

УДК: 533.6.011.72; 519.63
DOI 10.17223/19988621/49/9

Л.Л. Миньков, Н.В. Гольдина

ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПО ГАЗОВЗВЕСИ С МЕЛКИМИ ЧАСТИЦАМИ¹

На основе подхода взаимопроникающих континуумов исследуется численное решение задачи о распространении ударной волны в газозвеси, содержащей инертные частицы, объемная доля которых пренебрежимо мала. Показаны преимущества неявной по правым частям разностной схемы над явной разностной схемой. Получена зависимость максимально возможного шага разностной сетки от размера частиц для достижения устойчивого решения по явной схеме. Показана структура ударной волны и контактного разрыва, распространяющихся по газозвеси с частицами размером 1, 10 и 100 мкм. Получена зависимость ширины ударной волны от размера частиц.

Ключевые слова: ударная волна, газозвесь, ширина фронта ударной волны, разностная схема.

Интерес к задачам о распространении ударной волны, детонационной волны, волны горения по газозвеси не снижается последние 50 лет, что связано, прежде всего, с проблемами пожаровзрывобезопасности в шахтах и на предприятиях по производству сыпучих продуктов. Так, в работах [1–4] решалась задача о распространении детонационной волны в газодисперсной среде с реагирующими частицами. Исследование эволюции фронта пламени по гибридной газозвеси проводилось в работе [5]. Влияние скоростного отставания частиц от газа на скорость пламени показано в работе [6]. В работах [7, 8] анализировалось взаимодействие ударной волны с водяным заслоном и перенос облака порошкового ингибитора за ударной волной. Задачу о подавлении детонационной волны в слое инертных частиц решали авторы работ [9–11].

Для моделирования динамики газодисперсной среды используют либо подход взаимопроникающих континуумов [12], либо подход Лагранжа для описания эволюции частиц и подход Эйлера для описания течения газа с учетом силового и теплового взаимодействия с частицами [1, 13]. Известно, что с уменьшением времени динамической и тепловой релаксации частиц система уравнений, описывающая течение газодисперсной среды, становится жесткой по правым частям уравнений количества движения и энергии. С другой стороны, такое течение, близкое к равновесному, можно описывать как течение газа с эффективным показателем адиабаты [12, 14]. Но такой подход неприменим при исследовании прохождения ударной волны по газозвеси с полидисперсными частицами, размер которых изменяется в широком диапазоне.

Целью данной работы является описание особенностей численного решения задачи о распространении ударной волны в газозвеси с инертными частицами,

¹ Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-79-20011).

размеры которых могут изменяться в широком диапазоне, на основе подхода взаимопроникающих континуумов с использованием предлагаемой разностной схемы.

Постановка задачи

Рассмотрим задачу о распространении ударной волны и контактного разрыва, образовавшихся в результате вскрытия мембраны в ударной трубе, в полубесконечную среду, заполненную инертными частицами. Предположим, что течение газодисперсной среды является одномерным и имеют место следующие допущения: 1) газ идеальный, химически не реагирующий; 2) давление создается газом; 3) объемная доля частиц пренебрежимо мала; 4) частицы представляют собой сферы одного радиуса и не сталкиваются между собой; 5) фазовые переходы между газом и частицами отсутствуют.

Если ввести масштабы плотности – ρ_* , скорости – u_* , длины – x_* , а масштабы времени, давления и температуры определить как: $t_* = x_*/u_*$, $P_* = \rho_* u_*^2$, $T_* = u_*^2/C_b$, то безразмерная система уравнений, описывающая течение газодисперсной среды в рамках вышеупомянутых допущений (с учетом скоростного и температурного отставания частиц от газа), принимает вид [12]

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{G}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho E \\ \rho_s \\ \rho_s u_s \\ \rho_s E_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ (\rho E + p)u \\ \rho_s u_s \\ \rho_s u_s^2 \\ \rho_s u_s E_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_s t_* \phi_f (u_s - u) \\ \rho_s t_* \phi_q (T_s - T) + \rho_s u_s t_* \phi_f (u_s - u) \\ 0 \\ \rho_s t_* \phi_f (u - u_s) \\ \rho_s t_* \phi_q (T - T_s) + \rho_s u_s t_* \phi_f (u - u_s) \end{bmatrix},$$

E – полная энергия газа, $E = \frac{C_v}{C_b} T + \frac{u^2}{2}$; E_s – полная энергия частиц, $E_s = T_s + \frac{u_s^2}{2}$;

ϕ_f – обратное время динамической релаксации частицы, $\phi_f = \frac{18\mu f_d}{d^2 \rho_{ss}}$; ϕ_q – об-

ратное время тепловой релаксации частицы, $\phi_q = \frac{Nu \lambda \phi_f}{3\mu f_d C_b}$; d – размер частиц, μ –

коэффициент динамической вязкости газа; λ – коэффициент теплопроводности газа; C_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; C_b – удельная теплоемкость частиц; u – скорость, ρ – плотность; p – давление; T – температура; параметры с индексом s относятся к дисперсной фазе; f_d – функция взаимодействия, которая учитывает влияния эффектов сжимаемости и инерционности на силу сопротивления частицы [12, 14]

$$f_d = \left(1 + 0.15 \text{Re}^{0.687}\right) \left(1 + \exp\left(-\frac{0.427}{\text{M}^{4.63}} - \frac{3.0}{\text{Re}^{0.88}}\right)\right).$$

Зависимость числа Нуссельта от числа Рейнольдса и числа Прандтля принимается в виде

$$Nu = 2 + 0.459 Re^{0.55} Pr^{0.33},$$

где $Pr = \mu C_p / \lambda$, $Re = \rho_* u_* \rho d |u - u_s| / \mu$, $M = |u - u_s| \sqrt{\rho / k p}$, $k = C_p / C_v$.

Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния идеального газа

$$p = \rho T (k - 1) C_v / C_b.$$

Решение системы уравнений (1), помимо исходных данных и начальных условий, будет зависеть от двух параметров, представляющих собой отношение характерного времени газодинамического процесса к характерному времени динамической релаксации частицы $t_* \varphi_f$ и отношение характерного времени газодинамического процесса к характерному времени тепловой релаксации частицы $t_* \varphi_q$. Если $t_* \varphi_f \gg 1$ и $t_* \varphi_q \gg 1$, то скоростное и температурное отставание частиц от газа будет пренебрежимо мало, т.е. $u_s \approx u$ и $T_s \approx T$ (равновесное течение). В этом случае течение газодисперсной среды можно описывать системой уравнений Эйлера для чистого газа с эффективным показателем адиабаты [13, 15]:

$$k_{\text{эфф}} = \frac{(1-z)C_p + zC_b}{(1-z)C_v + zC_b},$$

где z – массовая доля частиц.

Если $t_* \varphi_f \ll 1$ и $t_* \varphi_q \ll 1$, то течение является «замороженным», поскольку взаимодействие газа и частиц отсутствует [12].

Для частиц угля и алюминия размером 1 мкм время релаксации частиц имеет порядок 10^{-5} с, а для частиц размером 100 мкм – порядка 0.1 с. Поэтому при распространении детонационных волн с характерными временами 10^{-3} с и меньше в газодисперсной среде с мелкими частицами необходимо учитывать скоростное и температурное отставания, тогда как при распространении волн горения и ударных волн слабой интенсивности в такой среде можно воспользоваться допущением о равновесности течения.

Метод решения

Решение системы уравнений (1) получим численно с использованием метода конечных объемов по разностной схеме первого порядка аппроксимации по времени и пространству, причем потоковые величины \mathbf{F} на гранях ячеек для газа найдем по методу Ван Лира [15], а для частиц – по методу Крайко [16]. Вектор правых частей \mathbf{G} можно аппроксимировать с нижнего временного слоя \mathbf{G}^n , и тогда разностная схема будет являться явной по правым частям:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\tau}{h} (F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) + \tau G_i^n, \quad (2)$$

где параметрам в центрах ячеек присвоены целые индексы i , а параметрам на гранях ячеек – полуцелые индексы $i+1/2$ и $i-1/2$.

В этом случае помимо ограничения на шаг по времени, связанный с распространением ударной волны по ячейке разностной сетки, $\tau_g < h/\max(|D_L|, |D_R|)$, будет иметь место ограничение, связанное со временем динамической и тепловой релаксации частиц, $\tau_r < 1/\max(t_*\varphi_f, t_*\varphi_q)$, причем для мелких частиц может оказаться $\tau_r \ll \tau_g$.

Для того чтобы разрешить особенность по правым частям разностной схемы (2) для мелких частиц, значения параметров вектора \mathbf{G} вычислим с верхнего временного слоя, при этом обратные времена релаксации φ_f и φ_q , входящие в вектор \mathbf{G} , – с нижнего временного слоя, т.е.

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\tau}{h}(F_{i+1/2} - F_{i-1/2}) + \tau G_i^{n+1, n}. \quad (3)$$

Введем обозначение: $[f]_i = f_{i+1/2} - f_{i-1/2}$, тогда разностная схема (3) примет вид

$$\begin{aligned} \rho_i^{n+1} &= \rho_i^n - \frac{\tau}{h}[\rho u]_i, \quad \rho_{s,i}^{n+1} = \rho_{s,i}^n - \frac{\tau}{h}[\rho_s u_s]_i, \\ (\rho u)_i^{n+1} &= \left(A + \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} A_s \right) / \left(1 + \frac{\rho_{s,i}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} \right), \\ (\rho_s u_s)_i^{n+1} &= \left(\frac{\rho_{s,i}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} A + A_s + \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} A_s \left(\frac{\rho_{s,i}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} - 1 \right) \right) / \left(1 + \frac{\rho_{s,i}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} \right), \\ T_i^{n+1} &= \left(B + \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} B_s \right) / \left(\rho_i^{n+1} \left(\frac{C_v}{C_b} + \frac{\rho_{s,i}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} \right) \right), \\ T_{s,i}^{n+1} &= \left(\frac{\rho_{s,i}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} B + \left(\frac{C_v}{C_b} \frac{1}{1 + \tau t_* \varphi_f} + \frac{\rho_{s,i}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} \right) B_s \right) / \left(\rho_{s,i}^{n+1} \left(\frac{C_v}{C_b} + \frac{\rho_{s,i}^{n+1}}{\rho_i^{n+1}} \frac{\tau t_* \varphi_f}{1 + \tau t_* \varphi_f} \right) \right), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A &= (\rho u)_i^n - \frac{\tau}{h}[\rho u^2 + p]_i, \quad A_s = (\rho_s u_s)_i^n - \frac{\tau}{h}[\rho_s u_s^2]_i, \\ B &= (\rho E)_i^n - \frac{\tau}{h}[(\rho E + p)u]_i - \frac{1}{2}(\rho u^2)_i^{n+1} + \tau t_* \varphi_f (\rho_s u_s)_i^{n+1} (u_s - u)_i^{n+1}, \\ B_s &= (\rho_s E_s)_i^n - \frac{\tau}{h}[\rho_s E_s u_s]_i - \frac{1}{2}(\rho_s u_s^2)_i^{n+1} + \tau t_* \varphi_f (\rho_s u_s)_i^{n+1} (u - u_s)_i^{n+1}. \end{aligned}$$

Как видно, при стремлении $t_*\varphi_f$ и $t_*\varphi_q$ к бесконечности выражения для скорости и температуры частиц и газа переходят в выражения для равновесного течения:

$$\begin{aligned} u_i^{n+1} &= u_{s,i}^{n+1} = (A + A_s) / (\rho_i^{n+1} + \rho_{s,i}^{n+1}), \\ T_i^{n+1} &= T_{s,i}^{n+1} = (B + B_s) / \left(\rho_i^{n+1} \frac{C_v}{C_b} + \rho_{s,i}^{n+1} \right). \end{aligned}$$

Результаты численного моделирования

Решим задачу о распаде произвольного разрыва, находящегося в момент времени $t = 0$ в точке $x = 0$, при следующих условиях:

$$x < 0, p = 10^5 \text{ Па}, \rho = 1 \text{ кг/м}^3, u = 0, \rho_S = 0;$$

$$x > 0, p = 10^4 \text{ Па}, \rho = 0.125 \text{ кг/м}^3, u = 0, \rho_S = \rho_{S0}, u_S = 0, T_S = T.$$

Известно, что при распаде такого разрыва в газе без частиц образуются три волны: центрированная волна разрежения, распространяющаяся влево, контактный разрыв и ударная волна, распространяющиеся вправо [17]. Расчеты проведем при следующих значениях параметров:

$$x_* = 1 \text{ м}, p_* = 10^5 \text{ Па}, \rho_* = 1 \text{ кг/м}^3, h = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \mu = 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}, \lambda = 0.026 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К}),$$

$$k = 1.4, C_b = 1000 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), C_v = 723 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К}), \rho_{SS} = 2000 \text{ кг/м}^3.$$

Расчеты проведем по разностной схеме 3. На рис. 1 показана эволюция контактного разрыва и ударной волны, проходящих по газодисперсной среде с массовым содержанием частиц $z = 0.5$. Профили плотностей, температур и скоростей соответствуют моментам времени 0.005, 0.01, 0.015 и 0.02 с. Ударная волна, проходя через газодисперсную среду, вовлекает в движение частицы, при этом плотность частиц за ударной волной повышается. Происходит формирование облака частиц повышенной концентрации, левая граница которого определяется движущимся вслед за ударной волной контактным разрывом. Температура и скорость частиц размером 1 мкм успевают подстроиться под температуру и скорость газа (см. рис. 1, *a-c*), что объясняется малыми временами релаксации частиц. Течение газодисперсной среды происходит в равновесном режиме. Увеличение размера частиц до 10 мкм (см. рис. 1, *d-f*) ведет к тому, что профиль ударной волны начинает сглаживаться и в окрестности ударной волной происходит небольшое скоростное и температурное отставание частиц от газа, которое исчезает вблизи контактного разрыва, у которого частицы успевают следовать за газом. При прохождении волн по газодисперсной среде, содержащей частицы размером 100 мкм, картина течения существенно меняется (см. рис. 1, *h-i*). В силу релаксационных процессов ударная волна и контактный разрыв трансформируются таким образом, что у них появляется четко выраженный передний фронт, где соответствующие параметры меняются скачком, и задний фронт, на котором параметры меняются непрерывно, без скачка. Облако частиц растягивается, при этом передний край облака соответствует переднему фронту ударной волны, а задний – началу контактного разрыва. Максимальное значение плотности частиц 100 мкм (концентрация) падает по сравнению с частицами 1 и 10 мкм. В силу того, что частицы не успевают за газом, координата максимальной концентрации частиц в облаке находится далеко за фронтом ударной волны, ближе к переднему фронту контактного разрыва. По мере продвижения фронта ударной волны и контактного разрыва по газодисперсной среде с частицами 100 мкм, скоростное и температурное отставание частиц от газа несколько уменьшается. Следует отметить, что профиль температуры частиц на контактом разрыве повторяет профиль температуры газа с небольшим отставанием, тогда как на фронте ударной волны температурное и скоростное отставание значительно сильнее (см. рис. 1 *h*), при этом местоположение максимального значения температуры частиц находится на переднем фронте контактного разрыва. Интересным фактом является то, что при условии одинаковой плотности частиц в газодисперсной среде скорость прохождения ударной

волны и контактного разрыва по среде с частицами 100 мкм выше, чем по среде с частицами 10 или 1 мкм (см. рис. 1, *a, d, g*). Такое увеличение скорости ударной волны объясняется следующим фактом. Суммарная площадь поперечного сечения всех частиц в единице объема газозвеси определяется выражением $S = \pi n d^2 / 4$, где n – число частиц в единице объема газозвеси, которое связано с объемной долей частиц α соотношением $n = 6\alpha / (\pi d^3)$. Отсюда следует, что $S \sim d^{-1}$. Поэтому, при сохранении объемной доли частиц (или распределенной плотности частиц) увеличение размера частиц ведет к тому, что их суммарная площадь поперечного сечения уменьшается и, следовательно, совокупность крупных частиц будет оказывать меньшее сопротивление потоку газа, чем совокупность мелких частиц.

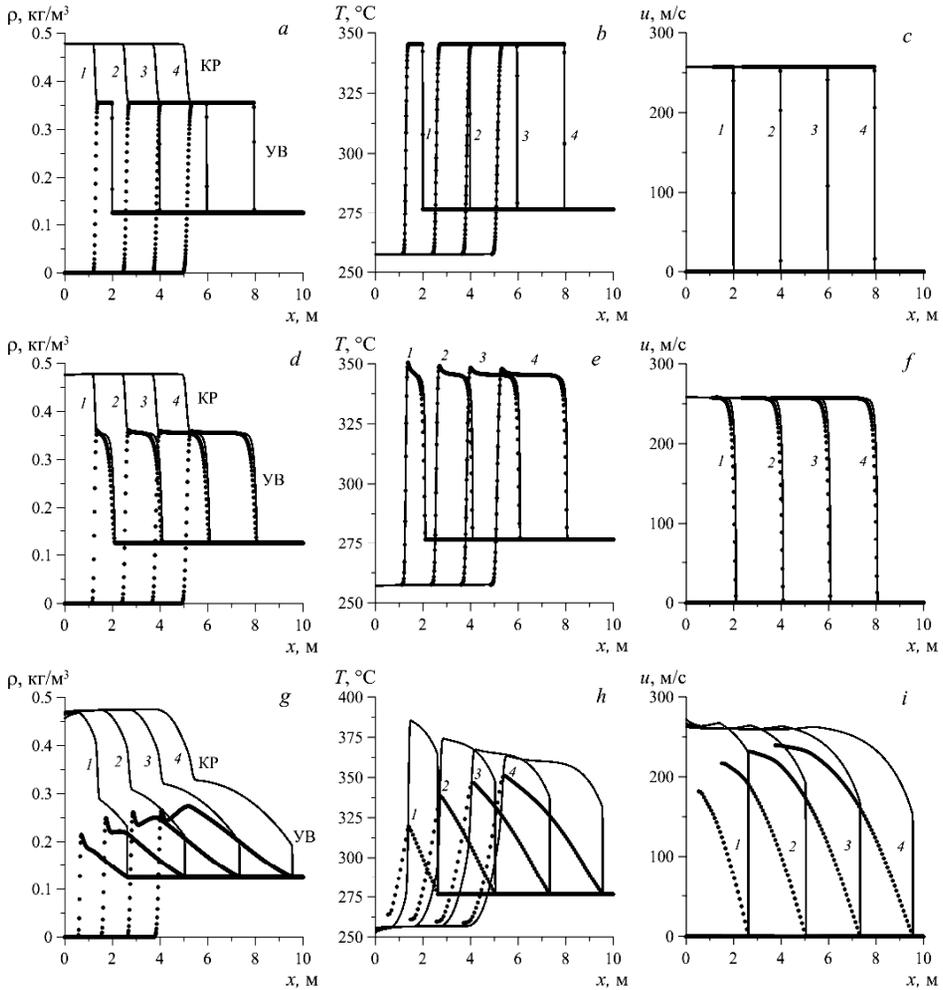


Рис. 1. Распространение контактного разрыва и ударной волны по газодисперсной среде. Сплошные линии – газ, точки – частицы, $\rho_{s0} = 0.125 \text{ кг/м}^3$; 1 – $t = 0.5 \cdot 10^{-2}$, 2 – $t = 10^{-2}$, 3 – $t = 1.5 \cdot 10^{-2}$ и 4 – $t = 2 \cdot 10^{-2}$ с; *a, b, c* – $d = 1$; *d, e, f* – $d = 10$ и *g, h, i* – $d = 100 \text{ мкм}$

Fig. 1. Propagation of the contact discontinuity and shock wave through the gas-dispersed medium. The solid lines indicate the gas; the dots, the particles; $\rho_{s0} = 0.125 \text{ kg/m}^3$; $t = (1) 0.5 \cdot 10^{-2}$, (2) 10^{-2} , (3) $1.5 \cdot 10^{-2}$, and (4) $2 \cdot 10^{-2}$ s; $d = (a, b, c) 1$, (*d, e, f*) 10, and (*g, h, i*) 100 μm

Как, видно разностная схема (3) позволяет получить устойчивое решение для частиц в широком диапазоне их размеров.

Для сравнения возможностей разностных схем (2) и (3) была проведена серия расчетов, в которых размер частиц изменялся от 5 до 25 мкм. Путем варьирования размера разностных ячеек в разностной схеме (2) определялся их предельный размер, когда решение оставалось еще устойчивым. Расчеты показали, что для мелких частиц численное решение получается неустойчивым, если размер разностных ячеек брать больше, чем предельный. На рис. 2 показана зависимость предельного размера разностной ячейки h от размера частиц. Область, находящаяся выше кривой, соответствует неустойчивому численному решению, а ниже – устойчивому. Полученные в ходе численных экспериментов данные (точки, рис. 2) аппроксимируются зависимостью $h = 0.162 \cdot d^{1.416}$ (сплошная кривая), где размер ячеек h выражен в миллиметрах, а размер частиц d в микронах. Из этой зависимости следует, что при стремлении диаметра частиц к нулю размер разностной ячейки также стремится к нулю. Например, для получения устойчивого численного решения задачи для частиц размером 1 мкм по разностной схеме (2) следует использовать разностную сетку с размером ячеек меньше 0.16 мм. Расчеты же, проведенные по предлагаемой схеме (3), позволяют получить устойчивое решение на разностной сетке с размером ячеек в 10 раз больше.

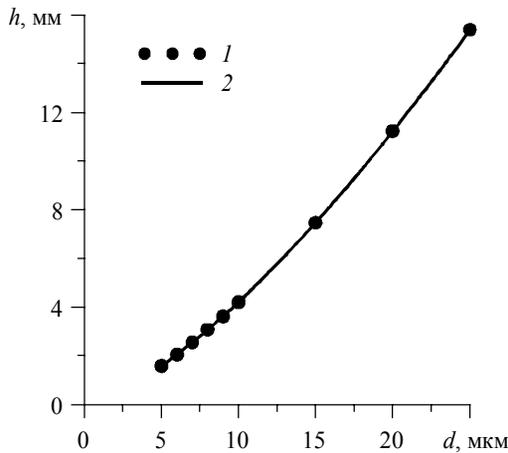


Рис. 2. Зависимость предельного размера ячейки от диаметра частиц для явной схемы (2): 1 – численный эксперимент; 2 – аппроксимация
Fig. 2. Dependence of the limiting cell size on the particle diameter for the explicit scheme (2): 1, numerical experiment; 2, approximation

Известно, что при прохождении ударной волны по газозвеси ее толщина изменяется. В работе [12] приводится следующее оценочное выражение для толщины ударной волны, справедливое для относительных чисел Рейнольдса больше 50:

$$L = \frac{4d}{3} \frac{\rho_{ss}}{\rho_1} \frac{p_e(k+1) + (k-1)}{p_e - 1}, \quad (4)$$

где p_e – отношение равновесного давления за ударной волной к давлению перед ударной волной, для данной задачи равно 3.54, ρ_1 – плотность газа перед ударной волной.

Как видно из зависимости (4), для ударных волн большой интенсивности ($p_e > 1$) толщина ударной волны прямо пропорциональна размеру частиц. Для волн малой интенсивности ($p_e \approx 1$) толщина ударной волны пропорциональна квадрату размера частиц [12].

Толщину ударной волны, распространяющейся в газозвеси, можно определить по скоростному отставанию частиц от газа. Перед ударной волной газ и частицы покоятся, скоростное отставание равно нулю. После ударной волны газозвесь приходит в движение, причем частицы в силу своей инерционности отстают от газа. На некотором расстоянии за ударной волной скорость частиц и газа выравнивается и течение газозвеси становится равновесным. Аналогично ведет себя и число Рейнольдса, показанное на рис. 3 для частиц 25 мкм (штриховая кривая) на момент времени $t = 0.02$ с. Толщина ударной волны L соответствует расстоянию между крайними точками, в которых число Re равно нулю. Как видно из рис. 3, именно на этом участке профиль ударной волны становится гладким (сплошная кривая). Здесь p_0 – давление перед ударной волной.

На рис. 4 показана зависимость толщины ударной волны от размера частиц на момент времени $t = 0.02$ с, полученная в результате численных экспериментов по разностной схеме (3). Видно, что эта зависимость (изображена кружочками) для малоразмерных частиц (< 5 мкм) является квадратичной, а для крупных частиц (> 5 мкм) является линейной, что качественно находится в соответствии с аналитической оценкой (4) (штриховая линия). Расхождение в наклонах численной и аналитической зависимости $L(d)$ можно объяснить тем, что оценка (4) получена в предположении постоянства скоростного отставания частиц от газа в ударной волне [12], тогда как в действительности оно изменяется.

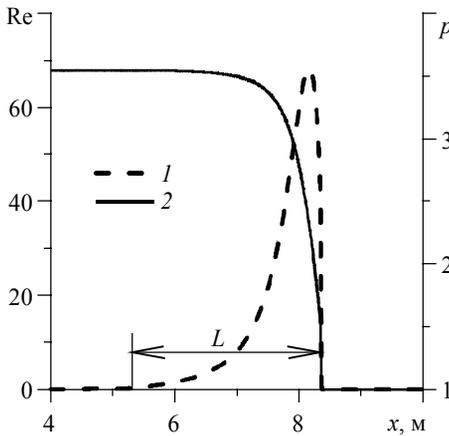


Рис. 3. Измерение толщины ударной волны: 1 – число Рейнольдса для частицы; 2 – давление

Fig. 3. Measurement of the shock wave thickness: 1, the Reynolds number for the particle; 2, pressure

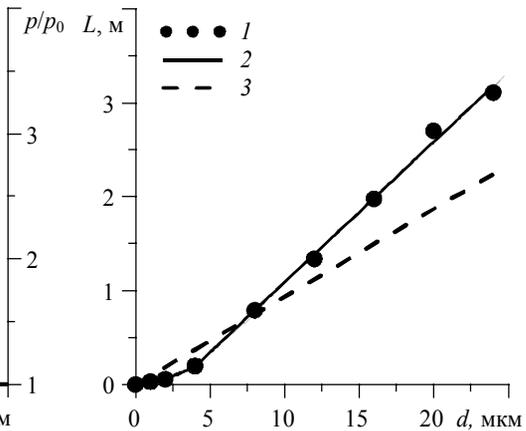


Рис. 4. Зависимость толщины ударной волны от диаметра частиц: 1 – численное моделирование; 2 – аппроксимация; 3 – оценка по Нигматулину [12].

Fig. 4. Dependence of the shock wave thickness on the particle diameter: 1, numerical modeling; 2, approximation; 3, Nigmatulin's estimate [12]

Выводы

На примере численного решения задачи о распространении ударной волны в газодисперсной среде показано, что разностная схема (3), реализующая правые части, учитывающие функции динамического и теплового взаимодействия газа и частиц на верхнем временном слое, имеет более широкий диапазон устойчивости по размеру частиц, чем разностная схема (2), реализующая правые части на нижнем временном слое.

Использование явной по правым частям разностной схемы (2) ограничивает сверху размер разностной ячейки для заданного диаметра частиц, при котором можно получать устойчивое решение задачи о распространении ударной волны по газозвеси.

Было показано, что разностная схема (3) позволяет корректно рассчитать толщину ударной волны, распространяющейся по газозвеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Papalexandris M.V.* Numerical simulation of detonations in mixtures of gases and solid particles // *J. Fluid Mech.* 2004. V. 507. P. 95–142.
2. *Benkiewicz K., Hayashi A.K.* Two-dimensional numerical simulations of multi-headed detonations in oxygen-aluminum mixtures using an adaptive mesh refinement // *Shock Waves.* 2003. V. 13. P. 385–402.
3. *Кратова Ю.В., Хмель Т.А., Федоров А.В.* Осесимметричная расширяющаяся гетерогенная детонация в газозвезях частиц алюминия // *Физика горения и взрыва.* 2016. Т. 52. № 1. С. 84–95.
4. *Хмель Т.А., Федоров А.В.* Моделирование распространения ударных и детонационных волн в запыленных средах при учете межчастичных столкновений // *Физика горения и взрыва.* 2014. Т. 50. № 5. С. 53–62.
5. *Дементьев А.А., Моисеева К.М., Крайнов А.Ю., Палеев Д.Ю.* Сопоставление результатов моделирования распространения пламени в гибридной газозвеси с экспериментальными данными // *Инженерно-физический журнал.* 2016. Т. 89. № 6. С. 1538–1546.
6. *Дементьев А.А., Крайнов А.Ю.* Исследование влияния относительного движения взвеси инертных частиц на скорость фронта горения газовой смеси // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика.* 2013. № 2 (22). С. 60–66.
7. *Васенин И.М., Костеренко В.Н., Крайнов А.Ю., Лукашов О.Ю., Палеев Д.Ю., Шрагер Э.Р.* Расчет переноса облака порошкового ингибитора в штольне в потоке за ударной волной // *Пожарная безопасность.* 2015. № 4. С. 101–108.
8. *Палеев Д.Ю., Лукашов О.Ю., Васенин И.М., Шрагер Э.Р., Крайнов А.Ю., Костеренко В.Н.* Взаимодействие ударной волны взрыва метана с водяным заслоном // *Научные технологии разработки и использования минеральных ресурсов.* 2017. № 3. С. 381–384.
9. *Фомин П.А., Чен Дж.-Р.* Влияние химически инертных частиц на параметры и подавление детонации в газах // *Физика горения и взрыва.* 2009. Т. 45. № 3. С. 77–88.
10. *Фёдоров А.В., Тропин Д.А.* Моделирование прохождения детонационной волны через облако частиц в двухскоростной и двухтемпературной постановке // *Физика горения и взрыва.* 2013. Т. 49. № 2. С. 61–70.
11. *Тропин Д.А., Фёдоров А.В.* Физико-математическое моделирование подавления детонации инертными частицами в смесях метан – кислород и метан – водород – кислород // *Физика горения и взрыва.* 2014. Т. 50. №5. С. 48–52.
12. *Нугматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Т. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
13. *Shotorban B., Jacobs G. B., Ortiz O., Truong Q.* An Eulerian model for particles nonisothermally carried by a compressible fluid // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2013. V. 65. P. 845–854.
14. *Стернин Л.Е., Маслов Б.П., Шрайбер А.А., Подвысоцкий А.М.* Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 171 с.

15. van Leer B. Flux-vector splitting for the euler equation // Lecture Notes in Physics. 1982. V. 170. P. 507–512.
16. Крайко А.Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной собственного давления // Прикладная математика и механика. 1979. Т. 43. № 3. С. 500–510.
17. Sod G.A. A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws // J. Computational Physics. 1978. V. 27. N 1. P. 1–31.

Статья поступила 15.08.2017 г.

Min'kov L.L., Gol'dina N.V. PECULIARITIES OF A NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF SHOCK WAVE PROPAGATION OVER A GAS SUSPENSION WITH SMALL PARTICLES *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 49. pp. 94–104

DOI 10.17223/19988621/49/9

Based on the interpenetrating continua approach, the numerical solution of the problem of shock wave propagation in a gas suspension containing inert particles of negligible volume fraction is studied. The solution of the governing equations was obtained numerically using the finite volume method with the difference scheme of the first order of accuracy in time and space. The flux values on the faces of the difference cells for the gas are found by van Leer's method; for the particles, by Kraiko's method. The implicit and explicit implementations for the right-hand side of the governing equations taking into account the interaction of gas and particles are considered in the difference scheme. The dependence of the maximum possible size of the difference grid on the diameter of the particles is obtained to achieve a stable solution using the explicit difference scheme. It is shown that the implicit difference scheme applied for the right-hand sides of equations makes it possible to obtain a stable solution on the fixed difference grid in a wide range of particle sizes. The relaxation processes are shown to significantly affect the shock wave structure and the contact discontinuity propagating along the gas suspension with large particles. The dependence of the shock wave width on the particle size is obtained, which is in a good agreement with the analytical estimates.

Keywords: shock wave, gas suspension, width of the shock wave front, difference scheme.

MIN'KOV Leonid Leonidovich (Doctor of Physics and Mathematics, Assoc. Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: lminkov@ftf.tsu.ru

GOL'DINA Nadezhda Viktorovna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: alche0809@mail.ru

REFERENCES

1. Papalexandris M.V. (2004) Numerical simulation of detonations in mixtures of gases and solid particles. *J. Fluid Mech.* 507. pp. 95–142. DOI: 10.1017/S0022112004008894.
2. Benkiewicz K., Hayashi A.K. (2003) Two-dimensional numerical simulations of multi-headed detonations in oxygen-aluminum mixtures using an adaptive mesh refinement. *Shock Waves*. 13. pp. 385–402. DOI: 10.1007/s00193-002-0169-7.
3. Kratova Yu.V., Khmel' T.A., Fedorov A.V. (2016) Axisymmetric expanding heterogeneous detonation in gas suspensions of aluminum particles. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 52(1). pp. 74–84. DOI: 10.15372/FGV20160110.
4. Khmel' T.A., Fedorov A.V. (2014) Modeling of propagation of shock and detonation waves in dusty media with allowance for particle collisions. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 50(5). pp. 547–555. DOI: 10.1134/S0010508214050104.
5. Dement'ev A.A., Moiseeva K.M., Krainov A.Yu., Paleev D.Yu. (2016) Comparison of the results of modeling the flame propagation in a hybrid gas suspension with experimental data.

- Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 89(6). pp. 1514–1521. DOI: 10.1007/s10891-016-1521-6.
6. Dement'ev A.A., Krainov A.Yu. (2013) Studying the influence of relative motion of suspended inert particles on the rate of the gas mixture combustion front. *Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Matematika i Mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 2(22). pp. 60–66.
 7. Vasenin I.M., Kosterenko V.N., Krainov A.Yu., Lukashov O.Yu., Paleev D.Yu., Shrager E.R. (2015) Raschyot perenosa oblaka poroshkovogo ingibitora v shtol'ne za udarnoy volnoy [Calculation of the powder inhibitor cloud transport in a mine tunnel behind the shock wave]. *Pozharnaya bezopasnost'*. 4. pp. 101–108.
 8. Paleev D.Yu., Lukashov O.Yu., Vasenin I.M., Shrager E.R., Krainov A.Yu., Kosterenko V.N. (2017) Vzaimodeystvie udarnoy volny vzryva metana s oblakom poroshkovogo ingibitora [Interaction of the methane explosion shock wave with a powder inhibitor cloud]. *Naukoyomkie tekhnologii razrabotki i ispl'zovaniya mineral'nykh resursov*. 3. pp. 381–384.
 9. Fomin P.A., Chen J.-R. (2009) Effect of chemically inert particles on parameters and suppression of detonation in gases. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 45(3). pp. 303–313. DOI: 10.1007/s10573-009-0040-6.
 10. Fedorov A.V., Tropin D.A. (2013) Modeling of detonation wave propagation through a cloud of particles in a two-velocity two-temperature formulation. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 49(2). pp. 178–187. DOI: 10.1134/S0010508213020081.
 11. Tropin D.A., Fedorov A.V. (2014) Physicomathematical modeling of detonation suppression by inert particles in methane-oxygen and methane-hydrogen-oxygen mixtures. *Combustion, Explosion, and Shock Waves*. 50(5). pp. 542–546. DOI: 10.1134/S0010508214050098.
 12. Nigmatulin R.I. (1987) *Dinamika mnogofaznykh sred* [Dynamics of multiphase media]. Part 1. Moscow: Nauka.
 13. Shotorban B., Jacobs G.B., Ortiz O., Truong Q. (2013) An Eulerian model for particles nonisothermally carried by a compressible fluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 65. pp. 845–854. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.06.030.
 14. Sternin L.E., Maslov B.P., Shrayber A.A., Podvysotskiy A.M. (1980) *Dvukhfaznye mono- i polidispersnye techeniya gaza s chastitsami* [Two-phase mono- and polydisperse flows of gas with particles]. Moscow: Mashinostroenie.
 15. van Leer B. (1982) Flux-vector splitting for the Euler equation. *Lecture Notes in Physics*. 170. pp. 507–512. DOI: 10.1007/3-540-11948-5_66.
 16. Krayko A.N. (1979) On discontinuity surfaces in a medium devoid of "proper" pressure. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 43(3). pp. 539–549. DOI: 10.1016/0021-8928(79)90102-3.
 17. Sod G.A. (1978) A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*. 27(1). pp. 1–31. DOI: 10.1016/0021-9991(78)90023-2.