

УДК: 532.542.4:575.5, 519.63

Л.Л. Миньков, И.Г. Дик, Е.В. Пикушак

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ПОЛИДИСПЕРСНОЙ СУСПЕНЗИИ В ГИДРОЦИКЛОНЕ С ИНЖЕКТОРОМ¹

В данной работе проводится численное моделирование закрученного турбулентного течения полидисперсной суспензии в гидроциклоне с инжектором. Для описания турбулентного поля течения суспензии используется модель рейнольдсовых напряжений и модель смеси для описания параметров частиц в двумерном осесимметричном приближении. Особое внимание уделяется выяснению механизмов воздействия способа инъекции на перестройку гидродинамических полей и, в конечном итоге, на механизмы классификации. Показано, что тангенциальный способ инъекции сильнее влияет на сепарационную кривую по сравнению с радиальным способом, что согласуется с экспериментальными данными.

Ключевые слова: гидроциклон, инъекция, полидисперсная суспензия, вычислительная гидродинамика.

Одной из проблем при работе гидроциклонов является проблема нежелательного выноса частиц мелкодисперсных фракций в нижний слив, предназначенный для вывода частиц крупнодисперсных фракций. Для борьбы с этим явлением используется промывка крупного продукта путем инжектирования воды в нижнюю коническую часть гидроциклона в место скопления нежелательно присутствующих мелких частиц перед выводом их из аппарата [1–8].

Несмотря на то, что метод инжектирования известен достаточно давно, систематические исследования влияния параметров инъекции на характеристики гидроциклона стали проводиться недавно. Так, в [9] выявлены основные закономерности течения воды в гидроциклоне с инжектором, имеющим 5 тангенциально направленных сопла. Моделирование проводилось на основе трехмерной RNG- k - ε -модели. Численное моделирование и экспериментальное исследование влияния способа инжектирования на расходные характеристики гидроциклона, работающего на чистой воде, а также на поле турбулентности, выполнено в [10, 11] на основе двумерной осесимметричной модели для закрученного течения, причем для нахождения турбулентных характеристик привлекалась модель рейнольдсовых напряжений.

В предлагаемой работе на основе численного моделирования в двумерном осесимметричном приближении исследуется турбулентное течение полидисперсной суспензии в гидроциклоне с двухсопловым инжектором и объясняются механизмы воздействия радиально и тангенциально направленной инъекции на процесс классификации твердых частиц.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры России 2009-2013 г.» Гос. Соглашение №14.B37.21.0872.

Таблица 1

Размеры гидроциклона и элементов инжектора, мм

a_F	b_F	D_c	D_{OF}	D_{UF}	D_{inj}	d_{inj}	h_{inj}	l	l_1	l_2	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
22	9.1	50	14.4	7.2	22	2	38	8.4	30.1	45.5	277	192	76	102	43

Математическая постановка задачи

Система уравнений, описывающая стационарное турбулентное течение полидисперсной суспензии (состоящей из жидкой фазы (воды) и N фракций дисперсной фазы (частицы)) в гидроциклоне, в соответствии с «моделью смеси» [12, 13] записывается следующим образом:

Уравнение сохранения массы смеси:

$$\nabla \cdot (\rho_m \mathbf{U}_m) = 0, \quad (1)$$

где $\rho_m = \sum_{i=0}^N \alpha_i \rho_i$, $\mathbf{U}_m = \frac{1}{\rho_m} \sum_{i=0}^N \rho_i \alpha_i \mathbf{U}_i$. Здесь индекс $i = 0$ относится к жидкой фазе,

а индексы $i \geq 1$ – к фракциям дисперсной фазы. Учитывая то, что плотности вещества частиц всех фракций дисперсной фазы одинаковы, выражения для плотности смеси и ее среднемассовой скорости могут быть переписаны в виде

$$\rho_m = (1 - \alpha) \rho_{liq} + \alpha \rho_s, \quad \mathbf{U}_m = \frac{1}{\rho_m} \left(\rho_{liq} (1 - \alpha) \mathbf{U}_i + \rho_s \sum_{i=1}^N \alpha_i \mathbf{U}_i \right),$$

где $\alpha = \sum_{i=1}^N \alpha_i$ – объемная доля дисперсной фазы.

Скорость каждой фракции выражается через ее «диффузионную» скорость и скорость смеси соотношением $\mathbf{U}_i = \mathbf{U}_{d,i} + \mathbf{U}_m$. «Диффузионная» скорость i -й фазы выражается через скорость скольжения фазы i относительно жидкой фазы $\mathbf{U}_{i,liq} = \mathbf{U}_i - \mathbf{U}_{liq}$ в виде

$$\mathbf{U}_{d,i} = \mathbf{U}_{i,liq} - \frac{\rho_s}{\rho_m} \sum_{j=1}^N \alpha_j \mathbf{U}_{j,liq}. \quad (2)$$

Скорость частиц дисперсной фазы относительно жидкости (скорость скольжения) находится по известному соотношению [13]:

$$\mathbf{U}_{i,liq} = \frac{\tau_i}{f_{drag,p}} \frac{\rho_s - \rho_m}{\rho_s} \mathbf{a}, \quad (3)$$

в котором ускорение частицы $\mathbf{a}$ согласно «модели смеси» можно найти через градиент давления:

$$\mathbf{a}_i = \mathbf{g} - \mathbf{U}_i \nabla \mathbf{U}_i \approx \mathbf{g} - \mathbf{U}_m \nabla \mathbf{U}_m \approx \frac{1}{\rho_m} \nabla p.$$

Уравнение изменения объемной доли для i -й фракции частиц с учетом их диффузии за счет турбулентности:

$$\nabla \left(\rho_s \alpha_i \left(\mathbf{U}_i - D_{turb,i} \frac{\nabla \alpha_i}{\alpha_i} \right) \right) = 0, \quad i=1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Уравнение сохранения количества движения смеси:

$$\nabla(\rho_m \mathbf{U}_m \mathbf{U}_m) + \nabla p = \nabla(\boldsymbol{\sigma}_m + \boldsymbol{\sigma}_{\text{turb}}) + \rho_m \mathbf{g} - \nabla \left(\sum_{i=0}^N \alpha_i \rho_i \mathbf{U}_{d,i} \mathbf{U}_{d,i} \right). \quad (5)$$

В (5) тензор вязких напряжений смеси $\boldsymbol{\sigma}_m = \mu_m (\nabla \mathbf{U}_m + \nabla \mathbf{U}_m^T)$, а тензор турбулентных напряжений смеси $\boldsymbol{\sigma}_{\text{turb}} = -\rho_m \mathbf{R}$.

Вязкость суспензии зависит от концентрации дисперсной фазы:

$$\mu_m = \frac{\mu_{\text{liq}}}{(1 - \alpha/0.62)^{1.55}}. \quad (6)$$

Время релаксации частицы τ_p в жидкости (без учета ее взаимодействия с другими частицами) определяется по известному выражению $\tau_p = \frac{\rho_s d_p^2}{18\mu_{\text{liq}}}$ [12]. Со-

гласно модели [14, 15], мелкие частицы, увлекаемые крупными, приобретают скорость намного выше стоксовской. В полидисперсной суспензии она пропорциональна квадрату «кажущегося» диаметра частицы $d_p^2 + G(\alpha)f(d_p)$, где

$$f(d_p) = \left(\sum_{\substack{j \\ d_j > d_i}}^N \alpha_j d_j^6 \right)^{1/3} - \text{функция увлечения мелких частиц крупными;}$$

$G(\alpha) = 2.5\alpha^{1/3} \exp[-(5\alpha)^3]$. Отсюда время релаксации частицы в формуле для скорости частиц относительно жидкости (3) будет иметь следующий вид:

$$\tau_p = \frac{\rho_s}{18\mu_{\text{liq}}} (d_p^2 + G(\alpha)f(d_p)). \quad (7)$$

Коэффициент сопротивления определяется по формуле Шиллера–Науманна [16]:

$$f_{\text{drag}, p} = 1 + 0.15 \text{Re}_i^{0.687}, \quad \text{где } \text{Re}_i = \frac{\rho_{\text{liq}} d_p}{\mu_{\text{liq}}} |\mathbf{U}_{i, \text{liq}}|, \quad \text{а коэффициент турбулентной}$$

диффузии частиц $D_{\text{turb}, i}$ — по формуле [17]:

$$\rho_m D_{\text{turb}, i} = \frac{\mu_{\text{turb}}}{1 + 1.6 \left(\frac{\varepsilon}{k} \right)^2 \left(\frac{\rho_s d_p^2}{\mu_{\text{liq}}} \right)^2} \quad (8)$$

Для определения параметров поля турбулентности привлекалась модель Рейнольдсовых напряжений [18, 19], описываемая следующей системой уравнений. Уравнение переноса для рейнольдсовых напряжений:

$$\nabla(\rho_m \mathbf{U}_m \mathbf{R}) = \nabla \left(\left(\mu_m + \frac{\mu_{\text{turb}}}{\sigma_1} \right) \nabla \mathbf{R} \right) + \mathbf{P} + \boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (9)$$

где $\mathbf{P} = -\rho_m (\mathbf{R} \cdot \nabla \mathbf{U}_m + \nabla \mathbf{U}_m^T \mathbf{R}^T)$ — тензор, отвечающий за производство турбулентных напряжений; $\boldsymbol{\Phi}$ — тензор, отвечающий за перераспределение турбулент-

ности за счет быстрых деформаций, медленных деформаций и за счет перераспределения напряжения вблизи стенки; ε – тензор скорости диссипации, $\varepsilon = \frac{2}{3} \mathbf{I} \rho_m \varepsilon$.

Коэффициент турбулентной вязкости вычисляется по формуле $\mu_{\text{turb}} = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$, в которой кинетическая энергия турбулентных пульсаций определяется через тензор рейнольдсовых напряжений: $k = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{R})$.

Уравнение переноса для скорости диссипации турбулентной энергии:

$$\nabla(\rho_m \varepsilon \mathbf{U}_m) = \nabla \left(\left(\mu_m + \frac{\mu_{\text{turb}}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{P}) \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho_m \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (10)$$

где $\sigma_\varepsilon = 1,0$; $\sigma_1 = 0,82$; $C_{\varepsilon 1} = 1,44$; $C_{\varepsilon 2} = 1,92$; $C_\mu = 0,09$ – параметры модели.

Предполагается, что течение в гидроциклоне является закрученным с осевой симметрией, т. е. $\mathbf{U}_m = \{U_m, V_m, W_m\}$, $\mathbf{x} = \{x, r\}$, $\mathbf{R}$ – симметричный тензор Рейнольдсовых напряжений:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{xx} & R_{xr} & R_{x\theta} \\ R_{xr} & R_{rr} & R_{r\theta} \\ R_{x\theta} & R_{r\theta} & R_{\theta\theta} \end{pmatrix}.$$

Система уравнений (1), (4), (5), (9), (10) решалась численно при следующих краевых условиях:

На входе в гидроциклон

$$U_m = 0, \quad V_m = -\frac{Q_F}{\pi d_c a_F}, \quad W_m = \frac{Q_F}{a_F b_F}, \quad \alpha_i = \alpha_{i,0};$$

$$R_{xx} = R_{rr} = R_{\theta\theta} = (0,1|U_m|)^2; \quad R_{xr} = R_{x\theta} = R_{r\theta} = 0; \quad \varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{0,07 \cdot d_{\text{hyd}}},$$

где d_{hyd} – гидравлический диаметр входного патрубка, $d_{\text{hyd}} = \frac{2a_F b_F}{a_F + b_F}$.

На входе в инжектор

$$U_m = 0, \quad V_m = -\frac{Q_{\text{inj}}}{S_{\text{inj}}},$$

$W_m = -V_m$ – для тангенциальной инжекции, $W_m = 0$ – для радиальной инжекции.

$$\alpha_i = 0; \quad R_{xx} = R_{rr} = R_{\theta\theta} = (0,1|U_m|)^2; \quad R_{xr} = R_{x\theta} = R_{r\theta} = 0;$$

$$\varepsilon = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{0,07 \cdot d_{\text{inj}}}, \quad S_{\text{inj}} = n \cdot d_{\text{inj}}^2.$$

На нижнем и верхнем выходах из гидроциклона задавалось давление равное атмосферному $p = p_{\text{out}}$, для остальных параметров задавались условия

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad \phi = \{ \alpha_i, U_m, V_m, W_m, R_{xx}, R_{rr}, R_{\theta\theta}, R_{xr}, R_{x\theta}, R_{r\theta}, \varepsilon \}.$$

На оси симметрии задавались условия симметрии:

$$V_m = 0, W_m = 0, R_{xr} = 0, R_{x\theta} = 0, R_{r\theta} = 0,$$
$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = 0, \phi = \{ \alpha_i, U_m, p, R_{xx}, R_{rr}, R_{\theta\theta}, \varepsilon \}.$$

На стенке гидроциклона:

$$U_m = 0, V_m = 0, W_m = 0.$$

Напряжения Рейнольдса на стенке гидроциклона определялись по методике, изложенной в руководстве [20].

Для численного решения определяющей системы уравнений проводилась дискретизация области на 41252 четырехугольные ячейки с использованием предпроцессора Gambit 2.3.16.

Решение системы уравнений количества движения и системы уравнений переноса напряжений Рейнольдса выполнялось с помощью экспоненциальной схемы с привлечением алгоритма PRESTO [20] для расчета давления на гранях ячеек. Согласование между полем давления и полем скорости реализовано на основе алгоритма PISO [21].

Вся совокупность частиц разбивалась на 12 фракций. Объемная доля дисперсной фазы приведена в табл. 2. На входе в гидроциклон скорости частиц и жидкости совпадают. Объемный расход суспензии на входе в гидроциклон равнялся $Q_F = 74,47$ л/мин. Плотность вещества частиц твердой фазы $\rho_s = 2650$ кг/м³. Объемная доля частиц составила $\sim 0,0189$, что соответствует содержанию твердой фазы в суспензии 50 г/л. Расход жидкости через инжектор варьировался от 2 до 6 л/мин.

Таблица 2

Начальная функция распределения частиц по размерам

Параметры	Номер фракции											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$d, \text{ мкм}$	0,66	0,88	1,63	2,73	4,43	6,67	9,44	12,71	17,74	24,91	36,90	45,84
$\alpha_i \cdot 10^3$	0,596	0,743	0,972	1,236	1,531	1,698	2,293	3,388	3,301	2,312	0,617	0,181

Обсуждение результатов

Как показывают расчеты, при одинаковом расходе инжектирующей жидкости тангенциальный подвод гораздо сильнее деформирует основной поток в гидроциклоне (рис. 2, в), чем радиальный (рис. 2, б), и над местом инъекции возникает тороидальный вихрь, направляющий пристеночные слои суспензии в сторону входного патрубка. При этом происходит частичное запирание основного потока в конической части гидроциклона, которое препятствует выносу мелких частиц в нижний слив [10, 11]. Следует отметить, что такие различия в картине течения начинают проявляться для расхода инжектирующей жидкости от 6 л/мин и выше.

В результате деформации поля течения происходит перераспределение твердой фазы в инжекторе, рис. 3, выражающееся в ее выносе из пристеночной области в направлении оси симметрии, в результате чего происходит повышение объемной доли частиц в ядре потока, тем самым увеличивается вероятность выноса частиц через верхний слив. Тангенциальный способ инжектирования в большей

степени повышает объемную долю твердой фазы в потоке (рис.3 в) по сравнению с радиальным способом (рис. 3, б) за счет сформировавшегося пристеночного вихря над местом инъекции (рис. 2, в).

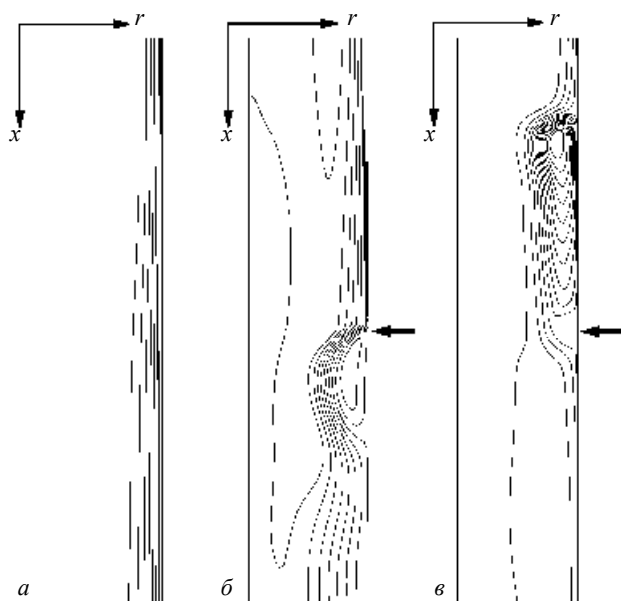


Рис. 2. Траектории частиц фракции № 1. $Q_{inj} = 6$ л/мин:
а – без инъекции; б – радиальная инъекция; в – тангенциальная инъекция

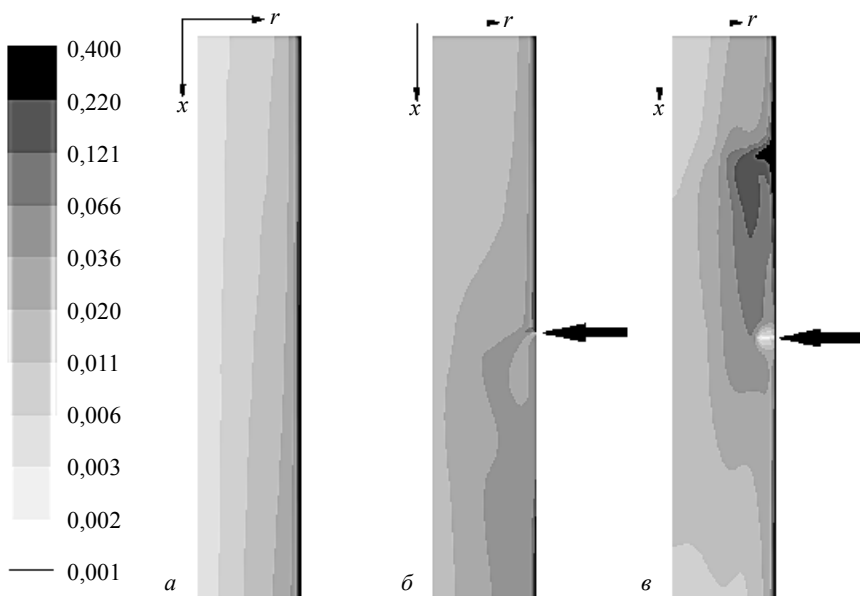


Рис. 3. Объемная доля твердой фазы (логарифмическая шкала), $Q_{inj} = 6$ л/мин:
а – без инъекции; б – радиальная инъекция; в – тангенциальная инъекция

На рис. 4 показано влияние объемного расхода инжектирующей жидкости на зависимость функции разделения (отношение массового расхода частиц некоторой фракции через нижний слив к массовому расходу частиц этой же фракции через питающий патрубок) от размера фракции для двух способов инжектирования: радиального (рис. 4, а) и тангенциального (рис. 4, б). Как видно из результатов расчета, при небольших расходах инжекционного потока (до 4 л/мин) способ инжектирования не оказывает заметного влияния на поведение функции разделения, хотя при этом наблюдается ее снижение для мелкогазразмерных фракций (1–3 фракции) до 4,5 % и для среднеразмерных фракций (5–7 фракции) до 19 %. Дальнейшее увеличение инжекционного потока до 6 л/мин не приводит к какому-либо изменению функции разделения в случае радиального способа инжектирования. Тангенциальный же способ инжектирования, наоборот, существенно снижает функцию разделения в широком фракционном диапазоне. Подобное влияние инжекции на функцию разделения было получено и при проведении экспериментов с 50 мм гидроциклоном, оборудованным двумя инжекционными соплами [11].

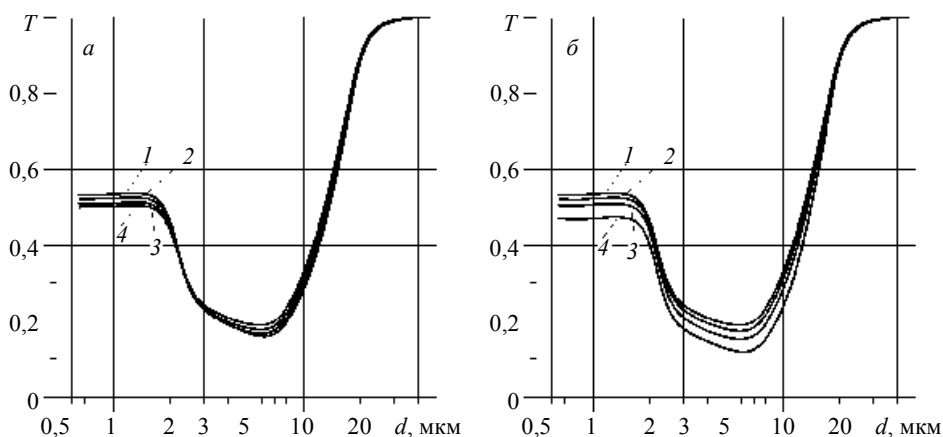


Рис. 4. Влияние инжекции на функцию разделения: а – радиальный способ инжекции; б – тангенциальный способ инжекции; 1 – $Q_{inj} = 0$, 2 – 2 л/мин, 3 – 4 л/мин, 4 – 6 л/мин

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dahlstrom D.A.* Fundamentals and applications of the liquid cyclone // Chemical Engineering Progress Symposium Series / American Institute of Chemical Engineers. 1954. V. 15. No. 50. P. 41.
2. *Kelsall D.F., Homes J.A.* Improvement in classification efficiency in hydraulic cyclones by water injection // Proceedings of the 5th Mineral Processing Congress, Paper vol. 9, Institute of Mining and Metallurgy. 1960. P. 159–170.
3. *Bradley D.* The Hydrocyclone. London: Pergamon Press, 1965.
4. *Firth B., Edwards D., Clarkson C., O'Brien M.* The impact of classification on coal preparation performance // Proceedings of the 7th Australian Coal Preparation Conference, Paper E2, Australian Coal Preparation Society. 1995. P. 250–276.
5. *Patil D.D., Rao T.C.* Classification evaluation of water injected hydrocyclone // Minerals Engineering. 1999. V. 12. No. 12. P. 1527–1532.
6. *Honaker R.Q., Ozsever A.V., Singh N., Parekh B.K.* Apex water injection for improved hydrocyclone classification efficiency // Minerals Engineering. 2001. V. 14. No. 11. P. 1445–1458.
7. *Udaya Bhaskar K., Govindarajan B., Barnwal J.P., et al.* Classification studies of lead-zinc ore fines using water-injection cyclone // Intern. J. Mineral Processing. 2005. V. 77. No. 2. P. 80–94.

8. *Farghaly M.G., Golyk V., Ibrahim G.A., et al.* Controlled wash water injection to the hydrocyclone underflow // *Minerals Engineering*. 2010. V. 23. No. 4. P. 321–325
9. *Minkov L., Dueck J.* CFD-modeling of a flow in a hydrocyclone with additional water injection // *Компьютерные исследования и моделирование*. 2011. Т. 3. № 1. С. 63–76.
10. *Миньков Л.Л., Крохина А.В., Дик И.Г.* Расходные характеристики гидроциклона со встроенным инжектором // *Теплофизика и аэромеханика*. 2011. Т. 18. № 3. С. 413–426.
11. *Миньков Л.Л., Крохина А.В., Дик И.Г.* Гидродинамические механизмы влияния инъекции на классификационные характеристики гидроциклона // *ИФЖ*. 2011. Т. 84. № 4. С. 747–758.
12. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987.
13. *Manninen M.* On the mixture model for multiphase flow. VTT Publications 288 / M. Manninen, V. Taivassalo, S. Kallio. Technical Research Centre of Finland, Espoo, 1996.
14. *Дик И.Г., Миньков Л.Л., Неессе Т.* Гидродинамическая модель ускорения седиментации мелких частиц в бидисперсной суспензии // *Теплофизика и аэромеханика*. 2001. Т. 8. № 2. С. 283–294.
15. *Дик И.Г., Килимник Д.Ю., Миньков Л.Л., Неессе Т.* Измерение скорости седиментации мелкодисперсных частиц в тарельчатой центрифуге // *ИФЖ*. 2003. Т. 76. № 4. С. 7–17.
16. *Schiller L., Naumann Z.* A Drag Coefficient Correlation // *Z. Ver. Deutsch. Ing.* 1935. V. 77. P. 318.
17. *Dueck J., Neeße Th.* Contribution to the analysis of energy spectrum and transport phenomena in a turbulent two-phase flow // *Progress in Fluid Flow Research: Turbulence and Applied MHD Progress in Astronautics and Aeronautics*, Virginia. 1998. V. 182. P. 173–181.
18. *Launder B.E.* Second-moment closure and its use in modeling turbulent industrial flows // *Intern. J. for Numerical Methods in Fluids*. 1989. No. 9. P. 963–985.
19. *Gibson M.M. and Launder B.E.* Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1978. V. 86. P. 491–511.
20. *FLUENT 6.3 User's Guide*. © Fluent Inc. 2006-09-20.
21. *Issa R. I.* Solution of implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting // *J. Comput. Phys.* 1986. V. 62. P. 40–65.

Статья поступила 18.09.2012 г.

Min'kov L.L., Dueck J.H., Pikushchak E.V. SIMULATION OF TURBULENT POLYDISPERSE SUSPENSION FLOW IN THE HYDROCYCLONE WITH AN INJECTOR. In this paper, the numerical simulation of the swirling turbulent flow of a polydisperse suspension in the hydrocyclone with an injector is carried out. The 2D axisymmetric approximation of Reynolds Stresses Model and model of mixture are used to describe the swirling turbulent flow field of suspension and particles parameters in the hydrocyclone. Special attention is paid to the clarification of mechanisms of injection influence on the reorganization of hydrodynamic fields and, finally, on classification mechanisms. It is shown that the tangential injection method more strongly affects the separation curve as compared to the radial method, which is consistent with the experimental data.

Keywords: hydrocyclone, injection, polydisperse suspension, computational fluid dynamics.

MINKOV Leonid Leonidovich (Tomsk State University)

E-mail: lminkov@ftf.tsu.ru

DUECK Johann (Erlangen-Nurnberg University)

E-mail: Johann.Dueck@mbt.uni-erlangen.de

PIKUSHCHAK Elizaveta Vladimirovna (Tomsk State University)

E-mail: pikushchak@ftf.tsu.ru