УДК 160.1
DOI: 10.17223/1998863X/43/9

В.А. Ладов

Б. РАССЕЛ И Ф. РАМСЕЙ О ПРОБЛЕМЕ ПАРАДОКСОВ[1]

Рассматривается проблема логических парадоксов, представленная в работах Б. Рассела и Ф. Рамсея. Рассел мыслил все парадоксы как подобные, тогда как Рамсей утверждал, что они делятся на две совершенно различные группы. Во второй половине XX в. точка зрения Рамсея стала общепринятой. Современный австралийский логик Г. Прист настаивает на том, что прав был все-таки Рассел, а Рамсей ошибался, ибо все парадоксы имеют общую структуру и способ их решения. Автор данной статьи утверждает, что в этом споре нельзя определить победителя, поскольку парадоксы оказываются подобными в одном отношении и различными в другом. Все парадоксы подобны по своей структуре и способу их решения, и здесь прав Рассел, однако они различны по своей природе, по тому основанию, на котором они возникают, и здесь прав Рамсей.

Ключевые слова: *Рассел, Рамсей, парадокс, логика, математика, семантика, множество, высказывание, самореферентность.*

Введение

В работе «Математическая логика, основанная на теории типов» [1] Б. Рассел сформулировал несколько парадоксов, которые, по его мнению, подобны. Позднее в статье «Основания математики» [2] Ф. Рамсей классифицировал парадоксы на две группы *A* и *B* и утверждал, что парадоксы из группы *A* не могут рассматриваться как подобные парадоксам из группы *B*. При этом Рамсей ссылался на более раннюю работу Д. Пеано, который заметил, что парадокс Ришара имеет, скорее, лингвистическую, а не математическую природу [3. P. 157].

Современный австралийский логик Г. Прист указывает на то, что классификация Ф. Рамсея стала общим местом в логической литературе [4. P. 25]. Тем не менее Прист берется оправдать Рассела, утверждая, что в исследованиях парадоксов прав был все же скорее Рассел, чем Рамсей, ибо все описанные Расселом парадоксы действительно имеют общую структуру, которую Прист называет схемой Рассела [Ibid. P. 27].

Задача данной статьи – показать, что в этом споре нельзя определить того, кто прав. Представленные Расселом и Рамсеем парадоксы могут быть рассмотрены как подобные в одном отношении и как различные в другом. Одни парадоксы отличаются от других по своей природе, по тому основанию, на котором возникают, но все они подобны по той структуре рассуждения, которую они имеют, и по способу блокировки (обхода) данной структуры рассуждения, т.е. по способу решения парадоксов.

[1] Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-18-00057).

Природа парадоксов

Природа парадоксов может быть разной, и здесь нельзя отрицать, что введенная Рамсеем классификация имеет смысл. Парадоксы имеют различную природу в том смысле, что сложности в некоторых из них возникают с самими логическими или математическими понятиями, тогда как другие парадоксы возникают, скорее, из-за проблем языка, из-за сложностей с прояснением значений языковых выражений, в которых понятия мышления представлены.

Так, к первой группе может быть отнесен парадокс Рассела, возникающий на основании проблематичности самого понятия множества множеств или класса классов. Сюда же попадает и парадокс Бурали-Форти, возникающий на основании проблематичности математического понятия ординала множества всех ординалов или наибольшего ординала. Рамсей причислял к данной группе и парадокс об отношении между двумя отношениями, сформулированный Расселом, ибо проблема здесь возникает именно с понятием отношения между двумя отношениями, где одно не находится в отношении себя самого к другому.

В других парадоксах речь идет либо о словах, выражающих понятия, либо о высказываниях, выражающих логические суждения. Одним из наиболее характерных примеров выступает берущий начало в Античности парадокс Лжеца. В данном парадоксе речь идет о высказывании одного из жителей острова Крит о своих согражданах. А. Тарский подчеркивал семантический характер данного парадокса, формулируя его таким образом, что в нем речь шла даже не о высказываниях, а о предложениях языка, т.е. о лингвистических сущностях [5. P. 157–158].

К семантическим, или лингвистическим, парадоксам относят также парадокс Берри, в котором ставится вопрос об именовании некоторого числа определенным языковым выражением, парадокс наименьшего неопределимого ординала, в котором речь снова идет об именовании некоторого ординала определенным языковым выражением, парадокс Ришара, в котором конкретное дробное число задается через определение, выраженное в соответствующей языковой конструкции.

Рамсей относил в данную группу еще один парадокс, о котором не упоминал Рассел. В современной логической литературе данный парадокс известен как парадокс Греллинга, или гетерологический парадокс. В данном парадоксе речь идет об особом слове среди прилагательных, а именно о прилагательном «гетерологическое».

В данную группу можно поместить и парадокс, сформулированный современным американским логиком Р. Смаллианом [6. P. 207; 7]: «Является ли правильным ответом на данный вопрос ответ ‘нет’?» Здесь речь снова идет о некоторой лингвистической структуре – определенном вопросительном предложении.

Если в первых трех из упомянутых выше парадоксов рассматриваются логические и математические понятия, то все последующие парадоксы формулируются за счет внимания к средствам языкового выражения структур мышления, а именно за счет внимания к словам, фразам, высказываниям, предложениям.

Классификация парадоксов на группы A и B Ф. Рамсея может быть важна для прояснения природы парадоксов, т.е. для фиксации тех оснований, на которых парадоксы строятся. В группу A попадают парадоксы, основание которых находится в мышлении, тогда как в группу B попадают парадоксы, основание которых находится в языке.

Структура парадоксов

Несмотря на оправданность рамсеевского различения парадоксов на группы A и B относительно их природы, т.е. того основания, на котором они строятся, Рассел все равно прав в том, что приведенные им в работе «Математическая логика, основанная на теории типов» парадоксы подобны друг другу. Они могут различаться по своей природе, но все же подобны по структуре. Назовем структуру, объединяющую все парадоксы, структурой Рассела по аналогии с понятием «схема Рассела», которое вводит Г. Прист.

Из вышеупомянутой работы Г. Приста мы заимствуем идею подобия парадоксов по их структуре, тем не менее выражение самой этой структуры нам видится несколько иным, нежели то, что представлено Г. Пристом. Мы предлагаем обсудить все перечисленные парадоксы в рамках структуры, которая имеет следующий вид:

$$w = \{x: p(x)\}; \tag{1}$$

$$e \in x; \tag{2}$$

$$(e \in w) \,\&\, (e \notin w). \tag{3}$$

Рассмотрим, как эта структура обнаруживается в обсуждаемых парадоксах.

Парадокс Рассела. Будем собирать в класс w классы x, но только все те, которые имеют свойство p, а именно свойство быть классом, не являющимся своим собственным элементом. При образовании класса w возникает новый элемент e, который принадлежит x, поскольку тоже является классом. Причем в роли элемента e в парадоксе Рассела выступает сам образуемый класс w. Относительно элемента e оказываются истинными противоречащие друг другу положения, а именно данный класс e и принадлежит классу w и не принадлежит классу w. Предположим, что e принадлежит w, следовательно, e обладает свойством p, а именно не является своим собственным элементом. Поскольку в роли e выступает сам образуемый класс w, постольку предыдущее предложение может прочитываться следующим образом. Предположим, что w принадлежит себе самому, следовательно, w имеет свойство не принадлежать себе самому. Предположим, что w не принадлежит себе самому, следовательно, w принадлежит себе самому, поскольку класс w содержит в себе все возможные классы x, обладающие свойством p, а именно свойством не принадлежать себе самому. С какого бы предположения мы ни начинали рассуждение, вывод оказывается противоречащим посылке.

Парадокс Бурали-Форти. Для любого упорядоченного множества важной характеристикой выступает не только количество его элементов, но и их упорядоченность. Любой элемент упорядоченного множества может быть представлен в качестве порядкового номера – ординала, обозначаемого порядковым числом: первый, второй, третий и т.д. Если любое множество в качестве элементов может содержать также и другие множества, то любое множество может быть рассмотрено в качестве ординала того или иного упорядоченного множества. Будем собирать в упорядоченное множество *w* все возможные элементы *x*, которые обладают свойством *p*, а именно свойством быть ординалом. Однако само *w* также может быть рассмотрено в качестве одного из ординалов множества всех ординалов. Таким образом, при образовании *w* возникает новый элемент *e*, который, во-первых, принадлежит *x*, поскольку тоже является оридиналом, и во-вторых, является самим *w*. Относительно этого нового элемента *e* оказываются истинными два противоречащих друг другу положения, а именно: *e* и принадлежит *w*, и не принадлежит *w*. Обоснование вывода (3) в структуре Рассела в отношении парадокса Бурали-Форти таково. В упорядоченное множество *w* включены все возможные ординалы. Причем среди них в качестве последнего элемента должен существовать самый большой ординал. Но само *w* также может быть рассмотрено в качестве ординала множества ординалов, а значит, оно должно иметь возможность быть своим собственным элементом. В таком случае *w* должно иметь порядковый номер, больший на 1, нежели порядковый номер последнего элемента в *w*. Таким образом, *w* оказывается ординалом, который больше самого большого ординала, т.е. если мы предполагаем, что *w* принадлежит *w*, то отсюда следует вывод, что *w* не принадлежит *w*.

Парадокс отношения. В формулировке Рамсея данный парадокс представлен как парадокс отношения между двумя отношениями, где одно не находится в отношении самого себя к другому [2. С. 38].

Этот парадокс сложно подкрепить примерами, ибо не просто привести пример отношения, которое находится в своем собственном отношении к другому отношению. Представляется, что формулировку данного парадокса можно было бы упростить, если вместо собственного отношения некоторого отношения к другому отношению рассмотреть собственное отношение некоторого отношения к самому себе. Это уточнение будет вполне уместным, ибо у Рассела, от которого отталкивается Рамсей, речь идет о *любых* отношениях *R* и *S* [1. С. 22], таким образом, *S* можно заменять на *R* и, наоборот, *R* на *S*. Следовательно, формулировка проблемы может быть представлена в рамках лишь одного отношения *R* к самому себе (*R* в отношении *R* к *R*).

Например, логическое отношение пересечения между понятиями не находится в отношении пересечения к себе самому. А вот логическое отношение тождества между понятиями находится в отношении тождества к себе самому.

Теперь посмотрим, как в данном парадоксе представлена структура Рассела. Образуем класс *w*, состоящий из отношений *x*, таких, которые обладают свойством *p*, сформулированным в высказывании: «Отношение, которое не имеет собственного отношения к себе самому».

В класс *w* попадут, например, такие логические отношения между понятиями, как отношение пересечения или отношение подчинения, тогда как отношение тождества в данный класс не попадет. Однако высказывание, выражающее свойство *p* отношений *x*, образующих *w*, также обозначает и новое специфическое отношение *e* в чистом виде, т.е. без каких-либо иных свойств, кроме свойства быть отношением, не имеющим собственного отношения к себе самому. В таком случае если *e* состоит в отношении *e* к *e*, то, поскольку *e* является таким отношением, которое не имеет собственного отношения к себе самому, e не состоит в отношении e к e. Следовательно, нельзя непротиворечиво утверждать, относится ли e к классу w.

Парадокс Лжеца. Образуем класс w, состоящий из высказываний x, имеющих свойство p, выраженное в высказывании: «Высказывание, которое не является истинным». В данный класс w попадут, например, такие высказывания, как «2 + 2 = 5» или «На обратной стороне Луны нет кратеров», тогда как высказывания «2 + 2 = 4» и «На обратной стороне Луны имеются кратеры» в класс w не попадут.

Однако при образовании класса w возникает новый специфический элемент e в качестве высказывания, выражающего свойство p элементов x, т.е. e представляет собой высказывание «Высказывание, которое не является истинным». Высказывание e принадлежит x, поскольку является одним из высказываний наряду с теми, которые были упомянуты выше. Но когда мы пытаемся ответить на вопрос, принадлежит ли элемент e классу w, мы впадаем в противоречие, а именно: высказывание «Высказывание, которое не является истинным» не является истинным (т.е. принадлежит w) только в том случае, когда оно верно говорит о себе, что оно не является истинным, т.е. является истинным (а значит, не принадлежит w).

Парадокс Берри. Образуем класс w, состоящий из таких x, которые обладают свойством p, выраженным следующей фразой: «Наименьшее целое число, не именуемое менее чем десятью словами» (строго говоря, в оригинальном тексте Рассела речь идет о наименьшем целом числе, которое не может быть поименовано фразой, состоящей из менее чем девятнадцати слогов английского языка [8. P. 223]. И Рассел даже называет это конкретное число – 111 777. Но привести надлежащую формулировку на русском языке, точно соответствующую примеру Рассела, весьма затруднительно. И здесь переводчик работы Рассела – В.А. Суровцев – нашел оптимальное решение, он представил собственную формулировку на русском языке, сохраняя при этом саму суть парадоксальной ситуации). Очевидно, что под x может подразумеваться только один-единственный специфический элемент e, а именно наименьшее целое число, не именуемое менее чем десятью словами. Однако когда мы пытаемся ответить на вопрос, попадает ли данный элемент e в класс w, то приходим к противоречию. С одной стороны, e обладает свойством быть наименьшим целым числом, не именуемым менее чем десятью словами, а значит, попадает в w, с другой стороны, элемент e обозначается при помощи фразы «Наименьшее целое число, не именуемое менее чем десятью словами», которая содержит девять слов русского языка, а значит, e не обладает свойством p и, следовательно, не попадает в w.

Парадокс наименьшего неопределимого ординала. Существуют неопределимые ординалы. Среди этих ординалов имеется наименьший. Следовательно, существует наименьший неопределимый ординал. Однако этот ординал определяется с помощью выражения «наименьший неопределимый ординал». Следовательно, данный ординал является определимым.

В структуру Рассела данный парадокс может быть вписан следующим образом:

x – ординалы;

p – свойство быть наименьшим неопределимым ординалом;

w – класс ординалов, которым присуще свойство p;

e – наименьший неопределимый ординал;

e принадлежит *x*;

e и принадлежит, и не принадлежит *w*.

Парадокс Ришара. Здесь рассматривается класс десятичных дробей, которые могут быть определены за конечное число слов. Затем вводится определение такой дроби, которая не будет попадать в этот класс. Вместе с тем утверждается, что само определение такой дроби дается за конечное число слов. Отсюда делается вывод, что данная дробь и попадает в класс десятичных дробей, которые могут быть определены за конечное число слов, и не попадает.

Рассел пишет: «Парадокс Ришара родствен парадоксу о наименьшем неопределимом ординале» [1. С. 23]. Данное родство действительно можно заметить, но только при том условии, если мы произведем определенную инверсию парадокса Ришара и начнем его формулировку с рассмотрения класса десятичных дробей, которые не могут быть определены за конечное число слов. Определим конкретный элемент данного класса при помощи выражения «Дробь, которая не может быть определена за конечное число слов». При этом указанное выражение, очевидно, имеет конечное число слов. Следовательно, рассматриваемая дробь и может, и не может быть определена за конечное число слов.

В такой «инверсионной» формулировке парадокс Ришара соответствует структуре Рассела аналогично тому, как соответствует этой структуре парадокс наименьшего неопределимого ординала, а именно:

x – дроби;

p – свойство быть дробью, которая не определяется за конечное число слов;

w – класс дробей, которым присуще свойство *p*;

e – дробь, которая не определяется за конечное число слов;

e принадлежит *x*;

e и принадлежит, и не принадлежит *w*.

Парадокс Греллинга. Все прилагательные можно разделить на два типа – гетерологические и автологические. Гетерологическим называется такое прилагательное, которое обозначает свойство, не присущее ему самому. Например, слово «сладкое» само не является сладким. Автологическим называется такое прилагательное, которое обозначает свойство, присущее ему самому. Например, слово «русское» само русское.

Поставим вопрос относительно слова «гетерологическое». Это слово является автологическим или гетерологическим? Если оно автологическое, то ему присуще свойство, которое оно выражает, а значит, оно гетерологическое. Если оно гетерологическое, то ему не присуще свойство, которое оно выражает, а значит, оно не является гетерологическим и, как следствие, является автологическим. С какой бы посылки мы ни начинали, получаем противоречие.

Парадокс Греллинга вписывается в структуру Рассела следующим образом. Образуем класс *w*, состоящий из прилагательных *x*, которым присуще свойство *p* – быть гетерологическим. Однако при формулировке *p* возникает новый специфический элемент *e* – слово «гетерологическое». Об элементе *e* можно однозначно сказать, что он принадлежит *x*, поскольку *e* – прилагательное. Однако об элементе e нельзя однозначно сказать, принадлежит он w или не принадлежит.

Парадокс Смаллиана. В качестве развития расселовско-рамсеевской проблематики парадоксов можно рассмотреть парадокс, сформулированный в логике второй половины XX в. Р. Смаллианом. Данный парадокс формулируется в виде следующего вопроса: «Будет ли правильным ответом на данный вопрос ответ ‘нет’?» Если ответить утвердительно, то из этого будет следовать отрицательный ответ. Если ответить отрицательно, то в соответствии с принципом двойного отрицания отсюда будет следовать утвердительный ответ. Любой вариант ответа на данный вопрос порождает противоречие.

Парадокс Смаллиана также можно вписать в структуру Рассела. Будем собирать в класс w вопросы x, но только такие, которым присуще свойство p – быть вопросом, правильный ответ на который «нет». Например, вопрос «$2 + 2 = 5$?» попадет в данный класс, тогда как вопрос «$2 + 2 = 4$?» не попадет. При последовательном наполнении класса w мы обнаруживаем специфический элемент e, который определенным образом связан с формулировкой свойства p. Этот элемент e представляет собой вопрос: «Будет ли правильным ответом на данный вопрос ответ ‘нет’?» Очевидно, что элемент e принадлежит x, ибо также является вопросом. Вместе с тем об элементе e нельзя сказать, не впадая в противоречие, принадлежит ли он w или не принадлежит.

Решение парадоксов

Важным аргументом в пользу тезиса Г. Приста о том, что по проблеме парадоксов следует признать правомерной позицию Рассела, представлявшего все парадоксы как подобные друг другу, является аргумент о единообразном способе решения парадоксов. Г. Прист говорит о принципе единого решения [4. P. 32] и указывает на то, что этот принцип должен состоять в обходе схемы Рассела. В самом деле, если все рассмотренные парадоксы имеют единообразную структуру, то и преодолеть их можно единообразно, разрушив эту структуру. В нашей терминологии мы будем говорить о блокировке структуры Рассела.

Само собой, данный способ решения парадоксов сформулирован впервые не Г. Пристом и тем более не В. Ладовым. Он сформулирован самим Б. Расселом. В работе «Математическая логика, основанная на теории типов» Рассел называет основанием парадоксов явление самореферентности [1. С. 18]. Соответственно, решение парадоксов он видит в запрете на самореферентность, на котором и строится теория типов как основание новой логики, свободной от парадоксов.

Если посмотреть на ту Структуру парадоксов, которая представлена выше, то становится понятным, что самореферентность всегда присуща специфическому элементу e. Соответственно, и преодоление парадоксов, следуя мысли Рассела, должно состоять в запрете на образование данного элемента. Именно таким образом будет осуществляться блокировка Структуры Рассела. Ниже кратко рассмотрим, как проявляется самореферентность в элементе e во всех обсуждаемых парадоксах и как этот элемент устраняется в каждом конкретном случае преодоления парадоксов.

В парадоксе Рассела элемент e содержит самореферентость, поскольку в качестве e выступает класс w, который содержит себя самого. Соответственно, преодоление парадокса состоит в запрете на образование класса *w* (т.е. запрет на образование элемента *e*).

В парадоксе отношения элемент *e* содержит самореферентность, поскольку здесь ставится вопрос об отношении специфического отношения к себе самому. Преодоление парадокса состоит в том, что данный вопрос объявляется бессмысленным (т.е. элемент *e* не разрешается вводить в рассуждение).

В парадоксе Бурали-Форти элемент *e* содержит самореферентность, поскольку в качестве *e* выступает ординал множества всех ординалов, который должен сам оказаться внутри этого множества. Преодоление парадокса состоит в объявлении бессмысленности понятия наибольшего ординала (т.е. элемент *e* не разрешается вводить в рассуждение).

В парадоксе Лжеца элемент *e* содержит самореферентость, поскольку представляет собой специфическое высказывание, которое говорит о себе самом. Преодоление парадокса состоит в запрете на продуцирование такого высказывания, логический субъект которого представляет собой само это высказывание (т.е. запрет на образование элемента *e*).

В парадоксе Берри элемент *e* содержит самореферентость, поскольку является числом, которое обладает свойством *S*1, а также свойством *S*2, представляющим собой описание свойства *S*1. В данном случае преодоление парадокса состоит в запрете смешения свойства и его описания, представленного как свойство, в одном объекте (т.е. в запрете на образование элемента *e*, в котором смешиваются свойство и описание этого свойства).

В парадоксе наименьшего неопределимого ординала элемент *e* содержит самореферентость по той же причине, что и в парадоксе Берри, а именно он является ординалом, который обладает свойством *S*1, а также свойством *S*2, представляющим собой описание свойства *S*1.

В парадоксе Ришара имеет место ситуация, аналогичная той, что зафиксирована в парадоксе Берри и парадоксе наименьшего неопределимого ординала.

В парадоксе Греллинга элемент *e* содержит самореферентность, поскольку он представляет собой прилагательное, которое обладает тем самым свойством, которое выражает. Преодоление парадокса состоит в запрете на образование объектов, при формировании которых смешиваются понятия выражать свойство и обладать свойством (т.е. запрет на образование элемента *e*).

В парадоксе Смаллиана элемент *e* содержит самореферентость, поскольку он представляет собой вопрос, содержание которого касается самого этого вопроса. Преодоление парадокса может быть представлено как объявление данного рода вопросов бессмысленными (т.е. элемент *e* не разрешается вводить в рассуждение).

Выводы

Проведенные в данной статье исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Утверждения о том, что все парадоксы подобны (Рассел) и что они не являются подобными (Рамсей), не противоречат друг другу, ибо признак подобия здесь рассматривается в разных отношениях. Все парадоксы подобны

по своей структуре и способу их решения, но они могут быть представлены как различные по своей природе, по тому основанию, на котором они возникают.

2. Значение работы Г. Приста в том, что по проблеме парадоксов он возвращает нас к Расселу, преодолевая общепринятое мнение, что Рамсей правомерно переформулировал проблему парадоксов. Парадоксы действительно имеют общую структуру (схему – в терминологии Приста) и могут рассматриваться унифицированно.

3. Тем не менее Прист все же не прав в том, что возвращение к Расселу ведет к отрицанию классификации Рамсея. Несмотря на общую структуру, парадоксы могут иметь различную природу, а значит, идеи Рамсея не должны быть отвергнуты.

Литература

1. *Рассел Б.* Математическая логика, основанная на теории типов // Логика, онтология, язык. Томск, 2006. С. 16–62.

2. *Рамсей Ф.П.* Основания математики // Философские работы. М. : Канон+, 2011. С. 16–56.

3. *Peano G.* Rivisita di Matematica, 1906. № 8.

4. *Priest G.* The Structure of the Paradoxes of Self-Reference // Mind. 1994. Vol. 103, № 409. P. 25–34.

5. *Tarski A.* The Concept of Truth in Formalized Languages // Logic, Semantics, Metamathematics. Oxford : Oxford University Press, 1956. P. 152–278.

6. *Floridi L.* Philosophy of Information. Oxford : Oxford University Press, 2011.

7. *Landini G.* Wittgenstein's Apprenticeship with Russell. Cambridge : Cambridge University Press, 2007.

8. *Russell B.* Mathematical Logic as Based on the Theory of Types // American Journal of Mathematics. 1908. Vol. 30, № 3. P. 222–262.

Vsevolod A. Ladov, Tomsk State University (Tomsk, Russian Federation).
E-mail: ladov@yandex.ru

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. 2018. 43. pp. 101–110.

DOI: 10.17223/1998863X/43/9

RUSSELL AND RAMSEY ON THE PROBLEM OF PARADOXES

Keywords: Russell; Ramsey; paradox; logic; mathematics; semantics; set; statement; self-reference.

The problem of logical paradoxes is considered in the article. At the beginning of the 20th century, the problem was presented by Bertrand Russell and Frank Ramsey. Russell thought of all paradoxes as similar to each other. Ramsey asserted that they made up two completely different groups. In the second half of the 20th century, Ramsey's point of view was dominant. Graham Priest, a modern Australian logician, affirms that Russell was right and Ramsey was wrong for all paradoxes have a similar structure and one way of solution. The author of the article asserts that in this discussion one cannot decide on the winner because paradoxes are similar in one relation and different in another. All paradoxes are similar concerning the structure and the way to solve them. Russell was right in this relation. However, all paradoxes are different concerning the foundation they are built on, and Ramsey was right in this relation. Paradoxes have different foundations because difficulties in some of them arise in relation to logical and mathematical concepts, but difficulties in other paradoxes arise in relation to the clarification of meanings of linguistic expressions in which concepts of thought are presented. For example, Russell's paradox can be included in the first group of paradoxes because of the problem with the concept of the set of all sets. The Burali-Forti paradox can also be included in this group because of the problem with the concept of the set of all ordinal numbers. Other paradoxes have some problems with either words that express concepts or statements that express propositions. That is way these paradoxes should be included in the second group of paradoxes. The Liar paradox is one of the

most characteristic examples in this case. In this paradox, we have a problem with an utterance of a citizen of Crete. Alfred Tarski emphasised the linguistic character of the paradox. In the formulation of the paradox, Tarski spoke about sentences of language. Sentences are more distinct linguistic essences than utterances.

References

1. Russell, B. (2006) Matematicheskaya logika, osnovannaya na teorii tipov [Mathematical Logic as Based on the Theory of Types]. Translated from English by V.A. Surovtsev. In: Surovtsev, V.A. (ed.) *Logika, ontologiya, yazyk* [Logic, Ontology, Language]. Tomsk: Tomsk State University. pp. 16–62.

2. Ramsey, F.P. (2011) *Filosofskie raboty* [Philosophical papers]. Translated from English by V.A. Surovtsev. Moscow: Kanon+. pp. 16–56.

3. Peano, G. (1906) *Rivisita di Matematica*. 8.

4. Priest, G. (1994) The Structure of the Paradoxes of Self-Reference. *Mind*. 103(409). pp. 25–34. DOI: 10.1093/mind/103.409.25

5. Tarski, A. (1956) The Concept of Truth in Formalized Languages. In: Tarski, A. (ed.) *Logic, Semantics, Metamathematics*. Oxford: Oxford University Press. pp. 152–278.

6. Floridi, L. (2011) *Philosophy of Information*. Oxford: Oxford University Press.

7. Landini, G. (2007) *Wittgenstein's Apprenticeship with Russell*. Cambridge: Cambridge University Press.

8. Russell, B. (1908) Mathematical Logic as Based on the Theory of Types. *American Journal of Mathematics*. 30(3). pp. 222–262.