

Такой цикл будем обозначать $C_n(e_0, e_1, \dots, e_{k-1})$.

Пусть C_n^* — минимальное вершинное 1-расширение цикла $C_n(e_0, e_1, \dots, e_{k-1})$. Тогда минимальное количество рёбер, которые нужно добавить к C_n , чтобы получить C_n^* , можно оценить следующим образом.

Теорема 1. Количество дополнительных рёбер m в минимальном вершинном 1-расширении цикла $C_n(e_0, e_1, \dots, e_{k-1})$ C_n^* удовлетворяет условию

$$m < \sum_{i=0}^{k-1} \lfloor e_i/2 \rfloor + 3 \leq \lfloor n/2 \rfloor + 3k.$$

Одно из вершинных 1-расширений строится по лемме 1 последовательным рассмотрением всех групп e_i .

ЛИТЕРАТУРА

1. Hayes J. P. A graph model for fault-tolerant computing system // IEEE Trans. Comput. 1976. V. C-25. No. 9. P. 875–884.
2. Абросимов М. Б. Графовые модели отказоустойчивости. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2012.

УДК 519.7

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НЕКОТОРЫХ ДИСКРЕТНО-АВТОМАТНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ, ЗАДАННЫХ СЛУЧАЙНЫМИ ГРАФАМИ¹

А. А. Евдокимов, С. Е. Кочемазов, И. В. Отпущенников, А. А. Семенов

Приведены результаты вычислительного анализа задач поиска неподвижных точек и циклических режимов (циклов) для ряда дискретных отображений, используемых при моделировании поведения систем со множеством взаимодействующих агентов. Рассматривались отображения, задаваемые случайными графами, сгенерированными в соответствии с известными моделями (G_{np} -графы, модель Уоттса — Строгатца).

Ключевые слова: случайные графы, генные сети, дискретно-автоматные отображения, SAT.

В последние несколько лет набирают популярность задачи исследования различных свойств мультиагентных систем, взаимодействие компонентов которых определяется сетями [1,2]. Такие системы используются в биоинформатике [3], в исследовании информационных и социальных сетей [2], а также в экономическом моделировании [4]. Авторами в течение ряда лет рассматривались задачи исследования динамических свойств дискретных отображений, естественным образом связанных с сетями. Так, в [5] введены и исследованы дискретные модели, описывающие процессы в генных сетях, получены теоретические результаты (в форме теорем), дающие условия возникновения неподвижных точек и циклов для отображений, заданных сетью регулярной структуры (использовались циркулянтные графы). В работе [6] весовые функции из [5] использовались в сетях случайной структуры. Рассматривались задачи поиска неподвижных

¹Работа выполнена при поддержке Междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 80 «Дифференциально-разностные и интегродифференциальные уравнения. Приложения к задачам естествознания»; гранта Президента РФ СП-3667.2013.5; грантов РФФИ № 11-07-00377а, 11-01-00997.

точек и циклов для соответствующих дискретно-автоматных отображений. Для численного решения этих задач применён SAT-подход [7]. Удалось успешно решить задачи поиска неподвижных точек для отображений, заданных сетями с несколькими сотнями вершин. В работе [8] предложена общая дискретная модель генных сетей с учетом различных регуляторных факторов агентов, таких, как активация, ингибирование и авторегуляция.

В настоящей работе представлены новые результаты по исследованию динамических свойств дискретно-автоматных отображений, задаваемых сетями, сгенерированными в соответствии с известными моделями случайных графов (G_{np} -модель, модель Уоттса — Страттса [2]). В рассматриваемых сетях использованы весовые функции узлов, предложенные в [8]. Для поиска стационарных состояний (неподвижных точек) и циклических режимов (циклов) применен SAT-подход [7]. Для сетей с десятками вершин за разумное время удалось найти большое число неподвижных точек. Экспериментально показано, что наличие циклов малой длины для рассматриваемых отображений находится в обратной зависимости от разреженности графа сети (чем разреженнее граф, тем меньше шансов существования циклов).

ЛИТЕРАТУРА

1. Newman M. E. J. The structure and function of complex networks // SIAM Review. 2003. V. 45. P. 167–256.
2. Dorogovtsev S. N., Goltsev A. V., and Mendes J. F. F. Critical phenomena in complex networks // Rev. Mod. Phys. 2008. V. 80. P. 1275–1335.
3. Системная компьютерная биология / под ред. Н. А. Колчанова, В. А. Гончарова, В. А. Лихошвая, В. А. Иванисенко. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008.
4. Vitali S., Glattfelder J., and Battiston S. The network of global corporate control // PLoS ONE 6(10): e25995.doi: 10.1371/journal.pone.0025995.
5. Григоренко Е. Д., Евдокимов А. А., Лихошвай В. А., Лобарева И. А. Неподвижные точки и циклы автоматных отображений, моделирующих функционирование генных сетей // Вестник Томского государственного университета. Приложение. 2005. № 14. С. 206–212.
6. Евдокимов А. А., Кочемазов С. Е., Семенов А. А. Применение символьных вычислений к исследованию дискретных моделей некоторых классов генных сетей // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16. № 1. С. 30–47.
7. Biere A., Heule V., van Maaren H., and Walsh T. Handbook of Satisfiability. IOS Press, 2009.
8. Евдокимов А. А., Кочемазов С. Е., Отпущенников И. В., Семенов А. А. Символьные алгоритмы решения булевых уравнений в применении к исследованию дискретных моделей генных сетей // Материалы XVI Междунар. конф. «Проблемы теоретической кибернетики». Н. Новгород, 2011. С. 151–154.

УДК 519.1

О ВЕТВЛЕНИИ И НЕПОСРЕДСТВЕННЫХ ПРЕДШЕСТВЕННИКАХ СОСТОЯНИЙ В КОНЕЧНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ВСЕХ ВОЗМОЖНЫХ ОРИЕНТАЦИЙ ГРАФА

А. В. Жаркова

Подсчитывается ветвление и определяются непосредственные предшественники состояний в конечной динамической системе, состояниями которой являются все возможные ориентации данного графа, а эволюционная функция задаётся следующим образом: динамическим образом данного орграфа является орграф, полу-