

А.Ю. Пигарев

Новосибирский государственный университет экономики и управления, г. Новосибирск, Россия

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ ПЕРЕГРУЗКИ РАБОЧЕЙ ПАМЯТИ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Одна из причин неуспеваемости в освоении математики – перегрузка рабочей памяти. В работе перечислены известные методы снижения нагрузки на рабочую память, а также предлагается автоматизировать базовые вычислительные навыки (арифметические, тригонометрические, геометрические) с помощью созданных автором компьютерных тренажеров. Это позволит снизить нагрузку на рабочую память при решении задач, освободить ее ресурсы для поиска алгоритмов решения, уменьшить вероятность ошибок и повысить скорость выполнения заданий.

Ключевые слова: обучение математике, рабочая память, компьютерный тренажер.

Концепция рабочей памяти, впервые предложенная Аланом Бэддели, не только объясняет наличие объективных трудностей в обучении математическим дисциплинам, но и позволяет разработать методики обучения, повышающие успеваемость практически до 100 %.

Основные функции рабочей памяти объясняют ее ключевую роль в процессе обучения [1]: преобразование информации, взятой из долговременной и кратковременной памяти; кодирование информации в долговременную память; извлечение из долговременной памяти релевантной информации. В силу ограниченности объема статьи подробно останавливаться на основных положениях теории рабочей памяти, ее функциях и роли в процессе обучения невозможно. Детально эти вопросы представлены в работах [1–3]. Далее предполагается, что читатель знаком с современной концепцией рабочей памяти.

Постановка проблемы

Одна из основных причин неуспеваемости в учебе – перегрузка рабочей памяти [2]. Если рабочая память перегружена, то в ней теряется важная информация, необходимая для формирования новых знаний или решения текущей задачи. Например, предложение, которое ученик пытается записать, последовательность инструкций, которые нужно выполнить, соотношения между параметрами математического объекта и т.п. В этом случае учащийся вынужден либо угадать, что было потеряно (стратегия, которая приводит к ошибкам), либо отказаться от решения задачи, остановить обучающий процесс – явление, из-

вестное в науке как «катастрофический сбой» активности рабочей памяти [3]. Такие сбои активности, вызванные потерей информации, имеющей решающее значение для текущей задачи, из рабочей памяти, представляют собой упущенные возможности обучения. Эти упущенные возможности – одна из основных причин академической неуспеваемости в освоении математики.

Более того, в режиме перегрузки рабочей памяти возникают сложности с извлечением информации из памяти долговременной [2]. Например, если ученик решает математическую сложную задачу как арифметически, так и многоходовым алгоритмом, то его рабочая память, загруженная арифметическими или тригонометрическими вычислениями, может не извлечь из памяти долговременной когда-то изученный алгоритм решения подобных задач. Поэтому так важно не допускать перегрузки рабочей памяти в процессе обучения.

Основные причины перегрузки рабочей памяти [Там же]:

1. Большой поток новой информации, с которым учащиеся просто не успевают справиться во время урока. Такое случается, когда учитель идет «по плану» без учета «обратной связи» со стороны учеников, не контролируя, успевают ли большинство учащихся усваивать информацию, ориентируясь на «отличников», забывая учение Яна Коменского: «На каждом предмете нужно останавливаться до тех пор, пока он не будет понят» [8. С. 213].

2. Комбинация знаний из различных разделов курса математики. Это характерно для задач ЕГЭ

по профильной математике, начиная с № 13. Чтобы их успешно решать, нужно сразу «вспомнить все»: равносильные преобразования, области допустимых значений элементарных функций, формулы тригонометрии, свойства логарифмов и т.п.

К решению проблемы перегрузки рабочей памяти в учебном процессе существует три основных подхода: 1) тренировка рабочей памяти с помощью компьютерных тренажеров; 2) снижение или перераспределение нагрузки на рабочую память с помощью совершенствования содержательной и организационной сторон учебного процесса; 3) метакогнитивные установки.

Тренировка рабочей памяти

Первые результаты были весьма обнадеживающими. В 2008 г. Сюзанн Йегги и её коллеги показали, что регулярные тренировки рабочей памяти способны за короткий период (8–19 дней) не только улучшить рабочую память, но и развить подвижный интеллект человека, оцениваемый с помощью тестов подвижного интеллекта: «We present evidence for transfer from training on a demanding working memory task to measures of Gf» [4]. Они также утверждают, что чем больше тренировок, тем более выражен эффект переноса: «The more training, the more improvement in Gf» [Ibid]. В настоящее время тесты подвижного интеллекта являются общепринятым инструментом оценки способности человека к обучению и усвоению нового знания. Критический анализ этого положения не является целью данной работы.

Последующие исследования поставили под сомнение генерализацию результатов когнитивных тренировок. Например, в работе [5] показано, что адаптивная тренировка рабочей памяти улучшает выполнение нетренированных тестов на рабочую память, однако не приводит к заметным изменениям показателей обучаемости, связанным с рабочей памятью ученика, и другим тестам интеллекта. То есть повышается способность решать тесты на рабочую память и ничего более. В исследовании были задействованы 810 детей контрольных и экспериментальных групп.

С другой стороны, в исследовании [6] авторы утверждают обратное: компьютерная тренировка рабочей памяти устойчиво улучшает успеваемость по математике и чтению. В этом исследовании участвовало 104 учащихся контрольной и экспериментальной групп.

В обоих исследованиях участвовали дети примерно одинакового возраста (8–12 лет). Отличие результатов второго исследования от первого можно объяснить тем, что в программу тренировки рабочей памяти были дополнительно включены упражнения на развитие базовых арифметических навыков. Сами тренировки проводились в школе в привычной для детей обстановке, а не в лабораторных условиях, как в первом исследовании. Детей специально мотивировали на достижение лучших результатов.

Дискуссии о генерализации когнитивных тренировок, эффекте переноса продолжаются и в настоящее время. Есть масса работ «pro et contra» по этой проблеме.

Методы снижения нагрузки на рабочую память за счет изменения содержательной и организационной сторон учебного процесса

1. Новый материал нужно излагать простыми предложениями. Понимание длинных сложносочиненных и особенно сложноподчиненных предложений оказывает чрезмерную нагрузку на рабочую память [3].

2. Инструкции по выполнению задания должны носить характер «здесь и сейчас» без длинных логических цепочек с условными операциями «если». После того как дали одну инструкцию, нужно подождать, пока все ученики с ней справятся. И только после этого давать следующую [2].

3. Справочные материалы для решения задач должны быть под рукой ученика: в распечатанном виде, на планшете, экране персонального компьютера. Поскольку перевод взгляда с удаленного объекта (доски) на ближний (тетрадь) приводит к нагрузке на рабочую память и вероятному сбою [3].

4. Запоминать в долговременную память любую информацию (формулы, алгоритмы), которая часто используется при решении задач. Факты, которые ученики без усилий вспоминают, снижают нагрузку на рабочую память. Например, формулы приведения. Есть алгоритм, оказывающий нагрузку на рабочую память. Чтобы исключить эту нагрузку, имеет смысл запомнить простейшие и часто встречающиеся формулы приведения:

$$f(\varpi / 2 - x), f(\varpi - x) [2].$$

5. Перераспределить нагрузку на рабочую память во времени. Если на уроке по плану нужно

изучить три теоремы по геометрии, лучше равномерно распределить их рассмотрение во времени. Например, с интервалом 30 мин, а не все сразу. Сегодня изучаем метод решения иррациональных уравнений путем возведения в квадрат, оговорив, что могут появиться лишние корни, а причину появления лишних корней и методы решения иррациональных неравенств оставляем до следующего урока. То есть разводя во времени правила и исключения из правил [2].

6. Использовать как вербальную, так и визуальную модальности. Существует множество инструментов: презентации, интеллект карты, концептуальные схемы, справочные таблицы и т.п. Мультимодальное представление новой информации существенно облегчает и ускоряет процесс обучения [Там же].

7. Применять мнемотехнику. При обучении математики возможности использования мнемотехники ограничены, но все же пренебрегать этим инструментом не стоит. Находя ассоциативную связь между новой информацией и фактами, хорошо известными ученикам, можно облегчить консолидацию долговременной памяти. Например, «правило лошади» в тригонометрии связывает математический закон преобразования функции с хорошо известными движениями головы при согласии или несогласии с собеседником [Там же].

Метакогнитивная установка

о том, что учеба – тяжелый труд («normalizing struggle»)[7]

Существует представление о том, что «учеба должна доставлять удовольствие» («learning must be funny»). Существуют направления «геймификации» образования. На самом деле, эффективность обучения возрастает на порядок, когда рабочая память переходит в предельный режим работы. В этом режиме возникают ощущения психологического напряжения, высокой концентрации внимания, мобилизации всех ресурсов человека для достижения успеха в учебе. Нахождение в этом режиме чрезвычайно энергозатратно для организма, поэтому не может быть «funny» [9. С. 30]. Сделать вывод по внешнему наблюдению, действительно ли ученик прилагает все усилия или имитирует учебный процесс, очень сложно. Оказалось, что даже десятиминутная беседа с учениками, в которой их убеждают, что трудности в учебе – это нормально, что чем больше усилий –

тем лучше результат, повышает наблюдаемую емкость рабочей памяти в среднем на 10–20 % (по данным графиков в работе [7]).

Авторское дополнение

Если автоматизировать базовые вычислительные навыки (арифметические, тригонометрические, геометрические), то при решении сложных задач ресурсы рабочей памяти не будут отвлекаться на выполнение стандартных вычислительных процедур. Нагрузка на рабочую память снижается, ее ресурсы освобождаются для поиска алгоритма решения. Снижается вероятность ошибок (что исключительно важно для первой части ЕГЭ), повышается скорость решения. Для достижения этой цели автор разработал систему компьютерных тренажеров.

На рис. 1–4 представлены их скрины, а в табл. 1 – краткое описание. Судить о методике работы с тренажерами по скринам невозможно,

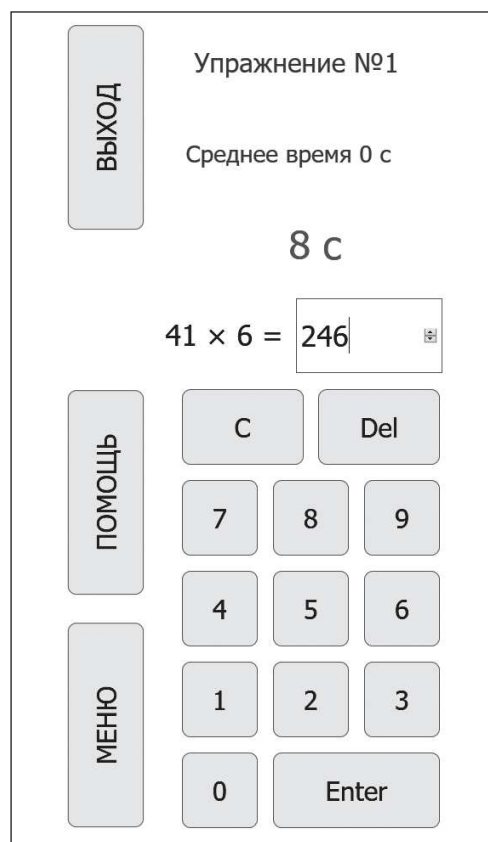


Рис. 1. Скрин тренажера «Устный счет». Оптимизирован для мобильных

поскольку они статичны, а работа с тренажерами интерактивна и динамична. Рабочий интерфейс тренажеров создан для удобства работы с ними, прошел апробацию и не содержит лишней информации, в которой нет необходимости. Методика работы с тренажерами представлена на видеохостинге Ютуб: https://www.youtube.com/watch?v=DCn_wr3IOa4. Ссылка на видео есть и на лендинге: <http://www.workingmemory.ru/htmls/trainers2>. Составить объективное представление о тренажерах можно бесплатно, зарегистрировавшись на сайте и испытав их в работе.

Методика работы с тренажерами

1. Повтор из школьного курса или обучение с нуля базовым правилам выполнения арифметических, тригонометрических или геометрических вычислений.
2. Тренировка в течение месяца навыков выполнения числовых преобразований и вычислений. Стремиться к максимальной скорости при условии безошибочности.
3. Перерыв в течение двух-трех недель и повтор пунктов 1–2 с целью закрепления навыков в долговременной памяти.

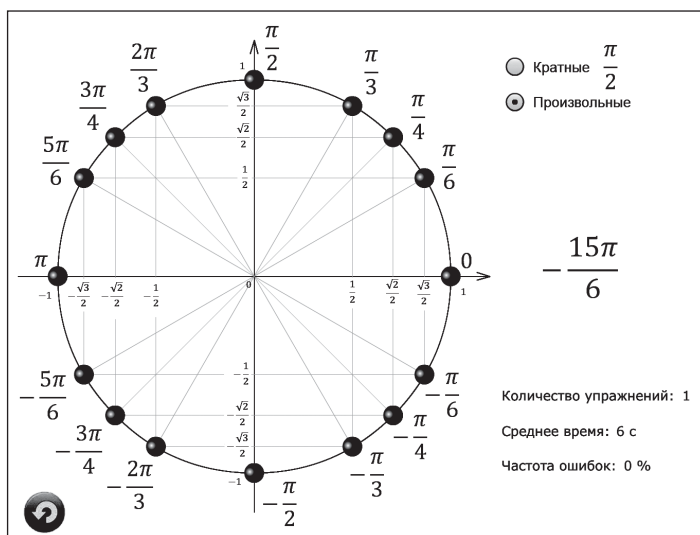


Рис. 2. Скрин тренажера «Тригонометрическая окружность»

Выберите четверть:

$\operatorname{ctg}\left(-\frac{5\pi}{2} + \alpha\right)$

Количество упражнений: 1
Среднее время: 7 с
Частота ошибок: 0 %

Выберите приведенную функцию:

$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$

Рис. 3. Скрин тренажера «Формулы приведения»

Пример №1

ABC – прямоугольный треугольник, CH – высота.

Дано: $\angle A = 45^\circ$, $CH = 9$
Найти: $BC = ?$

$BC = \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{1}$

ВЫХОД ПРОВЕРИТЬ

Рис. 4. Скрин тренажера «Прямоугольный треугольник». Оптимизирован для мобильных

Таблица 1

Описание компьютерных тренажеров, направленных на автоматизацию базовых вычислительных навыков (<http://www.working-memory.training/htmls/trainers2>)

Наименование	Описание	Номера задач профильного ЕГЭ по математике	Классы
Устный счет	Позволяет в совершенстве овладеть навыками устного счета. Среднее время произведения двухзначного числа на однозначное, деления трехзначного числа на однозначное и вычитания из трехзначного числа двухзначного должно быть не более 7 с. Оптимизирован для мобильных устройств	1–19	2–11
Тригонометрическая окружность	Позволяет отработать навык нахождения точки на числовой окружности, соответствующей заданному значению переменной. Необходимо добиться безошибочного выполнения упражнения на максимальной скорости	5, 9, 10, 13	10–11
Формулы приведения	Позволяет в совершенстве овладеть навыком использования формул приведения в решении тригонометрических задач. Необходимо добиться безошибочного выполнения упражнения на максимальной скорости	5, 9, 13	10–11
Прямоугольный треугольник	Тренажер позволяет автоматизировать навык решения прямоугольного треугольника: установления соотношения между его сторонами через тригонометрические функции острых углов. Оптимизирован для мобильных устройств	6, 14, 16	8–11

Таблица 2

Средние показатели работы с тренажерами учащихся 10–11-х классов

Тренажер	Среднее значение с учетом стандартного отклонения, с	Частота ошибок с учетом стандартного отклонения, %
Тригонометрическая окружность	13 ± 11	10 ± 8
Формулы приведения	21 ± 5	29 ± 14
Устный счет: произведение двухзначного на однозначное, деление трехзначного на однозначное, вычитание из трехзначного	7 ± 3	Не определена
Устный счет: произведение двухзначных чисел	20 ± 11	Не определена

Предельные значения, достигаемые в результате тренировок, варьируются в широких пределах. Это связано как с дифференциацией рабочей памяти, так и с разным уровнем усилий, прилагаемых учениками.

Средние, достигаемые в пределах параметры работы с тренажерами, с учетом среднеквадратичного отклонения, приведены в табл. 2. Данные получены на основе наблюдений за тренировками 14 учащихся 10–11-х классов.

Представленные в табл. 2 данные подтверждают тезис о том, что рабочая память людей варьируется в широких пределах [1]: стандартное отклонение от среднего значения сравнимо с самим средним значением. Поэтому невозможно ввести для всех одинаковые требования: у каждого человека свой достижимый предел интеллектуального развития.

Заключение

Достичь наилучшего результата можно лишь на основе комплексного применения существующих методов снижения нагрузки на рабочую память, учитывая индивидуальные особенности учеников. Есть дети с хорошей рабочей памятью. Они без проблем воспринимают сложные предложения, их память не перегружается насыщенным потоком информации. Автоматизация вычислительных навыков достигается легко и быстро. И это усиливает их потенциал. Обучение детей, у которых рабочая память слабая, требует строгого соблюдения дидактических принципов. Вычислительные навыки развиваются медленно, с большим трудом и порой так и остаются на весьма скромном уровне. Однако учитель обязан обеспечить рост образовательного уровня и тех и других, используя достижения когнитивной науки в своей деятельности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Milton J. Dehn. Working Memory and Academic Learning: Assessment and Intervention.* – Wiley & Sons, 2008. – 386 p.
2. *Watson A.C. Learning Begins: The Science of Working Memory and Attention for the Classroom Teacher (A Teacher's Guide to the Learning Brain).* – Rowman & Littlefield, 2017. – 174 p.
3. *Gathercole S.E., Alloway T.P. Working Memory and Learning: A Practical Guide for Teachers.* – SAGE Publications, 2008. – 128 p.
4. *Jaeggi S.M., Buschkuhl M., Jonides J., Perrig W.J. Improving fluid intelligence with training on working memory // PNAS.* – 2008. – P. 0801268105v1-0.
5. *Dunning D.L., Holmes J., Gathercole S.E. Does working memory training lead to generalized improvements in children with low working memory? A randomized controlled trial. Developmental Science.* – 2013. – № 16(6). – P. 915–925.
6. *Sánchez-Pérez N., Castillo A., López-López J.A. et al. Computer-Based Training in Math and Working Memory Improves Cognitive Skills and Academic Achievement in Primary School Children: Behavioral Results // Front. Psychol.* – 2018. 8:2327. doi: 10.3389/fpsyg.2017.02327
7. *Autin F., Croizet J.C. Improving working memory efficiency by reframing metacognitive interpretation of task difficulty // Journal of Experimental Psychology: General.* – 2012. – № 141(4). – P. 610.
8. *Коменский Я.А. Избранные педагогические сочинения.* – Т. 1: Великая дидактика / пер. с лат. Д.Н. Королькова; под ред. с биогр. очерком и примеч. А.А. Красновского. – М.: Учпедгиз, 1939. – 320 с.
9. *Савельев С.В. Изменчивость и гениальность.* – М.: ВЕДИ, 2012. – 128 с.

Pigarev A.Y.

Novosibirsk State University of Economics and Management, Novosibirsk, Russia

METHODS OF SOLVING THE PROBLEM OF OVERLOADING WORKING MEMORY WHEN TEACHING MATHEMATICS

Keywords: teaching mathematics, working memory, computer trainer.

One of the reasons for the lack of progress in the teaching of mathematics is the overload of working memory leading to its “catastrophic failure”. As a result of this failure, information that is crucial for the current task in the working memory may be lost. For example, a sentence that a student tries to write down, a sequence of instructions to be executed, important relationships between the parameters of a mathematical object, and so on. The student cannot solve the problem, the learning process stops. This article lists known methods for reducing the load on working memory: training working memory, methodological aspects (using

simple sentences, brief and timely instructions, available reference materials, reliance on long-term memory, load redistribution, multimodality and mnemonics), metacognitive installations. In addition, the author proposes to automate basic computational skills (arithmetic, trigonometric, geometric) using computer trainers created by him, available at: <http://www.workingmemory.ru/htmls/trainers2>. This makes it possible not to divert the resources of working memory to perform standard computational procedures when solving mathematical problems. These resources are released to search for the algorithm for solving the problem. As a result, the speed of solving the problem increases, the probability of errors decreases. The site contains four trainers. The Mental Counting trainer allows you to master the skills of counting in mind. The technical goal is the average time of multiplication a two-digit number by a one-digit number, dividing a three-digit number by a one-digit number, and subtracting a two-digit number from a three-digit number should be no more than seven seconds. The “Trigonometric Circle” trainer and “Reduction Formulas” trainer allow you to automate the skill of working with trigonometric functions. The technical goal is to learn how to perform correctly the exercise at maximum speed. The “Right Triangle” trainer allows you to automate the skill of solving a right-angled triangle: establishing the relationship between its sides through the trigonometric functions of acute angles. The proposed technique of working with the trainers is based on the principle of interval repetitions. After the first cycle of systematic training within a month, a break of two to three weeks is made. Then the cycle repeats. The average times achieved by individuals varies up to 80% due to individual differences in working memory in hum.

REFERENCES

1. *Milton J. Dehn. Working Memory and Academic Learning: Assessment and Intervention.* – Wiley & Sons, 2008. – 386 p.
2. *Watson A.C. Learning Begins: The Science of Working Memory and Attention for the Classroom Teacher (A Teacher's Guide to the Learning Brain).* – Rowman & Littlefield, 2017. – 174 p.
3. *Gathercole S.E., Alloway T.P. Working Memory and Learning: A Practical Guide for Teachers.* – SAGE Publications, 2008. – 128 p.
4. *Jaeggi S.M., Buschkuhl M., Jonides J., Perrig W.J. Improving fluid intelligence with training on working memory // PNAS.* – 2008. – P. 0801268105v1-0.

5. *Dunning D. L., Holmes J., Gathercole S.E.* Does working memory training lead to generalized improvements in children with low working memory? A randomized controlled trial. *Developmental Science*. – 2013. – № 16(6). – P. 915–925.

6. *Sánchez-Pérez N., Castillo A., López-López J.A. et al.* Computer-Based Training in Math and Working Memory Improves Cognitive Skills and Academic Achievement in Primary School Children: Behavioral Results // *Front. Psychol.* – 2018. 8:2327. doi: 10.3389/fpsyg.2017.02327

7. *Autin F., Croizet J.C.* Improving working memory efficiency by reframing metacognitive interpretation of task difficulty // *Journal of Experimental Psychology: General*. – 2012. – № 141(4). – P. 610.

8. *Komenskiy YA.A.* Izbrannye pedagogicheskie sochineniya. – T. 1: Velikaya didaktika / per. s lat. D.N. Korol'kova; pod red. s biogr. ocherkom i primech. A.A. Krasnovskogo. – M. : Uchpedgiz, 1939. – 320 s.

9. *Savel'ev S.V.* *Izmenchivost' i genial'nost'*. – M.: VEDI, 2012. – 128 s.