

УДК 519.872.1

DOI: 10.17223/19988605/44/7

**Е.В. Мокров, К.Е. Самуйлов****СРЕДА СОВМЕСТНОГО ЛИЦЕНЗИРОВАННОГО ДОСТУПА В БЕСПРОВОДНОЙ СЕТИ  
КАК СИСТЕМА МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С НЕНАДЕЖНЫМ РЕСУРСОМ**

*Публикация подготовлена при поддержке Министерства образования и науки  
Российской Федерации (проект № 2.882.2017/4.6).*

В терминах теории массового обслуживания рассматривается математическая модель среды совместного лицензионного доступа (LSA, Licensed Shared Access), применяемой в беспроводных сетях LTE (Long Term Evolution). Модель представлена в виде системы массового обслуживания (СМО) с заявками случайного объема и с ненадежным ресурсом. Получены уравнения для общего случая распределения случайного объема заявок. Для дискретного распределения объема заявок с переразыгрыванием выделяемого им ресурса предложен метод анализа вероятностных характеристик.

**Ключевые слова:** система массового обслуживания; марковский процесс; ненадежный ресурс; заявка случайного объема.

Большая часть работ, посвященных анализу показателей эффективности системы совместного лицензионного доступа LSA, концентрируется либо на экспериментах с измерениями на лабораторном оборудовании [1–3], либо на оптимизации механизмов доступа к лицензируемой полосе частот [4–6]. В работах, исследующих LSA с помощью моделей систем массового обслуживания, как правило, рассматриваются либо различные законы поступления и обслуживания заявок, либо алгоритмы расчета вероятностных характеристик системы [7–11]. Однако в этих работах применяются классические СМО, в которых заявка при обслуживании занимает ровно один прибор. В отличие от указанных выше работ, в данной статье для обслуживания заявки в системе кроме прибора выделяется ресурс, объем которого является случайной величиной с заданным распределением. В отличие от работ [12–15], рассматривается многолинейная система, в которой имеется ресурс, частично выходящий из строя и восстанавливающийся в соответствии с марковским процессом. В этом случае два состояния, в которых может прибывать ресурс, моделируются при помощи надежной и ненадежной составляющих ресурса. Надежную составляющую ресурса можно рассматривать как, например, доступный оператору сети спектр частот, а ненадежную – как арендуемый им спектр, поскольку при использовании системы LSA часть частот оператора арендуется у третьей стороны и может изыматься в случайные моменты на случайное время.

В данной статье получены уравнения для стационарного распределения наличия в системе, находящейся в состоянии  $s$ ,  $n$  заявок, каждая из которых занимает  $r_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , ресурсов для случая системы с непрерывным ресурсом, а для системы с дискретным ресурсом предложен метод анализа и расчета вероятности эвакуации и вероятности прерывания обслуживания.

**1. Построение модели**

Рассматривается  $S$ -линейная СМО, на которую поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью  $\lambda$ . Обслуживание заявок происходит по экспоненциальному закону с параметром  $\mu$  (рис. 1). Система может находиться в одном из двух состояний  $s$ , переход между которыми происходит

в случайные моменты времени, распределенные согласно экспоненциальному закону,  $s \in \{0,1\}$ . С интенсивностью  $\alpha$  осуществляется переход из состояния  $s = 1$  (состояние приема заявок) в состояние  $s = 0$  и с интенсивностью  $\beta$  – переход из состояния  $s = 0$  в состояние  $s = 1$  (состояние потери заявок). В нормальных условиях функционирования системы ( $s = 1$ ) заявкам доступен ресурс объема  $R_1$ , а при отказе ( $s = 0$ ) его объем уменьшается до величины  $R_0 < R_1$ .

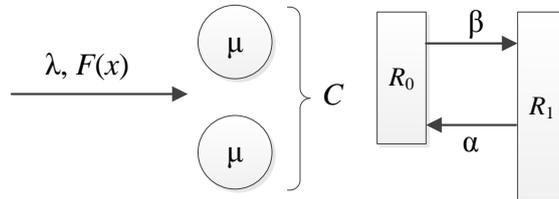


Рис. 1. Схема СМО с ненадежным ресурсом

В момент поступления заявки в систему для ее обслуживания должен быть выделен один прибор и случайный объем ресурса в соответствии с функцией распределения (ФР)  $F(x)$ , причем  $F(x) = 0, x < 0$ . Если для обслуживания поступившей в нормальных условиях функционирования системы заявки нет свободных приборов и / или отсутствует в достаточном объеме свободный ресурс, заявка теряется.

Кроме того, при смене состояния системы с  $s = 1$  на  $s = 0$  из-за уменьшения объема доступного ресурса могут быть потеряны уже принятые в систему заявки. Это происходит, если в момент перехода в состояние  $s = 0$  в системе имеется  $n$  заявок, каждая из которых занимает ресурс объема  $r_i$ , а суммарный объем занятого ресурса  $r. = \sum_{i=1}^n r_i > R_0$ . Ниже предложены два алгоритма выбора заявок, которые покинут систему до окончания обслуживания (будут потеряны).

*Алгоритм 1 (A1). Потеря последней поступившей заявки.* Алгоритм предлагает в случае нехватки ресурса терять заявки, поступившие в систему последними. Таким образом, будут теряться те заявки, которые провели в системе меньше всего времени, и сохраняться те заявки, которые провели в системе больше времени. Алгоритм начинает работу при смене состояния системы с  $s = 1$  на  $s = 0$ . Шаги алгоритма A1 приведены ниже.

*Шаг 1.* Проверить суммарный объем занятого ресурса; если  $r. \leq R_0$  закончить работу, иначе перейти к шагу 2.

*Шаг 2.* Найти заявку с минимальным временем пребывания в системе. Если таких заявок несколько, выбрать любую из них.

*Шаг 3.* Освободить занимаемый выбранной заявкой ресурс и прибор, удалить заявку из системы, перейти к шагу 1.

*Алгоритм 2 (A2). Потеря заявки максимального объема.* Алгоритм предлагает в случае нехватки ресурса терять заявки, занимающие максимальный объем ресурса. Таким образом, алгоритм минимизирует число потерянных заявок, поскольку каждый раз при потере заявки достигается максимальный выигрыш в освобождаемом ресурсе. Алгоритм также начинает работу при смене состояния системы с  $s = 1$  на  $s = 0$  и работает аналогично предыдущему.

*Шаг 1.* Проверить суммарный объем занятого ресурса; если  $r. \leq R_0$  закончить работу, иначе перейти к шагу 2.

*Шаг 2.* Найти заявку с максимальным объемом занимаемых ресурсов. Если таких заявок несколько, выбрать любую из них.

*Шаг 3.* Освободить занимаемый выбранной заявкой ресурс и прибор, удалить заявку из системы, перейти к шагу 1.

Таким образом, на шаге 2 алгоритма *A1* будет теряться заявка с номером  $n$  в соответствии с порядком поступления заявок в систему. Этот же простой принцип реализации можно получить и для алгоритма *A2*, если в момент принятия в систему новой заявки перенумеровывать заявки в порядке возрастания объема занимаемого ресурса. Однако ввиду того, что подобная перенумерация достаточно сложна в случае неэкспоненциального распределения функции требований к ресурсам [16], далее в этой статье мы будем исследовать систему при использовании алгоритма *A1*.

## 2. Уравнения равновесия и вероятностные характеристики системы

Введем случайный процесс  $X(t) = (n(t), (r_1(t), \dots, r_n(t)), s(t))$ , где  $n(t)$  – число заявок в системе,  $(r_1(t), \dots, r_n(t))$  – вектор объемов ресурсов, занимаемых заявками,  $s(t) \in \{0, 1\}$  – состояние, в котором находится система в момент  $t$ . По построению процесс  $X(t)$  является марковским на пространстве состояний

$$\mathcal{X} = \left\{ (n, (r_1, \dots, r_n), s) : 0 \leq n \leq C, s \in \{0, 1\}, r_i = \sum_{i=0}^n r_i \leq R_s \right\}.$$

Введем следующие обозначения

$$p_n(r_1, \dots, r_n) = P\{n(t) = n, (r_1(t), \dots, r_n(t)) = (r_1, \dots, r_n), s(t) = 1\},$$

$$q_n(r_1, \dots, r_n) = P\{n(t) = n, (r_1(t), \dots, r_n(t)) = (r_1, \dots, r_n), s(t) = 0\}.$$

В случае, когда ФР  $F(x)$  непрерывна с плотностью  $f(x)$ , система уравнений равновесия (СУР) для системы с алгоритмом потери заявок *A1* может быть записана в следующем виде:

$$q_0(\lambda F(R_0) + \beta) = \mu \int_0^{R_0} q_1(x) dx + \alpha \left( \sum_{\substack{k=1 \\ x \leq R_1 \\ x_1 \geq R_0}}^C \int p_k(dx_1, \dots, dx_k) + p_0 \right), \quad p_0(\lambda F(R_1) + \alpha) = \mu \int_0^{R_1} p_1(x) dx + \beta q_0,$$

$$q_n(r_1, \dots, r_n)(\lambda F(R_0 - x) + n\mu + \beta) = \lambda q_{n-1}(r_1, \dots, r_{n-1})f(r_n) +$$

$$+ \mu \sum_{i=0}^n \int_0^{R_0 - r_i} q_{n+1}(r_1, \dots, r_i, x, r_{i+1}, \dots, r_n) dx +$$

$$+ \alpha \left( \sum_{\substack{k=n+1 \\ \bar{x} \leq R_1 - r_n \\ r_n + x_1 \geq R_0}}^C \int p_k(r_1, \dots, r_n, dx_1, \dots, dx_{k-n}) + p_n(r_1, \dots, r_n) \right),$$

$$n = 1, \dots, C-1, r_i \leq R_0,$$

$$p_n(r_1, \dots, r_n)(\lambda F(R_1 - x) + n\mu + \alpha) = \lambda p_{n-1}(r_1, \dots, r_{n-1})f(r_n) +$$

$$+ \mu \sum_{i=0}^n \int_0^{R_1 - r_i} p_{n+1}(r_1, \dots, r_i, x, r_{i+1}, \dots, r_n) dx + \beta q_n(r_1, \dots, r_n),$$

$$n = 1, \dots, C-1, r_i \leq R_1,$$

$$q_C(r_1, \dots, r_C)(C\mu + \beta) = \lambda q_{C-1}(r_1, \dots, r_{C-1})f(r_C) + \alpha p_C(r_1, \dots, r_C), \quad r_i \leq R_0,$$

$$p_C(r_1, \dots, r_C)(C\mu + \alpha) = \lambda p_{C-1}(r_1, \dots, r_{C-1})f(r_C) + \beta q_C(r_1, \dots, r_C), \quad r_i \leq R_0.$$

В качестве основной вероятностной характеристики системы рассмотрим вероятность успешной эвакуации  $P\{X(t) = (n, (r_1, \dots, r_n), 0) | X(t - \Delta) = (n, (r_1, \dots, r_n), 1)\}$  как вероятность того, что при изъятии ресурса ни одна заявка не будет потеряна:

$$P = \sum_{n=0}^C \int_{r \leq R_0} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda F(R_1 - r.) + n\mu} p_n(r),$$

и вероятность прерывания  $P\{X(t) = (n, (r_1, \dots, r_n), 0) | X(t - \Delta) = (m, (r_1, \dots, r_m), 1), m > n\}$  как вероятность того, что при изъятии ресурса будет потеряна хотя бы одна заявка

$$Q = \sum_{n=1}^C \int_{r > R_0} \frac{\alpha}{\alpha + \lambda F(R_1 - r.) + n\mu} p_n(r).$$

### 3. Случай дискретного ресурса

В связи с тем что получить аналитическое решение и даже метод вычисления характеристик в общем случае произвольного распределения ресурса весьма затруднительно, далее рассмотрим случай дискретного распределения ресурса. Для дискретного случая в предположении, что  $p(x)$  есть вероятность вновь пришедшей заявке занять ресурс объема  $x$ , аналогично вышеизложенному получаем СУР следующего вида:

$$\begin{aligned} q_0(\lambda F(R_0) + \beta) &= \mu \sum_{i=0}^{R_0} q_1(i) + \alpha \left( \sum_{k=1}^C \sum_{\substack{r \leq R_1 \\ r_1 > R_0}} p_k(r_1, \dots, r_k) + p_0 \right), \\ p_0(\lambda F(R_1) + \alpha) &= \mu \sum_{i=0}^{R_1} q_1(i) + \beta q_0, \\ q_n(r_1, \dots, r_n)(\lambda F(R_0 - r.) + n\mu + \beta) &= \lambda q_{n-1}(r_1, \dots, r_{n-1}) p(r_n) + \\ &+ \mu \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{\substack{r_j=0 \\ j \neq i}}^{R_0 - \sum_{j \neq i} r_j} q_{n+1}(r_1, \dots, r_i, \dots, r_n) + \\ &+ \alpha \left( \sum_{k=n+1}^C \sum_{\substack{r \leq R_1 \\ R_0 - r_{n+1} < \sum_{i=1}^n r_i \leq R_0}} p_k(r_1, \dots, r_n, r_{n+1}, \dots, r_k) + p_n(r_1, \dots, r_n) \right), \\ &n = 1, \dots, C-1, \\ p_n(r_1, \dots, r_n)(\lambda F(R_1 - r.) + n\mu + \alpha) &= \lambda p_{n-1}(r_1, \dots, r_{n-1}) p(r_n) + \\ &+ \mu \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{\substack{r_j=0 \\ j \neq i}}^{R_1 - \sum_{j \neq i} r_j} q_{n+1}(r_1, \dots, r_i, \dots, r_n) + \beta q_n(r_1, \dots, r_n), \\ &n = 1, \dots, C-1, \\ q_C(r_1, \dots, r_C)(C\mu + \beta) &= \lambda q_{C-1}(r_1, \dots, r_{C-1}) p(r_C) + \alpha p_C(r_1, \dots, r_C), \\ p_C(r_1, \dots, r_C)(C\mu + \alpha) &= \lambda p_{C-1}(r_1, \dots, r_{C-1}) p(r_C) + \beta q_n(r_1, \dots, r_n), \end{aligned}$$

Для упрощения вычислений и ввиду большой размерности пространства состояний  $\mathcal{X}$  введем марковский процесс  $Y(t) = (n(t), r(t), s(t))$  с пространством состояний  $\mathcal{Y} = \{(n, r, s) : 0 \leq n \leq C, s \in \{0, 1\}, r \leq R_s\}$ .

Заметим, что здесь учитывается только суммарный объем занятого ресурса, а не объем, занятый каждой заявкой. В момент окончания обслуживания заявки, а также в момент изменения состояния системы с  $s = 1$  на  $s = 0$ , приводящего к потере заявки, освобождаемый ресурс переразыгрывается согласно формуле условной вероятности. Недостатком такого упрощения является то, что при его применении можно наблюдать разницу между занимаемым и освобождаемым заявкой ресурсом, однако, как показано в [16], для надежной системы данное упрощение позволяет достаточно точно оценить поведение исходной системы.

Введем обозначения:

$$p_n(r) = P\{n(t) = n, (r(t)) = r, s(t) = 1\}, \quad q_n(r) = P\{n(t) = n, (r(t)) = r, s(t) = 0\},$$

и тогда СУР для процесса  $Y(t)$  может быть записана в следующем виде:

$$q_0(0)(\lambda F(R_1) + \beta) = \mu \sum_{j=0}^{R_0} q_1(j) + \alpha \left( \sum_{i=1}^C \sum_{j=R_0+1}^{R_1} p_i(j) \sum_{s=R_0+1}^j \frac{p(s)p(j-s)^{(i-1)}}{p(j)^{(i)}} + p_0(0) \right), \quad (1)$$

$$p_0(0)(\lambda F(R_1) + \alpha) = \mu \sum_{j=0}^{R_1} p_1(j) + \beta q_0(0), \quad (2)$$

$$q_n(r)(\lambda F(R_1 - r) + n\mu + \beta) = \lambda \sum_{j=0}^r p(j)q_{n-1}(r-j) + \mu \sum_{j=0}^{R_0-r} \frac{p(j)p(r)^{(n)}}{p(r+j)^{(n+1)}} q_{n+1}(r+j) + \alpha \left( \sum_{i=n+1}^C \sum_{j=R_0+1}^{R_1} p_i(j) \sum_{s=R_0-r+1}^{j-r} \frac{p(r)^{(n)} p(s)p(j-r-s)^{(i-n-1)}}{p(j)^{(i)}} + p_n(r) \right), \quad (3)$$

$n = 1, \dots, C-1,$

$$p_n(r)(\lambda F(R_1 - r) + n\mu + \alpha) = \lambda \sum_{j=0}^r p(j)p_{n-1}(r-j) + \mu \sum_{j=0}^{R_0-r} \sum_{i=1}^{n+1} i \frac{p(j)^i (1-p(j))^{(n+1-i)}}{p(r+j)^{(n+1)}} p_{n+1}(r+j) + \beta q_n(r), \quad (4)$$

$n = 1, \dots, C-1,$

$$q_C(r)(n\mu + \beta) = \lambda \sum_{j=0}^r p(j)q_{C-1}(r-j) + \alpha p_C(r), \quad (5)$$

$$p_C(r)(n\mu + \alpha) = \lambda \sum_{j=0}^r p(j)p_{C-1}(r-j) + \beta q_n(r). \quad (6)$$

Здесь  $p(r)^{(n)}$   $n$ -кратная свертка, определяющая вероятность того, что  $n$  заявок займут ресурс объема  $r$ .

#### 4. Вычисление матрицы интенсивностей

Полученная в предыдущем разделе СУР (1)–(6) может также быть записана в матричном виде. Для этого представим пространство состояний в виде непересекающихся подмножеств

$\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_0 \cup \mathcal{Y}_1 \cup \mathcal{Y}_2$ , где  $\mathcal{Y}_s = \bigcup_{i=0}^C \mathcal{Y}_{is}$ ,  $\mathcal{Y}_{0s} = \{0, s\}$ ,  $\mathcal{Y}_{js} = \{(j, 0, s), \dots, (j, R_0, s)\}$ ,  $s \in \{0, 1\}$ , и  $\mathcal{Y}_{j2} = \{(j, R_0 + 1, 1), \dots, (j, R_1, 1), j = 1, \dots, C\}$ . В этом случае матрица интенсивностей переходов процесса  $Y(t)$  будет иметь блочный вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{00} & \mathbf{A}_{01} & \mathbf{A}_{02} \\ \mathbf{A}_{10} & \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{20} & \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{pmatrix},$$

где

$$\mathbf{A}_{00} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{00} & \mathbf{U}_{00} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{01} & \mathbf{D}_{01} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \mathbf{U}_{0C-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L}_{0C} & \mathbf{D}_{0C} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{01} = \text{diag}(\beta),$$

$$\mathbf{A}_{02} = (0),$$

$$\mathbf{A}_{10} = \text{diag}(\alpha),$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{00} & \mathbf{U}_{00} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{01} & \mathbf{D}_{01} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \mathbf{U}_{0C-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L}_{0C} & \mathbf{D}_{0C} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_{12} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{20} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \ddots & \ddots & \mathbf{U}_{2C-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_{20} = (a_{((i,j),(r,n))}) = \begin{cases} \alpha \frac{p(r)^{(n)}}{p(j)^{(i)}} \sum_{s=R_0-r+1}^{j-r} p(s) p(j-r-s)^{(i-n-1)}, & r = 0, \dots, R_0, n = 0, \dots, i, \\ & j = R_0 + 1, \dots, R_1, i = 0, \dots, C, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{pmatrix} \mathbf{L}_{21} & \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L}_{2C} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_{22} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{10} & \mathbf{U}_{10} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{11} & \mathbf{D}_{11} & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & \mathbf{U}_{1C-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{L}_{1C} & \mathbf{D}_{1C} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{U}_{0i} = (\lambda p(r-j))_{\substack{j=0, \dots, R_0, \\ i=j, \dots, R_0}},$$

$$\mathbf{U}_{1i} = (\lambda p(r-j))_{\substack{j=R_0, \dots, R_1, \\ i=j, \dots, R_1}},$$

$$\mathbf{U}_{2i} = (\lambda p(i-j))_{\substack{j=0, \dots, R_0, \\ i=R_0+1, \dots, R_1}},$$

$$\mathbf{L}_{0i} = \left( i\mu \sum_{j=0}^{R_0-r} \frac{p(j)^i (1-p(j))^{(n+1-i)}}{p(r+j)^{(n+1)}} \right)_{\substack{j=0, \dots, R_0, \\ i=0, \dots, j}},$$

$$\mathbf{L}_{1i} = \left( i\mu \sum_{j=0}^{R_0-r} \frac{p(j)^i (1-p(j))^{(n+1-i)}}{p(r+j)^{(n+1)}} \right)_{\substack{j=R_0, \dots, R_1, \\ i=R_0, \dots, j}},$$

$$\mathbf{L}_{2i} = \left( i\mu \sum_{j=0}^{R_1-r} \frac{p(j)^i (1-p(j))^{(n+1-i)}}{p(r+j)^{(n+1)}} \right)_{\substack{i=R_0+1, \dots, R_1, \\ j=0, \dots, R_0}},$$

$$\mathbf{D}_{0i} = \text{diag}(-\lambda F(R_0 - r) + \mu n + \beta),$$

$$\mathbf{D}_{1i} = \text{diag}(-\lambda F(R_1 - r) + \mu n + \alpha),$$

$$\mathbf{D}_{2i} = \text{diag}(-\lambda F(R_1 - r) + \mu n + \alpha).$$

В матричном виде СУР (1)–(6) может быть решена известными, например итерационными, методами.

### 5. Численный пример

Рассмотрим пример численного анализа вероятностных характеристик СМО с дискретным ресурсом. Исходные данные для расчетов взяты из работы [11]. В примере под ресурсом понимается емкость (скорость передачи данных) радиоканала беспроводной сети. Базовая полоса пропускания оператора сети составляет  $C_0 = 10$  МГц, а арендуемая им LSA полоса составляет  $C_1 - C_0 = 5$  МГц. Таким образом, пропускные способности основной и арендуемой полос можно рассчитать по формуле  $R_s = C_s \cdot v_s$ , где  $v_s$  – спектральная эффективность, составляющая для сетей LTE величину 4 бит/с/Гц [17]. Тогда объем надежной составляющей ресурса равен  $R_0 = 10$  МГц  $\cdot$  4 бит/с/Гц = 40 Мбит/с, а объем ненадежной составляющей равен  $R_1 - R_0 = 5$  МГц  $\cdot$  4 бит/с/Гц = 20 Мбит/с. Следовательно, общий объем ресурса равен  $R_1 = 60$  Мбит/с. Для рассматриваемого сценария будем считать, что пользователи порождают трафик 2 Мбит/с, т.е.  $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$ . Среднее время обслуживания  $\mu^{-1} = 15$  с, изъятие ресурса происходит в среднем каждые  $\alpha^{-1} = 2$  мин, а длительность периода изъятия составляет в среднем  $\beta^{-1} = 1$  мин.

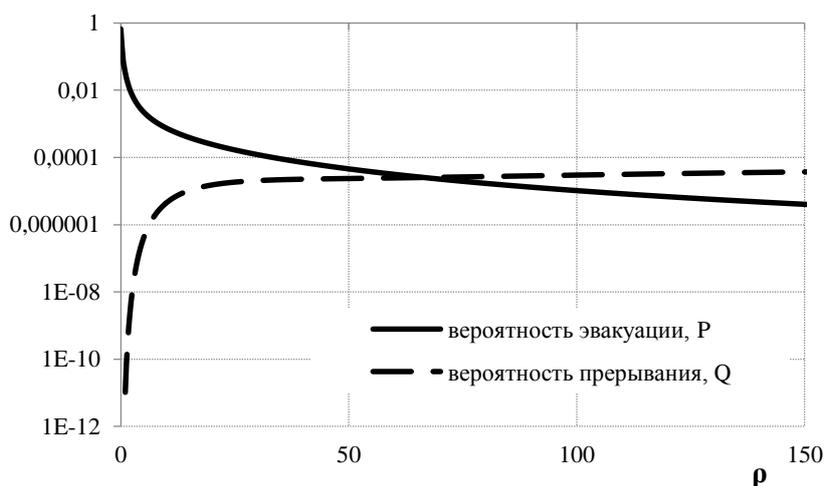


Рис. 2 Вероятности эвакуации и прерывания для СМО с ненадежным ресурсом

Характеристики системы при различных значениях нагрузки для приведенных данных показаны на рис. 2. Выбор логарифмического масштаба оси ординат объясняется тем, что при малой нагрузке вероятность эвакуации  $P$  стремится к вероятности изъятия ресурса, а при росте нагрузки резко убывает.

## Заключение

В статье рассмотрена СМО с ненадежным ресурсом и предложены два алгоритма потери заявок. Подробно исследован алгоритм  $A1$ , для которого получена СУР в общем случае и проведен анализ упрощенного процесса для получения метода расчета основных вероятностных характеристик. Для дискретного случая и упрощенного процесса получена СУР в матричном виде, а также приведен численный пример для близких к реальным исходных данных.

В дальнейшем планируется исследовать модель с очередью, другие варианты функции распределения ресурсов, а также алгоритм выбора заявок  $A2$ , как более эффективный с точки зрения потерь заявок. Кроме того, интересно исследовать модель с более сложным входящим потоком, например МАР-потоком.

В заключение авторы приносят благодарность профессору Валерию Арсентьевичу Наумову и доценту Эдуарду Сергеевичу Сопину за ценные замечания и внимание к исследованиям.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Masek P., Mokrov E., Pyattaev A., Zeman K., Ponomarenko-Timofeev A., Samuylov A., Sopin E., Hosek J., Gudkova I., Andreev S., Novotny V., Koucheryavy Y., Samouylov K. Experimental Evaluation of Dynamic Licensed Shared Access Operation in Live 3GPP LTE System // Global Communications Conference (GLOBECOM). IEEE. 2016.
2. Palola M., Rautio T., Matinmikko M., Prokkola J., Mustonen M., Heikkilä M., Kippola T., Yrjölä S., Hartikainen V., Tudose L., Kivinen A., Paavola J., Okkonen J., Mäkeläinen M., Hänninen T., Kokkinen H. Licensed Shared Access (LSA) trial demonstration using real LTE network // International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks (CROWNCOM). 2014.
3. Palola M., Matinmikko M., Prokkola J., Heiska K. Live field trial of Licensed Shared Access (LSA) concept using LTE network in 2.3 GHz band // IEEE International Symposium on Dynamic Spectrum Access. 2014.
4. Mokrov E., Ponomarenko-Timofeev A., Gudkova I., Masek P., Hosek J., Andreev S., Koucheryavy Y., Gaidamaka Yu. Modeling Transmit Power Reduction for a Typical Cell with Licensed Shared Access Capabilities // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2017.
5. Ponomarenko-Timofeev A., Pyattaev A., Andreev S., Koucheryavy Y., Mueck M., Karls I. Highly dynamic spectrum management within licensed shared access regulatory framework // IEEE Communications Magazine. 2016. V. 54, No. 3. P. 100–109.
6. Yrjölä S., Kokkinen H. Licensed Shared Access evolution enables early access to 5G spectrum and novel use cases // EAI Endorsed Transactions on Wireless Spectrum. 2017. V. 3, No. 10.
7. Suliman I., Lehtomaki J. Queueing Analysis of Opportunistic Access in Cognitive Radios // Cognitive Radio and Advanced Spectrum Management (CogART). 2009.
8. Giorgetti A., Varrella M., Chiani M. Analysis and performance comparison of different cognitive radio algorithms // Cognitive Radio and Advanced Spectrum Management (CogART). 2009.
9. Ivanova D., Karnauhova E., Markova E., Gudkova I. Analyzing of Licensed Shared Access Scheme Model with Service Bit Rate Degradation in 3GPP Network // Information Technologies and Mathematical Modelling Queueing Theory and Applications. 2017. P. 231–242.
10. Samouylov K.E., Naumov V., Sopin E., Gudkova I., Shorgin S. Sojourn Time Analysis for Processor Sharing Loss System with Unreliable Server // Analytical & Stochastic Modelling Techniques & Applications ASMTA, 2016. P. 284–297.
11. Острикова Д.Ю. Анализ вероятностно-временных характеристик схем доступа с прерыванием обслуживания в телекоммуникационных беспроводных сетях : дис. ... канд. физ.-мат. наук / Рос. ун-т дружбы народов. М., 2015. 124 с.
12. Тихоненко О.М., Климович К.Г. Анализ систем обслуживания требований случайной длины при ограниченном суммарном объеме // Проблемы передачи информации. 2001. Т. 37, вып. 1. С. 70–79.
13. Бородин Н.Н., Малинковский Ю.В. Характеристики суммарного объема требований в СеМО Джексона // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 1 (10). С. 253–285.
14. Лисовская Е.Ю., Моисеева С.П. Асимптотический анализ немарковской бесконечнолинейной системы обслуживания требований случайного объема с входящим рекуррентным потоком // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2017. № 39. С. 30–38.
15. Назаров А.А., Бронер В.И. Система управления запасами с гиперэкспоненциальным распределением объемов потребления ресурсов // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2016. № 1 (34). С. 43–49.
16. Naumov V., Samouylov K., Yarkina N., Sopin E., Andreev S., Samuylov A. LTE Performance Analysis Using Queueing Systems with Finite Resources and Random Requirements // 7<sup>th</sup> International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). 2015.
17. 3GPP TS 36.300: Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA) and Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (E-UTRAN); Overall description; Stage 2: Release 12. 2015. 177 p.

Поступила в редакцию 17 марта 2018 г.

Mokrov E.V., Samouylov K.E. (2018) LSA FRAMEWORK IN LTE WIRELESS NETWORK ENVIRONMENT AS A QUEUEING SYSTEM WITH UNRELIABLE RESOURCE. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie vychislitel'naja tehnika i informatika* [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science]. 44. pp. 62–71

DOI: 10.17223/19988605/44/7

In this paper, we consider an LTE cell with LSA framework as a queueing system with unreliable resources. Here the resources can be assumed to represent e.g. frequency spectrum, since the LSA framework implies that part of the spectrum is leased from the third party and can be seized at a random time for a random duration.

A system with  $C$  servers and  $R_s$  resources is studied. The system can be found in one of  $s \in \{0,1\}$  states. The state transitions are distributed according to the exponential law with parameters  $\alpha$  и  $\beta$ , notably  $R_0 \leq R_1$ . The customers arrive according to the Poisson process with parameter  $\lambda$ , and are served according to the exponential law with parameter  $\mu$ . When a new customer arrives it requires a server and a random resource volume with CDF  $F(x)$ . A customer is considered lost if there is either no enough available servers in the system or there are no enough available resources to accommodate it. Thus in the considered system a customer can be lost either upon arrival or while it is being served upon the system state change.

First consider a general case of continuous resources. Here we introduce a Markov process  $X(t) = (n(t), (r_1(t), \dots, r_n(t)), s(t))$

with state space  $\mathcal{X} = \left\{ (n, (r_1, \dots, r_n), s) : 0 \leq n \leq C, s \in \{0,1\}, r_i = \sum_{i=0}^n r_i \leq R_s \right\}$ . However, since, unfortunately, we failed to obtain a closed

form solution for this case further we consider a discrete case. But, as it is shown in the paper, applying the same process for the discrete case means that the state space is growing exponentially against the maximum number of customers in the system. And can be obtained

as  $\sum_{s=0}^1 \left( 1 + \sum_{n=1}^C \frac{1}{n!} \prod_{j=1}^n (j + R_s) \right)$ . This equation considers the scenario when a new customer can require the resources in the range from

0 to  $R_s$ . As one can note from the equation the state space grows extremely rapidly with the number of servers and volume of available resources, which highly affects the matrix techniques performance.

Taking all this into account, we propose an approximation, where the resources allocated to the customer are reallocated when the customer leaves the system. Thus we only have to trace the volume of the allocated resources in total and not the resources allocated to each customer separately, thus greatly reducing computation difficulty. In this case the process can be obtained as  $Y(t) = (n(t), r(t), s(t))$ . Since we consider the Poisson arrival flow and exponential service time this approximation gives us a reasonable approximation of the initial process.

For the considered system evacuation and interruption probabilities are obtained as the main characteristics. Evacuation probability is a probability that when the frequency is being seized, no customer was interrupted while being served are the interruption probability is a probability that when the frequency is being seized at least one customer was interrupted while being served. As one can note, the sum of these probabilities is a constant and equals to the probability of a frequency being seized. In the last section we give a numerical example.

Keywords: queueing system; Markov process; unreliable resources; cumulative distribution function.

MOKROV Evgenii Vladimirovich (Assistant Professor, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation).  
E-mail: melkor77@yandex.ru

SAMOUYLOV Konstantin Evgenievich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Applied Informatics and Probability Theory, Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russian Federation).  
E-mail: samuylov\_ke@pfur.ru

## REFERENCES

1. Masek, P., Mokrov, E., Pyattaev, A., Zeman, K., Ponomarenko-Timofeev, A., Samuylov, A., Sopin, E., Hosek, J., Gudkova, I., Andreev, S., Novotny, V., Koucheryavy, Y., & Samouylov, K. (2016) Experimental Evaluation of Dynamic Licensed Shared Access Operation in Live 3GPP LTE System. *Global Communications Conference (GLOBECOM)*, IEEE. DOI: 10.1109/GLOCOM.2016.7841826
2. Palola, M., Rautio, T., Matinmikko, M., Prokkola, J., Mustonen, M., Heikkilä, M., Kippola, T., Yrjölä, S., Hartikainen, V., Tudose, L., Kivinen, A., Paavola, J., Okkonen, J., Mäkeläinen, M., Hänninen, T. & Kokkinen, H. (2014) Licensed Shared Access (LSA) trial demonstration using real LTE network. *International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks (CROWNCOM)*. DOI: 10.4108/icst.crowncom.2014.255724
3. Palola, M., Matinmikko, M., Prokkola, J. & Heiska, K. (2014) Live field trial of Licensed Shared Access (LSA) concept using LTE network in 2.3 GHz band. *IEEE International Symposium on Dynamic Spectrum Access*. DOI: 10.1109/DySPAN.2014.6817778

4. Mokrov, E., Ponomarenko-Timofeev, A., Gudkova, I., Masek, P., Hosek, J., Andreev, S., Koucheryavy, Y. & Gaidamaka, Yu. (2017) Modeling Transmit Power Reduction for a Typical Cell with Licensed Shared Access Capabilities. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. pp. 1–1. DOI: 10.1109/TVT.2018.2799141
5. Ponomarenko-Timofeev, A., Pyattaev, A., Andreev, S., Koucheryavy, Y., Mueck, M. & Karls, I. (2016) Highly dynamic spectrum management within licensed shared access regulatory framework. *IEEE Communications Magazine*. 54(3). pp.100–109. DOI: 10.1109/MCOM.2016.7432155
6. Yrjola, S. & Kokkinen, H. (2017) Licensed Shared Access evolution enables early access to 5G spectrum and novel use cases. *EAI Endorsed Transactions on Wireless Spectrum*. 3(10). DOI: 10.4108/eai.12-12-2017.153463
7. Suliman, I. & Lehtomaki, J. (2009) Queueing Analysis of Opportunistic Access in Cognitive Radios. *Cognitive Radio and Advanced Spectrum Management (CogART)*. pp. 153 – 157. DOI: 10.1109/COGART.2009.5167252
8. Giorgetti, A., Varrella, M. & Chiani, M. (2009) Analysis and performance comparison of different cognitive radio algorithms. *Cognitive Radio and Advanced Spectrum Management (CogART)*. DOI: 10.1109/COGART.2009.5167247
9. Ivanova, D., Karnauhova, E., Markova, E. & Gudkova, I. (2017) Analyzing of Licensed Shared Access Scheme Model with Service Bit Rate Degradation in 3GPP Network. *Information Technologies and Mathematical Modelling. Queueing Theory and Applications*. pp. 231–242. DOI: 10.1007/978-3-319-68069-9\_19
10. Samouylov, K.E., Naumov, V., Sopin, E., Gudkova, I. & Shorgin, S. (2016). Sojourn Time Analysis for Processor Sharing Loss System with Unreliable Server. *Analytical & Stochastic Modelling Techniques & Applications (ASMTA)*. pp. 284–297. DOI 10.1007/978-3-319-43904-4\_20
11. Ostrikova, D.Y. (2015) *Analiz veroyatnostno-vremennykh kharakteristik skhem dostupa s preryvaniyem obsluzhivaniya v telekommunikatsionnykh besprovodnykh setyakh* [Analysis of probability-time characteristics of access schemes with service interruptions in wireless telecommunication networks]. Physics and Mathematics Cand. Diss. Moscow.
12. Tikhonenko, O.M. & Klimovich, K.G. (2001) Analysis of Queueing Systems for Random-Length Arrivals with Limited Cumulative Volume. *Problems of Information Transmission*. 37(1). pp. 70–79. (In Russian). DOI: 10.1023/A:1010451827648.
13. Borodin, N.N. & Malinovsky, Y.V. (2010) The characteristics of cumulative volume of demands in Jackson networks. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 1(10). pp. 253–285. (In Russian).
14. Lisovskaya, E.Y. & Moiseeva, S.P. (2017) Asymptotical analysis of a non-Markovian queueing system with renewal input process and random capacity of customers. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 39. pp. 30–38. (In Russian). DOI: 10.17223/19988605/39/5.
15. Nazarov, A.A. & Broner, V.I. (2016) Inventory model with hyperexponential distribution of demand's batch size. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravleniye, vychislitel'naya tekhnika i informatika – Tomsk State University Journal of Control and Computer Science*. 1(34). pp. 43–49. (In Russian). DOI: 10.17223/19988605/34/5
16. Naumov, V., Samouylov, K., Yarkina, N., Sopin, E., Andreev, S. & Samuylov, A. (2015) LTE Performance Analysis Using Queueing Systems with Finite Resources and Random Requirements. *7th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*. DOI: 10.1109/ICUMT.2015.7382412.
17. 3GPP (2015) *TS 36.300: Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA) and Evolved Universal Terrestrial Radio Access Network (E-UTRAN)*. Overall description; Stage 2: Release 12.