УДК 512.1; 517.53; 519.6

Ю.А. Несмеев

РАЗВИТИЕ ОДНОГО ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ АЛГЕБРАИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ 4-й СТЕПЕНИ

Выводятся связи между корнями уравнения и корнями его резольвенты. Предлагаются утверждения, устанавливающие без решения уравнения принадлежность его корней к множеству действительных чисел или к множеству комплексных чисел с ненулевыми мнимыми частями. Выводятся формулы для вычисления компонент корней уравнения.

Ключевые слова: *уравнение*, *решение*, *таблица.*

Публикации по исследованиям в области разработки современных технологий во многих случаях (например, в [1–3]) содержат алгебраические уравнения 4-й степени с коэффициентами, зависящими от параметров и принимающими действительные значения. В них происходит учёт зависимости корней этих уравнений от параметров и ставится вопрос, равносильный вопросу об условиях на параметры, при которых корни принадлежат множеству действительных чисел или множеству комплексных чисел с ненулевыми мнимыми частями. Путями учёта, если уравнения не являются биквадратными, служат следующие способы: решение Декарта – Эйлера [4, с. 48]; решение Феррари [4, с. 48] (имеет наибольшее число применений); способ, предложенный В. А. Подвысоцким [5]. Однако выведенные для учёта зависимости не доводятся до равенств, в левых частях которых находятся корни, а в правых – зависящие от параметров выражения. Основная причина сложившегося положения – отсутствие таких равенств в справочной литературе для уравнения 4-й степени с буквенными коэффициентами. Поэтому в данной работе такие равенства выводятся. Также выводятся связи между корнями уравнения и корнями его резольвенты, и на их основе предлагаются утверждения, устанавливающие без вычисления корней их принадлежность к множеству действительных чисел или множеству комплексных чисел с ненулевыми мнимыми частями. За основу вывода взяты аналитические зависимости из работы [6], развивающей известный аналитический способ [7, с. 27].

Изложенный в [7] способ и решение Феррари с точностью до обозначений используют одно и то же уравнение 4-й степени и одну и ту же резольвенту, отличаясь друг от друга видами пар вспомогательных квадратных уравнений. С другой стороны, использование на практике решения Феррари сопровождается преобразованием вспомогательных квадратных уравнений к виду, применяемому в [7]. Поэтому [6] является и развитием метода Феррари. В [6] были предложены такие три величины, значения которых позволяют без подбора каких-либо коэффициентов строить ту пару вспомогательных квадратных уравнений, объединение корней которых даёт все корни уравнения 4-й степени. Притом в общем случае коэффициентами квадратных уравнений могут быть комплексные числа с ненулевыми мнимыми частями. Использование этих квадратных уравнений позволяет в общем случае находить корни уравнения 4-й степени быстрее, чем вышеупомянутые способы. Однако в литературе отсутствует выражение компонент корней этих квадратных уравнений через коэффициенты уравнения 4-й степени. В данной работе этот пробел восполняется в рамках развития подхода, осуществлённого в [6].

В целях вычисления корней уравнения 4-й степени в [6] предложены таблицы, в одной из которых содержатся формулы по расчёту корней кубического уравнения, а в другой – пары вспомогательных квадратных уравнений. В данной работе они приводятся после устранения в них избыточных данных. Табл. 1, содержащая пары квадратных уравнений, рассчитана на уравнение

$$z^4 + a_3z^3 + a_2z^2 + a_1z + a_0 = 0 \tag{1}$$

и использует действительный корень кубического уравнения

$$u^3 - a_2u^2 + (a_1a_3 - 4a_0)u - (a_1^2 + a_0a_3^2 - 4a_0a_2) = 0. \tag{2}$$

Ниже корень имеет обозначение u_1. Уравнение (2) является резольвентой. В этой таблице используются также величины d_1 и d_2, вычисляемые по формулам

$$d_1 = a_3^2/4 + u_1 - a_2; \tag{3.1}$$

$$d_2 = (u_1/2)^2 - a_0. \tag{3.2}$$

Содержащиеся в ней квадратные уравнения позволяют для вычисления корней уравнения (1) использовать любой действительный корень уравнения (2). На практике, однако, проще использовать такой корень уравнения (2), который даёт неотрицательные значения величинам (3). Его существование вытекает из теорем, предлагаемых ниже и использующих лемму. В ней корни уравнений (1) и (2) имеют соответственно обозначения z_1, z_2, z_3, z_4 и y_1, y_2, y_3.

Лемма. Корни уравнения 4-й степени и резольвенты связаны соотношениями

$$\begin{aligned} y_1 &= z_1z_2 + z_3z_4, \\ y_2 &= z_1z_3 + z_2z_4, \\ y_3 &= z_1z_4 + z_2z_3. \end{aligned} \tag{*}$$

Доказательство. Величины $-(y_1 + y_2 + y_3)$, $y_1y_2 + y_1y_3 + y_2y_3$, $-y_1y_2y_3$ при использовании зависимостей (*) и теоремы Виета для уравнения (1) приводят к соотношениям

$$\begin{aligned} -(y_1 + y_2 + y_3) &= -a_2, \\ y_1y_2 + y_1y_3 + y_2y_3 &= a_1a_3 - 4a_0, \\ -y_1y_2y_3 &= -(a_1^2 + a_0a_3^2 - 4a_0a_2). \end{aligned} \tag{**}$$

Равенство правых частей соотношений (**) соответствующим коэффициентам уравнения (2) приводит на основании теоремы Виета для уравнения (2) к выводу о справедливости формул (*).

Теорема 1. Если все корни уравнения (1) являются действительными числами, то любой корень уравнения (2) имеет следующие свойства: он является действительным числом; для него величины (3) принимают неотрицательные значения.

Доказательство. Пусть действительные числа x_1, x_2, x_3, x_4 служат корнями уравнения (1). Тогда y_1, y_2, y_3, согласно лемме, являются суммами произведений действительных чисел и потому сами являются действительными числами. Притом величина $4d_2$ для $u_1 = y_1$, $u_1 = y_2$, $u_1 = y_3$ имеет соответственно неотрицательные значения $(x_1x_2 - x_3x_4)^2$, $(x_1x_3 - x_2x_4)^2$, $(x_1x_4 - x_2x_3)^2$. Поэтому для каждого из корней y_1, y_2, y_3 величина d_2 принимает неотрицательное значение. Этим свойством обладает и величина d_1, так как величины d_1 и d_2 не могут принимать значения различных знаков [6].

Теорема 2. Если все корни уравнения (1) являются комплексными числами с ненулевыми мнимыми частями, то все корни уравнения (2) являются действительными числами. Для наибольшего из них величины (3) принимают неотрицательные значения.

Доказательство. Пусть комплексные числа $\alpha + i\beta$, $\alpha - \beta i$, $\gamma + i\delta$ и $\gamma - i\delta$ с ненулевыми мнимыми частями служат корнями уравнения (1). Тогда, согласно лемме, $y_1 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$, $y_2 = 2\alpha\gamma - 2\beta\delta$, $y_3 = 2\alpha\gamma + 2\beta\delta$. Следовательно, y_1, y_2, y_3 являются действительными числами. Притом величина $4d_1$ для $u_1 = y_1$ преобразуется в величину $(2\alpha - 2\gamma)^2$, принимающую неотрицательные значения. Поэтому для $u_1 = y_1$ неотрицательные значения принимают величины d_1 и d_2. Сложение очевидных неравенств из пар $\alpha^2 + \gamma^2 \geq 2\alpha\gamma$, $\beta^2 + \delta^2 \geq -2\beta\delta$ и $\alpha^2 + \gamma^2 \geq 2\alpha\gamma$, $\beta^2 + \delta^2 \geq 2\beta\delta$ приводит к неравенствам $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 \geq 2\alpha\gamma - 2\beta\delta$ и $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 \geq 2\alpha\gamma + 2\beta\delta$, говорящих о том, что y_1 является наибольшим среди корней уравнения (2).

Теорема 3. Если уравнение (1) имеет два неравных между собой действительных корня и комплексные корни с ненулевыми действительными частями, то уравнение (2) имеет лишь один действительный корень и для этого корня величины (3) принимают неотрицательные значения. Если уравнение (1) имеет два равных между собой действительных корня и комплексные корни с ненулевыми мнимыми частями, то уравнение (2) обладает следующими свойствами: оно имеет три действительных корня, два из которых равны между собой; для его наибольшего корня величины (3) принимают неотрицательные значения.

Доказательство. Пусть корнями z_1, z_2 служат действительные числа x_1 и x_2, а корнями z_3, z_4 являются комплексные числа $\alpha + i\beta$ и $\alpha - \beta i$ с ненулевыми мнимыми частями. Тогда, согласно лемме, справедливы равенства $y_1 = x_1x_2 + \alpha^2 + \beta^2$, $y_2 = (x_1 + x_2)\alpha + i(x_1 - x_2)\beta$, $y_3 = (x_1 + x_2)\alpha - i(x_1 - x_2)\beta$. Следовательно, y_1 является действительным числом. Притом величина $4d_1$ для $u_1 = y_1$ преобразуется в неотрицательную величину $(x_1 + x_2 - 2\alpha)^2$. Следовательно, для $u_1 = y_1$ неотрицательные значения принимают и величины d_1 и d_2. Корни y_2, y_3 являются при $x_1 = x_2$ действительными числами, а при $x_1 \neq x_2$ – комплексными числами с ненулевыми мнимыми частями. Если $x_1 = x_2$, то $y_1 = x_1^2 + \alpha^2 + \beta^2$, $y_2 = 2x_1\alpha$, $y_3 = y_2$ и, следовательно, y_1, y_2, y_3 принимают действительные значения. Кроме того, если $x_1 = x_2$, то справедливы неравенства $y_1 > y_2$ и $y_1 > y_3$, вытекающие из неравенства $x_1^2 + \alpha^2 + \beta^2 > 2x_1\alpha$, являющегося следствием справедливого неравенства $(x_1 - \alpha)^2 + \beta^2 > 0$.

Из теорем вытекают следующие утверждения.

Следствие 1. Если все корни уравнения (2) являются действительными числами, то для наибольшего из них величины (3) принимают неотрицательные значения. Если лишь один корень уравнения (2) является действительным числом, то для него величины (3) принимают неотрицательные значения.

Следствие 2. Если уравнение (2) имеет лишь один действительный корень, то уравнение (1) имеет два неравных между собой действительных корня и два комплексных корня с ненулевыми мнимыми частями.

Следствие 3. Если все корни уравнения (2) являются действительными числами, то или уравнение (1) имеет лишь действительные корни, или уравнение (1) имеет лишь комплексные корни с ненулевыми мнимыми частями, или уравнение

(1) имеет два равных между собой действительных корня и два комплексных корня с ненулевыми мнимыми частями.

Следствие 1 непосредственно вытекает из теорем 1–3 и приводит к выводу о существовании действительного корня уравнения (2), дающего неотрицательные значения величин (3). Доказательство следствий 2 и 3 методом от противного приводит к противоречиям с их условиями. Поэтому следствия 2 и 3 справедливы. Хотя следствие 1 позволяет избегать в расчётах случая отрицательных значений величин (3), приводимая ниже табл. 1, содержащая квадратные уравнения, рассчитана и на этот случай.

Таблица 1

Пары квадратных уравнений

Случаи и их варианты		Пара квадратных уравнений
1	$d_1>0,\ d_2>0,\ a_3u_1-2a_1>0;\ d_1=0,\ d_2>0;$ $d_2=0,\ d_1>0;\ d_1=0,\ d_2=0$	$\nu^2+(a_3/2+\lvert d_1\rvert^{1/2})\nu+u_1/2+\lvert d_2\rvert^{1/2}=0$ $\nu^2+(a_3/2-\lvert d_1\rvert^{1/2})\nu+u_1/2-\lvert d_2\rvert^{1/2}=0$
2	$d_1>0,\ d_2>0,\ a_3u_1-2a_1<0$	$\nu^2+(a_3/2+\lvert d_1\rvert^{1/2})\nu+u_1/2-\lvert d_2\rvert^{1/2}=0$ $\nu^2+(a_3/2-\lvert d_1\rvert^{1/2})\nu+u_1/2+\lvert d_2\rvert^{1/2}=0$
3	$d_1<0,\ d_2<0,\ a_3u_1-2a_1<0;\ d_1=0,\ d_2<0;$ $d_2=0,\ d_1<0;\ d_1=0,\ d_2=0$	$\nu^2+(a_3/2+i\lvert d_1\rvert^{1/2})\nu+u_1/2+i\lvert d_2\rvert^{1/2}=0$ $\nu^2+(a_3/2-i\lvert d_1\rvert^{1/2})\nu+u_1/2-i\lvert d_2\rvert^{1/2}=0$
4	$d_1<0,\ d_2<0,\ a_3u_1-2a_1>0$	$\nu^2+(a_3/2+i\lvert d_1\rvert^{1/2})\nu+u_1/2-i\lvert d_2\rvert^{1/2}=0$ $\nu^2+(a_3/2-i\lvert d_1\rvert^{1/2})\nu+u_1/2+i\lvert d_2\rvert^{1/2}=0$

(Величины $|d_1|^{1/2}$ и $|d_2|^{1/2}$ – арифметические корни.)

Табл. 2 по решению кубического уравнения рассчитана на уравнение

$$ax^3+bx^2+cx+d=0. \tag{4}$$

В ней величины p и q выражаются через коэффициенты уравнения (4) с помощью соотношений

$$p=9^{-1}a^{-2}(3ac-b^2); \tag{5.1}$$

$$q=27^{-1}a^{-3}b^3-6^{-1}a^{-2}bc+2^{-1}a^{-1}d. \tag{5.2}$$

Таблица 2

Аналитическое выражение корней кубического уравнения

Случаи		r	s	φ	Корни
1	$p=0,$ $q=0$				$x_1=-3^{-1}ba^{-1}$ $x_2=-3^{-1}ba^{-1}$ $x_3=-3^{-1}ba^{-1}$
2	$p=0,$ $q>0$				$x_1=-\exp(3^{-1}\ln(2q))-3^{-1}ba^{-1}$ $x_2=\{2^{-1}\exp(3^{-1}\ln(2q))-3^{-1}ba^{-1}\}+$ $+i\{3^{1/2}2^{-1}\exp(3^{-1}\ln(2q))\}$ $x_3=\{2^{-1}\exp(3^{-1}\ln(2q))-3^{-1}ba^{-1}\}-$ $-i\{3^{1/2}2^{-1}\exp(3^{-1}\ln(2q))\}$
3	$p=0,$ $q<0$				$x_1=\exp(3^{-1}\ln(\lvert 2q\rvert))-3^{-1}ba^{-1}$ $x_2=\{-2^{-1}\exp(3^{-1}\ln(\lvert 2q\rvert))-3^{-1}ba^{-1}\}+$ $+i\{3^{1/2}2^{-1}\exp(3^{-1}\ln(\lvert 2q\rvert))\}$ $x_3=\{-2^{-1}\exp(3^{-1}\ln(\lvert 2q\rvert))-3^{-1}ba^{-1}\}-$ $-i\{3^{1/2}2^{-1}\exp(3^{-1}\ln(\lvert 2q\rvert))\}$

Окончание табл. 2

Случаи		r	s	φ	Корни
4	$p > 0$, $q = 0$				$x_1 = -3^{-1}ba^{-1}$ $x_2 = -3^{-1}ba^{-1} + i\,(3p)^{1/2}$ $x_3 = -3^{-1}ba^{-1} - i\,(3p)^{1/2}$
5	$p < 0$, $q = 0$				$x_1 = -3^{-1}ba^{-1}$ $x_2 = (3\|p\|)^{1/2} - 3^{-1}ba^{-1}$ $x_3 = -(3\|p\|)^{1/2} - 3^{-1}ba^{-1}$
6	$q \neq 0$, $p < 0$, $q^2+p^3 \leq 0$	$r = \|p\|^{1/2}$, если $q>0$; $r = -\|p\|^{1/2}$, если $q<0$	q/r^3	$\mathrm{arctg}[(1-s^2)^{1/2}/s]$	$x_1 = -2r\cos(\varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1}$ $x_2 = 2r\cos(\pi/3 - \varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1}$ $x_3 = 2r\cos(\pi/3 + \varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1}$
7	$q \neq 0$, $p < 0$, $q^2+p^3 > 0$	$r = \|p\|^{1/2}$, если $q>0$; $r = -\|p\|^{1/2}$, если $q<0$	q/r^3	$\ln[s+(s^2-1)^{1/2}]$	$x_1 = -2r\mathrm{ch}(\varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1}$ $x_2 = r\mathrm{ch}(\varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1} + i3^{1/2}r\mathrm{sh}(\varphi/3)$ $x_3 = r\mathrm{ch}(\varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1} - i3^{1/2}r\mathrm{sh}(\varphi/3)$
8	$q \neq 0$, $p > 0$	$r = \|p\|^{1/2}$, если $q>0$; $r = -\|p\|^{1/2}$, если $q<0$	q/r^3	$\ln[s+(s^2+1)^{1/2}]$	$x_1 = -2r\mathrm{sh}(\varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1}$ $x_2 = r\mathrm{sh}(\varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1} + i3^{1/2}r\mathrm{ch}(\varphi/3)$ $x_3 = r\mathrm{sh}(\varphi/3) - 3^{-1}ba^{-1} - i3^{1/2}r\mathrm{ch}(\varphi/3)$

Зависимости, приведенные в табл. 2, позволяют с помощью следствий 2 и 3 доказать следующие теоремы, устанавливающие по значениям коэффициентов резольвенты принадлежность корней уравнения к множеству действительных чисел или к множеству комплексных чисел с ненулевыми мнимыми частями.

Теорема 4. Корнями уравнения (1) являются или только действительные числа, или только комплексные числа с ненулевыми мнимыми частями, или два равных между собой действительных числа и два комплексных числа с ненулевыми мнимыми частями в каждом из следующих случаев значений величин p и q для уравнения (2): 1) $p = 0$, $q = 0$; 2) $p = 0$, $q = 2^{-1}$; 3) $p = 0$, $q = -2^{-1}$; 4) $p < 0$, $q = 0$; 5) $q \neq 0, p < 0, q^2 + p^3 \leq 0$; 6) $q \neq 0, p < 0, q^2 + p^3 > 0, \varphi = 0$.

Доказательство. Если выполняется какое-либо из перечисленных условий, то все корни уравнения (2) являются действительными числами. Поэтому применимо следствие 3, приводящее к утверждению теоремы.

Теорема 5. Корнями уравнения (1) являются два неравных между собой действительных числа и два комплексных числа с ненулевыми мнимыми частями в каждом из следующих случаев значений величин p и q для уравнения (2): 1) $p = 0$, $q > 0$, $q \neq 2^{-1}$; 2) $p = 0$, $q < 0$, $q \neq -2^{-1}$; 3) $p > 0$, $q = 0$; 4) $q \neq 0, p < 0, q^2 + p^3 > 0, \varphi \neq 0$; 5) $q \neq 0, p > 0$.

Доказательство. Если выполняется какое-либо из перечисленных условий, то уравнение (2) имеет лишь один действительный корень. Поэтому применимо следствие 2, приводящее к утверждению теоремы.

Формулы из табл. 2 позволяют сначала найти действительный корень u_1 уравнения (2), а затем, используя квадратные уравнения из табл. 1, и все корни уравнения (1). О решении квадратных уравнений из табл. 1 речь пойдёт ниже.

Каждое квадратное уравнение из табл. 1 представимо в виде равенства

$$\nu^2 + (a_3/2 + p_1k_{1\mathrm{re}} + ip_1k_{1\mathrm{im}})\nu + (y_1/2 + p_2k_{2\mathrm{re}} + ip_2k_{2\mathrm{im}}) = 0. \quad (6)$$

Если, согласно табл. 1, уравнение (1) относится к случаю 1, то для верхнего квадратного уравнения $p_1 = 1$, $p_2 = 1$, $k_{1\mathrm{re}} = |d_1|^{1/2}$, $k_{1\mathrm{im}} = 0$, $k_{2\mathrm{re}} = |d_2|^{1/2}$, $k_{2\mathrm{im}} = 0$, а для нижнего квадратного уравнения $p_1 = -1$, $p_2 = -1$, $k_{1\mathrm{re}} = |d_1|^{1/2}$, $k_{1\mathrm{im}} = 0$, $k_{2\mathrm{re}} = |d_2|^{1/2}$,

$k_{2\mathrm{im}} = 0$. Если уравнение (1) относится к случаю 2, то для верхнего квадратного уравнения $p_1 = 1$, $p_2 = -1$, $k_{1\mathrm{re}} = |d_1|^{1/2}$, $k_{1\mathrm{im}} = 0$, $k_{2\mathrm{re}} = |d_2|^{1/2}$, $k_{2\mathrm{im}} = 0$, а для нижнего квадратного уравнения $p_1 = -1$, $p_2 = 1$, $k_{1\mathrm{re}} = |d_1|^{1/2}$, $k_{1\mathrm{im}} = 0$, $k_{2\mathrm{re}} = |d_2|^{1/2}$, $k_{2\mathrm{im}} = 0$. Если уравнение (1) относится к случаю 3, то для верхнего квадратного уравнения $p_1 = 1$, $p_2 = 1$, $k_{1\mathrm{re}} = 0$, $k_{1\mathrm{im}} = |d_1|^{1/2}$, $k_{2\mathrm{re}} = 0$, $k_{2\mathrm{im}} = |d_2|^{1/2}$, а для нижнего квадратного уравнения $p_1 = -1$, $p_2 = -1$, $k_{1\mathrm{re}} = 0$, $k_{1\mathrm{im}} = |d_1|^{1/2}$, $k_{2\mathrm{re}} = 0$, $k_{2\mathrm{im}} = |d_2|^{1/2}$. Если уравнение (1) относится к случаю 4, то для верхнего квадратного уравнения $p_1 = 1$, $p_2 = -1$, $k_{1\mathrm{re}} = 0$, $k_{1\mathrm{im}} = |d_1|^{1/2}$, $k_{2\mathrm{re}} = 0$, $k_{2\mathrm{im}} = |d_2|^{1/2}$, а для нижнего квадратного уравнения $p_1 = -1$, $p_2 = 1$, $k_{1\mathrm{re}} = 0$, $k_{1\mathrm{im}} = |d_1|^{1/2}$, $k_{2\mathrm{re}} = 0$, $k_{2\mathrm{im}} = |d_2|^{1/2}$.

Решением уравнения (6) является двузначная функция z, определяемая в поле комплексных чисел равенством

$$z = -(a_3/2 + p_1k_{1\mathrm{re}} + ip_1k_{1\mathrm{im}})/2 + \{(a_3/2 + p_1k_{1\mathrm{re}})^2/4 - (p_1k_{1\mathrm{im}})^2/4 - (y_1/2 + p_2k_{2\mathrm{re}}) + \\ + i[(a_3/2 + p_1k_{1\mathrm{re}})(p_1k_{1\mathrm{im}})/2 - p_2k_{2\mathrm{im}}]\}^{1/2}. \quad (7)$$

Далее действительная и мнимая части подкоренного выражения из соотношения (7) имеют обозначения s_{re} и s_{im}. Для s_{re} и s_{im} справедливы равенства

$$s_{\mathrm{re}} = (a_3/2 + p_1k_{1\mathrm{re}})^2/4 - (p_1k_{1\mathrm{im}})^2/4 - (y_1/2 + p_2k_{2\mathrm{re}}); \quad (8)$$

$$s_{\mathrm{im}} = (a_3/2 + p_1k_{1\mathrm{re}})(p_1k_{1\mathrm{im}})/2 - p_2k_{2\mathrm{im}}. \quad (9)$$

Ниже компоненты функции z применительно к верхним уравнениям из табл. 1 имеют обозначения $z_{1\mathrm{re}}$, $z_{1\mathrm{im}}$ (для одного корня) и $z_{2\mathrm{re}}$, $z_{2\mathrm{im}}$ (для другого), а применительно к нижним уравнениям из табл. 2 – $z_{3\mathrm{re}}$, $z_{3\mathrm{im}}$ (для одного корня) и $z_{4\mathrm{re}}$, $z_{4\mathrm{im}}$ (для другого). Применение формулы извлечения квадратного корня в поле комплексных чисел [4, с. 26] из величины $s_{\mathrm{re}} + is_{\mathrm{im}}$ приводит к тем формулам для вычисления компонент корней уравнения, которые приведены в табл. 3 – 6. Случаи, к которым относятся эти таблицы, представлены с помощью операций в алгебре высказываний. Высказывания заключены в скобки. Имеющие дробные степени величины являются арифметическими корнями.

Таблица 3

Формулы для компонент корней уравнения 4-й степени
$[(d_1>0)\wedge(d_2>0)\wedge(a_3u_1 - 2a_1>0)]\vee[(d_1 = 0)\wedge(d_2>0)]\vee[(d_2 = 0)\wedge(d_1>0)]\vee[(d_1 = 0)\wedge(d_2 = 0)]$

Формула для s_{re}: $s_{\mathrm{re}} = (a_3/2+d_1^{1/2})^2/4 - (u_1/2+d_2^{1/2})$. Условие на s_{re}	Формулы для компонент корней z_1 и z_2
$s_{\mathrm{re}}>0$	$z_{1\mathrm{re}} = -(a_3/2+d_1^{1/2})/2+s_{\mathrm{re}}^{1/2}$ $z_{1\mathrm{im}} = 0$ $z_{2\mathrm{re}} = -(a_3/2+d_1^{1/2})/2 - s_{\mathrm{re}}^{1/2}$ $z_{2\mathrm{im}} = 0$
$s_{\mathrm{re}}<0$	$z_{1\mathrm{re}} = -(a_3/2+d_1^{1/2})/2$ $z_{1\mathrm{im}} = \lvert s_{\mathrm{re}}\rvert^{1/2}$ $z_{2\mathrm{re}} = -(a_3/2+d_1^{1/2})/2$ $z_{2\mathrm{im}} = -\lvert s_{\mathrm{re}}\rvert^{1/2}$
$s_{\mathrm{re}} = 0$	$z_{1\mathrm{re}} = -(a_3/2 - d_1^{1/2})/2$ $z_{1\mathrm{im}} = 0$ $z_{2\mathrm{re}} = -(a_3/2 - d_1^{1/2})/2$ $z_{2\mathrm{im}} = 0$
Формула для s_{re}: $s_{\mathrm{re}} = (a_3/2 - d_1^{1/2})^2/4 - (u_1/2 - d_2^{1/2})$. Условие на s_{re}	Формулы для компонент корней z_3 и z_4
$s_{\mathrm{re}}>0$	$z_{3\mathrm{re}} = -(a_3/2 - d_1^{1/2})/2+s_{\mathrm{re}}^{1/2}$ $z_{3\mathrm{im}} = 0$ $z_{4\mathrm{re}} = -(a_3/2 - d_1^{1/2})/2 - s_{\mathrm{re}}^{1/2}$ $z_{4\mathrm{im}} = 0$
$s_{\mathrm{re}}<0$	$z_{3\mathrm{re}} = -(a_3/2 - d_1^{1/2})/2$ $z_{3\mathrm{im}} = \lvert s_{\mathrm{re}}\rvert^{1/2}$ $z_{4\mathrm{re}} = -(a_3/2 - d_1^{1/2})/2$ $z_{4\mathrm{im}} = -\lvert s_{\mathrm{re}}\rvert^{1/2}$
$s_{\mathrm{re}} = 0$	$z_{3\mathrm{re}} = -(a_3/2 - d_1^{1/2})/2$ $z_{3\mathrm{im}} = 0$ $z_{4\mathrm{re}} = -(a_3/2 - d_1^{1/2})/2$ $z_{4\mathrm{im}} = 0$

Таблица 4

Формулы для компонент корней уравнения 4-й степени
$(d_1>0)\wedge(d_2>0)\wedge(a_3u_1-2a_1<0)$

Формула для s_{re}: $s_{re}=(a_3/2+d_1^{1/2})^2/4-(u_1/2-d_2^{1/2})$. Условие на s_{re}	Формулы для компонент корней z_1 и z_2
$s_{re}>0$	$z_{1re}=-(a_3/2+d_1^{1/2})/2+s_{re}^{1/2}$ $z_{1im}=0$ $z_{2re}=-(a_3/2+d_1^{1/2})/2-s_{re}^{1/2}$ $z_{2im}=0$
$s_{re}<0$	$z_{1re}=-(a_3/2+d_1^{1/2})/2$ $z_{1im}=\lvert s_{re}\rvert^{1/2}$ $z_{2re}=-(a_3/2+d_1^{1/2})/2$ $z_{2im}=-\lvert s_{re}\rvert^{1/2}$
$s_{re}=0$	$z_{1re}=-(a_3/2+d_1^{1/2})/2$ $z_{1im}=0$ $z_{2re}=-(a_3/2+d_1^{1/2})/2$ $z_{2im}=0$
Формула для s_{re}: $s_{re}=(a_3/2-d_1^{1/2})^2/4-(u_1/2+d_2^{1/2})$. Условие на s_{re}	Формулы для компонент корней z_3 и z_4
$s_{re}>0$	$z_{3re}=-(a_3/2-d_1^{1/2})/2+s_{re}^{1/2}$ $z_{3im}=0$ $z_{4re}=-(a_3/2-d_1^{1/2})/2-s_{re}^{1/2}$ $z_{4im}=0$
$s_{re}<0$	$z_{3re}=-(a_3/2-d_1^{1/2})/2$ $z_{3im}=\lvert s_{re}\rvert^{1/2}$ $z_{4re}=-(a_3/2-d_1^{1/2})/2$ $z_{4im}=-\lvert s_{re}\rvert^{1/2}$
$s_{re}=0$	$z_{3re}=-(a_3/2-d_1^{1/2})/2$ $z_{3im}=0$ $z_{4re}=-(a_3/2-d_1^{1/2})/2$ $z_{4im}=0$

Таблица 5

Формулы для компонент корней уравнения 4-й степени
$[(d_1<0)\wedge(d_2<0)\wedge(a_3u_1-2a_1<0)]\vee[(d_1=0)\wedge(d_2<0)]\vee[(d_2=0)\wedge(d_1<0)]$

Формулы для s_{re} и s_{im}: $s_{re}=(a_3)^2/16-\lvert d_1\rvert/4-y_1/2$, $s_{im}=a_3\lvert d_1\rvert^{1/2}/4-\lvert d_2\rvert^{1/2}$ Условия на s_{re} и s_{im}	Формулы для компонент корней z_1 и z_2
$s_{re}>0$	$z_{1re}=-a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2)$ $z_{1im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2)$ $z_{2re}=-a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2+\pi)$ $z_{2im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2+\pi)$
$s_{re}<0$	$z_{1re}=-a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2)$ $z_{1im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2)$ $z_{2re}=-a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2+\pi)$ $z_{2im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2+\pi)$
$s_{re}=0,\ s_{im}>0$	$z_{1re}=-a_3/4+s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{1im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{2re}=-a_3/4-s_{im}^{1/2}2^{1/2}$ $z_{2im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2-s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$
$s_{re}=0,\ s_{im}<0$	$z_{1re}=-a_3/4+\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{1im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2-\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{2re}=-a_3/4-\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{2im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$
$s_{re}=0,\ s_{im}=0$	$z_{1re}=-a_3/4$ $z_{1im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2$ $z_{2re}=-a_3/4$ $z_{2im}=-\lvert d_1\rvert^{1/2}/2$
Формулы для s_{re} и s_{im}: $s_{re}=(a_3)^2/16-\lvert d_1\rvert/4-y_1/2$, $s_{im}=-a_3\lvert d_1\rvert^{1/2}/4+\lvert d_2\rvert^{1/2}$. Условия на s_{re} и s_{im}	Формулы для компонент корней z_3 и z_4
$s_{re}>0$	$z_{3re}=-a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2)$ $z_{3im}=\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2)$ $z_{4re}=-a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2+\pi)$ $z_{4im}=\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2+\pi)$

Окончание табл. 5

$s_{re}<0$	$z_{3re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2)$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2)$ $z_{4re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2+\pi)$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2+\pi)$
$s_{re} = 0,\ s_{im}>0$	$z_{3re} = -a_3/4+s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{4re} = -a_3/4 - s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2 - s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$
$s_{re} = 0,\ s_{im}<0$	$z_{3re} = -a_3/4+\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2 - \lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{4re} = -a_3/4 - \lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$
$s_{re} = 0,\ s_{im} = 0$	$z_{3re} = -a_3/4$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2$ $z_{4re} = -a_3/4$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2$

Таблица 6

Формулы для компонент корней уравнения 4-й степени

$(d_1<0)\wedge(d_2<0)\wedge(a_3u_1 - 2a_1>0)$

Формулы для s_{re} и s_{im}: $s_{re} = a_3^2/16 - \lvert d_1\rvert/4 - y_1/2$ $s_{im} = a_3\lvert d_1\rvert^{1/2}/4 + \lvert d_2\rvert^{1/2}$ Условия на s_{re} и s_{im}	Формулы для компонент корней z_1 и z_2
$s_{re}>0$	$z_{1re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2)$ $z_{1im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2)$ $z_{2re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2+\pi)$ $z_{2im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2+\pi)$
$s_{re}<0$	$z_{1re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2)$ $z_{1im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2)$ $z_{2re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2+\pi)$ $z_{2im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2+\pi)$
$s_{re} = 0,\ s_{im}>0$	$z_{1re} = -a_3/4+s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{1im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2+s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{2re} = -a_3/4 - s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{2im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2 - s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$
$s_{re} = 0,\ s_{im}<0$	$z_{1re} = -a_3/4+\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{1im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2 - \lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{2re} = -a_3/4 - \lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{2im} = -p_1k_{1im}/2+\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$
$s_{re} = 0,\ s_{im} = 0$	$z_{1re} = -a_3/4$ $z_{1im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2$ $z_{2re} = -a_3/4$ $z_{2im} = -\lvert d_1\rvert^{1/2}/2$
Формулы для s_{re} и s_{im}: $s_{re} = a_3^2/16 - \lvert d_1\rvert/4 - y_1/2,$ $s_{im} = -a_3\lvert d_1\rvert^{1/2}/4 - \lvert d_2\rvert^{1/2}.$ Условия на s_{re} и s_{im}	Формулы для компонент корней z_3 и z_4
$s_{re}>0$	$z_{3re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2)$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2)$ $z_{4re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2+\pi)$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin(\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})/2+\pi)$
$s_{re}<0$	$z_{3re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2)$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2)$ $z_{4re} = -a_3/4+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\cos((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2+\pi)$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+(s_{re}^2+s_{im}^2)^{1/4}\sin((\mathrm{arctg}(s_{im}/s_{re})+\pi)/2+\pi)$
$s_{re} = 0,\ s_{im}>0$	$z_{3re} = -a_3/4+s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{4re} = -a_3/4 - s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2 - s_{im}^{1/2}/2^{1/2}$
$s_{re} = 0,\ s_{im}<0$	$z_{3re} = -a_3/4+\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2 - \lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{4re} = -a_3/4 - \lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2+\lvert s_{im}\rvert^{1/2}/2^{1/2}$
$s_{re} = 0,\ s_{im} = 0$	$z_{3re} = -a_3/4$ $z_{3im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2$ $z_{4re} = -a_3/4$ $z_{4im} = \lvert d_1\rvert^{1/2}/2$

Пример. Используя табл. 1 – 6, вычислить корни уравнения [3]

$$52{,}82\,x^4 + 108{,}39\,x^3 + 88{,}17\,x^2 + 270{,}99\,x + 211{,}29 = 0.$$

Решение. 1) Определяются значения коэффициентов a_3, a_2, a_1, a_0 в результате приведения заданного уравнения к виду (1):

$$a_3 = 2{,}05206;\ a_2 = 1{,}66925;\ a_1 = 5{,}13044;\ a_0 = 4{,}00019.$$

2) Находятся значения коэффициентов a, b, c, и d по формулам $a = 1$, $b = –a_2$, $c = a_1a_3 – 4a_0$, $d = –a_1^2 – a_0a_3^2 + 4a_0a_2$:

$$a = 1;\ b = –1{,}66925;\ c = –5{,}47276;\ d = –16{,}45677.$$

3) По формулам (5) находятся значения величин p, q, и $q^2 + p^3$:

$$p = –2{,}13385;\ q = –9{,}92323;\ q^2 + p^3 = 88{,}75426.$$

4) Констатируется, что выполняются условия $p < 0$ и $q^2 + p^3 > 0$.

5) Делается вывод: при решении вспомогательного кубического уравнения следует выбрать строку 7 табл. 2.

6) Используется строка 7 табл. 2. Последовательно получаются следующие результаты:

$$r = –1{,}46077;\ s = 3{,}18351;\ \varphi = 1{,}82550;\ u_1 = 4{,}03574.$$

7) Определяются значения величин d_1, d_2, $a_3u_1 – 2a_1$:

$$d_1 = 3{,}41923;\ d_2 = 0{,}07161;\ a_3u_1 – 2a_1 = –1{,}97929.$$

8) Так как выполняются неравенства $d_1 > 0$, $d_2 > 0$ и $a_3u_1 – 2a_1<0$, то согласно табл. 1, делается вывод: для вычисления компонент корней исходного уравнения следует выбрать табл. 4.

9) Начинает использоваться табл. 4. Для вычисления корней z_1 и z_2 определяется значение величины s_{re} по формуле

$$s_{re} = (a_3/2 + d_1^{1/2})^2/4 – (u_1/2 – d_2^{1/2}):$$

0,31635. Формулы (из табл.4), соответствующие этому значению, приводят к корням $z_1 = –0{,}87513$ и $z_2 = –2{,}00002$.

10) Для вычисления корней z_3 и z_4 определяется значение величины s_{re} по формуле

$$s_{re} = (a_3/2 – d_1^{1/2})^2/4 – (u_1/2 + d_2^{1/2}):$$

–2,11610. Формулы (из табл. 4), соответствующие этому значению, приводят к корням $z_3 = 0{,}41154 + i1{,}45468$ и $z_4 = 0{,}41154 – i1{,}45468$.

Замечание. После вычисления значения величины φ на шестом шаге можно было на основании теоремы 5 сделать вывод о том, что уравнение имеет два неравных между собой действительных корня и два комплексных корня с ненулевыми мнимыми частями.

Аналитические зависимости в табл. 1 – 6 позволяют с помощью величин, содержащих d_1 и d_2 и $a_3u_1 – 2a_1$, сформулировать утверждения, устанавливающие без решения уравнения принадлежность его корней к множеству действительных чисел или множеству комплексных чисел с ненулевыми мнимыми частями. Примером такого утверждения служит следующая теорема.

Теорема 6. Все корни уравнения (1) яляются действительными числами, если истинно одно из определяемых ниже высказываний A, B:

$$A = \{[(d_1 > 0)\wedge(d_2 > 0)\wedge(a_3u_1 – 2a_1 > 0)]\vee[(d_1 = 0)\wedge(d_2 > 0)]\vee$$
$$\vee [(d_2 = 0)\wedge(d_1 > 0)]\vee [(d_1 = 0) \wedge(d_2 = 0)]\}\wedge[(a_3/2 + d_1^{1/2})^2/4 – (u_1/2 + d_2^{1/2}) \geq 0]\wedge$$
$$\vee [(a_3/2 – d_1^{1/2})^2/4 – (u_1/2 – d_2^{1/2}) \geq 0],$$

$$B = [(d_1 > 0)\wedge(d_2 > 0)\wedge(a_3u_1 - 2a_1<0)]\wedge[(a_3/2 + d_1^{1/2})^2/4 - (u_1/2 - d_2^{1/2}) \geq 0]\wedge$$
$$\wedge\ [(a_3/2 - d_1^{1/2})^2/4 - (u_1/2 + d_2^{1/2}) \geq 0].$$

Справедливость теоремы 6 вытекает из формул табл. 3 и 4.

Автор работы благодарит инженера Э.Г. Гаузера из Азербайджанской республики за сообщение автору данной работы о закономерностях, проявляющихся при использовании метода Феррари на практике. В данной работе эти закономерности нашли теоретическое обоснование и сформулированы в виде следствия 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Букин А.Д.* Кинематическая реконструкция двухчастичных событий. Новосибирск: ИЯФ СО РАН-42, 2006. 22 с.
2. *Фёдорова Н.А.* Решение плоской задачи упругой среды, армированной тремя семействами волокон // Вычислительные технологии. 2005. Т. 10. Спец. выпуск. С. 90–99.
3. *Фёдорова Н.А.* Решение плоской задачи для металлокомпозита, армированного семейством криволинейных волокон // Математическое моделирование и краевые задачи. 2007. Ч. 1. С. 258–261.
4. *Корн Г. и Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1970. 720 с.
5. *Подвысоцкий В.* Общий аналитический метод решения алгебраических уравнений 4-й степени. http://www.n-t.org/tp/ns/oam/htm.
6. *Несмеев Ю.А.* Об одном подходе к решению алгебраических уравнений 3-й и 4-й степеней // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2011. № 1(13). С. 26–30.
7. *Справочник* по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами. М.: Наука, 1979. 832 с.

Статья поступила 06.07.2012 г.

Nesmeev Yu. A. THE DEVELOPMENT OF AN APPROACH FOR THE SOLUTION OF THE FOURTH DEGREE ALGEBRAIC EQUATION.Connections between roots of an equation and its resolvent are deduced. Statements establishing the membership of roots to the set of real numbers or to the set of complex numbers with nonzero imaginary parts without solving the equation are proposed. Formulas for calculating the components of equation roots are deduced.

Keywords: equation, solution, table.

NESMEEV Yurii Alekseevich (Magnitogorsk State Technical University)
E-mail: vestnik_tgu_mm@math.tsu.ru