

УДК 536.46

А.А. Шахтин

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СУПЕРКАВЕРН

Представлены математическая модель и результаты расчетов задачи о движении кавитатора в жидкости в режиме кавитации. Математическая модель основана на уравнениях Эйлера для идеальной сжимаемой жидкости. Система уравнений решалась численно методом Годунова. Получены распределения давления и плотности, а также формы каверн при различных скоростях обтекания кавитатора.

Ключевые слова: *суперкавитация, гидродинамика.*

Классические методы расчета каверн, применявшиеся для моделирования плоских разрывных течений, предполагали, что граница каверны представляет собой линию тока, ограничивающую мертвую зону покоящейся жидкости. Эта модель не очень соответствует современным физическим представлениям, согласно которым область кавитации заполнена движущейся в ней двухфазной средой, состоящей из жидкости и ее паров. Обычно считается, что она заполнена пузырьками, образующимися при пониженных давлениях за кавитатором. Вместе с тем мгновенные фотографии суперкаверн показывают, что за острой кромкой кавитатора образуется поток капель, устремляющихся внутрь каверны. В реальных ситуациях в каверне, по-видимому, могут находиться как капли, так и пузырьки, которые при схлопывании создают сильный шум и способствуют разрушению обтекаемых поверхностей.

В двухфазных моделях пузырьки возникают вследствие роста зародышей пузырьков в области растягивающих напряжений в жидкости. В существующих моделях рост размеров пузырьков рассчитывается на основе решения Релея – Ламба для радиального расширения пузырей в вязкой жидкости. Основанные на этих уравнениях модели кавитации можно найти в [1].

К сожалению, использование названных моделей ограничивается недостатком знаний о размерах и концентрации зародышей в невозмущенной жидкости, разброс данных по которым составляет несколько порядков. Поэтому модели, учитывающие динамику роста пузырьков, не нашли пока широкого применения в расчетах каверн.

В настоящее время теоретические и экспериментальные исследования суперкаверн интенсивно развиваются в институте гидромеханики НАН Украины. Для расчетов суперкаверн в этом институте применяется принцип независимости расширения сечений каверны Г. В. Лавриновича. В расчетах с использованием этого принципа применяются полуэмпирические соотношения для размеров каверны и эмпирические зависимости для формы ее начального участка. В то же время в названном институте проведены детальные экспериментальные исследования, позволившие получить аппроксимацию формы каверн в широком диапазоне чисел кавитации [2].

В настоящей работе предлагается метод расчета каверн, основанный на модели отрывных течений сжимаемой жидкости. Изложим основные положения данного метода:

1. В методе предполагается, что вне зоны кавитации выполняются уравнения законов сохранения сплошной среды сжимаемой жидкости. Так как при скоростях кавитатора свыше 1000 м/с давление в его лобовой части имеет порядок 1 ГПа, то в качестве замыкающего соотношения используется экспериментальная ударная адиабата.

2. При достижении некоторого растягивающего напряжения (отрицательного давления) в жидкости возникают разрывы и давление в ней становится равным давлению насыщенного пара при заданной температуре. Следовательно, изменением роста пузырьков пренебрегается и считается, что они возникают мгновенно.

3. Считается, что давление равняется давлению насыщенного пара во всей образовавшейся каверне. При этом в уравнениях движения исчезают члены с градиентом давления и двухфазная смесь движется по инерции со скоростями, полученными частицами в момент разрыва жидкости. Разностью скоростей жидкой и паровой фазы пренебрегается. Плотность смеси в каверне рассчитывается из уравнения неразрывности.

4. Когда плотность смеси в ячейке каверны достигает величины, при которой давление, рассчитанное по замыкающему уравнению, превышает величину давления насыщенного пара, давление рассчитывается с использованием замыкающего соотношения. Таким способом моделируется схлопывание пузырьков в каверне. При этом ударные волны, возникающие при схлопывании, не учитываются.

В области сплошной среды решаются уравнения

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial pr}{\partial x} + \frac{\partial prv}{\partial r} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial pru}{\partial t} + \frac{\partial r(p + \rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial pruv}{\partial r} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial prv}{\partial t} + \frac{\partial pruv}{\partial x} + \frac{\partial r(p + \rho v^2)}{\partial r} = 0; \quad (3)$$

$$p = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^l - 1 \right] + p_n, \quad (4)$$

в которых использованы обозначения: ρ – плотность; u, v – проекции скорости на оси x и r соответственно; p – давление;

Константы ударной адиабаты принимались следующие:

$$B = 5,4 \cdot 10^8 \text{ Па}, \quad \rho_0 = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad l = 5,5, \quad p_n = 105 \text{ 000 Па}.$$

В области каверны решаются только уравнения (1) – (3), в которых давление полагается постоянным. Переходы от сплошной среды к двухфазной среде каверны рассчитываются согласно положению 2. При этом давление $p_{кр}$, при котором происходил разрыв жидкости, выбиралось согласно [3] из диапазона [–350 000 Па, –100 000 Па]. Было выяснено, что при таких давлениях результаты расчетов практически не зависят от величины $p_{кр}$.

Расчеты проводились методом установления с применением разностной схемы С.К. Годунова, модифицированной для решения задач в сжимаемой жидкости с замыкающим уравнением (4). Решение разыскивалось на некотором участке тру-

бы, на оси которой помещался кавитатор. На входе в трубу задавались проекции скоростей u и v , а также плотность жидкости. Давление рассчитывалось с помощью ударной адиабаты. На стенках трубы задавалось условие непротекания. На выходе из трубы применялись «мягкие» граничные условия. В качестве начальных условий задавались величины u , v , p и ρ , согласованные с граничными условиями и уравнением (4).

Рассчитывалось обтекание двух типов кавитаторов. Кавитатор первого типа представлял собой цилиндр с высотой, равной радиусу цилиндра $r_0 = 0,0007$ м. Кавитатор второго типа был взят в форме усеченного конуса высотой 0,055 м и радиусами оснований $r_0 = 0,00075$ м и $R_0 = 0,0026$ м.

На рис. 1 показана форма каверны, возникающей при обтекании кавитатора первого типа со скоростью 40 м/с на глубине 0,5 м. Максимальный радиус каверны, равный 2,4 мм практически совпадает с экспериментальным радиусом равным 2,3 мм. Её длина 20,5 мм также близка к экспериментальному значению 23 мм [2].

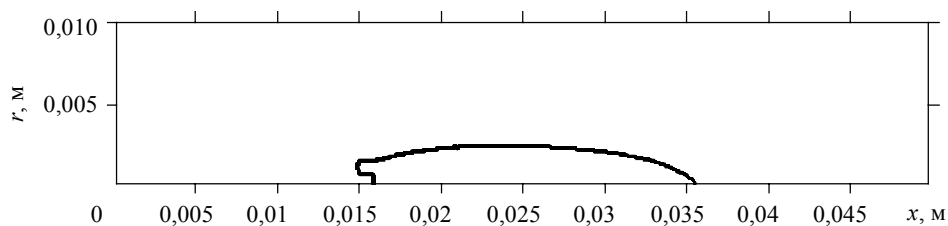


Рис. 1. Форма каверны, возникающей при обтекании кавитатора со скоростью 40 м/с

На рис. 2 показано распределение давления в потоке при обтекании кавитатора, а на рис. 3 – распределение плотности.

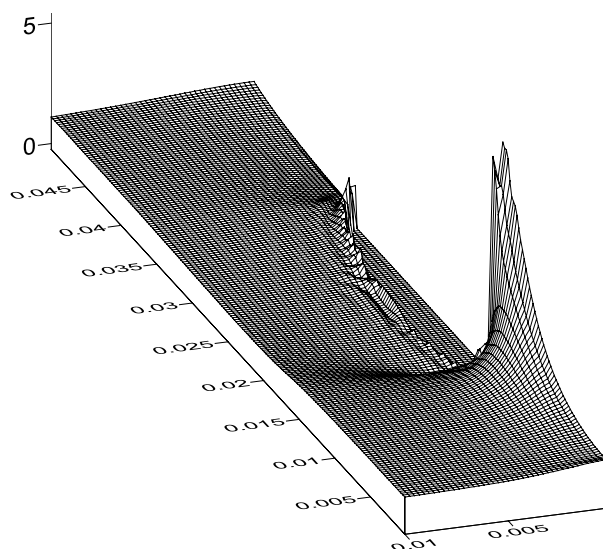


Рис. 2. Распределение давления в потоке при обтекании кавитатора со скоростью 40 м/с

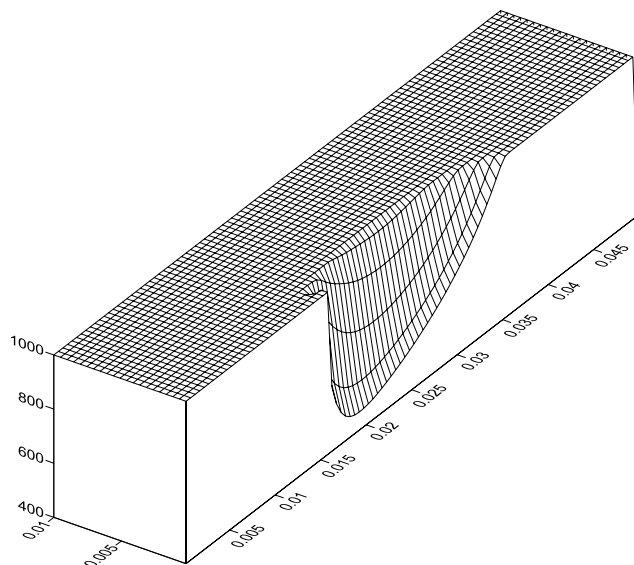


Рис. 3. Распределение плотности в потоке при обтекании кавитатора со скоростью 40 м/с

Длина каверны при больших скоростях растет пропорционально квадрату скорости обтекания, достигая 13 м для кавитатора диаметром 1 мм при скорости 1000 м/с. При расчетах таких каверн с мелким шагом разностной сетки, необходимым для получения хороших результатов, требуется память и быстродействие компьютера, недостижимые на современных ПК. Вместе с тем для расчетов движения тел в режиме суперкавитации необходимо рассчитывать не всю каверну, а только её часть, воздействующую на тело. На рис. 4, 5 и рис. 6 показаны головная часть каверны и распределение плотности, полученные при расчетах обтекания усеченного конуса длиной 55 мм со скоростью 923 м/с.

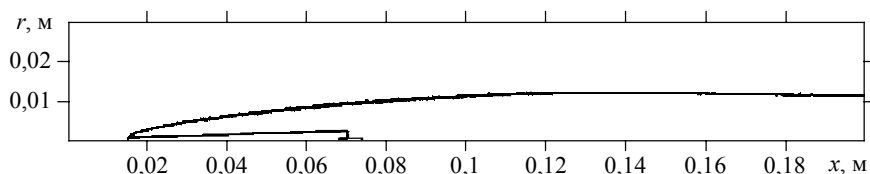


Рис. 4. Головная часть каверны при обтекании усеченного конуса со скоростью 923 м/с

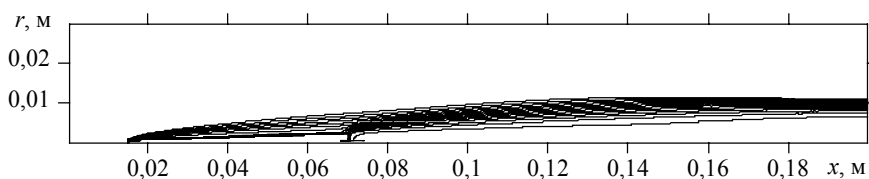


Рис. 5. Распределение плотности в потоке при обтекании усеченного конуса со скоростью 923 м/с

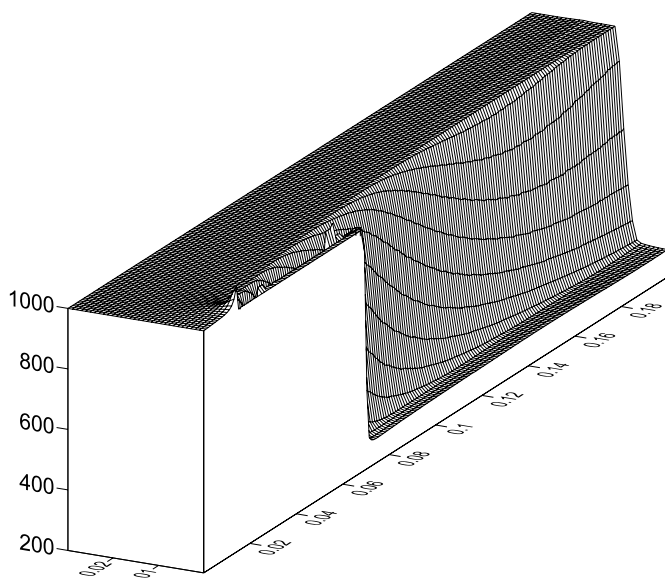


Рис. 6. Распределение плотности в потоке при обтекании усеченного конуса со скоростью 923 м/с

Численные результаты расчета формы с точностью до нескольких процентов совпадают с экспериментальными значениями [2].

Таким образом, разработан численный метод расчета суперкаверн, позволяющий получить результаты, удовлетворительно совпадающие с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кедринский В.К. Динамика зоны кавитации при подводном взрыве вблизи свободной поверхности // ПМТФ. 1975. № 5. С. 224–226.
2. Савченко Ю.Н. Моделирование суперкавитационных процессов // Прикладна гідромеханіка. 2000. № 2(74). С. 75–86.
3. Орленко Л.П. Физика взрыва. Т. 1. М.: ФИЗМАЛИТ, 2002. 832 с.

Статья поступила 13.03.2013 г.

Shakhtin A.A. NUMERICAL ANALYSIS OF SUPERCAVITATION. A mathematical model and calculation results for the problem of the cavitator motion in a liquid in the supercavitation mode are presented. The mathematical model is based on Euler equations for an ideal compressible fluid. The system of equations was solved with Godunov's method. The pressure and density distributions, as well as cavity shapes, have been obtained for different velocities of the flow around the cavitator.

Keywords: supercavitation, hydrodynamics

SHAKHTIN Andrey Anatol'evich (Tomsk State University)

E-mail: shahtin.a.a@gmail.com