

УДК 531.55  
DOI 10.17223/19988621/52/4

**В.И. Биматов, И.А. Бородачева, А.Н. Лавронович, Н.В. Савкина**

## ГИСТЕРЕЗИС АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ЕГО ВЛИЯНИЕ НА ПАРАМЕТРЫ ДВИЖЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ

Исследования направлены на решение задачи влияния гистерезиса аэродинамических характеристик на кинематические параметры движения осесимметричных тел. Показано, что наличие гистерезиса в коэффициенте момента тангажа приводит к «раскачке» амплитуды колебаний углов атаки

**Ключевые слова:** аэродинамические характеристики, гистерезис, перестройка обтекания, отрывные течения, динамическая устойчивость, кинематические параметры движения.

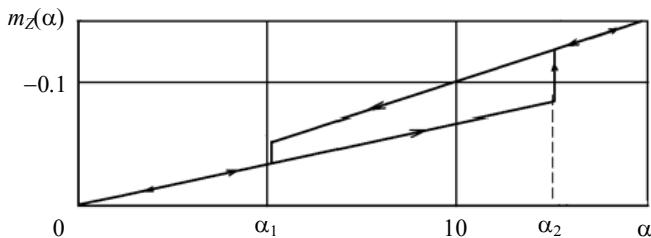
Среди явлений нестационарной аэrodинамики отчетливо выделяются гистерезисные процессы, привлекающие интерес с точки зрения как фундаментального исследования, так и практики.

Для современных летательных аппаратов (ЛА) изменение аэродинамических сил и моментов, связанное с нестационарностью и отрывами потоков обтекающего газа, могут оказаться весьма существенными и значительно повлиять на характер движения. Вследствие этого, интерес к изучению нелинейных аэродинамических характеристик и отрывных течений значительно возрос из-за потребности практики в соответствующих данных. Известно, что для некоторых тел аэродинамические характеристики при определенных числах Маха неоднозначно зависят от угла атаки. Это связано с определенными гистерезисными явлениями при перестройке структуры обтекания таких тел. При наличии гистерезиса в перестройке структуры обтекания значения аэродинамических характеристик зависят не только от величины угла атаки, но и от направления его изменения. Несмотря на то, что само явление аэродинамического гистерезиса известно давно с точки зрения приложения в динамике, оно еще недостаточно изучено.

Гистерезис характеристики  $m_z(\alpha)$  обуславливает при колебаниях тела появление на каждом полуцикле колебаний дополнительной энергии. В зависимости от ее знака, что определяется реализуемой схемой течения, будет происходить или «раскачка», или затухание колебаний. Анализ этого явления показывает, что наличие в характеристике  $m_z(\alpha)$  даже небольшой по величине гистерезисной петли может привести к «раскачке» колебаний и что неучет влияния гистерезиса ведет к качественно неправильной оценке аэродинамических свойств летательных аппаратов.

Наиболее ярко аэродинамический гистерезис проявляется при трансзвуковых скоростях обтекания тел с изломами образующих (комбинации цилиндрических и конических поверхностей, тела вращения с сегментальными и торцевыми затуплениями, со стержневыми надстройками), когда происходит изменение хотя бы

одного из следующих параметров: скорости невозмущенного потока, угла атаки или числа Рейнольдса [1,2].



**Рис. 1.** Гистерезис в коэффициенте момента тангажа  
**Fig. 1.** Hysteresis in the torque moment ratio

Неоднозначность структур течения в диапазоне сверхзвуковых скоростей проявляется также с изменением угла атаки цилиндрических тел. На рис. 1 показана зависимость коэффициента момента тангажа  $m_Z(\alpha)$ , полученная экспериментально при прямом увеличении и обратном уменьшении угла атаки тела цилиндрической формы с сегментальным затуплением, обтекаемого сверхзвуковым потоком воздуха ( $M_\infty = 1,1$ ) [3]. Для нулевых и малых значений  $\alpha$  имеет место структура с головным скачком уплотнения передней локальной зоны отрыва и скачком вторичного сжатия потока. Увеличение угла атаки до  $12.5^\circ$  незначительно изменяет моментную характеристику, структура обтекания остается прежней. При достижении некоторого критического значения угла атаки  $\alpha_2$ , равного для рассматриваемого случая обтекания  $12.5^\circ$ , происходит резкое изменение коэффициента момента  $m_Z$ , что обусловлено почти мгновенной перестройкой структуры обтекания. Объясняется это следующими причинами. Повышенное давление с наветренной стороны распространяется на всю цилиндрическую поверхность, включая и подветренную. Для углов атаки  $\alpha < \alpha_2$  распространяющиеся возмущения не способны вызвать отрыв с подветренной стороны. Если  $\alpha = \alpha_2$ , то происходит слияние локальной отрывной зоны с отрывом на подветренной поверхности. За счет существования кольцевого отрывного течения возмущения распространяются на наветренную поверхность, что приводит к образованию развитого отрывного течения вокруг всей поверхности. Скачок вторичного сжатия становится несимметричным и с наветренной стороны прижимается к внешней границе области отрыва. Дальнейшее увеличение угла атаки  $\alpha > \alpha_2$  изменяет лишь геометрические параметры зон отрыва.

При уменьшении угла атаки зависимость коэффициента момента  $m_Z(\alpha)$  в диапазоне  $\alpha \geq \alpha_1$  остается непрерывной. До этих же значений угла атаки сохраняется неизменным и тип структуры обтекания. Угол  $\alpha_1$  является вторым критическим углом атаки, приводящим к обратной перестройке отрывного обтекания на структуру течения с локальными зонами отрыва. Характеристика коэффициента момента  $m_Z(\alpha)$  изменяется скачком, а с дальнейшим уменьшением угла атаки до нуля изменяется непрерывно. Двузначность аэродинамического момента проявляется при углах атаки  $\alpha = 5 - 12.5^\circ$ .

**Математическая модель и результаты расчета  
кинематических параметров движения летательного аппарата**

Влияние гистерезиса на параметры движения осесимметричного ЛА исследовались с использованием математической модели движения твердого тела [4]. Кинематические уравнения движения центра масс записаны в стартовой системе координат; динамические уравнения движения центра масс – в траекторной системе координат; уравнения вращательного движения ЛА – в связанной системе координат.

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V \cos \theta \cos \Psi, \quad x(0) = x_0, \\ \frac{dy}{dt} &= V \sin \theta, \quad y(0) = y_0, \\ \frac{dz}{dt} &= -V \cos \theta \sin \Psi, \quad z(0) = z_0, \\ \frac{dV}{dt} &= -K_1 V^2 C_x - g \sin \theta, \quad V(0) = V_0, \\ \frac{d\theta}{dt} &= K_1 V C_y - g \cos \theta, \quad \theta(0) = \theta_0, \\ \frac{d\Psi}{dt} &= K_1 V C_z / \cos \theta, \quad \Psi(0) = \Psi_0, \\ \frac{d\omega_{z1}}{dt} &= -K_2 m_z, \quad \omega_{z1}(0) = \omega_{z10}, \\ \frac{d\omega_{y1}}{dt} &= -K_2 m_y, \quad \omega_{y1}(0) = \omega_{y10}, \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \omega_{z1}, \quad \vartheta(0) = \vartheta_0. \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{\omega_{y1}}{\cos \theta}, \quad \psi(0) = \psi_0, \end{aligned}$$

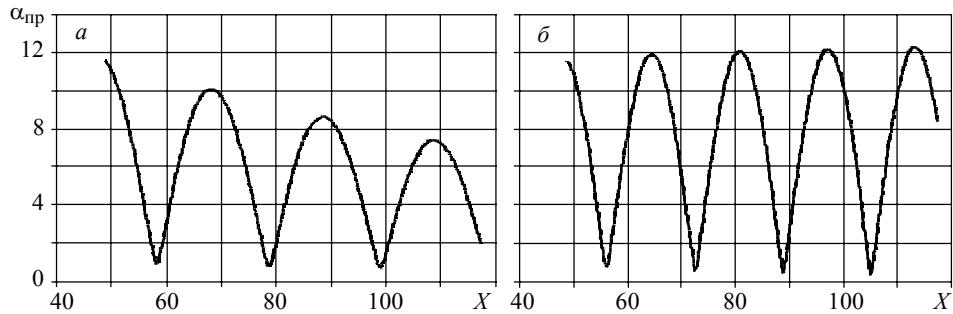
$$\begin{aligned} \sin \vartheta &= \sin \theta \cos \alpha \cos \beta + \cos \theta \sin \alpha, \\ \sin \psi &= \sin \Psi \cos \beta + \cos \Psi \sin \beta \cos \theta. \end{aligned}$$

Здесь  $K_1 = \rho S / 2m$ ,  $K_2 = \rho Sl / 2J_{z1}$ ,  $C_x = C_{x0} + C_x^{\delta^2} \delta^2$ ,  $C_y = C_y^\alpha \alpha$ ,  $C_z = C_z^\beta \beta$ ,  $m_y + m_y^\beta \beta$ ,  $m_z + m_z^\alpha \alpha$ . Обозначения приведены в конце текста.

Испытания проводились при следующих значениях массово-геометрических и динамических параметрах ЛА:

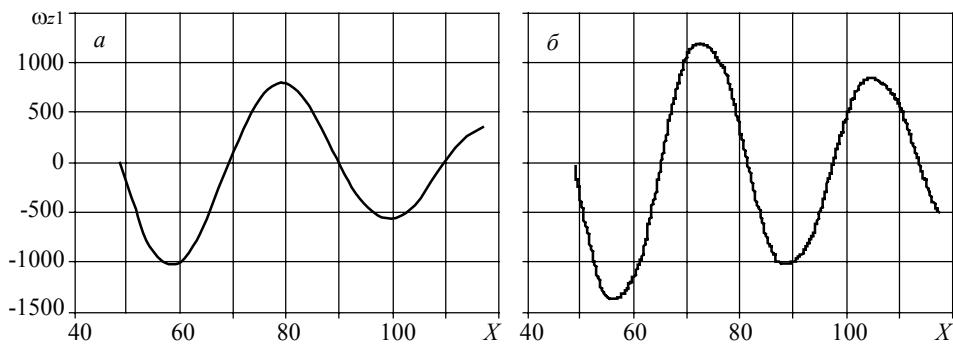
$$\begin{aligned} m &= 0,6 \text{ кг}, d = 0,08 \text{ м}, l = 0,27 \text{ м}, V_0 = 1000 \text{ м/с}, J_{z1} = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \\ C_{x0} &= 0,18, \quad C_x^{\alpha^2} = 5, \quad C_y^\alpha = 1,8, \quad (m_z^\alpha)_1 = 0,05, \quad (m_z^\alpha)_2 = 1,1, \\ \alpha_1 &= 4^0, \quad \alpha_2 = 10^0, \quad m_z^{\alpha_2} = 0,16. \end{aligned}$$

На рис. 2 – 4 представлены расчеты кинематических параметров движения для однозначной зависимости  $m_z(\alpha)$ , а также для «гистерезисной» характеристики  $m_z(\alpha)$ .



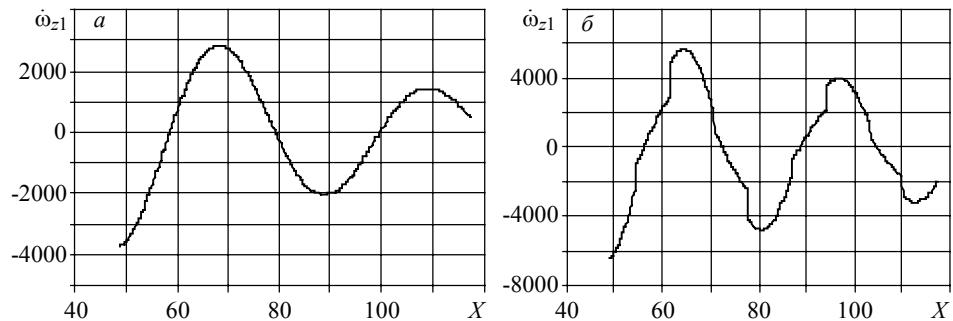
**Рис. 2.** Изменение пространственного угла атаки в случае отсутствия (а) и наличия (б) гистерезиса в коэффициенте момента тангенса  $m_Z(\alpha)$

**Fig. 2.** The change in the spatial angle of attack in the absence (a) and the presence of (b) hysteresis in the pitch moment factor  $m_Z(\alpha)$



**Рис. 3.** Изменение угловой скорости  $\omega_{z1}(x)$  в случае отсутствия (а) и наличия (б) гистерезиса в коэффициенте момента тангенса  $m_Z(\alpha)$

**Fig. 3.** The change in the angular velocity  $\omega_{z1}(x)$  in the absence (a) and the presence of (b) hysteresis in the pitch moment factor  $m_Z(\alpha)$



**Рис. 4.** Изменение производной угловой скорости  $\dot{\omega}_{z1}(x)$  в случае отсутствия (а) и наличия (б) гистерезиса в коэффициенте момента тангенса  $m_Z(\alpha)$

**Fig.4.** The change in the derivative of the angular velocity  $\dot{\omega}_{z1}(x)$  in the absence (a) and the presence of (b) hysteresis in the pitch moment factor  $m_Z(\alpha)$

Видно возрастание амплитуды пространственного угла атаки  $\alpha_{\text{пп}} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ , то есть наблюдается явление антидемпфирования, хотя функция  $m_z(\alpha)$  отрицательна во всем диапазоне изменения  $\alpha$ .

В данном случае обычные методы обработки экспериментальных данных по определению АДХ  $m_z^\alpha$ , становятся непригодными. Для создания рабочей методики определения характеристик продольной устойчивости с неоднозначностью необходимо не только более полное развитие физической теории вопроса, но и установление для кинематических параметров  $\alpha_{\text{пп}}(x)$ ,  $\omega_z(x)$ ,  $\dot{\omega}_z(x)$  отличительных признаков, позволяющих выявить «гистерезисные» случаи, и, следовательно правильно организовать схему расчета.

### Выводы

Представлено решение задачи влияния гистерезиса аэродинамических характеристик на кинематические параметры движения летательных аппаратов. Разработана физико-математическая модель для численного расчета параметров движения ЛА. Из анализа результатов можно заключить, что наличие гистерезиса в коэффициенте момента тангажа приводит к «раскачке» амплитуды колебаний углов атаки, а также, что одним из основных признаков гистерезиса  $m_z^\alpha$  является анализ кривых  $\dot{\omega}_z(x)$ . «Гистерезисные» кривые  $\dot{\omega}_z(x)$  по своему характеру резко отличаются от обычных. У «гистерезисной» кривой  $\dot{\omega}_z(x)$  наблюдаются резкие изменения на небольших участках движения, чего нет в случае отсутствия гистерезиса. Эти скачки  $\dot{\omega}_z(x)$  вызваны перестройкой структуры обтекания, а появление их при вполне определенных комбинациях значений углов  $\alpha$  и угловых скоростей  $\omega_z$  объясняется только наличием гистерезиса в перестройке структуры обтекания.

### Список основных обозначений в уравнениях движения

- $x, y, z$  – оси лабораторной системы координат,
- $C_x, C_y, C_z$  – коэффициенты лобового сопротивления, подъемной и боковой силы,
- $m_z, m_y$  – коэффициенты момента тангажа и рыскания,
- $g$  – ускорение силы тяжести,
- $\rho$  – плотность воздуха,
- $m, l$  – масса и длина тела,
- $S$  – площадь миделя тела,
- $M$  – число Маха,
- $t$  – время,
- $V$  – модуль вектора скорости тела,
- $\theta, \Psi$  – угол наклона траектории и курсовой угол,
- $\vartheta, \psi$  – угол тангажа и рыскания,
- $\alpha, \beta$  – угол атаки и скольжения.
- $\delta$  – пространственный угол атаки:  $\cos \delta = \cos \alpha \cos \beta$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Краснов Н. Ф., Кошевой В. Н., Калугин В. Т. Аэродинамика отрывных течений. М.: Высшая школа, 1988. 351 с.
2. Коробов Я.П., Гужавин А.И. Гистерезис аэродинамических характеристик летательных аппаратов. Обзор. М.: ЦНИИТИ, 1982.
3. Гужавин А.И., Коробов Я.П. О гистерезисе сверхзвуковых отрывных течений // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 2. С. 116–125.
4. Биматов В.И. Обобщенный алгоритм решения обратной задачи траекторной баллистики // Изв. вузов. Физика. 2005. Т. 48. № 11. С. 30–36.

Статья поступила 15.02.2018 г.

Bimatov V.I., I.A. Borodacheva, A.N. Lavronovich, Savkina N.V. (2018) HYSTERESIS OF AERODYNAMIC CHARACTERISTICS AND ITS INFLUENCE ON THE MOTION PARAMETERS OF AXISYMMETRIC BODIES. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mehanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 52. pp. 35–40

DOI 10.17223/19988621/52/4

There has been represented a problem solution of influence of hysteresis of aerodynamic characteristics on kinematic parameters of flying vehicle movement. A physico-mathematical model for numeric calculations of parameters of flying vehicle movements has been worked out. The outcome analysis gives a conclusion that presence of hysteresis in pitching moment coefficient leads to “swinging” the amplitude of oscillation of angle of attack, and also that one of the main features of hysteresis is analysis of angular accelerations diagram of rotational movement of body. “Hysteresis” curves of angular accelerations in their character differ markedly from ordinary curves. “Hysteresis” curve of angular accelerations has violent changes in small sections of movement, which do not appear in case of absence of hysteresis. This is generated by rearrangement of flow-around structure, and their appearance by well defined combinations of attack angles values and angular velocities of rotational movement of body can be explained only by presence of hysteresis in rearrangement of flow-around structure.

**Keywords:** aerodynamic characteristics, hysteresis, rearrangement of flow-around, separated flows, dynamical stability, kinematic parameters of movement.

**BIMATOV Vladimir Ismagilovich** (Doctor of Physics and Mathematics, Assoc. Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: vbimatov@mail.ru

**BORODACHEVA Irina Aleksandrovna** (Aspirant, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: i.revenko@mail.ru

**LAVRONOVICH Aleksey Nikolaevich** (Aspirant, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: vbimatov@mail.ru

**SAVKINA Nadejda Valeryevna** (Candidate of Physics and Mathematics, Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation). E-mail: savkina@ftf.tsu.ru

## REFERENCES

1. Krasnov N.F., Koshevoy V.N., Kalugin V.T. (1988) *Aerodinamika otryvnyh tcheniy* [Aerodynamics of detachable sections]. Moscow: Vysshaya shkola.
2. Korobov Ya.P., Guzhavin A.I. (1982) *Gisterezis aerodinamicheskikh harakteristik letatelnyh apparatov* [Hysteresis of aerodynamic characteristics of flying vehicles]. Moscow: CNIINTI.
3. Guzhavin A.I., Korobov Ya.P. (1984) *O gisterezise sverhzvukovyh otryvnyh tcheniy* [About hysteresis of supersonic separation flow]. *Izv. AN SSSR. MZhG.* 2. pp. 116–125.
4. Bimatov V.I. (2005) *Obobshchennyi algoritm resheniya obratnoy zadachi traektornoy ballistiki* [Generalized algorithm of solving inverse problem of trajectory ballistics]. *Izv. vuzov. Fizika.* 11. pp. 30–33.