648.
5. Сinyaев С.В., Анисимов А.Г., Жаровцев В.В., Матросов А.Д. Динамические процессы в баллистических установках при плазмозамещающей технологии электротермохимического зажигания пороховых зарядов с высокой плотностью заряжания // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4. Часть 5. С. 2493–2495.
6. Глазунов А.А., Сinyaев С.В., Анисимов А.Г., Володченко С.И. Индукционная плазмозамещающая технология зажигания пороховых зарядов // Девятая Всероссийская конференция «Внутрикамерные процессы и горение в установках на твердом топливе и ствольных системах» (ICOC'2017): сб. трудов. Ижевск: Изд-во УрО РАН, 2017. С. 68–78.
7. Сinyaев С.В., Сурков В.Г. Электронагреваемые фольговые элементы с пиротехническими покрытиями для управления процессом зажигания квазижидких метательных зарядов // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. С. 146, 147.
8. Сinyaев С.В., Кузнецов В.Т., Володченко С.И., Христенко Ю.Ф. Индукционная плазмозамещающая технология зажигания пороховых зарядов с использованием высокоэнергетических пиротехнических составов // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: сб. трудов X Всероссийской научной конференции, 30 сентября – 3 октября 2018 г. Томск, 2018. С. 6–8.
9. Кожин В.А. Исследования процессов электроимпульсного диспергирования проводников методом скоростной киносъемки // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: материалы VI Всероссийской научной конференции, 30 сентября – 2 октября 2008 г. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2008. С. 127–128.
10. Сinyaев С.В. Спрей-режим электроимпульсного диспергирования проводников и его применение в устройствах зажигания нетрадиционных топлив // Фундаментальные и

- прикладные проблемы современной механики. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2002. С. 108–109.
11. Синяев С.В., Володченко С.И. Импульсный индукционный нагрев полых тонкостенных цилиндрических проводников в магнитном поле соленоида в режимах многоочагового зажигания метательных зарядов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 6 (26). С. 96–105.
12. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля М.: Мир, 1972. 392 с.

Статья поступила 29.12.2020

Volodchenkov S.I., Glazunov A.A., Sinyaev S.V. (2021) ELECTRIC PULSE HEATING OF REACTIVE COMPOSITIONS BY THIN-WALLED CONDUCTORS-HEATERS IN THE MODES OF MULTI-POINT IGNITION OF PROPELLANT CHARGES. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 70. pp. 24–36

DOI 10.17223/19988621/70/3

Keywords: electric discharge, pulse heating, conductor-heater, heated medium, heat exchange, "uniformity" condition, conjugate problem.

The problem of electric pulse heating of a medium by the heater made of metal foil with an ideal thermal contact with the medium is solved. The solution is obtained in the form of rapidly converging series for ohmic heating power, which is given as an arbitrary function of time. Using the obtained solution, a dimensionless criterion is introduced for quasi-homogeneous heating of the heater up to a melting point with intensive heat transfer to environment. It is shown that with a fixed heating duration, the criterion value depends weakly on the type of a heating power function, which allows ignoring parameters of the external electrical circuit of the device while choosing the heater thickness. The definition of a "thin" heater is introduced, which admits of bulk droplet destruction during heating of a reactive medium. In the "thin" heater approximation, quadrature solutions to the thermal problem are obtained under heat exchange according to Newton's law and ideal thermal contact, when the heater power is an arbitrary function of time. Dimensionless similarity parameters of the simulated processes are identified in all solutions, which include thermal and physical characteristics of the heater and medium, as well as the thickness of the heater and the time of its heating up to the melting point. The applicability of the "thin" heater model for calculating the thermal state of a high-energy pyrotechnic coating is shown. As an example, the permissible values of the thickness of the magnesium foil heater are determined, which ensure its uniform heating up to the melting point in 1 and 5 milliseconds under the ideal thermal contact with ignited coating. The obtained quadrature solutions to the thermal problems and the calculated results are applicable in the design of compact electric pulse devices for contact multi-point ignition of various reactive compositions with efficient consumption of electric energy.

Financial support. This research was supported by a grant (No. 8.2.12/2018) from "Tomsk State University Competitiveness Improvement Programme".

Sergey I. VOLODCHENKOV (Candidate of Physics and Mathematics, Russian Federal Nuclear Center – All-Russian Scientific Research Institute of Experimental Physics, Sarov, Russian Federation). E-mail: serg_vol666@mail.ru

Anatoliy A. GLAZUNOV (Doctor of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: gla@niipmm.tsu.ru

Sergey V. SINYAEV (Candidate of Physics and Mathematics, Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: ssv@niipmm.tsu.ru

REFERENCES

1. Chaboki A., Zelenac S., Jslle B. (1997) Recent advances in electrothermal-chemical gun propulsion at United Defense, L.P. *IEEE Transactions on Magnetics*. 33(1). pp. 284–288. DOI: 10.1109/20.559970.
2. Goodell B. (2005) Electrothermal chemical (ETC) armament system integration into a combat vehicle. *Proceedings of the 6th International All-Electric Combat Vehicle (AECV) Conference. Bath, England*. pp. 1.1–1.9.
3. Sinyaev S.V., Kramar M.A., Kulpin V.I., Surkov V.G. (2007) Plasma-replacement technology of ETC-ignition of powder charges in high-velocity launchers. *IEEE Transactions on Magnetics*. 1(43). pp. 318–321. DOI: 10.1109/TMAG.2006.887439.
4. Sinyaev S.V., Burkin V.V., Khristenko Yu.F., Shchegertsov A.Yu., Surkov V.G. (2000) Kvaziob'yomnoe ochagovoe elektrotermokhimicheskoe zazhiganie geleobraznykh vysoko-energeticheskikh veshchestv [Quasi-volumetric electro-thermochemical multi-point ignition of gel-like high-energy substances]. *Sbornik trudov Tre'tey mezhdunarodnoy konferentsii "Vnutrikamernye protsessy i gorenie v ustanovkakh na tverdom toplive i stvol'nykh sistemakh"*. Izhevsk. 2. pp. 640–648.
5. Sinyaev S.V., Anisimov A.G., Zharovtsev V.V., Matrosov A.D. (2011) Dinamicheskie protsessy v ballisticheskikh ustanovkakh pri plazmozameshchayushchey tekhnologii elektrotermokhimicheskogo zazhiganiya porokhovykh zaryadov s vysokoy plotnost'yu zaryazhaniya [Dynamic processes in ballistic launchers with plasma-substituting technology of ETC-ignition of powder charges with high loading density]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo – Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod*. 4(5). pp. 2493–2495.
6. Glazunov A.A., Sinyaev S.V., Anisimov A.G., Volodchenkov S.I. (2017) Induktsionnaya plazmozameshchayushchaya tekhnologiya zazhiganiya porokhovykh zaryadov [Induction plasma-substituting technology for the ignition of powder charges]. *Sbornik trudov Devyatoy Vserossiyskoy konferentsii "Vnutrikamernye protsessy i gorenie v ustanovkakh na tverdom toplive i stvol'nykh sistemakh"*. Izhevsk. pp. 68–78.
7. Sinyaev S.V., Surkov V.G. (2004) Elektronagrevayemye fol'govye elementy s pirotekhnicheskimi pokrytiyami dlya upravleniya protsessom zazhiganiya kvazizhidkikh metatel'nykh zaryadov [Electric-heated foil elements with pyrotechnic coatings for controlling the ignition of quasi-liquid propellant charges]. *Doklady IV Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii "Fundamental'nye i prikladnye problemy sovremennoy mekhaniki"*. Tomsk. pp. 146–147.
8. Sinyaev S.V., Kuznetsov V.T., Volodchenkov S.I., Khristenko Yu.F. (2018) Induktsionnaya plazmozameshchayushchaya tekhnologiya zazhiganiya porokhovykh zaryadov s ispol'zovaniem vysokoenergeticheskikh pirotekhnicheskikh sostavov [Induction plasma-substituting technology for the ignition of powder charges using high-energy pyrotechnic compositions]. *Materialy X Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii "Fundamental'nye i prikladnye problemy sovremennoy mekhaniki"*. Tomsk. pp. 6–8.
9. Kozhin V.A. (2008) Issledovaniya protsessov elektroimpul'snogo dispergirovaniya provodnikov metodom skorostnoy kinos'yomki [Studies of the processes of electropulse dispersion of conductors by the high-speed filming method]. *Materialy VI Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii "Fundamental'nye i prikladnye problemy sovremennoy mekhaniki"*. Tomsk. pp. 127–128.
10. Sinyaev S.V. (2002) Sprey-rezhim elektroimpul'snogo dispergirovaniya provodnikov i ego primeneniye v ustroystvakh zazhiganiya netraditsionnykh topliv [Spray mode for electropulse dispersion of conductors and its application in ignition devices of non-conventional fuels]. *Doklady III Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii "Fundamental'nye i prikladnye problemy sovremennoy mekhaniki"*. Tomsk. pp. 108–109.
11. Sinyaev S.V., Volodchenkov S.I. (2013) Impul'snyy induktsionnyy nagrev polykh tonkostennykh tsilindricheskikh provodnikov v magnitnom pole solenoida v rezhimakh mnogoochagov-

- vogo zazhiganiya metatel'nykh zaryadov [Pulse induction heating of the hollow thin-walled cylindrical conductors in a solenoid magnetic field in regimes of multi-point ignition of the propelling charges]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 6(26). pp. 96–105.
12. Knoepfel H. (1970) *Pulsed High Magnetic Fields*. Amsterdam-London: North-Holland Publishing Company.

Received: December 29, 2020