

УДК 531.554

DOI 10.17223/19988621/57/6

С.А. Королев, А.М. Липанов, И.Г. Русяк, В.А. Тененев

**РАЗРАБОТКА ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ
ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ В РАЗЛИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ПРИМЕНЕНИЯ**

Представлены два подхода к решению обратной задачи внешней баллистики. Первый подход, основанный на итерационном методе последовательных приближений, позволяет получить решение обратной задачи с заданным уровнем точности для любых условий стрельбы. Второй подход, основанный на предварительно построенных аппроксиматорах для заданных диапазонов изменения условий стрельбы, позволяет значительно упростить алгоритм и сократить время решения обратной задачи внешней баллистики.

Ключевые слова: *внешняя баллистика, обратная задача, итерационный алгоритм, аппроксиматор, нейронная сеть.*

При решении задач внешней баллистики предъявляются особые требования к точности и оперативности расчетных алгоритмов. Точность решения прямой задачи внешней баллистики зависит от полноты факторов, учитываемых в расчете, полноты и точности математической модели и методов расчета [1, 2]. Исследование устойчивости движения снаряда на траектории требует применения методов интегрирования дифференциальных уравнений высокого порядка точности с малым шагом по времени. При решении практических задач поражения цели разработанная методика расчета позволяет определить параметры наведения с заданным уровнем точности для любых условий стрельбы. В случае подвижных целей важным фактором является оперативность решения задачи определения параметров наведения. Применение прямых методов решения внешнебаллистической задачи в силу вычислительной трудоемкости может быть неприемлемым по времени из-за увеличения погрешности прогнозирования координат положения движущейся цели. В этой связи необходима разработка быстрых алгоритмов, в частности, основанных на аппроксимации баллистических данных.

Прямая задача внешней баллистики

Прямая задача внешней баллистики состоит в вычислении траектории движения снаряда при заданных параметрах выстрела (характеристики снаряда, координаты орудия и направление стрельбы) и известном состоянии атмосферы (давление, температурные и ветровые показатели). Математическая модель прямой задачи внешней баллистики описана в [1, 2].

Прямую задачу внешней баллистики представим в виде преобразования

$$L = (P_k, \tau_k) = \Phi(P_0, \theta_c, \alpha_c, A), \quad (1)$$

где $P_k = (X_k, Y_k, Z_k)$ – конечная точка стрельбы (координаты цели); τ_k – время полета снаряда, $P_0 = (X_0, Y_0, Z_0)$ – начальная точка стрельбы (координаты орудия); θ_c – угол стрельбы; α_c – дирекционный угол цели (см. рис. 1). Вектор A со-

держит характеристики снаряда и орудия, геофизические и атмосферные данные. Точность решения прямой задачи внешней баллистики определяется, в первую очередь, точностью определения аэродинамических коэффициентов сопротивления метаемых тел. Методика расчета аэродинамических коэффициентов метаемых тел приведена в [3, 4].

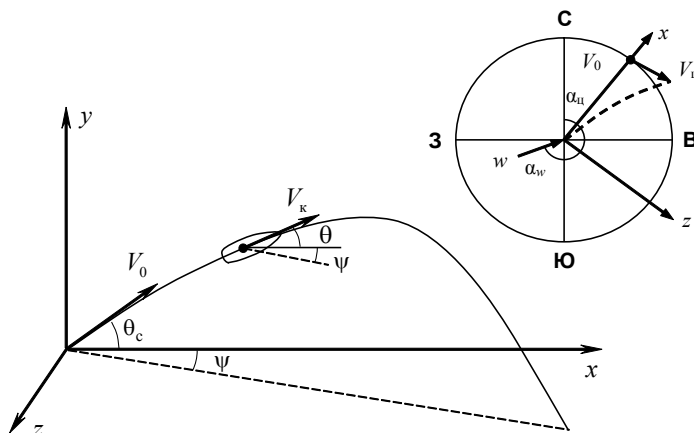


Рис. 1. Траектория движения снаряда

Fig. 1. Trajectory of a projectile motion

Для численного решения задачи (1), представляющей собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, применен метод Рунге-Кутты – Вернера 6-го порядка точности с контролем погрешности вычислений [5].

Обратная задача внешней баллистики

В общем случае обратная задача внешней баллистики заключается в определении угла стрельбы θ_c и дирекционного угла $\alpha_{ц}$ при известном начальном расположении цели, ее скорости и направлении перемещения. Важную роль при определении этих параметров играет точность решения прямой задачи внешней баллистики, включая учет аэродинамического взаимодействия снаряда с воздухом атмосферы и геофизических условий стрельбы.

Обратная задача заключается в нахождении обратного преобразования

$$\mathbf{Q} = (\theta_c, \alpha_{ц}, \mathbf{P}_k, \tau_{\Sigma}) = \Phi^{-1}(\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_{ц}^0, \mathbf{V}_{ц}, \mathbf{A}), \quad (2)$$

где $\mathbf{P}_{ц}^0 = (X_{ц}^0, Y_{ц}^0, Z_{ц}^0)$ – начальные координаты цели; $\mathbf{V}_{ц} = (V_{1ц}, V_{2ц}, V_{3ц})$ – вектор скорости перемещения цели в геодезической системе координат. В данном случае время τ_{Σ} определяется суммой времени решения обратной задачи τ_p , времени наведения орудия τ_n и времени полета снаряда τ_k : $\tau_{\Sigma} = \tau_p + \tau_n + \tau_k$.

При решении обратной задачи (2) рассматриваются два подхода. В первом подходе используется итерационный метод последовательных приближений на основе метода хорд. При этом на каждом шаге итерационного алгоритма необходимо решать прямую задачу внешней баллистики. Данный алгоритм позволяет найти решение задачи для заданных условий стрельбы с любым требуемым уровнем

нем точности. Однако время расчетов здесь может играть существенную роль с точки зрения погрешности прогнозирования положения цели в момент ее предполагаемой встречи со снарядом. Поэтому также рассматривается второй «быстрый» способ решения обратной задачи на основе предварительно построенных аппроксиматоров.

Итерационный алгоритм решения обратной задачи

При заданном значении расстояния до цели задача (2) имеет два решения, условно разделяемые углом максимальной дальности $\theta_c^{\max} = \arg\max X_k(\theta_c)$ на настильную и навесную траекторию.

Итерационный алгоритм нахождения углов θ_c и $\alpha_{ц}$ по заданным параметрам цели $\alpha_{ц}^0, X_{ц}^0, Y_{ц}^0, V_{ц} = (V_{1ц}, V_{2ц}, V_{3ц})$ состоит в следующем. Сначала задаем начальное положение цели $\alpha_{ц} = \alpha_{ц}^0, X_{ц} = X_{ц}^0, Y_{ц} = Y_{ц}^0, Z_{ц} = 0$. При заданном значении $X_{ц}$ проводятся итерации по определению угла стрельбы по методу хорд. Для настильной траектории:

$$\begin{aligned} 1. \quad i = 0: \quad a = 0^\circ; \quad \theta_c^i = b = \theta_c^{\max}; \\ 2. \quad X_k = \Phi(\alpha_{ц}, \theta_c^i, Y_{ц}, A); \\ 3. \quad i = i + 1: \quad \theta_c^i = a + \frac{X_{ц}}{X_k}(\theta_c^{i-1} - a). \end{aligned} \quad (3)$$

Для навесной траектории:

$$\begin{aligned} 1. \quad i = 0: \quad \theta_c^i = a = \theta_c^{\max}; \quad b = 90^\circ; \\ 2. \quad X_k = \Phi(\alpha_{ц}, \theta_c^i, Y_{ц}, A); \\ 3. \quad i = i + 1: \quad \theta_c^i = b - \frac{X_{ц}}{X_k}(b - \theta_c^{i-1}). \end{aligned} \quad (4)$$

Шаги 2, 3 повторяются до выполнения условия $|\theta_c^i - \theta_c^{i-1}| < \varepsilon_0$, где ε_0 – заданная величина погрешности.

На каждой итерации для текущего значения θ_c^i определяется время полета снаряда τ_k и боковое отклонение Z_k . Перемещение цели за время полета τ_k определяется соотношениями

$$\begin{aligned} \Delta X_{ц} &= \tau_k (V_{3ц} \cos \alpha_{ц} - V_{1ц} \sin \alpha_{ц}), \\ \Delta Y_{ц} &= \tau_k V_{2ц}, \\ \Delta Z_{ц} &= \tau_k (V_{3ц} \sin \alpha_{ц} + V_{1ц} \cos \alpha_{ц}). \end{aligned} \quad (5)$$

Затем корректируем положение цели

$$X_{ц} = X_{ц}^0 + \Delta X_{ц}, \quad Y_{ц} = Y_{ц}^0 + \Delta Y_{ц}, \quad Z_{ц} = \Delta Z_{ц}$$

и вводим поправку к дирекционному углу

$$\Delta \alpha_{ц} = \arctan \left(\frac{\Delta Z_{ц} - Z_k}{X_{ц}} \right), \quad \alpha_{ц}^i = \alpha_{ц}^0 + \Delta \alpha_{ц}. \quad (6)$$

Итерации повторяются до сходимости по углу $\alpha_{ц}$:

$$|\alpha_{ц}^i - \alpha_{ц}^{i-1}| < \varepsilon_{\alpha},$$

где ε_{α} – заданная величина погрешности вычислений.

В качестве примера рассматривалась стрельба из 152-миллиметрового орудия осколочно-фугасным снарядом. По результатам расчетов получена следующая зависимость $\Delta\alpha_{ц}(X_{ц}, V_{ц})$, показанная на рис. 2, для конкретных метеоусловий, координат орудия и дирекционного угла $\alpha_{ц} = 0$ при $V_{ц} = (0, 0, V_{ц})$.

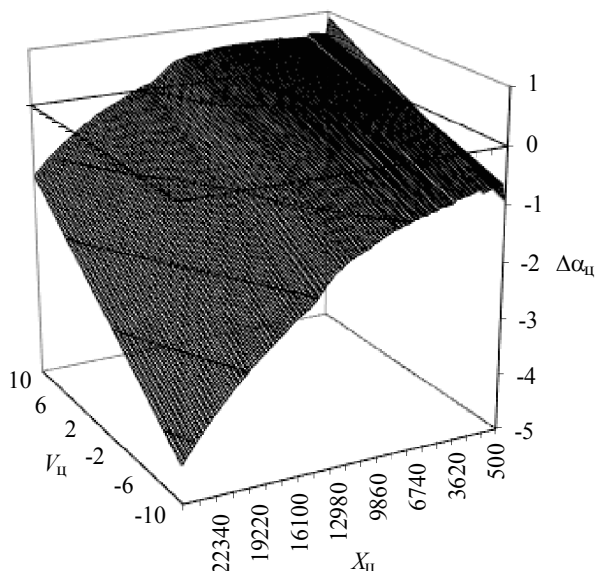


Рис. 2. Зависимость поправки дирекционного угла от дальности и скорости движения цели

Fig. 2. Correction of the direction angle as a function of the target range and speed

Решение обратной задачи на основе аппроксиматоров

Второй способ решения обратной задачи внешней баллистики основан на использовании предварительно разработанной базы знаний. Современные технологии извлечения знаний из данных позволяют применить методы для аппроксимации нелинейных зависимостей с большим количеством факторов. Имея алгоритм численного решения задачи (1), можно предварительно провести серию расчетов для рассматриваемой артиллерийской системы с изменением не только величины углов $\theta_{с}$ и $\alpha_{ц}$, но и параметров вектора $\mathbf{A}$: направления α_w и скорости w ветра, географической широты B и др. Таким образом, для анализа получаем таблицу данных:

$$(\mathbf{x}^h; \mathbf{L}^h) = (\theta_{с}^h, \alpha_{ц}^h, \alpha_w^h, w^h, B^h; X_{к}^h, Y_{к}^h, Z_{к}^h, \tau_{к}^h), h = \overline{1, H},$$

где H – объем выборки.

Полученная выборка делится на две части: обучающую и тестовую. На обучающей выборке проводится обучение аппроксиматоров переменных $L = (X_k, Y_k, Z_k, \tau_k)$, а на тестовой выборке проверяется адекватность модели.

В работе рассматривалось несколько типов аппроксиматоров: линейный, многослойная нейронная сеть, радиальная нейронная сеть, метод нечетких деревьев решений [6]. Лучшие результаты по точности и скорости вычислений показал аппроксиматор на основе многослойной нейронной сети. Рассматривались следующие интервалы изменения переменных:

$$\alpha_{\text{ц}} \in [0; 360^\circ], \theta_{\text{с}} \in [0; 20^\circ], \alpha_w \in [0; 360^\circ], w \in [0; 6,0 \text{ м/с}], B \in [45^\circ; 75^\circ].$$

Объем выборки составлял $H = 4000$ точек, объем обучающей выборки варьировался в диапазоне $H_0 = 500 - 4000$. В ходе исследований было определено, что при $H_0 \geq 2500$ точность аппроксимации не меняется, поэтому для сокращения времени обучения объем обучающей выборки $H_0 = 2500$.

В многослойной нейронной сети входной сигнал z^0 преобразуется в выходной сигнал z^K в соответствии с выражениями

$$u_i^k = \sum_{j=0}^{N_{k-1}} w_{ij}^k z_j^{k-1}, z_i^k = g(u_i^k), i = \overline{1, N_k}, k = \overline{1, K}.$$

Здесь $g(u) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta u)}$ – функция активации; $\beta \in [0,5; 3,0]$ – параметр крутизны функции активации; K – количество слоев; N_k – количество нейронов в k -м слое, $k = \overline{1, K}$ (N_0 – количество входных сигналов); w_{ij}^k – весовые коэффициенты.

Обучение нейронной сети проводилось с помощью алгоритма обратного распространения ошибки. Найденные в процессе обучения сети весовые коэффициенты образуют базу знаний для системы управления стрельбой.

При решении обратной задачи внешней баллистики (2) в качестве входного вектора нейронной сети выступает $z^0 = (X_k, Y_k, \alpha_{\text{ц}}, \alpha_w, w, B)$, аппроксимируемыми величинами являются $z^K = (\theta_{\text{с}}^a, Z_k^a, \tau_k^a)$. Используя нейросетевую модель, получаем зависимости

$$\begin{aligned} \theta_{\text{с}}^a &= F_1(X_k, Y_k, \alpha_{\text{ц}}, \alpha_w, w, B), \\ Z_k^a &= F_2(X_k, Y_k, \alpha_{\text{ц}}, \alpha_w, w, B), \\ \tau_k^a &= F_3(X_k, Y_k, \alpha_{\text{ц}}, \alpha_w, w, B). \end{aligned} \quad (7)$$

Для рассматриваемого варианта задачи структура нейронной сети определяется параметрами: $N_k = (6, 20, 15, 10, 3)$, $k = \overline{0, 4}$.

Сравнение аппроксимированных значений угла стрельбы $\theta_{\text{с}}^a$, полученных по нейронной сети (7), и расчетных значений $\theta_{\text{с}}$, найденных с помощью итерационного алгоритма (3)–(6), показано на рис. 3. Прямая линия на графике показывает идеальную аппроксимацию. Как следует из рисунка, нейронная сеть показывает удовлетворительную аппроксимацию решения обратной задачи внешней балли-

стики: среднеквадратичная ошибка по углу θ_c составляет менее 0.1° . При этом отклонение по дальности X_k не превышает 0.5% при стрельбе на расстояние до 20 км.

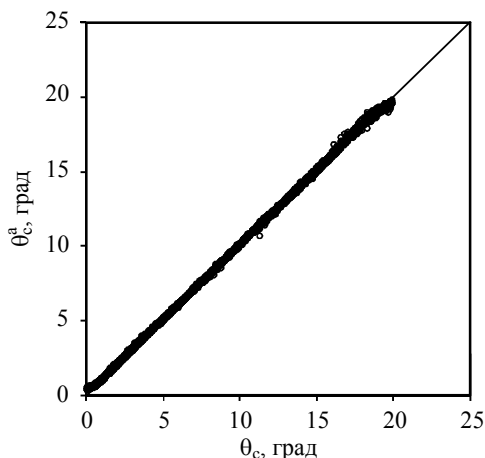


Рис. 3. Сравнение значений угла стрельбы, полученных с помощью нейронной сети θ_c^a и итерационного алгоритма θ_c

Fig. 3. Comparison of the shooting angles θ_c^a and θ_c obtained using the neural network and iterative algorithm, respectively

Корректирующие поправки для дирекционного угла при стрельбе по подвижной цели определяются на основе значений Z_k и τ_k по формулам (5) и (6). Сравнение значений поправки к дирекционному углу $\Delta\alpha_{ц}^a$, полученных с помощью нейронной сети, и значений $\Delta\alpha_{ц}$, найденных с помощью итерационного алгоритма, показано на рис. 4. Ошибка аппроксимации нейронной сетью поправки к дирекционному углу составила менее 0.1° . При этом отклонение по боковой координате Z_k не превышает 30 м при стрельбе на максимальную дальность.

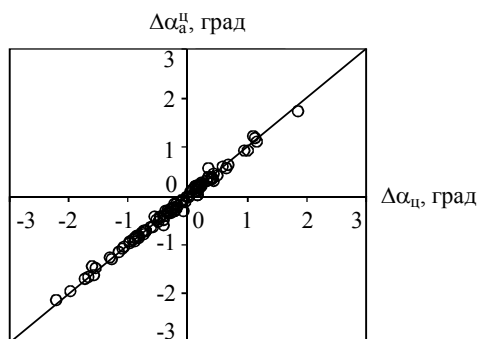


Рис. 4. Сравнение значений поправки дирекционного угла, полученных с помощью нейронной сети $\Delta\alpha_{ц}^a$ и итерационного алгоритма $\Delta\alpha_{ц}$

Fig. 4. Comparison of the direction angle corrections $\Delta\alpha_{ц}^a$ and $\Delta\alpha_{ц}$ obtained using the neural network and iterative algorithm, respectively

Заключение

Разработанные алгоритмы решения обратной задачи внешней баллистики в зависимости от предъявляемых требований позволяют обеспечить высокую точность и оперативность решения задачи. Итерационный метод решения обратной задачи, основанный на разработанной методике решения прямой задачи внешней баллистики, позволяет найти решение задачи для заданных условий стрельбы с требуемым уровнем точности. Аппроксимационный метод, реализованный с помощью многослойной нейронной сети, обеспечивает простой и быстрый алгоритм решения обратной задачи внешней баллистики. Нейросетевая модель также существенно упрощает реализацию алгоритма определения параметров наведения орудия при стрельбе по движущимся целям, что снижает требования к программным и аппаратным средствам систем управления стрельбой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н. Внешняя баллистика. М.: Машиностроение, 2005. 608 с.
2. Королев С.А., Липанов А.М., Русяк И.Г. К вопросу о точности решения прямой задачи внешней баллистики // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 47. С. 63–74.
3. Королев С.А., Карсканов С.А. Математическое моделирование обтекания тела вращения сверхзвуковым потоком газа // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки, 2014. №3. С. 123–133.
4. Русяк И.Г., Карпов А.И., Королев С.А., Карсканов С.А. Расчет траектории движения снаряда в атмосфере с учетом гидродинамики его обтекания // Вопросы оборонной техники. Серия 14. 2015. Вып. 2. С. 130–141.
5. Hairer E., Norsett S.P., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations. Vol. 1. Berlin: Springer-Verlag, 1991. 528 p.
6. Тенев В.А., Якимович Б.А. Генетические алгоритмы в моделировании систем. Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2010. 308 с.

Статья поступила 01.06.2018 г.

Korolev S.A., Lipanov A.M., Rusyak I.G. Tenenev V.A. (2019) DEVELOPMENT OF THE APPROACHES FOR SOLVING AN INVERSE PROBLEM OF EXTERNAL BALLISTICS IN VARIOUS APPLICATION CONDITIONS. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics]. 57. pp. 77–84

DOI 10.17223/19988621/57/6

Keywords: external ballistics, inverse problem, iterative algorithm, approximator, neural network.

The article proposes two approaches for solving an inverse problem of external ballistics. The first approach is based on the iterative method of successive approximations, and allows obtaining the solution to inverse problem with a stated accuracy for any shooting conditions. Simultaneous determining of the angles and direction of shooting makes it possible to reduce a total time of solving the inverse problem. The second approach, which is based on the pre-built approximators for assigned range of variation in the shooting conditions, can significantly simplify and speed up the algorithm for solving the inverse problem of external ballistics. Several types of approximators have been considered: linear approximator, multilayered neural network, radial neural network, and the method of fuzzy decision trees. The best results on the computational accuracy and speed were achieved using the approximator based on a multilayered neural network.

KOROLEV Stanislav Anatol'evich (Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assoc. Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation). E-mail: stkj@mail.ru

LIPANOV Aleksey Matveevich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Sciences, Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation). E-mail: AML35@yandex.ru

RUSYAK Ivan Grigor'yevich (Doctor of Technical Sciences, Professor, Russian Academy of Missile and Artillery Sciences, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation). E-mail: primat@istu.ru

TENENEV Valentin Alekseevich (Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation). E-mail: tenenev@istu.ru

REFERENCES

1. Dmitrievskiy A.A., Lysenko L.N. (2005) *Vneshnyaya ballistika* [External Ballistics]. Moscow: Mashinostroyeniye.
2. Korolev S.A., Lipanov A.M., Rusyak I.G. (2017) K voprosu o tochnosti resheniya pryamoy zadachi vneshney ballistiki [On the issue of accuracy of the solution of the direct problem of external ballistics]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 47. pp. 63–74. DOI: 10.17223/19988621/47/7.
3. Korolev S.A., Karskanov S.A. (2014) Matematicheskoe modelirovaniye obtekaniya tela vrashcheniya sverkhzvukovym potokom gaza [Mathematical simulation of supersonic airflow around the rotary body]. *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki – The Bulletin of Udmurt University. Mathematics. Mechanics. Computer sciences*. 3. pp. 123–133.
4. Rusyak I.G., Karpov I.A., Korolev S.A., Karskanov S.A. (2015) Raschet traektorii dvizheniya snaryada v atmosfere s uchetom gidrodinamiki ego obtekaniya [Calculation of a projectile trajectory in the atmosphere with account for external flow hydrodynamics]. *Voprosy oboronnoy tekhniki – Defense Engineering Issues*. 14(2). pp. 130–141.
5. Hairer E., Norsett S.P., Wanner G. (1991) *Solving Ordinary Differential Equations. Vol. 1*. Berlin: Springer-Verlag.
6. Tenenev V.A., Yakimovich B.A. (2010) *Geneticheskie algoritmy v modelirovanii sistem* [Genetic algorithms in the modeling of systems]. Izhevsk: ISTU Publishing House.

Received: June 1, 2018