Вестник Томского государственного университета. 2018. № 434. С. 83–87. DOI: 10.17223/15617793/434/10

УДК 164.07

В.В. Целищев, А.О. Костяков

БЕСТИПОВЫЕ ТЕОРИИ ИСТИНЫ И ВНУТРЕННЯЯ ДОКАЗУЕМОСТЬ НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТИ: ПАРАЛЛЕЛИ И ПЕРЕПЛЕТЕНИЯ

Статья подготовлена при поддержке Российского научного фонда, проект № 16-18-10359.

Предложена комбинация бестиповой концепции истины и «встроенной непротиворечивости» с целью получения систем, выразительные средства которых позволяют доказывать важные факты о самой этой теории. Использование аналогий между бестиповыми теориями истины и теориями со «встроенной» непротиворечивостью позволяет сделать заключение о сфере применимости Второй теоремы Геделя, никоим образом не оспаривая ее справедливость при выполнении условий выводимости Гильберта–Бернайса.

Ключевые слова: Бестиповая теория истины; парадокс Лжеца; встроенная непротиворечивость; Крипке; Тарский.

Философские обобщения технических результатов математической логики и оснований математики в существенной степени определяются не только теоретическими достижениями, но устоявшимися представлениями о них в научном и философском сообществах. Немногие технически результаты математической логики и метаматематики имеют столь значимые философские следствия, как теоремы Геделя о неполноте арифметики. Первая теорема важна в плане различения концепций истины и доказательства, утверждая наличие в формальной системе истинных, но не доказуемых утверждений. Вторая теорема важна в качестве ограничения возможностей непротиворечивой формальной системы, которая не может доказать собственную непротиворечивость. Структура доказательства обеих теорем Геделя о неполноте близка к парадоксальной, в частности к парадоксу Лжеца, и изобретательность Геделя проявилась в тонких способах избегания парадокса, с сохранением в то же время близости с ним в концептуальных способах осмысления природы истины и доказательства. Обе теоремы являются ограничительными по своему характеру; в эту же категорию входит теорема Тарского о невозможности предиката истины в формализованных языках, также обыгрывающей парадокс Лжеца. В доказательствах всех этих теорем используется арифметизация синтаксиса, изобретенная Геделем, а семантические концепции принадлежат так называемой стандартной семантике Тарского.

Жесткие рамки традиционных оценок расшатываются исподволь появлением вопросов, которые не считались существенными ранее. Так, стандартное мнение о том, что Вторая теорема Геделя является простым следствием Первой теоремы (что и явилось причиной того, что сам Гедель не стал доказывать Вторую теорему), было подвергнуто тщательной критике, связанной с осознанием ее интенсионального характера. [1, 2]. Аналогичная ситуация свойственна дискуссиям о теории истины в формализованных языках, где типовой концепции Тарского относительно недавно были противопоставлены бестиповые теории [3]. И при всем при этом радикализм философских следствий не превышал некоторого порога, охранявшего почтенность традиционной философии математики и языка. Появление статьи Б. Уиттла «Доказательство недоказуемости» знаменует собой наступление нового этапа, которому свойственно открытое сомнение в значимости прежних догм. Это включает как собственно технические аспекты, так и философские: «…статья имеет целью развить естественные варианты расширения некоторой данной теории до такой теории, в которой мы могли бы доказать массу вещей, о том что она сама может доказать, включая собственную непротиворечивость. Если это может быть сделано, тогда будет показано, что типичные характеристики значимости геделевских результатов ошибочны» [4. P. 93].

Помимо технических вопросов важны философские следствия, которые собственно и являются предметом рассмотрения данной статьи, и важность этих вопросов подчеркивается и самим Уиттлом: «С философской стороны, наиболее очевидный вопрос состоит в следующем. Вторая теорема Геделя о неполноте апеллировала к поразительно разнообразным философским дебатам, от вопросов о программе Гильберта до механицизма. Мы видели, что некоторые из наиболее базисных и широко распространенных философских претензий, опирающихся на эту теорему, ложны. Так что вполне естественно спросить: какой свет это проливает на более широкие использования этого результата?» [Ibid.].

Представляет интерес в первую очередь не столько сам радикализм в подобной ревизии прежних представлений, сколько те методологические установки, которые лежат в основе такого подхода. В частности, предстоит обсуждение *pro et contra* радикализма Уиттла, с попыткой сформулировать новые принципы философской интерпретации технических результатов.

Столь тесное переплетение фундаментальных концепций истины и доказательства в контексте путей разрешения парадокса Лжеца позволяет надеяться на параллелизм в анализе двух устоявшихся догм аналитической философии. С одной стороны, есть представление о невозможности доказательства непротиворечивости теории внутри самой этой теории. С другой стороны, есть также устойчивое представление о невозможности выражения предиката истины в формальных теориях. Но что если есть основания для сомнений в обоих этих результатах о невозможности?

Или, по крайней мере, в одном из них? Повлияет ли это на другой результат? Такие вопросы вполне законны, и в литературе уже некоторое время существуют предположения о необходимости уместной квалификации знаменитых результатов.

Так, в работах С. Крипке и др. разработана концепция истины, где формальная система допускает предикат истины внутри себя [5, 6]. Эта концепция противостоит концепции истины Тарского. Подход Тарского предполагает иерархию языков, в то время как альтернативами ему являются безтиповые теории истины. А условия значимости Второй теоремы Геделя подвергаются анализу, который говорит о «заточенности» доказательства этой теоремы под определенные методы, не имеющие достаточной общности [7].

Что касается Второй теоремы Геделя, то здесь важным являются два обстоятельства: ее интенсиональный характер и условия выводимости. Формализация концепции непротиворечивости, представленная Геделем, не является единственной, и доказательство теоремы с такой концепцией сопряжено с выполнением условий Гильберта – Бернайса, которые частью исследователей рассматриваются как не вполне естественные и исторически приспособленные к геделевской «машинерии» [8]. При постановке вопроса о возможности доказательства непротиворечивости требуется большая общность. В частности, существуют системы, в которых доказательство непротиворечивости внутри системы возможно, так называемые системы со «встроенной» непротиворечивостью есть модификации условий Гильберта – Бернайса и их оправдание. Всему этому комплексу исследований в геделевском духе присвоено название «лучшей и наиболее общей версии» [7. P. 262–271]. Одна из целей данной статьи состоит в том, чтобы показать недостаточную общность такой стратегии.

Что же касается предиката истины, то альтернатив концепции Тарского множество. Наиболее известной из них является упомянутая выше теория истины Крипке. При решении парадокса Лжеца у Тарского парадоксальное предложение не может быть вообще сконструировано. Нет единого предиката истины: он должен быть всегда частью метаязыка, отличного от языка, к которому применяется предикат. Ни один предикат не выполняется предложением, которое содержит этот самый предикат, хотя каждое предложение может попасть в объем предиката истины из более высокого метаязыка. Неформальный Лжец не может быть сконструирован, потому что он претендует на то, что содержит единый для всех предикат истины, который может быть выполнен предложениями, которые содержат его: в схеме Тарского не существует такого предиката. Крипке предпринял диаметрально другой подход. Он конструирует язык с одним предикатом истины, который приписывается каждому предложению в языке. Далее, язык позволяет произвольные собственные имена для предложений, так что Лжец может быть сконструирован. Объем предиката истины постулируется техникой неподвижной точки в итеративной процедуре Крипке для вычисления объема и антиобъема предиката истины. Предложение Лжеца заканчивается ни в объеме, ни в антиобъеме, так что оно ни истинно, ни ложно. Тут не используется никакой метаязык.

Апелляция к большей общности предполагает поиск аналогий между альтернативами геделевской конструкции и альтернативами конструкциям Тарского. Фактически обе альтернативы сталкиваются с аналогичными препятствиями: в случае теории истины речь идет о проблемах с выражением предиката истины в системе, а в случае доказательства о проблемах того, что может доказывать формальная теория внутри себя, в частности, может ли она доказывать собственную непротиворечивость. Преодоление препятствия в первом случае заключается в разрешении парадокса Лжеца, а во втором – в преодолении запрета согласно Второй теореме Геделя о неполноте. Возникает искушение рассматривать указанные случаи в одном ключе, как проявление некоего более общего симптома. В одном случае мы имеем дело с предикатом доказуемости, а во втором – с предикатом истины. В основе обоих случаев лежит допустимость внешне вполне невинной схемы Pr (‘A’) $\rightarrow$ A, где ‘A’ есть имя предложения A. Хотя эта схема подразумевает интерпретацию Pr как предиката именно доказуемости, легко видеть ее родство с Т-схемой Тарского: «p» истинно, если и только если “p”. Здесь «p» есть имя предложения. Ничто не препятствует в соответствующем формальном языке, скажем системе S, существованию такой константы c, для которой в S доказуемо, что c = ‘$\neg$ Pr (c)’. Именно это парадоксальное выражение лежит в сердцевине как геделевской аргументации, так и аргументации Тарского. В самом деле, есть много вариантов предложения, которое устанавливает пределы на то, что теория может доказать о себе в манере, аналогичной $\neg$ Pr (c), и они часто похожи на варианты парадокса Лжеца.

Когда провозглашается, что теория не может доказать собственную непротиворечивость, нужно иметь в виду более общий вопрос о том, что теория может вообще доказать. Форма ответа важна, и ответ на него может быть дан как в естественном языке, так и в формальном «модусе». Дело в том, что в первом случае мы имеем перевод, или интерпретацию, формального результата. В случае геделевского доказательства это перевод не просто формального утверждения, а закодированной версии утверждения. Кодировка синтаксиса посредством арифметики является изобретательным ходом Геделя, позволившим ему дать доказательство того, что если теория непротиворечива, эта непротиворечивость не может быть доказана. Другими словами, такое доказательство, с точки зрения постановки вопроса о возможностях теории доказывать что-либо, является специфическим, и в этом случае возникает вопрос, есть ли аргументы о том, что специфическое доказательство может претендовать на статус общего положения о доказательных возможностях теории. В самой геделевской конструкции такой общности не заложено, когда было обнаружено, что у геделевской формализации непротиворечивости (известной под именем «Con») есть нестандартные соперники (часто обозначаемые как Con*). При нестандартных формализациях Вторая теорема не является справедливой, и в этих случаях мы имеем формальные системы, в рамках которых можно доказать их собственную непротиворечивость. Эти системы не удовлетворяют условиям выводимости Гильберта – Бернайса, и само существование систем со встроенной непротиворечивостью заставляет усомниться, в какой степени эти условия действительно необходимы.

Каким образом можно надеяться на получение формальной системы, которая в принципе может доказывать некоторые вещи о себе самой, в частности доказывать свою непротиворечивость? «Встроенная» в систему непротиворечивость может получаться на пути расширения стандартной теории S (для которой справедлива Вторая теорема Геделя) до теории S*, такой, что нечто считается доказательством в S*, если (i) это некоторое доказательство в S предложения A, и (ii) не существует более короткого доказательства в S предложения B с $A = \neg B$ или $B = \neg A$. Как видно, если S непротиворечива, S* будет доказывать все те же теоремы, что и S. Предполагается, что система S достаточно сильная формальная система, так что можно даже говорить о системах Арифметики Пеано (PA) и ее расширении PA*. Поскольку в случае PA применима геделевская техника арифметизации синтаксиса, эта же техника применима и к PA*, но уже с доказательством ее непротиворечивости внутри самой PA*. Однако такой подход имеет значительный недостаток, который просто обесценивает все предприятие. Дело в том, что вопрос о непротиворечивости исходной системы S (или PA) остается не отвеченным, поскольку непротиворечивость S* (или PA*) не дает большей информации, чем вопрос о непротиворечивости S (или PA). Таким образом, встроенная непротиворечивость имеет с этой точки зрения весьма ограниченный характер [4. P. 97–98]. Очевидно, что если мы хотим получить класс теорий, которые доказывают определенные вещи о самих себе, требуется выход за пределы собственно геделевской проблематики, связанной со Второй теоремой о неполноте.

Если встроенная непротиворечивость S* не дает большей информации, чем вопрос о непротиворечивости S, тогда первая является попросту тривиальной. Тривиальность является производной того факта, что альтернативы формальному определению непротиворечивости не удовлетворяют условиям выводимости Гильберта – Бернайса. Рассмотрим эти условия: (иногда (ii) имеет несколько отличный от приведенного вид, в частности, вид распределительного закона предиката доказуемости относительно импликации):

(i) Если $T \vdash A$, тогда $T \vdash Pr$ (‘A’).

(ii) $T \vdash Pr$ ‘(A’) & Pr (‘$A \rightarrow B$’) $\rightarrow$ (Pr ‘B’).

(iii) $T \vdash Pr$ (‘A’) $\rightarrow$ Pr (‘Pr (‘A’)’).

Второе условие не вызывают никаких вопросов, будучи аналогом *modus ponens*. Структура доказательства Второй теоремы такова, что все необходимое содержится в этих условиях и возможности построения геделева предложения c = ‘$\neg$ Pr (c)’. Первое условие в какой-то мере отвечает нашей интуиции, согласно которой, если теория и доказывает нечто, тогда она доказывает, что она доказывает это. Правдоподобность этого условия также специфична: если мы идем от практики обращениями с теориями, мы должны осознавать, что не все наши интуиции реализуются на всех теориях. Например, мы хотели бы иметь такую теорию, которая просто доказывает собственную непротиворечивость, и тогда условие (iii) просто не выполняется. Что происходит при подобного рода новом подходе к пониманию относительной универсальности знаменитых ограничительных теорем?

Мы начинаем не с дарованного нам ограничительного результата, который формирует наше видение того, что мы хотим получить от формализации. Если мы принимаем некоторую теорию, по разным основаниям – от прагматических до теоретических – то ясно, что мы предполагаем ее непротиворечивость. Это предположение должно быть частью формализма, т.е. мы должны иметь возможность доказательства непротиворечивости формальной системе. Это, в свою очередь, означает, что формальная система доказывает свою непротиворечивость. Ясно, что описанная установка в отношении такой формальной теории противоречит Второй теореме Геделя. Тогда надо понять, что можно сделать для преодоления разрыва наших интуитивных ожиданий в отношении возможностей принятой теории и четко установленном результате математической логики. Очевидным шагом в этом направлении должно быть расширение теории, скажем, за счет добавления предиката истины или предиката доказуемости, которое бы добавило ей выразительные возможности «разговора» о самой себе. Если такое расширение в принципе достижимо, это может быть результатом определенного ослабления условий выводимости Гильберта – Бернайса.

Если эти соображения об учете нашей интуиции, согласно которой мы хотели бы иметь теорию, которая доказывает собственную непротиворечивость, вполне разумны, тогда каковы резоны для принятия условия (iii)? Нами уже было отмечены обстоятельства, при которых (iii) является аналогом принципа эпистемической логики – если субъект знает A, то он знает, что знает A [9]. В данном контексте есть еще более близкий аналог, теперь из теории истины: T(‘A’) $\rightarrow$ T(‘T(‘A’)’). Вполне приемлемый, и даже необходимый, в одних теориях истины, этот принцип явно не проходит в бестиповых теориях.

Контраст между типовыми теориями истины (например, теории Тарского) и бестиповыми теориями (например, теория Крипке) состоит в следующем. В первом подходе различные предикаты истины определены на различных уровнях, и каждый из них определен на всей области. Во втором подходе фиксируется один предикат истины, который получает все более широкую интерпретацию на более высоких уровнях. Предикат истинности распространяется на все большее число предложений. Ясно, что аналог условия (iii) для бестиповой теории истины не соблюдается.

Постоянное «смешение» аргументации по поводу предиката доказуемости и предиката истины не случайно, и говорит скорее о глубоком сходстве этих двух понятий, или же двух типов теорий формального языка. Формальное сходство понятий заключается в том, что при выборе некоторой исходной теории ее расширение за счет добавления предиката Pr, мы имеем две возможные его интерпретации – как предиката истины и как предиката доказуемости. Заметим, что обе интерпретации являются намеренными. Другими словами, формальная система обоснована при обеих интерпретациях.

Коллизия возникает в том случае, когда мы вводим этот предикат с намеренной интерпретацией как предиката истины, и одновременно полагаем, что есть еще одна интерпретация, а именно предикат доказуемости. Дело в том, что предикат при разных интерпретациях имеет разные объемы – множество истинных предложений и множество доказуемых формул. Важно отметить, что само по себе наличие двух интерпретаций не должно смущать нас, поскольку есть два варианта: или одна из них является нестандартной, или же обе стандартны, и тогда они изоморфны. Памятуя, что по умыслу они обе являются намеренными интерпретациями, мы имеем дело со «счастливым» совпадением. В качестве исходной теории берется некоторая бестиповая теория истины, к ней добавляется предикат истины Pr, а затем этот предикат интерпретируется как предикат доказуемости. Вообще говоря, понятие доказуемости должно управляться специфическими правилами и аксиомами. Но точно так же, как семантика одной из систем пропозициональной модальной логики оказывается совпадающей с семантикой формализованных арифметических теорий [10], две интерпретации одного и то же предиката Pr управляются одними и теми же правилами и аксиомами. Заметим, что в случае модальной системы GL, или логики доказательства, указанное совпадение привело к бурному развитию фактически новой области теории доказательства. Подобная аналогия с интерпретациями предиката Pr говорит о следующем: существование теорий истины с «встроенным» предикатом истины оправдывает претензии на создание теорий с «встроенным» предикатом доказуемости, и как следствие, «встроенным» доказательством непротиворечивости теорий внутри них самих.

Мораль использования аналогий между бестиповыми теориями истины и теориями со «встроенной» непротиворечивостью состоит в следующем. Заключения о сфере справедливости Второй теоремы Геделя никоим образом не состоят в жестком вердикте о ревизии посылок, на которые она опирается. Скорее, речь идет о том, что перевод на обыденный язык формальных результатов приводит к значительным искажениям содержания математических результатов. Предложенные выше аналогии полезны и в том отношении, что такое искажение легче проследить на примере теории Тарского о неопределимости истины, которая часто переводится как утверждение о том, что никакой разумный язык не содержит собственный предикат истины. На самом деле, при таком переводе упускается самое главное, а именно, что для такого утверждения требуется соблюдение определенных условий, выявляемых при попытках блокирования парадокса Лжеца [11]. Точно та же ситуация со Второй теоремой Геделя: дело не в том, что ни одна разумная теория в отношении своей доказуемости не может доказать свою непротиворечивость, а в том, что теория, удовлетворяющая определенным условиям, не может доказать собственную непротиворечивость. Как видно, упор на условия, которым должны удовлетворять теории, чрезвычайно важен. В этом отношении неизбежен вывод, что важен акцент: исторически и концептуально случилось так, что мы говорим о доказательстве Второй теоремы, если соблюдены определенные условия (в данном случае, условия выводимости). А надо бы говорить следующим образом: если теория удовлетворяет определенным условиям, тогда она не может доказать собственную непротиворечивость. Если на первом месте стоят условия, то вполне законен вопрос, в какой степени эти условия сами по себе самодостаточны или самоочевидны. Если они не имеют такого характера, это означает возможность их ревизии, с соответствующей последующей ревизией и самих теорем. Как настаивает Уиттл, наше намерение иметь теории, доказательные возможности которых касаются собственных возможностей, например, доказательства собственной непротиворечивости, является в этом предприятии главным обстоятельством, которому нет теоретических препятствий со стороны устоявшихся представлений. Безусловно, главным мотивом подобного логического обращения посылок и заключений в приведенных выше условных утверждениях явилось создание бестиповых теорий истины, содержащих свой собственный предикат истины.

Таким образом, проведение параллелей между теорией доказательства и теорией истины оказывается полезным при соблюдении двух предпосылок. Во-первых, следует проявить интерес к системам со встроенной непротиворечивостью. Так, еще Г. Крайзель приводит примеры формальных систем, в которых доказуема их собственная непротиворечивость, добавляя следующее замечание о полезности такого исследования: «Кстати, с философской точки зрения интересно, что хотя в учебниках логики редко рассматриваются [такие] системы [которые] хорошо, хотя и грубовато, отражают один существенный метод, используемый на практике для проверки доказательств, а именно, сравнение с уже накопленными знаниями…» [12. С. 47].

Во-вторых, рассматриваемые теории истины должны быть бестиповыми. Как таковые, они взывают к аксиоматической трактовке, и в настоящее время существует значительное число таких аксиоматик, среди которых выделяется система Фефермана – Крипке [13]. Характеристика этих систем выходит за рамки данной статьи, но следует лишь отметить, что такие системы дают значительную свободу в реализации наших интуиций относительно того, какой должна быть теория, выразительные средства которой позволяют доказывать важные факты о самой этой теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Feferman S. Arithmetization of Metamathematics in a General Setting // Fundamenta Mathematicae. 1960. Vol. 49. P. 35–92.
2. Kreisel G. On the Problem of Henkin // Proceedings of Netherland Academy of Science. 1953. Vol. 56. P. 405–406.
3. Maudlin T. Truth and Paradox: Solving the Riddles. Oxford : Clarendon Press, 2004.
4. Wittle B. Proving Unprovability // Review of Symbolic Logic. 2017. Vol. 10, № 1. P. 92–115.
5. Крипке С. Очерк теория истины // Крипке С. Витгенштейн о правилах и индивидуальном языке. М. : Канон+, 2010. С. 206–254.
6. Gupta A. Truth and Paradox // Journal of Formal Logic. 1982. Vol. 11. P. 11–60.
7. Smith P. An Introduction to Gödel's Theorems. Cambridge : Cambridge University Press, 2013.
8. Kadvani J. Reflections on the Legacy of Kurt Gödel : Mathematics, Scepticism, Postmodernism // The Philosophical Forum. 1989. Vol. XX, № 3. P. 161–181.
9. Williamson T. Iterated Attitudes // Philosophical Logic / ed. T. Smiley. Oxford : Oxford University Press. 1998. P. 85–133.
10. Visser A. The formalization of interpretability // Studia Logica. 1991. Vol. 50 (1). P. 81–105.
11. Целищев В.В. Парадокс Лжеца и Первая теорема Геделя о неполноте // ΣΧΟΛΗ. 2017. Vol. 11, № 2. P. 394–406.
12. Крайзель Г. Биография Курта Геделя. М. : Институт компьютерных исследований, 2003.
13. Stern J. Modality and axiomatic theories of truth II: Kripke-Feferman // The Review of Symbolic Logic. 2014. Vol. 7, № 2. P. 299–318.

Статья представлена научной редакцией «История» 5 мая 2018 г.

TYPELESS THEORIES OF TRUTH AND THE BUILT-IN PROVABILITY OF CONSISTENCY: PARALLELS AND INTERTWINING

Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta – Tomsk State University Journal, 2018, 434, 83–87.
DOI: 10.17223/15617793/434/10

Vilaly V. Tselishchev, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: leitval@gmail.com
Artem O. Kostjakov, Novosibirsk State University (Novosibirsk, Russian Federation). E-mail: mrdodger13@yandex.ru

Keywords: The free-type theory of truth; Liar's paradox; built-in consistency; Kripke; Tarski.

The concept of Tarski's truth, long dominating in the world literature and based on the hierarchy of languages, gradually gives way to typeless concepts of truth. The most important difference between these two concepts is the impossibility of the definition in the formal language of the predicate of truth in the first concept, and the presence of universal predicates of truth in the second. Both concepts differ significantly in the epistemological characteristics of the key concept of truth. At present, it is urgent to determine the scope of the significance of the typeless concept of truth. Although the idea of the typeless concept of truth appeared three to four decades ago, it became widely known after the publication of S. Kripke's theory of truth. Further development focused on the actual problems of the theory of truth. And only recently there appeared works devoted to broader aspects of the application of typeless concepts of truth, in particular, the expressive possibilities of formal languages regarding the analysis of these languages themselves. The combination of the typeless concept of truth and the search for the possibility of proving certain properties of language within language itself is of considerable interest, since both approaches are options for solving the Liar's paradox or for avoiding this paradox by various kinds of technical methods. The objective of this study is to demonstrate the possibility of proving the consistency of formal languages within languages themselves. This kind of "built-in consistency", in which the second theorem of Godel is not satisfied, becomes possible when using typeless concepts of truth. A specific scheme is proposed for combining Kripke's typeless concept of truth and B. Whittle's programmed "built-in consistency" approach to obtain systems that give considerable freedom in expressing our intuitions as to what a theory should be, the expressive means of which allow to prove important facts about this very theory. The use of analogies between typeless theories of truth and theories with "built-in" consistency allows to make a conclusion about the sphere of applicability of the Second Gödel Theorem without questioning its validity under the Hilbert-Bernays derivability conditions. Rather, it is about the fact that translating formal results into everyday language leads to significant distortions in the content of mathematical results. The analogies proposed above are also useful in the sense that such a distortion is easier to trace in the example of Tarski's theory of the indeterminateness of truth, which is often translated as an assertion that no intelligent language contains its own predicate of truth.

REFERENCES

1. Feferman, S. (1960) Arithmetization of Metamathematics in a General Setting. *Fundamenta Mathematicae*. 49. pp. 35–92.
2. Kreisel, G. (1953) On the Problem of Henkin. *Proceedings of Netherland Academy of Science*. 56. pp. 405–406.
3. Maudlin, T. (2004) *Truth and Paradox: Solving the Riddles*. Oxford: Clarendon Press.
4. Wittle, V. (2017) Proving Unprovability. *Review of Symbolic Logic*. 10(1). pp. 92–115. DOI: 10.1017/S1755020316000216
5. Kripke, S. (2010) *Vitgenshteyn o pravilakh i individual'nom yazyke* [Wittgenstein on the rules and the individual language]. Translated from English. Moscow: Kanon+. pp. 206–254.
6. Gupta, A. (1982) Truth and Paradox. *Journal of Formal Logic*. 11. pp. 11–60.
7. Smith, P. (2013) *An Introduction to Gödel's Theorems*. Cambridge: Cambridge University Press.
8. Kadvani, J. (1989) Reflections on the Legacy of Kurt Gödel: Mathematics, Scepticism, Postmodernism. *The Philosophical Forum*. XX (3). pp. 161–181.
9. Williamson, T. (1998) Iterated Attitudes. In: Smiley, T. (ed.) *Philosophical Logic*. Oxford: Oxford University Press.
10. Visser, A. (1991) The formalization of interpretability. *Studia Logica*. 50 (1). pp. 81–105.
11. Tselishchev, V.V. (2017) The Liar Paradox and Gödel's First Incompleteness Theorem. *ΣΧΟΛΗ*. 11 (2). pp. 394–406. (In Russian). DOI: 10.21267/AQUILO.2017.11.6471
12. Kreisel, G. (2003) *Biografiya Kurta Gedelya* [Kurt Gödel's Biography]. Moscow: Institut komp'yuternykh issledovaniy.
13. Stern, J. (2014) Modality and axiomatic theories of truth II: Kripke-Feferman. *The Review of Symbolic Logic*. 7(2). pp. 299–318. DOI: 10.1017/S1755020314000069

Received: 05 May 2018