

УДК 533.69  
DOI 10.17223/19988621/51/10

С.В. Пейгин, Н.А. Пушин, А.Л. Болсуновский, С.В. Тимченко

## ОПТИМАЛЬНОЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КРЫЛА ШИРОКОФЮЗЕЛЯЖНОГО ДАЛЬНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА<sup>1</sup>

Приводятся результаты оптимального аэродинамического проектирования крыла широкофюзеляжного дальнемагистрального самолета на высоких трансзвуковых скоростях полета. Для решения задачи использован подход, в основе которого лежат методы высокоточного математического моделирования и глобального оптимального поиска с использованием суперкомпьютерных технологий. Было показано, что оптимальное крыло обладает малым волновым сопротивлением в основной точке проектирования и может эксплуатироваться при заданных условиях крейсерского полета, при этом оптимизация позволила сдвинуть волновой кризис в сторону больших чисел Маха и отвечает всем заданным геометрическим и аэродинамическим ограничениям.

**Ключевые слова:** *оптимальное проектирование, полные уравнения Навье – Стокса, коэффициент сопротивления, момент тангажа, коэффициент подъемной силы.*

Как известно, процесс проектирования летательного аппарата подразделяется на три основные стадии:

- 1) концептуального проектирования;
- 2) предварительного проектирования;
- 3) окончательного детального проектирования.

При этом решающей из них является стадия предварительного проектирования, по завершении которой принимается решение о принципиальной возможности успешного завершения проекта создания самолета. Цена вопроса при этом чрезвычайно высока – например, затраты на завершающую стадию детального проектирования для среднемагистрального пассажирского самолета оцениваются в 8–10 млрд дол. США (по данным корпорации Boeing). Поэтому понятно, что успешное завершение стадии предварительного проектирования и достижение всех целей, поставленных перед этой стадией проекта, является ключевым фактором для успеха проекта создания самолета в целом.

При существующем в настоящее время в авиастроительной промышленности технологическом подходе традиционный процесс аэродинамического дизайна (важнейшая часть всей стадии предварительного проектирования) выполняется вручную на основе метода «проб и ошибок».

В рамках этого подхода:

На первом шаге этого итерационного метода инженер-аэродинамик, основываясь на своем опыте и интуиции, предлагает начальную форму летательного аппарата.

На втором – производится систематический расчет основных аэродинамических характеристик данной конфигурации в широком диапазоне изменения усло-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации Проекта RFMEFI57617X0103.

вий полета (в основном используя программные продукты для численного решения газодинамических уравнений различной степени точности и различные принятые в промышленности приближенные инженерные методики).

На заключительных циклах проектирования дополнительным важным источником информации об аэродинамических характеристиках проектируемого аппарата становятся экспериментальные данные о продувках его модели в аэродинамических трубах.

Третий шаг связан с критическим анализом полученной информации. В рамках этого шага выявляются области, где рассматриваемая геометрия не удовлетворяет требуемым целям и ограничениям проекта в целом. Исходя из результатов анализа причин этого несоответствия, аэродинамический инженер предлагает определенные модификации формы летательного аппарата, и итерационный цикл процесса аэродинамического дизайна повторяется.

Основанный по большей части на опыте дизайнера и его интуиции, этот процесс требует большого числа циклов дизайна, а также больших временных и финансовых затрат.

По данным корпорации Boeing [1], для выполнения этой стадии (предварительное проектирование) на основе вышеописанного подхода для среднемагистрального пассажирского самолета требуется работа порядка 200 человек на протяжении 1,5–2 лет с общими расходами порядка 100–120 млн дол. США.

Математически задача заключается в оптимизации формы летательного аппарата по полному сопротивлению. Первостепенная важность снижения аэродинамического сопротивления самолета становится ясной из так называемой формулы Бреге [1]: при сохранении дальности полета уменьшение сопротивления самолета на 1 % ведет к увеличению его полезной нагрузки на 7.6 %

Таким образом, по-настоящему назревшими требованиями авиапромышленности является переход с «ручного» метода проб и ошибок на новый технологический подход, в основе которого лежат программные продукты нового поколения для автоматического оптимального аэродинамического проектирования летательных аппаратов с учетом конструктивных параметров и конструктивных ограничений.

Именно этот подход, в основе которого лежат методы высокоточного математического моделирования и глобального оптимального поиска с использованием суперкомпьютерных технологий, и предлагается использовать для выполнения данной работы по оптимальному аэродинамическому проектированию широкофюзеляжного дальнемагистрального самолета взлетной массой 200–220 т на 250–300 пассажиров, крейсерской скоростью  $M = 0.86$  и дальностью 10 000 км.

### Постановка задачи

Каждый цикл аэродинамического проектирования стартует с начальной компьютерной геометрической модели летательного аппарата. В первом таком цикле, геометрическая модель поступает из стадии концептуального дизайна вместе с аэродинамическими характеристиками дизайна. В число аэродинамических характеристик входят заданные значения коэффициента подъемной силы и числа Маха набегающего потока, а также высота полета и максимально допустимое значение сопротивления в крейсерском режиме полета. Эти данные призваны обеспечить выполнение аэродинамических целей полета (таких, как дальность, полезная нагрузка, объем топливного бака и т.д.). Поиск искомой геометрической формы осуществляется в классе решений, удовлетворяющих различным геометриче-

ским, аэродинамическим и междисциплинарным ограничениям, которые также определяются на стадии концептуального дизайна. Обычно ограничения накладываются на толщину профилей, допустимые значения момента тангажа и коэффициента подъемной силы при взлёте и т.д.

Математически задача состоит в нахождении формы аэродинамической конфигурации, обладающей минимальным полным аэродинамическим сопротивлением при крейсерских условиях полета и отвечающей всем необходимым геометрическим и аэродинамическим ограничениям.

Сформулируем в точных терминах проблему оптимизации.

Начнём с одноточечной задачи. Её цель – найти аэродинамическую форму, которая минимизирует коэффициент полного сопротивления  $C_X$  с учетом следующих аэродинамических и геометрических ограничений:

Аэродинамические ограничения: заданный постоянный коэффициент подъемной силы  $C_Y$  и максимально допустимый момент тангажа  $M_Z$ .

Геометрические ограничения на следующие величины, задаваемые для каждой оптимизируемой секции крыла:

- относительная толщина секции крыла  $(t/c)_i$ ;
- радиус кривизны передней кромки секции крыла  $(R_L)_i$ ;
- угол задней кромки секции крыла  $(q_T)_i$ ;
- локальные толщины секции крыла  $(y/t)_{ij}$ .

В этих ограничениях  $i = 1, \dots, N_{ws}$  – число секций по размаху крыла, а  $j = 1, \dots, N_{bs}(i)$  – число ограничений на локальную толщину в секции номер  $i$ .

Цель многоточечной оптимизации – минимизировать взвешенную комбинацию коэффициентов сопротивления в нескольких точках дизайна. При этом геометрические ограничения не зависят от точки дизайна, а аэродинамические ограничения задаются для каждой точки дизайна по отдельности.

Решение задачи для реальных конфигураций является сложным в силу нижеследующих причин:

- Точный расчет сопротивления очень труден для реальных конфигураций.
- Нет общего решения проблемы глобального геометрического представления аэродинамических поверхностей.
- Оптимальный поиск происходит в пространстве высокой размерности.
- Необходим эффективный учет большого числа нелинейных ограничений.
- Решение задачи требует огромнейшего объема вычислений.

### Метод решения задачи

В соответствии с вышесказанным, базовый алгоритм оптимального аэродинамического проектирования содержит три основных элемента:

- Расчет целевой функции (в нашем случае это коэффициент полного сопротивления самолета  $C_X$ ) на базе численного расчета обтекания аэродинамических конфигураций потоком вязкого сжимаемого газа на основе математической модели высокого уровня точности (осредненных по числу Рейнольдса полных уравнений Навье – Стокса).

- Поиск оптимальной геометрии на базе алгоритма глобального оптимального поиска с учетом заданных многочисленных ограничений различного типа на оптимальное решение.

- Повышение вычислительной эффективности на базе алгоритма параллелизации вычислительного потока на многопроцессорном вычислительном кластере.

В задачах оптимизации точность расчёта целевой функции (в данном случае полного сопротивления), а также дополнительных функционалов на решении является ключом к успеху.

Для расчёта целевой функции используется код вычислительной аэродинамики OPTIMENGA\_AERO\_ANALYSIS. Программный продукт OPTIMENGA\_AERO\_ANALYSIS является кодом высокой точности для решения усреднённых по Рейнольдсу полных уравнений Навье – Стокса вязкой сжимаемой жидкости в турбулентном режиме на основе надежного, высокоточного и вычислительно-эффективного численного метода высокого порядка точности с использованием схемы ENO (Essentially Non-Oscillatory Scheme) и многосеточного подхода (multigrid approach) с использованием многоблочных структурированных вычислительных сеток при трансзвуковых скоростях полета на высокопроизводительных многопроцессорных вычислительных комплексах.

Основными характеристиками кода являются использование многоблочных структурированных сеток, многосеточного (многоуровневого) подхода, схемы высокого порядка точности, учёт турбулентности и глубокая параллелизация.

В алгоритме кода конвективная часть уравнений аппроксимируется характеристическим оператором первого порядка, который легко обращается. Эта схема применяется везде при многосеточной релаксации. При этом схема высокого порядка ENO/WENO определяет поправки в правую часть дискретного уравнения только на самом тонком сеточном уровне, а вязкие члены аппроксимируются обычным образом.

Код обеспечивает точный расчет сопротивления для сложных аэродинамических конфигураций, достигая хорошей точности на грубых сетках. В нём отсутствуют искусственные параметры. Все эти качества делают код подходящим для промышленных приложений. Данный код был успешно верифицирован в рамках AIAA Drag Prediction Workshop (своеобразного чемпионата мира среди кодов для расчета сопротивления реальных самолетных конфигураций). Проведенные сравнения с кодом OVERFLOW (сертифицированным кодом компании Boeing) дополнительно подтвердили точность этого кода (см. статью [2] в списке литературы).

Уравнения Навье – Стокса вязкой сжимаемой жидкости могут быть записаны в следующей форме:

$$\mathbf{q}_t + \text{div } \mathbf{C} = \text{div } \mathbf{V}, \quad (1)$$

где тензор  $\mathbf{C} = (\mathbf{f}, \mathbf{g}, \mathbf{h})$  содержит конвективные члены; тензор  $\mathbf{V} = (\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{t})$  содержит вязкие члены;  $\mathbf{q} = \rho, \rho u, \rho v, \rho w, E)^T$ ;  $\rho$  – плотность;  $(u, v, w)$  – вектор скорости;  $E$  – энергия;  $t$  – время;  $\mathbf{f}, \mathbf{g}, \mathbf{h}$  – невязкие (конвективные) потоки и  $\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{t}$  – вязкие потоки.

Компоненты невязких потоков имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\mathbf{q}) &= u\mathbf{q} + p(0, 1, 0, 0, u)^T, \\ \mathbf{g}(\mathbf{q}) &= v\mathbf{q} + p(0, 0, 1, 0, v)^T, \\ \mathbf{h}(\mathbf{q}) &= w\mathbf{q} + p(0, 0, 0, 1, w)^T. \end{aligned}$$

Компоненты вязких потоков имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(\mathbf{q}) &= \mu(0, \tau_{11}, \tau_{21}, \tau_{31}, \bar{\sigma}_1)^T, \\ \mathbf{s}(\mathbf{q}) &= \mu(0, \tau_{12}, \tau_{22}, \tau_{32}, \bar{\sigma}_2)^T, \\ \mathbf{t}(\mathbf{q}) &= \mu(0, \tau_{13}, \tau_{23}, \tau_{33}, \bar{\sigma}_3)^T, \end{aligned}$$

где составляющие тензора вязких напряжений задаются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \tau_{11} &= (4/3)u_x - (2/3)v_y - (2/3)w_z, \\
 \tau_{21} &= \tau_{12} = u_y + v_x, \\
 \tau_{31} &= \tau_{13} = u_z + w_x, \\
 \tau_{22} &= (4/3)v_y - (2/3)u_x - (2/3)w_z, \\
 \tau_{32} &= \tau_{23} = u_z + w_y, \\
 \tau_{33} &= (4/3)w_z - (2/3)u_x - (2/3)v_y, \\
 \bar{\sigma}_1 &= u\tau_{11} + v\tau_{12} + w\tau_{13} + (c2)_x / ((\gamma - 1)Pr), \\
 \bar{\sigma}_2 &= u\tau_{21} + v\tau_{22} + w\tau_{23} + (c2)_y / ((\gamma - 1)Pr), \\
 \bar{\sigma}_3 &= u\tau_{31} + v\tau_{32} + w\tau_{33} + (c2)_z / ((\gamma - 1)Pr).
 \end{aligned}$$

Здесь  $\mu$  – значение вязкости,  $\gamma$  – отношение теплоёмкостей газа,  $Pr$  – число Прандтля,  $p = (\gamma - 1)[E - 0.5\rho(u^2 + v^2 + w^2)]$ ,  $c^2 = \gamma p / \rho$ ,  $H = (E + p) / \rho$ .

При дискретизации сжимаемых уравнений Навье – Стокса для сжимаемого газа используется метод конечных объёмов с явной схемой аппроксимации потоков. Рассмотрим структурированную расчётную сетку, состоящую из ячеек, которые образуют структуру типа  $(i, j, k)$ . Интегрируя по каждой ячейке, мы получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений, к которой применяется процедура интегрирования по времени.

Аппроксимация для ячейки с индексами  $(i, j, k)$  будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 (\Omega_{i,j,k} \mathbf{q}_{i,j,k})_t + [\mathbf{C} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i+0.5,j,k} - [\mathbf{C} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i-0.5,j,k} + [\mathbf{C} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i,j+0.5,k} - \\
 - [\mathbf{C} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i,j-0.5,k} + [\mathbf{C} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i,j,k+0.5} - [\mathbf{C} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i,j,k-0.5} = \\
 = [\mathbf{V} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i+0.5,j,k} - [\mathbf{V} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i-0.5,j,k} + [\mathbf{V} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i,j+0.5,k} - \\
 - [\mathbf{V} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i,j-0.5,k} + [\mathbf{V} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i,j,k+0.5} - [\mathbf{V} \cdot (\mathbf{Sn})]_{i,j,k-0.5}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

где  $\Omega_{i,j,k}$  – объём ячейки,  $q_{i,j,k}$  – среднее значение переменной по ячейке и  $S$  – площадь грани ячейки. Дробные индексы указывают, с какой стороны ячейки берётся поток в квадратных скобках.

Разумеется, соотношение (2) является всего лишь формальной аппроксимационной схемой, для реализации которой следует построить интерполяционные формулы, по которым потоки в квадратных скобках интерполируются по значениям потоков в близлежащих центрах ячеек.

В пространственной аппроксимации потоков конвективные потоки на гранях ячеек интерполируются по данным в центрах ячеек посредством двух интерполяционных операторов: характеристического оператора первого порядка и ENO (Essentially non-Oscillatory – Существенно не-Осцилляционный) оператора высокого порядка. Шаблон характеристической схемы первого порядка, фактически применяемой при релаксации, состоит из одной точки, выбранной по знаку соответствующего собственного числа.

Метод ENO (предложенный А. Хартеном и С. Ошером и затем упрощённый С.-В. Шу и С. Ошером, см. статьи [3] и [4] в списке литературы) применяется посредством выбора интерполяционного шаблона по локальным характеристикам и гладкости потоков и может изменяться по ходу итераций. При этом применяется

характеристическая декомпозиция, и интерполяция производится в соответствующих характеристических полях. Интерполяционный шаблон ENO (типично состоящий из трёх точек в нашей имплементации) определяется отдельно в каждом характеристическом поле, сначала по знаку соответствующего собственного числа и затем в соответствии с гладкостью интерполируемых потоков. Чтобы вернуться к декартовым потокам после интерполяции, значения интерполированных характеристических потоков проектируются обратно.

Мы также используем метод поправки на дефект, в котором целевая дискретизация уравнений на самой тонкой сетке отличается от дискретизации, применяемой при многосеточной релаксации. Для релаксации используется аппроксимационный оператор первого порядка точности, а поправка на дефект вычисляется посредством аппроксимации ENO высокого порядка.

Таким образом, мы применяем схему ENO только при вычислении поправки на дефект, а большая часть работы осуществляется посредством относительно дешёвой в вычислительном отношении характеристической схемы первого порядка.

Вязкие члены аппроксимируются напрямую. Для интегрирования по времени используется схема Рунге-Кутты третьего порядка, сохраняющая полную вариацию (TVD), разработанная С.-В. Шу и С. Ошером [4].

Более подробное описание численного метода дано в статьях [5] и [6].

### Результаты трехточечной оптимизации

Для проведения оптимизации использовался программный продукт OPTI-MENGA\_AERO, предназначенный для автоматического оптимального аэродинамического проектирования трехмерных изолированных крыльев произвольной формы в плане с учетом конструктивных параметров и конструктивных ограничений. Подробности используемого метода могут быть найдены в [7–9].

При проведении оптимального аэродинамического проектирования, оптимизируемое крыло сохраняло постоянную форму в плане и было представлено пятью секциями по размаху крыла:

- Бортовая секция при координате  $Z = 3.04$  м вдоль размаха крыла.
- 1-ая промежуточная секция при координате  $Z = 9.0$  м вдоль размаха крыла.
- 2-ая промежуточная секция при координате  $Z = 16.5$  м вдоль размаха крыла.
- 3-ая промежуточная секция при координате  $Z = 22.5$  м вдоль размаха крыла.
- Концевая секция при координате  $Z = 30.0$  м вдоль размаха крыла.

Крыло имеет постоянный угол скоса передней кромки равный  $33.5^\circ$  и следующие углы скоса задней кромки:

- Между бортовой и 1-й промежуточной секцией –  $4.82^\circ$ .
- Между 1-й и 2-й промежуточной секцией –  $16.58^\circ$ .
- Между 2-й и 3-й промежуточной секцией –  $22.86^\circ$ .
- Между 3-й промежуточной и концевой секцией –  $24.26^\circ$ .

Были наложены следующие габаритные ограничения на относительные толщины оптимизируемых профилей: относительная толщина бортового профиля была равна 13.25 %, относительная толщина профиля в 1-й промежуточной секции составляла 11.1, относительная толщина профиля во 2-й промежуточной секции – 9.2, относительная толщина профиля в 3-й промежуточной секции – 8.7 %, а относительная толщина концевого профиля крыла равнялась 8 %.

Для гарантированного размещения топливного бака в крыле самолета дополнительно были выставлены следующие ограничения на относительную толщину

секций крыла в заданных значениях продольной координаты  $X/C$  ( $C$  – величина локальной хорды секции крыла):

- Бортовая секция – 11.8 % (при  $X/C = 0.16$ ) и 8.9 % (при  $X/C = 0.65$ ).
- 1-я промежуточная секция – 8.9 % (при  $X/C = 0.16$ ) и 7.7 % (при  $X/C = 0.65$ ).
- 2-я промежуточная секция – 7.5 % (при  $X/C = 0.16$ ) и 6.4 % (при  $X/C = 0.65$ ).
- 3-я промежуточная секция – 6.9 % (при  $X/C = 0.16$ ) и 6.4 % (при  $X/C = 0.65$ ).
- Концевая секция – 6.5 % (при  $X/C = 0.16$ ) и 5.9 % (при  $X/C = 0.65$ ).

В качестве основных точек аэродинамического проектирования были выбраны 2 точки на крейсерских режимах полета и 1 точка на режиме взлета:

- Точка  $M = 0.86$ ,  $C_Y = 0.5$  (с весом 0.70).
- Точка  $M = 0.87$ ,  $C_Y = 0.5$  (с весом 0.25).
- Точка  $M = 0.20$ ,  $C_Y = 1.00$  (с весом 0.05).

Дополнительным аэродинамическим ограничением являлось ограничение на момент тангажа, необходимое для обеспечения устойчивости полета. При проведении оптимального аэродинамического проектирования требовалось, чтобы момент тангажа всей конфигурации был не меньше, чем момент тангажа начальной конфигурации.

Первый шаг в проведении оптимального аэродинамического проектирования широкофюзеляжного дальнемагистрального самолета состоял в проведении детального аэродинамического анализа изолированного трехмерного крыла начальной формы. Расчётная сетка для пятисекционного крыла состояла из 4 блоков: двух блоков, прилегающих к крылу, и двух блоков на следе крыла. Благодаря использованию условия симметрии на центральной линии крыла, сетка строится только для половины крыла (от плоскости симметрии до численной «бесконечности»).

Блоки около крыла имеют топологию  $C-O$  ( $C$  – по маршевой координате и  $O$  – по размаху крыла). Каждый из этих двух блоков содержит 64 расчётных ячейки по маршевой координате, 32 – в направлении, нормальном к поверхности крыла и 52 – в направлении по размаху крыла, в общей сложности  $64 \times 32 \times 52 = 106496$  расчётных ячеек в блоке.

Блоки на следе имеют топологию  $H-O$  ( $H$  – по маршевой координате и  $O$  – по размаху крыла). Каждый из этих двух блоков содержит 32 расчётных ячейки по маршевой координате, 32 – в направлении, нормальном к поверхности крыла и 52 – в направлении по размаху крыла, итого  $32 \times 32 \times 52 = 53248$  расчётных ячеек в блоке. Таким образом, в общей сложности тонкая сетка вокруг половины крыла содержит 319488 расчётных ячеек. Для повышения точности расчетов шаги сетки были неравномерными и сетка сгущалась в области течения с большими градиентами. В частности, шаг сетки вдоль поверхности крыла в окрестности передней кромки составлял порядка 0.2 % от локальной хорды крыла, а в окрестности задней кромки был порядка 0.45 % от локальной хорды крыла. Величина 1-го шага по направлению по нормали к поверхности крыла составляла 0.02 мм.

Вид расчётной сетки на верхней поверхности крыла представлен на рис. 1.

Расчёт базового крыла на тонкой сетке (обладающей достаточно высокой резолюцией) дал следующие результаты:

- $M = 0.84$ ,  $C_Y = 0.50$ ,  $C_X = 175.1$  аэродинамических каунта.
- $M = 0.85$ ,  $C_Y = 0.50$ ,  $C_X = 180.6$  аэродинамических каунта.
- $M = 0.86$ ,  $C_Y = 0.50$ ,  $C_X = 200.6$  аэродинамических каунта.
- $M = 0.87$ ,  $C_Y = 0.50$ ,  $C_X = 236.2$  аэродинамических каунта.
- $M = 0.87$ ,  $C_Y = 0.50$ ,  $C_X = 280.1$  аэродинамических каунта.

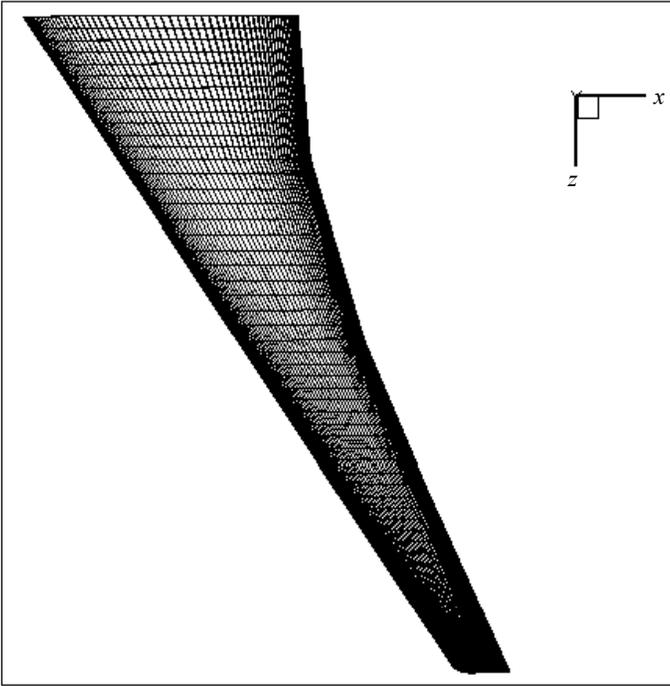


Рис. 1. Вид расчетной сетки на верхней поверхности крыла  
 Fig. 1. Computational grid on the upper surface of the wing

Детальный анализ полученных аэродинамических характеристик исходного (базового) крыла привёл к следующим оценкам:

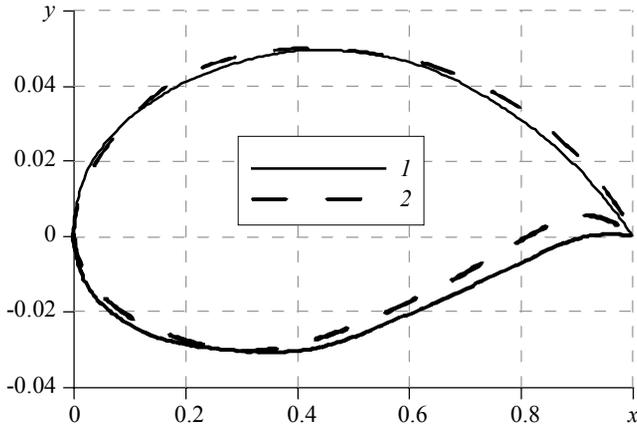
- Приведённые данные позволяют сделать вывод, что базовое крыло обладает приемлемым волновым сопротивлением в точке  $C_Y = 0.50$ ,  $M = 0.85$ .

- При постоянном значении  $C_Y = 0.50$ , происходит, начиная с  $M = 0.85$ , резкий рост сопротивления – при переходе от  $M = 0.85$  до  $0.86$  прирост сопротивления составляет 20 каунтов.

Эти данные позволяют предположить следующее. Потенциальное увеличение крейсерской скорости полёта свыше  $M = 0.86–0.87$  может оказаться проблематичным. Существует потенциальная возможность снижения сопротивления в точке проектирования и в более широком диапазоне полётных условий. Нижеследующая задача представляет серьёзный оптимизационный вызов:

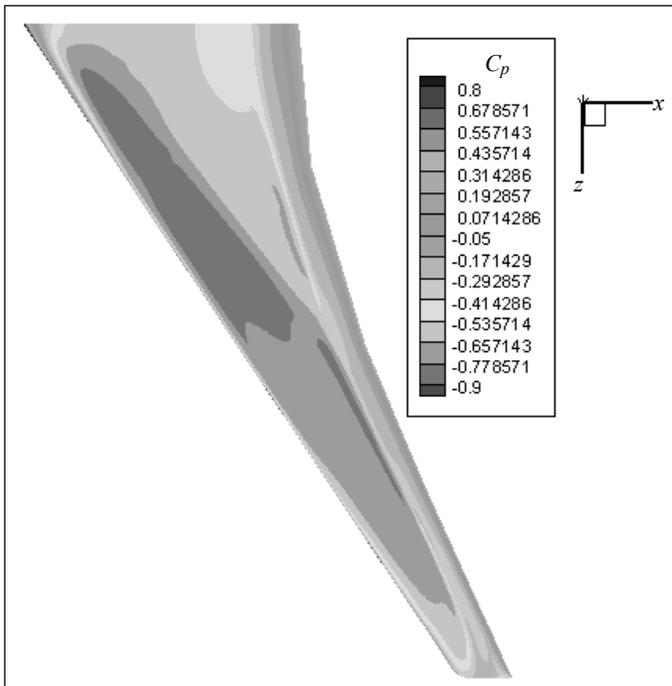
**Требуется снизить сопротивления крыла при  $C_Y = 0.50$  и значениях Маха набегающего потока в зоне  $M = 0.84–0.87$  при сохранении всех остальных положительных характеристик крыла и с учётом всех ограничений, наложенных на форму крыла и аэродинамические характеристики.**

Трехточечная оптимизация с ограничением на момент тангажа снизила коэффициент сопротивления в точке оптимизации  $C_Y = 0.50$ ,  $M = 0.86$  на 30.4 каунта по сравнению с базовым крылом (с 200.6 до 170.2 каунта). В точке  $C_Y = 0.50$ ,  $M = 0.87$  значение коэффициента сопротивления снизилось на 40.8 каунта по сравнению с базовым крылом (с 236.2 до 195.4 каунта). Секционные аэродинамические профили крыла по результатам данной трехточечной оптимизации, в сравнении с профилями базового крыла, приведены на рис. 2.

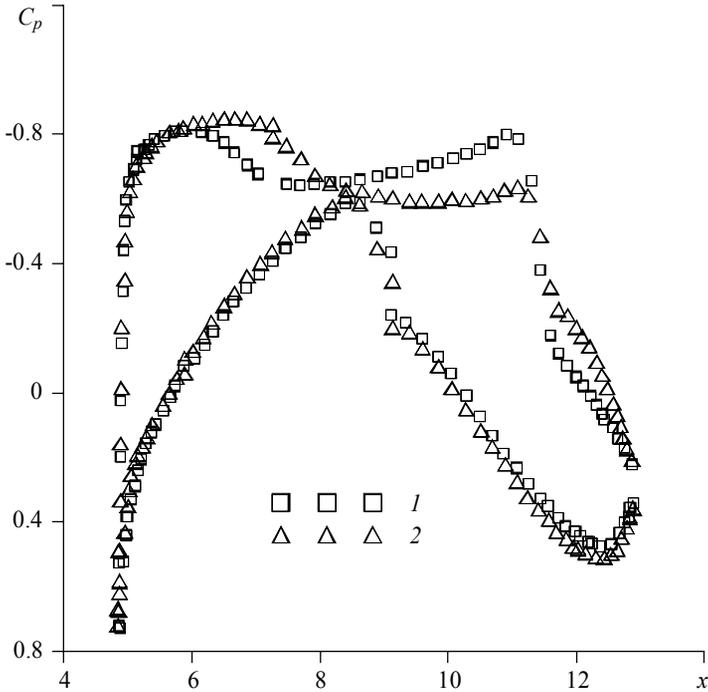


**Рис. 2.** Сравнение профилей концевой секции базового (1) и оптимального (2) крыла  
**Fig. 2.** Comparison of the tip profiles for the original (1) and optimal (2) wings

Распределения давлений по верхней поверхности оптимального крыла и секционные распределения давлений в сравнении с базовым крылом при  $C_Y = 0.50$  (соответствующей коэффициенту подъемной силы в точке проектирования) и  $M = 0.86$  показаны на рис. 3 и 4 соответственно.



**Рис. 3.** Распределение давлений по верхней поверхности оптимального крыла при  $C_Y = 0.50$ ,  $M = 0.86$   
**Fig. 3.** Pressure distribution over the upper surface of the optimal wing at  $C_Y = 0.50$  and  $M = 0.86$



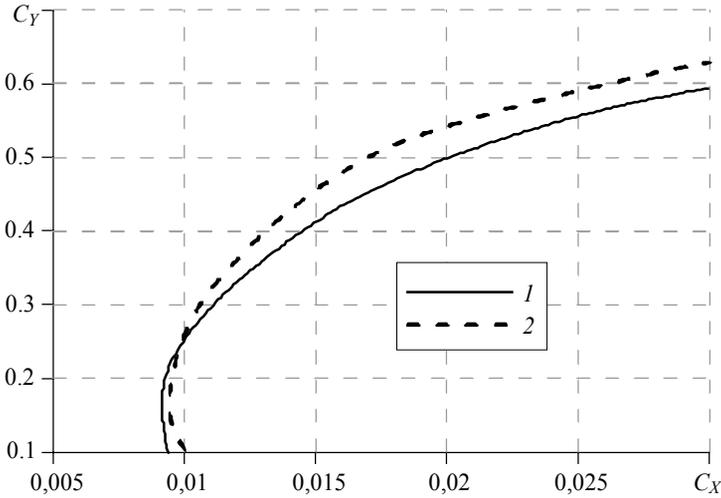
**Рис. 4.** Сравнение распределений давления в сечении  $Z = 5.96$  м по размаху крыла при  $C_\gamma = 0.50$  для  $M = 0.86$  для базового (1) и оптимального крыла (2)

**Fig. 4.** Comparison of the pressure distributions in the cross section  $Z = 5.96$  m over the wingspan at  $C_\gamma = 0.50$  and  $M = 0.86$  for the original (1) and optimal (2) wings

Анализ этих распределений показывает, что оптимальное крыло обладает значительно улучшенными распределениями давлений по всему размаху крыла. Индикация на подходе к зоне отрыва течения во внешней по размаху части крыла, отмеченная при анализе базового крыла, отсутствует в оптимальном крыле при  $M = 0.85-0.86$  и значительное улучшение наблюдается при  $M = 0.87$  (см. рис. 6).

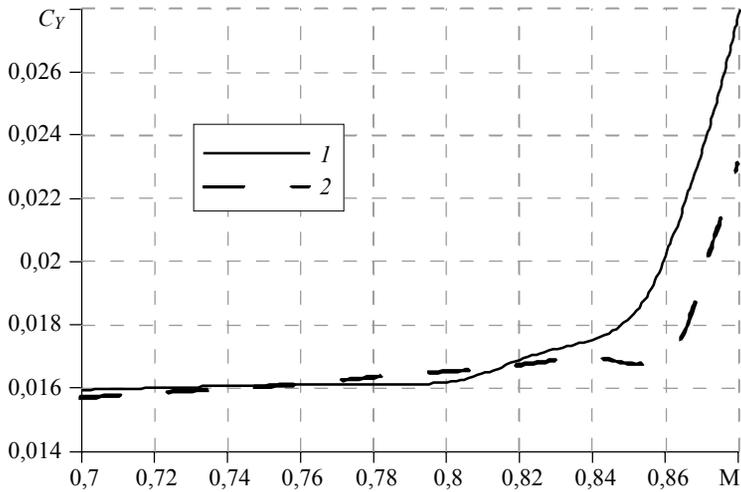
Детальный анализ полученных аэродинамических характеристик оптимального крыла, показывает, что трехточечная оптимизация позволила успешно решить задачу оптимального проектирования крыла, поскольку:

- оптимальное крыло обладает малым волновым сопротивлением в основной точке проектирования  $C_\gamma = 0.50$ ,  $M = 0.86$  ( $C_x = 170.2$  каунта) и может эксплуатироваться при крейсерском полете при  $M = 0.86$ ;
- оптимизация позволила сдвинуть волновой кризис в сторону больших чисел Маха не менее чем на 0.02;
- оптимальное крыло обладает значительно лучшими аэродинамическими характеристиками по сравнению с базовым крылом в широком диапазоне чисел Маха и коэффициента подъемной силы;
- оптимальное крыло отвечает всем заданным геометрическим и аэродинамическим ограничениям.



**Рис. 5.** Сравнение поляр сопротивления базового (1) и оптимального крыла (2) при  $M = 0.86$

**Fig. 5.** Comparison of the drag polars for the original (1) and optimal (2) wings at  $M = 0.86$



**Рис. 6.** Кривая зависимости сопротивления от числа Маха набегающего потока при фиксированном значении коэффициента подъемной силы  $C_Y = 0.50$  для базового (1) и оптимального крыла (2)

**Fig. 6.** Dependence of the drag on the Mach number of the approach flow at a fixed value of the lift coefficient  $C_Y = 0.50$  for the original (1) and optimal (2) wings

ЛИТЕРАТУРА

1. Jameson A., Martinelli L., Vassberg J. Using computational fluid dynamics for aerodynamics – a critical assessment // 23<sup>rd</sup> International Congress of Aeronautical Sciences, September 8–13, 2002, Toronto, Canada.

2. Epstein B., Jameson J., Peigin S., Roman D., Harrison N., and Vassberg J. Comparative study of 3D wing drag minimization by different optimization techniques // *J. Aircraft*. 2009. V. 46. No. 2.
3. Harten A., Osher S. Uniformly high-order accurate non-oscillatory schemes // *I. SIAM J. of Numerical Analysis*. 1987. V. 24. P. 279.
4. Shu C.-W. and Osher S. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock capturing schemes 1 // *J. Computational Physics*. 1989. V. 83. No. 1. P. 3
5. Epstein B., Averbuch A. and Yavneh I. An accurate ENO driven multigrid method applied to 3D turbulent transonic flows // *J. Computational Physics*. 2001. V. 168. P. 316–328.
6. Epstein B., Peigin S.V. Implementation of WENO (Weighted Essentially Non-oscillatory) Approach to Navier-Stokes Computations // *International J. CFD*. 2004. V. 18. No. 3.
7. Peigin S. and Epstein B. Robust Handling of Non-linear Constraints for GA Optimization of Aerodynamic Shapes // *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*. 2004. V. 45. P. 1339–1362.
8. Epstein B. and Peigin S. Constrained aerodynamic optimization of 3D wings driven by Navier-Stokes computations // *AIAA Journal*. 2005. V. 43. Issue 9. P. 1946–1957.
9. Peigin S. and Epstein B. Multi-constrained aerodynamic design of business jet by CFD driven optimization tool // *European J. Aerospace Science and Technology*. 2008. V. 12. Issue 2, March. P. 125–134.

Статья поступила 28.12.2017 г.

Peigin S.V., Pushchin N.A., Bolsunovskiy A.L., Timchenko S.V. (2018) AN OPTIMAL AERODYNAMIC DESIGN FOR THE WING OF A WIDE-BODY LONG-RANGE AIRCRAFT. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 51. pp.

DOI 10.17223/19988621/51/10

Results of the optimal aerodynamic design of a wide-body long-range aircraft wing at high transonic flight speeds are presented. The problem is solved using the approach based on methods of high-precision mathematical modeling and global optimum search with application of supercomputer technologies. It is shown that the optimal wing is characterized by a low shock-wave drag at the main design point and can operate under given cruise flight conditions. Optimization technology made it possible to shift the Mach tuck towards larger Mach numbers. The aerodynamic characteristics of the optimal wing significantly outperform those of the original wing in a wide range of the Mach number and lift coefficient. The optimal wing satisfies all the given geometric and aerodynamic constraints. The work was supported by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation in the framework of the RFMEFI57617X0103 Project.

Keywords: optimal design, full Navier-Stokes equations, drag coefficient, pitch moment, lift coefficient.

*PEYGIN Sergey Vladimirovich* (Doctor of Physics and Mathematics, Professor, OPTIMENGA-777 Ltd., Moscow, Russian Federation)  
E-mail: mishpahat\_peiguine@yahoo.com

*PUSHCHIN Nikita Aleksandrovich* (OPTIMENGA-777 Ltd., Moscow, Russian Federation)  
E-mail: mishpahat\_peiguine@yahoo.com

*BOLSUNOVSKIY Anatoliy Longenovich* (Candidate of Technical Science, OPTIMENGA-777 Ltd., Moscow, Russian Federation)  
E-mail: mishpahat\_peiguine@yahoo.com

*TIMCHENKO Sergey Viktorovich* (Doctor of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, OPTIMENGA-777 Ltd., Moscow, Russian Federation)  
E-mail: tsv@ftf.tsu.ru

## REFERENCES

1. Jameson A., Martinelli L., Vassberg J. (2002) Using computational fluid dynamics for aerodynamics – a critical assessment. *23rd International Congress of Aeronautical Sciences, Toronto, Canada*.
2. Epstein B., Jameson J., Peigin S., Roman D., Harrison N., Vassberg J. (2009) Comparative study of three-dimensional wing drag minimization by different optimization techniques. *Journal of Aircraft*. 46(2). pp. 526–541. DOI: 10.2514/1.38216.
3. Harten A., Osher S. (1987) Uniformly high-order accurate non-oscillatory schemes. I. *SIAM Journal of Numerical Analysis*. 24(2). pp. 279–309.
4. Shu C.-W., Osher S. (1989) Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock capturing schemes, II. *Journal of Computational Physics*. 83(1). pp. 32–78. DOI: 10.1016/0021-9991(89)90222-2.
5. Epstein B., Averbuch A., Yavneh I. (2001) An accurate ENO driven multigrid method applied to 3D turbulent transonic flows. *Journal of Computational Physics*. 168(2). pp. 316–338. DOI: 10.1006/jcph.2001.6698.
6. Epstein B., Peigin S.V. (2004) Implementation of WENO (Weighted Essentially Non-oscillatory) Approach to Navier-Stokes Computations. *International Journal of CFD*. 18(3). pp. 289–293. DOI: 10.1080/1061-8560310001621243.
7. Peigin S., Epstein B. (2004) Robust handling of non-linear constraints for GA optimization of aerodynamic shapes. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 45(12). pp. 1339–1362. DOI: 10.1002/flid.747.
8. Epstein B., Peigin S. (2005) Constrained aerodynamic optimization of three-dimensional wings driven by Navier-Stokes computations. *AIAA Journal*. 43(9). pp. 1946–1957. DOI: 10.2514/1.10308.
9. Peigin S., Epstein B. (2008) Multiconstrained aerodynamic design of business jet by CFD driven optimization tool. *European Journal of Aerospace Science and Technology*. 12(2). pp. 125–134. DOI: 10.1016/j.ast.2007.03.001.