МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАДЕЖНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

DOI 10.17223/20710410/2/21

УДК 681.3.012+681.3-192

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЛОКАЛЬНОГО САМОДИАГНОСТИРОВАНИЯ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С ЦИРКУЛЯНТНОЙ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ¹

Ю.К. Дмитриев

Институт физики полупроводников СО РАН, г. Новосибирск

E-mail: dimi@isp.nsc.ru

Рассматривается системное диагностирование в присутствии неисправностей с кратностью не более t . Анализируются условия, при которых состояние каждого модуля системы определяется только по исходам тестирования модулей, имеющих с ним физические связи (локальная диагностируемость). Показана эффективность локальной t -диагностируемости системы при использовании избыточности по числу исходов тестирования, участвующих в сопоставительном анализе.

Ключевые слова: мультипроцессорные вычислительные системы, системная локальная диагностика, теоретико-графовая модель.

В данной работе продолжается начатое работами [1, 2] исследование возможности диагностирования мультипроцессорных вычислительных систем (ВС) при отказах кратности не более t . Используется теоретико-графовая модель системы, предложенная в работе [3], Препараты – Метца – Чжена (ПМЧ-модель). Диагностическая структура ВС представлена циркулянтным графом, имеющим вершинную степень t и число вершин N . Такой граф обеспечивает определение состояния ВС при неисправностях, кратность которых не превышает значения t (t -диагностируемая ВС), при $N \geq 2t + 1$ по результатам сопоставительного анализа исходов тестирования всех модулей системы (глобальное диагностирование).

В работе [1] предложены правила, с помощью которых определение технического состояния каждого модуля осуществляется по результатам тестирования только тех модулей, которые имеют с ним физические связи. Эти правила названы *правилами самоопределения*, а базирующаяся на их использовании диагностика – *локальной*. Использование локальных правил самоопределения позволяет разрабатывать распределенные методы диагностирования.

Показано, что для заданного t существуют границы по числу модулей в системе, представленной циркулянтным графом, вне которых локальные правила обеспечивают самоопределение не для всех модулей системы. Подобные состояния ВС называем тупиковыми, а диагностирование – частичным.

В работе [1] показано, что локальная t -диагностируемость в случае тупиковых состояний достигается введением избыточности в числе тестов, выполняемых над системой. Однако тестирование занимает основную часть времени диагностирования, так что применение дополнительных тестов уменьшает время использования ВС по назначению и реактивность ВС на возникшую неисправность. Для уменьшения времени диагностирования в работе [2] предложено использовать избыточность в числе исходов тестирования, участвующих в сопоставительном анализе с целью достичь самоопределения состояния модулей. Для этого используются исходы тестирования, соотнесенные со структурными единицами циркулянтного графа, так называемыми треугольниками тестирования.

В данной работе изучена эффективность самоопределения модулей при использовании таких треугольников тестирования.

1. Обозначения и определения

Диагностической моделью вычислительной системы, в которой допустимы множественные отказы и ненадежные тесты, является ориентированный граф $D = (V, E)$. Вершины $i \in V$ графа сопоставлены модулям, а дуги $(i, j) \in E$ – тестовым связям между ними; $(i, j) \in E$, если модуль, сопоставленный с вершиной i , может проверить и оценить состояние модуля, сопоставленного с вершиной j . Вес $a(i, j)$ дуги (i, j) диагностического графа отображает оценку состояния проверяемого модуля j , полученную проверяющим модулем i после

¹ Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 05-08-01301-а).

выполнения им соответствующего теста. Вес $a(i, j) = 0$, если модуль i считает исправным модуль j , иначе $a(i, j) = 1$. Согласно используемой ПМЧ-модели, исход теста, выполняемого неисправным модулем, не зависит от фактического состояния тестируемого модуля.

Множество $F_k, F_k \subseteq V$, неисправных модулей, одновременно присутствующих в системе, называем образом неисправностей. Для всякого F_k справедливо $|F_k| \leq t$, где $|X|$ обозначает мощность множества X . Множество допустимых неисправностей системы составляют все возможные сочетания из N модулей по n , где n пробегает значения от 1 до t . Таким образом, множество $\{F_k\}$ допустимых состояний ВС зависит от значений t и N и обозначается $F(t, N)$.

Упорядоченную совокупность оценок, получаемую при выполнении всех возможных тестов над системой в присутствии F_k , называем синдромом, порождаемым F_k , и обозначаем $\sigma(F_k)$; $\sigma(F_k) = \{a(i, j): (i, j) \in E\}$.

Диагностическая структура ВС представлена t -диагностируемым циркулянтным графом ($D_{1,t}(N)$ -граф) с параметрическим описанием $(N; 1, 2, \dots, n, \dots, t)$, где $N = |V|$, а $n = 1, 2, \dots, t$ – прыжки. В циркулянте $D_{1,t}(N)$ вершины перенумерованы и каждая i -я вершина ($0 \leq i \leq N-1$) смежна с вершинами $(i \pm 1) \bmod N, (i \pm 2) \bmod N, \dots, (i \pm t) \bmod N$, а дуга $(i, (i+n))$ имеет метку соответствующего прыжка $s_n = n$.

Пусть в диагностическом графе множества $X(i)$, $Y(i)$ и $H(i)$ представляют соответственно модули тестирующие, тестируемые и смежные для модуля, сопоставленного вершине i ; $X(i) = \{j \in V: (j, i) \in E\}$, $Y(i) = \{j \in V: (i, j) \in E\}$, $H(i) = X(i) \cup Y(i)$ и $X(i) \cap Y(i) = \emptyset$. Согласно весу дуг, инцидентных вершине i , имеем $X(i) = X_0(i) \cup X_1(i)$, $Y(i) = Y_0(i) \cup Y_1(i)$. При этом $X_0(i) \cap X_1(i) = \emptyset$, $Y_0(i) \cap Y_1(i) = \emptyset$.

Для упрощения изложения распространим терминологию ВС на представляющий ее граф и в дальнейшем используем выражения «состояние графа» вместо «состояние системы», «исправная (неисправная) вершина» вместо «исправный (неисправный) модуль», «исход теста (i, j) » вместо «вес дуги (i, j) » и т.п.

2. Условия самоопределения вершины

Пусть заданы $D_{1,t}(N)$ -граф, F_k и $\sigma(F_k)$. Каждой вершине i графа сопоставим метку $m(i) \in \{\alpha, 0, 1\}$. Если по результатам анализа $\sigma(F_k)$ состояние вершины i не идентифицировано, то $m(i) = \alpha$, если вершина i признана исправной или неисправной, то $m(i) = 0$ или $m(i) = 1$ соответственно (такие состояния называем финальными, а сами вершины – самоопределимыми). Совокупность меток вершин, равно как и процесс их определения, называем разметкой графа.

Разметка графа осуществляется по шагам. Если на очередном шаге идентифицировано финальное состояние вершины i , то в дальнейшем возможность самоопределения для вершин $j \in H(i)$ рассматривается на остаточном множестве $R(j)$, образованном исключением из $H(j)$ вершины i (равно как и других смежных вершин в финальном состоянии).

Динамика изменения состояния графа в процессе диагностирования характеризуется остаточным образом неисправностей $F_k - f$, где $f = \cup_{i \in V} f(i)$ и $f(i)$ – множество смежных с i неисправных вершин, идентифицированных на предшествующих шагах. Каждой вершине i графа сопоставлены значение $|F_k - f(i)|$ порога самоопределения и $\tau(i)$ величины корректировки этого порога.

Начальное значение порога самоопределения для всех вершин равно величине кратности неисправностей t , поскольку априорная информация о мощности образа неисправностей отсутствует. Порог меняется по мере установления финального состояния для новых вершин.

Состояние системы вычисляется в результате проверки правил самоопределения, рекурсивно выполняемой для каждой вершины графа:

$$[(X_1(i)) \cup (Y_1(i))] > (t - \tau(i)) \mapsto m(i) := 1; \quad (1)$$

$$[(X_0(i)) \geq (t - \tau(i))] \mapsto m(i) := 0; \quad (2)$$

$$m(i) := 0 \mapsto [\forall j \in Y_0(i) \{m(j) := 0\}] \& [\forall j \in (X_1(i) \cup Y_1(i)) \{m(j) := 1\}]; \quad (3)$$

$$m(i) := 1 \mapsto \forall j \in X_0(i) \{m(j) := 1\}. \quad (4)$$

Здесь $m(i) := c$ обозначает операцию присвоения вершине i метки финального состояния: $c \in \{0, 1\}$. Выражения (1) – (2) указывают признаки финального состояния вершины i , исходя из значений синдрома, относящихся только к ней самой. Выражения (3) – (4) представляют условия установки финального состояния смежных с i вершин, являющейся следствием идентификации финального состояния вершины i согласно (1) и (2). Установка финального состояния вершин согласно выражениям (3) – (4) следует из правил определения исходов тестирования для ПМЧ-модели, в соответствии с которыми $[Y_0(i) \subset (V - F_k) \& [X_1(i) \cup Y_1(i)] \subseteq F_k]$, если вершина i исправна, и $X_0(i) \subset F_k$, если вершина i неисправна.

Пусть для вершины i диагностического циркулянта $\{j, k\} \subset H(i)$. Рассмотрим ориентированный полный граф K_3 из вершин $\{i, j, k\}$. Назовем треугольником тестирования ориентированный подграф графа K_3 , не содержащий взаимно обратных дуг. Для вершины i диагностического циркулянта множество треугольников тестирования на множестве $\{i, j, k\}$ задается выбором дуг K_3 . В работе [2] выделены два базовых треугольника тестирования, описываемых наборами дуг: $A_1 = \{(i, j), (i, k), (j, k)\}$ и $A_2 = \{(i, j), (j, k), (k, i)\}$. Показано, что все остальные треугольники тестирования эквивалентны базовым с точностью до обозначения вершин. В дальнейшем описанные треугольники тестирования обозначаем перечислением вершин (i, j, k) , имея в виду указанную выше последовательность его ребер.

В работе [2] показано, что для треугольника тестирования A_1 синдромы $\{a(i, j), a(i, k), a(j, k)\} = 001$ или $\{a(i, j), a(i, k), a(j, k)\} = 010$ соответствуют неисправной вершине i при любом состоянии вершин j и k . В треугольнике тестирования вида A_2 синдром $\{a(i, j), a(j, k), a(k, i)\} = 001$ соответствует неисправной вершине i , синдром $\{a(i, j), a(j, k), a(k, i)\} = 010$ – неисправной вершине j , а синдром $\{a(i, j), a(j, k), a(k, i)\} = 100$ – неисправной вершине k . Вершину, для которой по синдрому, сопоставленному треугольнику тестирования, можно указать финальное состояние, называем самоопределимой, а сам треугольник тестирования – определяющим.

Из всего множества треугольников тестирования, которые можно построить на множестве $V(i) = i \cup H(i)$, для нас представляют интерес те, которые обеспечивают самоопределение вершины i . Множество этих треугольников соответствует случаю, когда диагностирование обеспечивается при минимуме анализируемой информации для каждой вершины. Для вершины $j \in H(i)$ идентификация финального состояния обеспечивается из аналогичных треугольников тестирования, построенных на множестве $j \cup H(j)$. Поэтому сказанное выше резюмируем в виде следующих формальных отношений:

$$\{a(i, j), a(i, k), a(j, k)\} = \{001, 010\} \mapsto m(i) := 1; \quad (5)$$

$$\{a(i, j), a(i, k), a(j, k)\} = \{100\} \mapsto m(i) := 1. \quad (6)$$

Треугольник тестирования вида A_1 строится на вершинах из $i \cup Y(i)$ и может использоваться для самоопределения вершин при любых значениях N . Область использования треугольника вида A_2 ограничена значениями $2t + 1 \leq N \leq 3t$, поскольку он образуется на множестве $i \cup X(i) \cup Y(i)$.

Определение 1. Остаточный образ неисправностей $F_k - f$ называем *самоопределимым*, если и только если при любом совместном с ним синдроме хотя бы для одной вершины из $V - f$ выполняются условия самоопределения (1) – (6). В противном случае образ называется *тупиковым*.

Определение 2. Граф называем *локально t -диагностируемым*, если и только если для каждого $F_k \in F(t)$ любой из его остаточных образов неисправностей при $F_k - f \neq \emptyset$ самоопределим при всяком $\sigma(F_k)$.

При заданной кратности неисправностей t область значений N , в которой возможно возникновение тупиковых состояний, ограничена значениями $N = 2t + 1$ и некоторым эмпирически определяемым значением $N_b > N$. N_b представляет собой наибольшее число вершин циркулянта, при котором еще существуют такие образы неисправностей мощности t , что для всякой исправной вершины найдется хотя бы одна тестирующая ее неисправная вершина. Описанное свойство называем свойством топологического покрытия графа.

Будем говорить, что неисправная вершина j 1-покрывает (0-покрывает) вершину i , если $a(j, i) = 1$ ($a(j, i) = 0$). Образы неисправностей, топологически покрывающие граф, могут порождать синдромы, при которых для каждой исправной вершины i найдется 1-покрывающая неисправная вершина j (условие тупикового состояния для исправной вершины), а для каждой неисправной вершины число инцидентных дуг с весом 1 не превышает текущего порогового значения (условие тупикового состояния для неисправной вершины). В работе [1] значение N_b характеризуется как такое наибольшее число вершин циркулянта степени t , при котором

$$\max_{F_k \in F(N_b, t)} \left\{ \sum_{j \in F_k} \Delta(j) \right\} \geq N_b - t. \quad (7)$$

Здесь $\Delta(j)$ – число неисправных вершин, тестирующих j , а $N_b - t$ – число исправных вершин графа.

При выполнении неравенства (7) найдутся такие образы неисправностей и совместный с ним синдром, что каждая исправная вершина является 1-покрытой.

3. Условия тупикового состояния вершины

При анализе условий тупикового состояния неисправной вершины используются лемма 1 и следствие 1, которые дают некоторые общие свойства образа неисправностей, топологически покрывающего граф.

Лемма 1. При $N \geq 2t + 1$ для каждой вершины $j \in F_k$ число тестируемых исправных вершин в $Y(j)$ больше значения $\Delta(j)$.

Доказательство. Согласно конструкции циркулянта, $|Y(k)| = |X(k)| = t$ для каждого $k \in V$. Число неисправных вершин в $Y(j)$ составляет $\delta(j) \leq t - (\Delta(j) + 1)$ по условию о кратности неисправностей (равенство имеет место при $N = 2t + 1$ и нечетном N). Следовательно, число исправных вершин в $Y(j)$ будет $t - \delta(j) \geq t - (t - (\Delta(j) + 1)) = \Delta(j) + 1$, что и завершает доказательство.

Следствие 1. Для каждой вершины $j \in F_k$ найдется хотя бы одна 0-покрытая исправная вершина.

Основываясь на отношениях (5) – (6), в самом общем виде признаки тупикового состояния неисправной вершины можно сформулировать в следующем виде.

Свойство 1. Вершина $j \in F_k$ имеет тупиковое состояние, когда для каждого треугольника тестирования (j, k, m) вида A_1 выполняется хотя бы одно из условий а) $a(j, k) = 1$, б) $a(k, m) = a(j, m)$ при том дополнительном условии, что $|Y_1(j)| \leq \Delta(j)$.

Выразим свойство 1 в виде совокупности признаков, учитывающих взаимное расположение исправных и неисправных вершин множества $Y(j)$.

Свойство 2. Чтобы для неисправной вершины j достигалось тупиковое состояние, необходимо:

а) все 1-покрытые из j исправные вершины $i \in (V - F_k) \cap Y(j)$ предшествуют 0-покрытым исправным вершинам;

б) все неисправные вершины $j_1 \in Y(j)$, для которых $a(j, j_1) = 0$, предшествуют 0-покрытым исправным вершинам;

в) все неисправные вершины $j_1 \in Y(j)$, которые следуют за 0-покрытыми исправными вершинами, имеют $a(j, j_1) = 1$;

г) для каждой 0-покрытой неисправной вершины $j_1 \in Y(j)$ значение $a(j_1, k)$ совпадает со значением $a(j, k)$, где $k \in Y(j) \cap Y(j_1)$, при произвольном (исправное/неисправное) состоянии вершины k .

Пусть для заданных образа неисправностей F_k и совместного с ним синдрома для каждой вершины графа условия (1) – (4) самоопределения не выполняются. Это означает, что для каждой исправной вершины i множество $X_1(i) \neq \emptyset$, а для каждой неисправной вершины j выполняется условие $|X_1(j) \cup Y_1(j)| < t$. Рассмотрим условия тупикового состояния неисправной вершины, вытекающие из невыполнения для нее соотношений (5) – (6) самоопределения с помощью треугольников тестирования вида A_1 .

Лемма 2. Чтобы неисправная вершина j не имела определяющих ее треугольников тестирования, необходимо выполнение условия $\exists j_1 \in Y(j) \cap F_k \{a(j, j_1) = 1\}$.

Доказательство. Допустим обратное: $\forall j_1 \in Y(j) \cap F_k \{a(j, j_1) = 0\}$, но j не имеет определяющих треугольников. Из свойства 2, следует, что все 1-покрытые из j исправные вершины i_1 должны предшествовать неисправной вершине j_1 , наиболее удаленной от вершины j по связям s_1 . Из леммы 1 следует, что существует 0-покрытая из j исправная вершина $i_1 > j_1$, и $i_1 = (j + t) \bmod N$. Из свойства 2-г вытекает, что $\forall j_1 \in Y(j) \cap F_k \{a(j_1, (j + t)) = 0\}$, так как $a(j, (j + t)) = 0$ по условию. Но вершина $(j + t)$ может быть 1-покрыта только из вершин множества $\{j \cup (Y(j) \cap F_k)\}$. Следовательно, при введенных условиях нарушается условие 1-покрытия графа. Значит, при отсутствии 1-покрытых из j неисправных вершин тупиковое состояние вершины j не достигается. Конец доказательства.

Следствие 2. Если неисправная вершина j имеет тупиковое состояние, то $X_0(j) \neq \emptyset$.

Доказательство. Пусть неисправная вершина j 1-покрыта всеми $j_1 \in X(j) \cap F_k$, тогда $X_0(j) = \emptyset$, т.е. $|X_1(j)| = t$, и при $|Y_1(j)| \geq t$ (что имеет место при 1-покрытии из j неисправных вершин) вершина j самоопределима по условию (1).

Нетрудно получить также следующий результат.

Следствие 3. Если для неисправной вершины j при тупиковом состоянии графа выполняется $\Delta(j) = 1$, то вершина j имеет определяющий ее треугольник тестирования.

4. Анализ состояния графа

Для анализа локальной t -диагностируемости графа при заданном образе неисправностей F_k используем свойства треугольников тестирования, построенных на вершинах $\{j, k, (j + t)\}$, где $(j + t) > k > j$ и $j \in F_k$.

Согласно следствию 1, существует $k \in V - F_k$, для которого $a(j, k) = 0$. Если а) $(j + t) \in V - F_k$ и $a(j, (j + t)) = 1$ или б) $(j + t) \in V - F_k$ и $a(j, (j + t)) = 1$, то в соответствии с (5) треугольник тестирования $(j, k, (j + t))$ определяет j . Отсюда необходимое условие, что для $j \in F_k$ нет определяющих треугольников тестирования, имеет следующий вид:

$$\text{если } (j + t) \in V - F_k, \text{ то } a(j, (j + t)) = 0; \quad (8)$$

$$\text{если } (j + t) \in F_k, \text{ то } a(j, (j + t)) = 1. \quad (9)$$

В случае (8) условие 1-покрытия графа требует, чтобы существовала такая неисправная вершина в $Y(j)$, которая 1-покрывает исправную вершину $(j + t)$. Без нарушения условия, что j имеет тупиковое состояние, такой вершиной может быть только неисправная вершина j_1 , 1-покрытая из j . Это означает, что достижение тупикового состояния для j уменьшает по крайней мере на две единицы общую сумму $M(F_k) = \sum_{j \in F_k} \Delta(j) - g$. Величина $M(F_k)$ равна наибольшему числу единичных исходов тестирования в синдромах, совместном с заданным образом неисправностей, которая может быть использована на покрытие не-

исправных вершин графа без нарушения условия об отсутствии самоопределимых неисправных вершин. Здесь g – число исправных вершин в графе: $g = N - |F_k|$.

Для случая (9) условие тупикового состояния вершины j означает, что каждая неисправная вершина j_1 из $Y(j)$ должна быть 1-покрыта из вершины j или сама должна 1-покрывать вершину $(j + t)$. Таким образом, в случае (9) достижение тупикового состояния для j уменьшает по крайней мере на $2\delta(j)$ единиц значение $M(F_k)$.

Предложен алгоритм, который использует описанные условия для определения таких совокупностей $f_k \subseteq F_k$ неисправных вершин, тупиковое состояние которых не нарушает условия $\sum_{j \in F_k} \Delta(j) - g \geq \sum_{j \in f_k} q(j)$, что существенно уменьшает трудоемкость анализа локальной диагностируемости при заданном образе неисправностей F_k . Здесь $q(j)$ — число единичных исходов тестирования, используемых для 1-покрытия смежных вершин при тупиковом состоянии вершины j .

5. Локальная t -диагностируемость оптимального циркулянтного графа

Из определения 1-покрытия графа вытекает следующее

Следствие 4. Если $g = \sum_{j \in F_k} \Delta(j)$, то все неисправные вершины $j \in F_k$ имеют определяющие их треугольники тестирования вида A_1 .

Более того, можно доказать следующее.

Лемма 3. Если для заданного образа неисправностей $F_k \in F(t)$ выполняется $\sum_{j \in F_k} \Delta(j) \leq g + 4$, то образ неисправностей локально t -диагностируем.

Лемма 3 позволяет установить новую нижнюю границу числа вершин локально t -диагностируемого графа. Обозначим F_{km} образ неисправностей, для которого достигается максимальное значение суммы $M(F_k)$ на множестве $F(N, t)$.

Утверждение 1. Если для заданных N и t при максимальном образе неисправностей F_{km} выполняется $\sum_{j \in F_{km}} \Delta(j) \leq g + 4$, то граф локально t -диагностируем.

Утверждение 1 имеет скорее теоретическое, нежели практическое значение, поскольку для оптимальных графов уже при $t > 6$ имеет место $\sum_{j \in F_{km}} \Delta(j) > g + 4$.

Вместе с тем утверждение 1 позволяет уменьшить число образов неисправностей, требующих исследования на возможность тупикового состояния графа при $\sum_{j \in F_{km}} \Delta(j) > g + 4$. Тем самым уменьшается трудоемкость решения задачи анализа локальной t -диагностируемости заданного графа.

Принципиальную возможность эффективного использования треугольников тестирования показывает следующее.

Лемма 4. В оптимальном циркулянтном графе для каждой неисправной имеется треугольник тестирования вида A_2 .

Доказательство. По построению, в циркулянте при $N = 2t + 1$ для всяких $k, k_1 \in V$, таких что $k_1 \in Y(k)$, имеет место $Y(k_1) \cap X(k) \neq \emptyset$. Если $k_1 = k + a$, то $|Y(k_1) \cap X(k)| = a$. Рассмотрим теперь $j \in F_k$ и примем, что для нее нет ни одного определяющего треугольника тестирования вида A_1 . Обозначим i исправную вершину в $Y(j)$, $i = j + k$, которая является 0-покрытой исправной вершиной, наиболее удаленной от j по связям с меткой s_1 .

Если вершина j имеет тупиковое состояние, то для любых $i_1, i_2 \in [Y(j) \cap (V - F_k)]$, таких, что $i_1 > i_2$, имеет место $\{a(j, i_1) \geq a(j, i_2)\}$. Следовательно, если i – наиболее удаленная от j 0-покрытая исправная вершина, то ни один треугольник тестирования с участием вершины i не будет определяющим для j , если и только если $\{(i + 1), (i + 2), \dots, (j + t)\} \subset F_k$. С учетом аксиомы о кратности неисправностей отсюда вытекает существование $i_1 \in Y(i) \cap X(j) \cap (V - F_k)$; треугольник тестирования (j, i, i_1) является определяющим для вершины j .

Если в оптимальном циркулянте $N = 2t + 2$, то для каждой вершины $k \in V$ вершина с номером $(k + t + 1)$ не входит в $Y(k) \cup X(k)$. Рассматриваем вершину $j \in F_k$, для которой отсутствуют определяющие треугольники тестирования вида A_1 , и вершину $i \in Y(j) \cap (V - F_k)$, являющуюся наиболее удаленной от j по связям с меткой s_1 0-покрытой исправной вершиной. Примем, что $i = j + k$. Из аксиомы кратности неисправностей следует, что общее число неисправных вершин в $Y(i)$ не превышает величины $(t - 1)$. По определению, все вершины, следующие за i , неисправны, так что в $Y(i) - Y(i) \cap Y(j)$ содержится не более $(t - k - 1)$ неисправных вершин. Предположим, что имеет место худший случай, т.е. $|[Y(i) - Y(i) \cap Y(j)] \cap F_k| = t - k - 1$, т.е. $[X(j) - X(j) \cap Y(i)] \cap F_k = \emptyset$.

Имеют место два случая.

1. Если исправная вершина в рассматриваемом множестве $Y(i) - Y(i) \cap Y(j)$ имеет номер $i_1 > j + t + 1$, то существует треугольник тестирования (j, i, i_1) , определяющий вершину j .

2. Пусть теперь $i_1 = j + t + 1$. Необходимое условие тупикового состояния вершины j – наличие $Y_1(i) \neq \emptyset$; следовательно, имеется хотя бы одна вершина $j_1 \in F_k \cap Y(i) \cap X(j)$, такая, что $a(j_1, j) = 0$, в таком случае треугольник тестирования (j, i, j_1) определяет j .

Следствие 5. Оптимальный циркулянтный граф локально t -диагностируем при использовании треугольников тестирования.

Заключение

Рассмотрен системный уровень диагностирования ВС при множественных отказах и исходах тестирования, соответствующих ПМЧ-модели. В качестве диагностической структуры использован циркулянтный граф с вершинной степенью, равной кратности допустимых отказов t . Выявлены и проанализированы условия, когда локальное диагностирование является неполным. Выведены условия достоверной идентификации состояния модуля ВС, производимой только по результатам тестирования из модулей, имеющих с ним непосредственную связь – условия локального t -диагностирования, с помощью сопоставительного анализа фрагментов синдрома, соотнесенных со структурной единицей диагностического циркулянта, названной треугольником тестирования.

Анализ показал, что для перехода вершины в тупиковое состояние вследствие отсутствия определяющих ее треугольников тестирования необходимо одновременное выполнение многочисленных условий, связанных как с взаимным расположением и числом смежных неисправных вершин, так и со значением фрагмента синдрома, соотнесенного с рассматриваемой вершиной. Одно это свидетельствует о том, что доля образов неисправностей, которые могут приводить к тупиковому состоянию графа, при использовании треугольников тестирования значительно сокращается. При этом условия достижения тупикового состояния одними неисправными вершинами могут служить условиями самоопределения для других вершин, в том числе исправных, что в конечном счете приводит к определению состояния всех вершин графа. Многочисленные примеры показали, что использование треугольников тестирования во всех рассмотренных случаях обеспечивает локальную t -диагностируемость графа без использования дополнительного тестирования. Это и доказанная эффективность треугольников тестирования для локальной диагностируемости оптимального циркулянта позволяют выдвинуть гипотезу, что отношения (1) – (6) составляют достаточное условие для достижения локальной t -диагностируемости графа при любых значениях N и t .

Вместе с тем анализ показал, что совместное рассмотрение треугольников тестирования, построенных на множестве $j \cup H(j)$, не дает дополнительной информации об определении вершин, кроме той, что может быть получена из соотношений (4). Это свидетельствует о том, что для получения новых условий определмости вершины необходимо расширять ее анализируемую окрестность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Димитриев Ю.К. Локальная самодиагностика вычислительных систем при множественных отказах // Вестник ТГУ. Приложение. 2006. № 17. С. 198 – 202.
2. Димитриев Ю.К., Задорожный А.Ф. Условия локального самодиагностирования в вычислительных системах с циркулянтной структурой // Вестник ТГУ. Приложение. 2007. № 23. С. 216 – 220.
3. Preparata F.P., Metze G., Chien R.T. On the connection assignment problem of diagnosable systems // IEEE Trans. Electr. Comput. 1967. V. EC-16. P. 848 – 854.